

M1 - Observatoire de Paris

Module Instrumentation

Diffraction, Optique de Fourier, Interférométrie et Optique Adaptative

Sylvestre Lacour, sylvestre.lacour@obspm.fr

LESIA, Observatoire de Paris

Transparents (bientôt) disponibles

Diffraction. Optique de Fourier (Cours 1):

<http://lesia.obspm.fr/perso/sylvestre-lacour/M1SL-1.pdf>

Atmosphère et optique adaptative(Cours 2):

<http://lesia.obspm.fr/perso/sylvestre-lacour/M1SL-2.pdf>

Cohérence, interférométrie(Cours 3):

<http://lesia.obspm.fr/perso/sylvestre-lacour/M1SL-3.pdf>

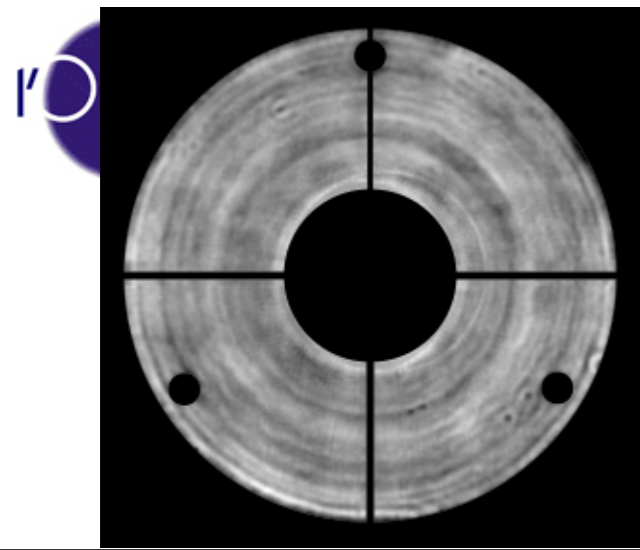
Sujets des examens 2005-2008:

<http://lesia.obspm.fr/perso/benoit-mosser/M1/M1instru.html>

Plan du cours

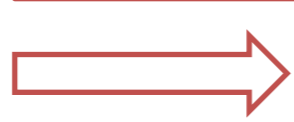
- **2 Février:** Diffraction, pupille rectangulaire, circulaire, résolution, Optique de Fourier
- **9 Février:** Atmosphère, optique adaptative, analyse de front d'onde
- **2 Mars:** Cohérence temporelle et spatiale, interférométrie

La relation pupille-FEP-Image



Pupille: $U_0(x/\lambda, y/\lambda)$

Autocorrelation



FTO

x

TF(Objet)

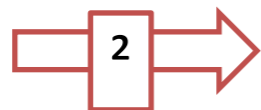
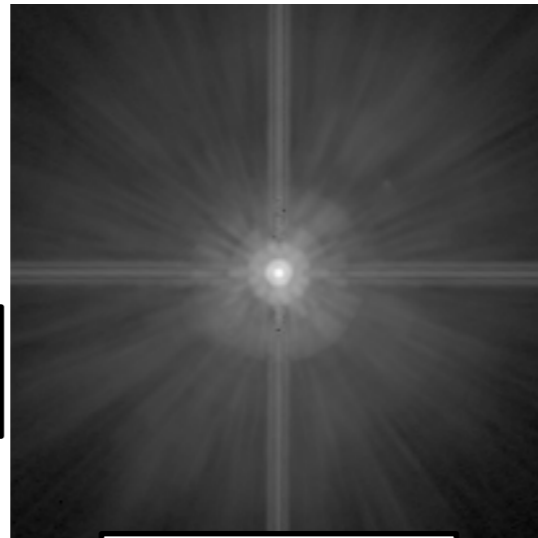
=



TF

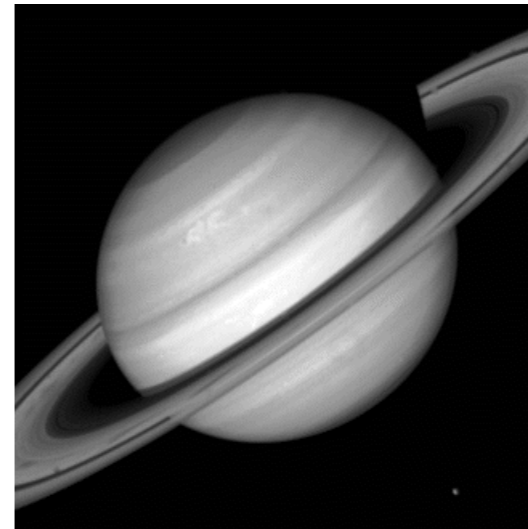


Champ focal: $U_1(\alpha, \beta)$



FEP(α, β)

*



Objet: $O(\alpha, \beta)$

=

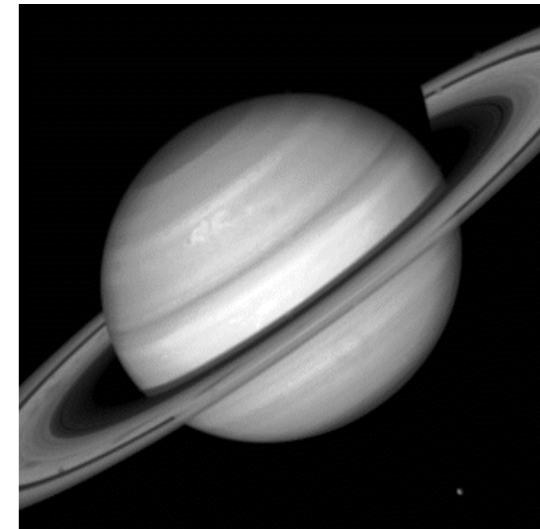


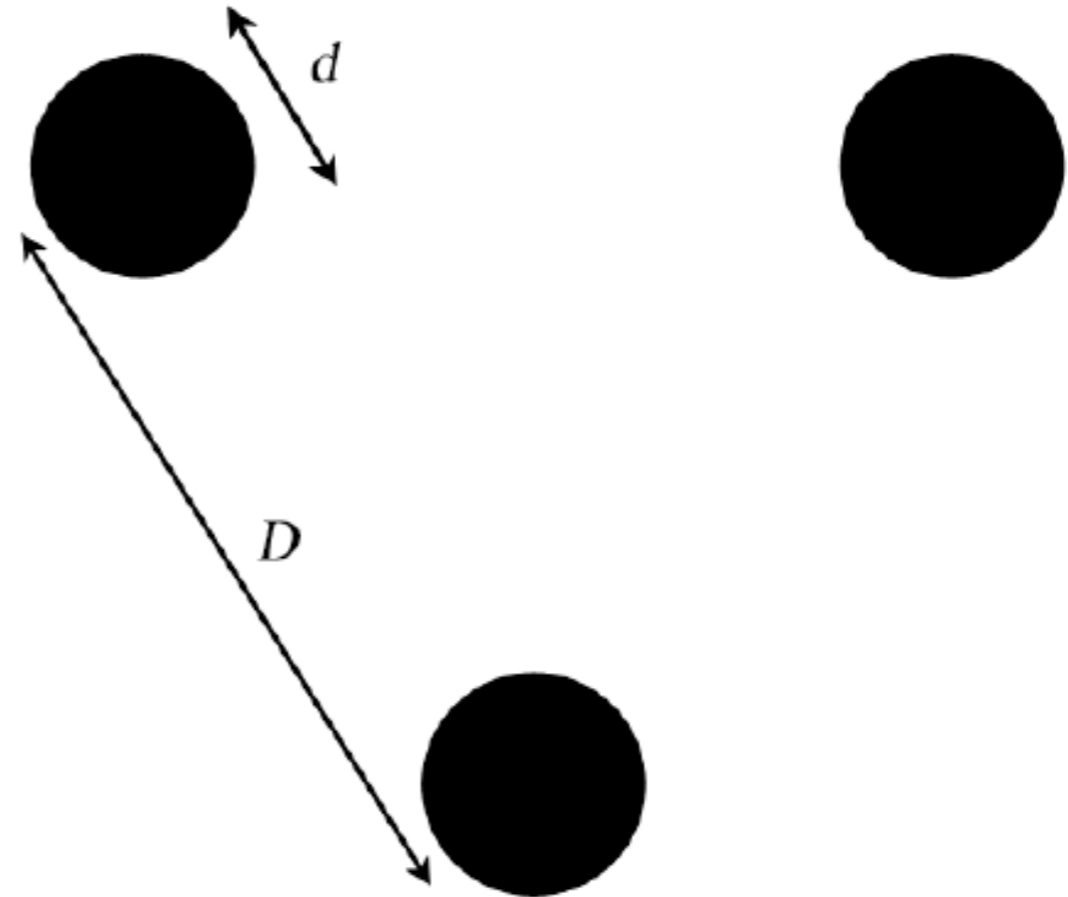
Image: $I(\alpha, \beta)$

Image(α, β) = convolution($|U_1(\alpha, \beta)|^2$ avec Objet(α, β))
 TF(Image) = Autocorrelation(U_0) x TF(Objet)

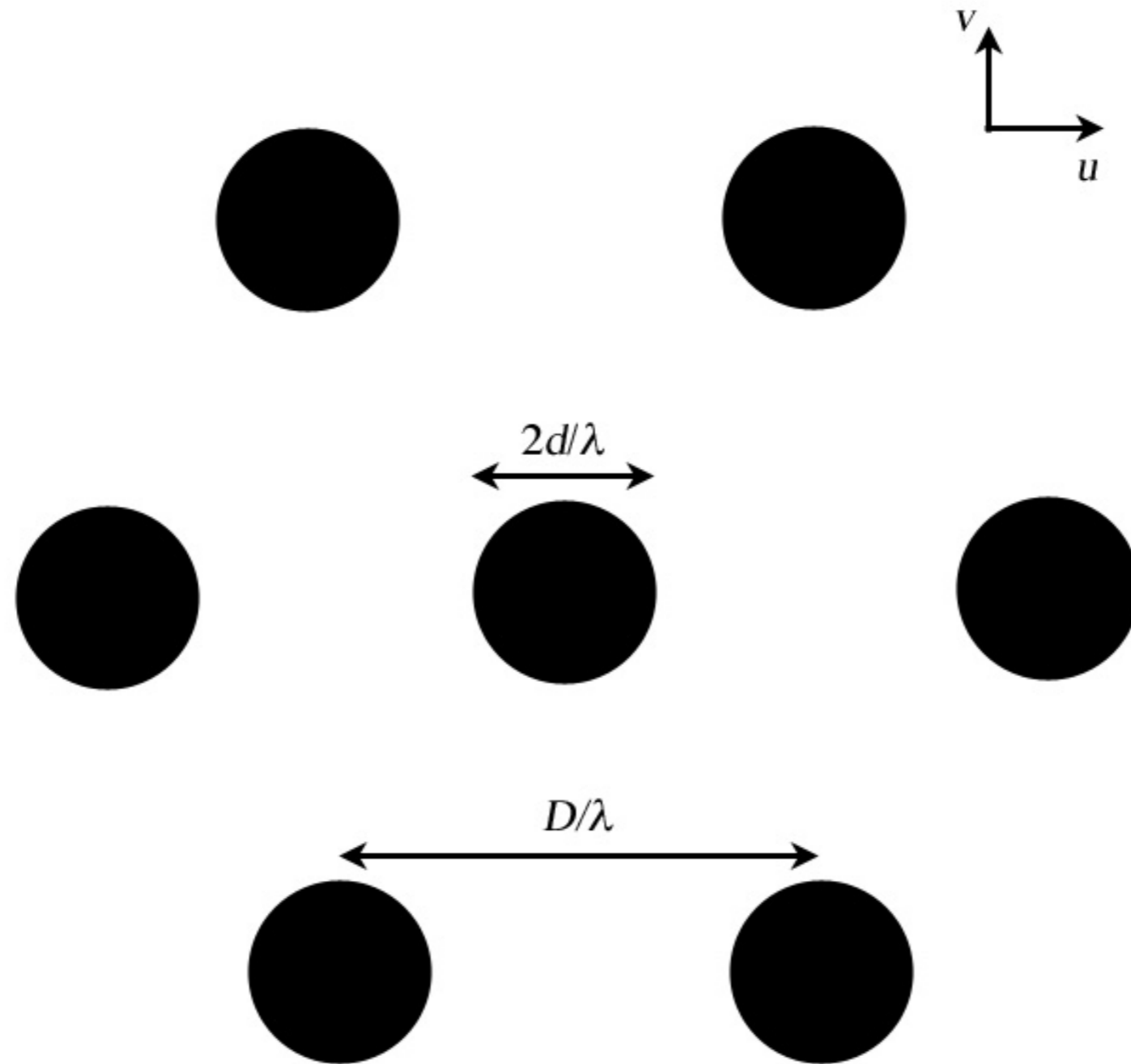
Exercice: Interféromètre à 3 ouvertures

- Dessiner la FTM de l'interféromètre à trois télescopes de la figure jointe (ouvertures de diamètre d aux sommets d'un triangle équilatéral de côtés D).

Pour simplifier, on se limitera à représenter la FTM en deux dimensions, en grisant les zones correspondant aux fréquences spatiales transmises (même partiellement).



Solution

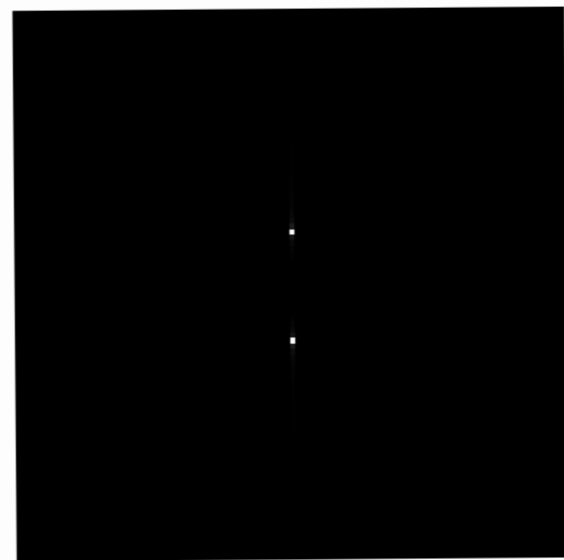
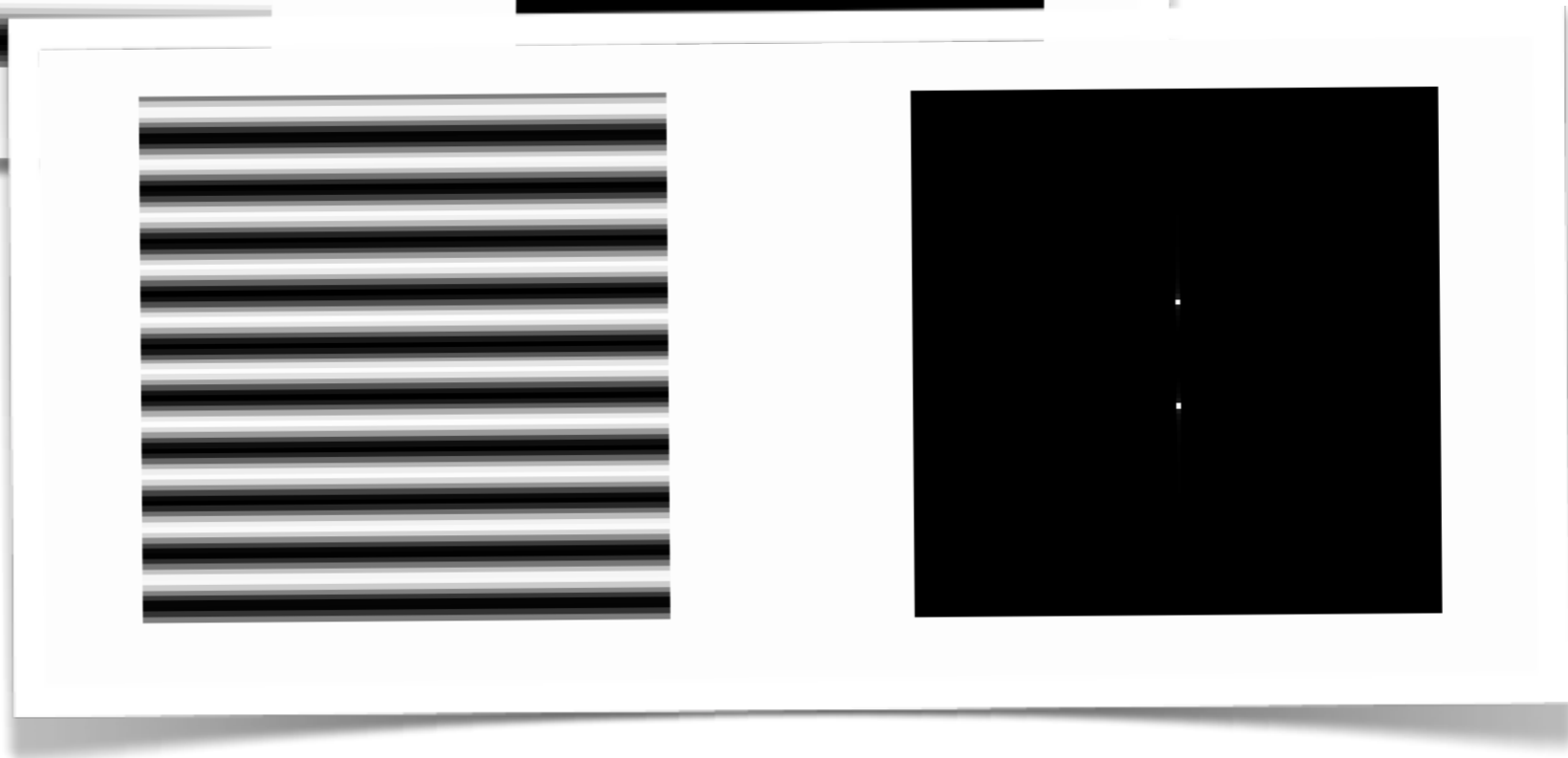
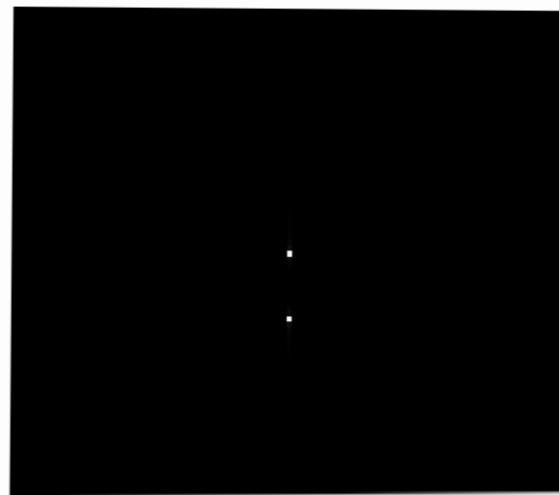
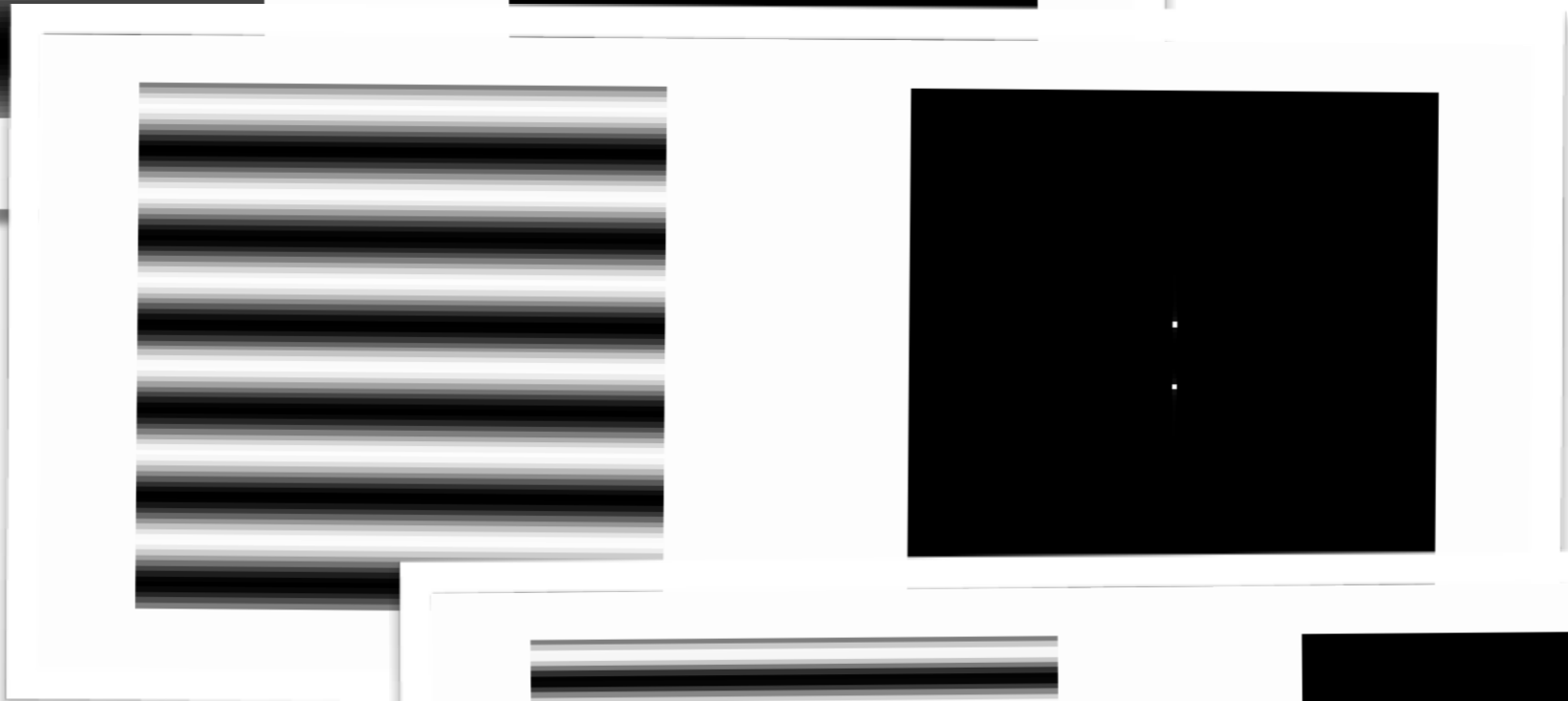
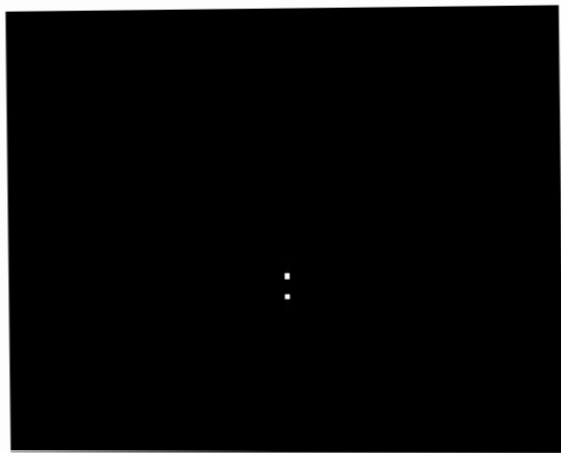
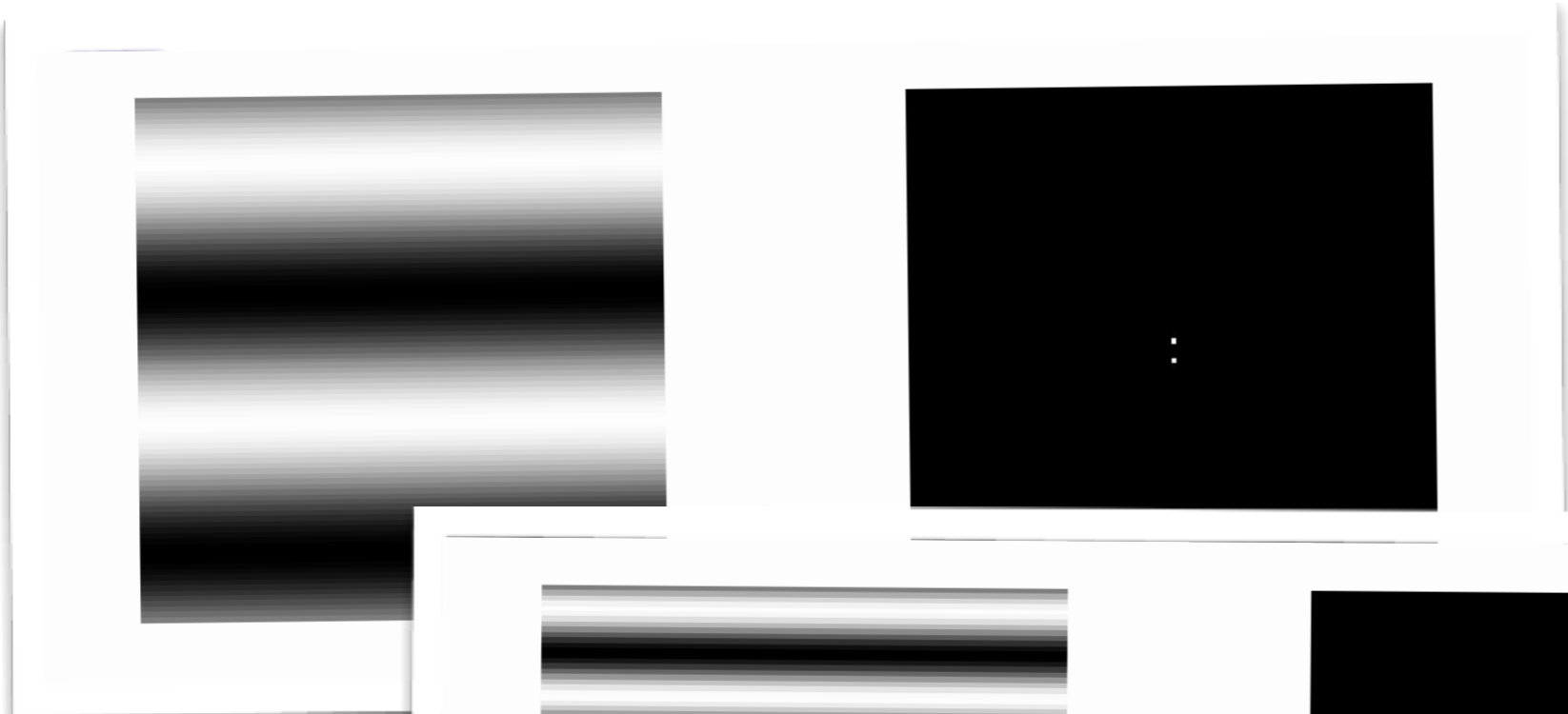


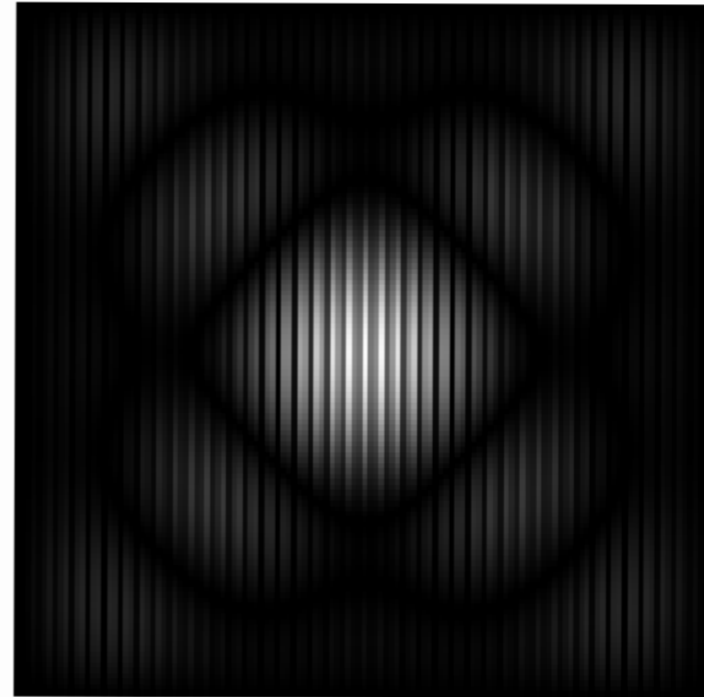
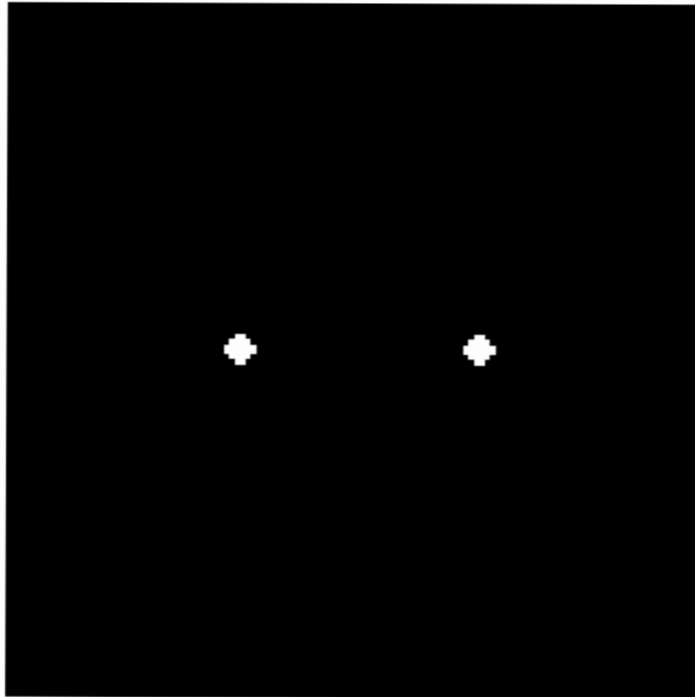
«Glissement» du conjugué de la pupille sur elle-même

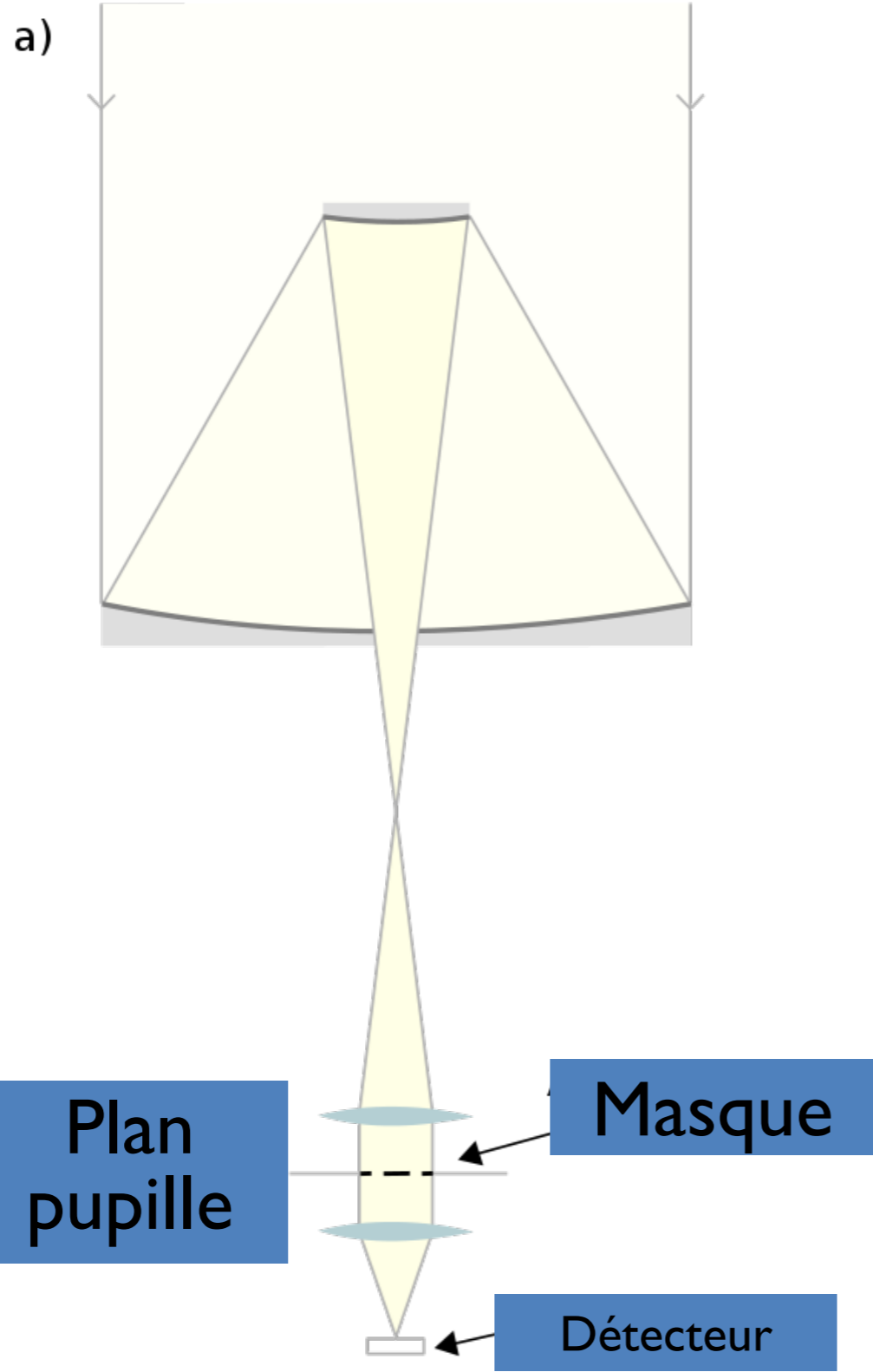
Masquage de pupille

Masquage de pupille

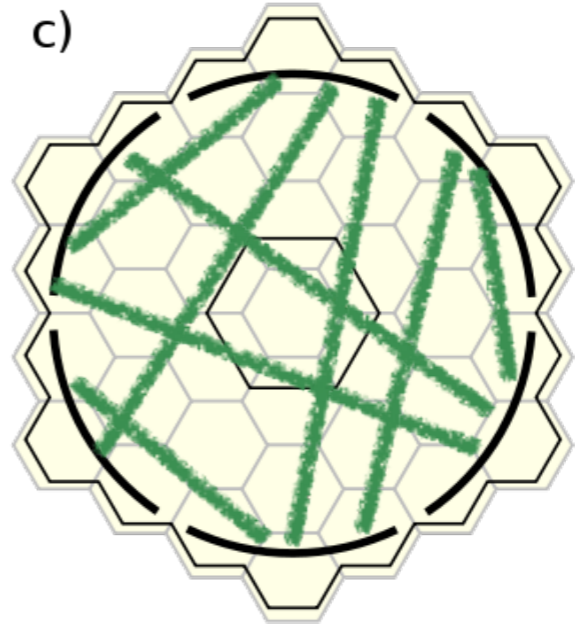
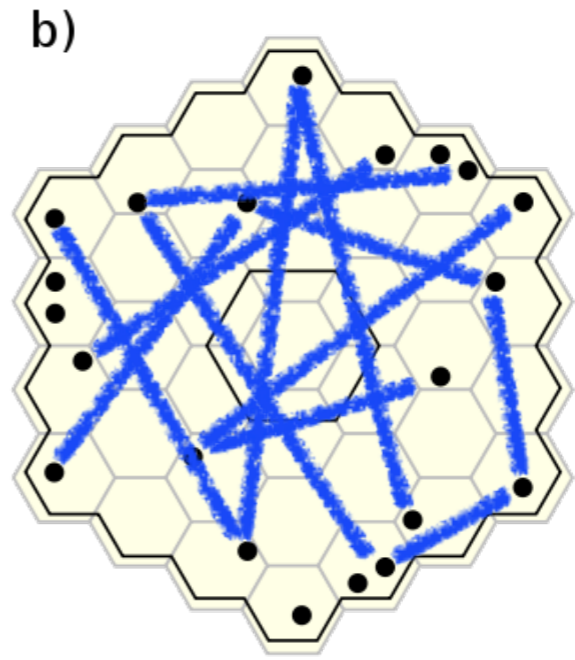
- Technique intermédiaire entre imagerie classique et interférométrie
- Un masque percé de trous est inséré dans le faisceau collecté par un télescope
- Equivalent à une expérience de trous d'Young
- Permet de mesurer la cohérence spatiale de la lumière







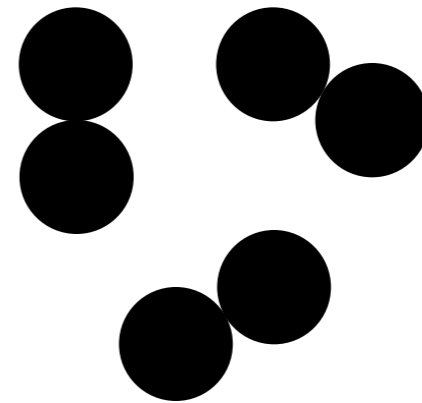
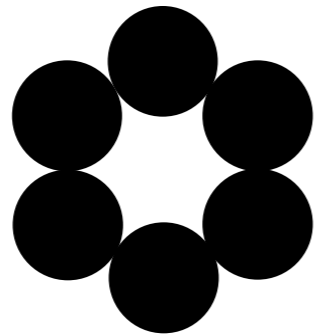
Exemples de masques



Configuration non redondante

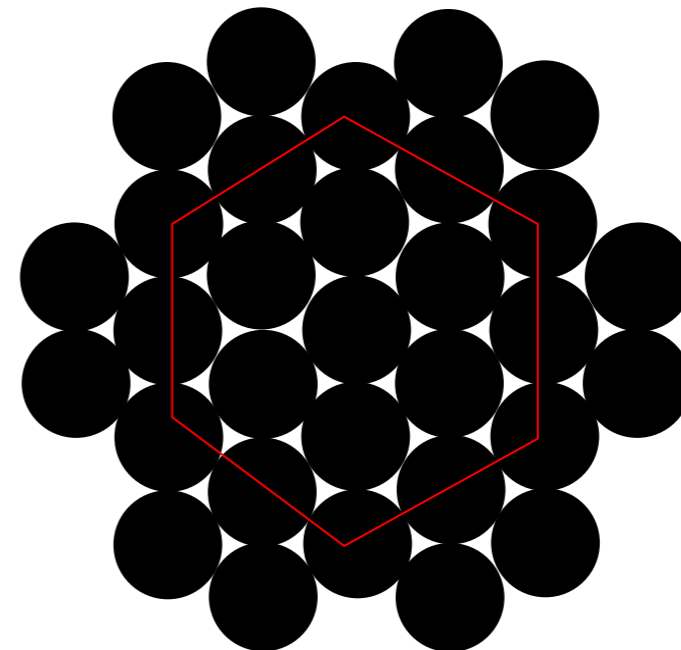
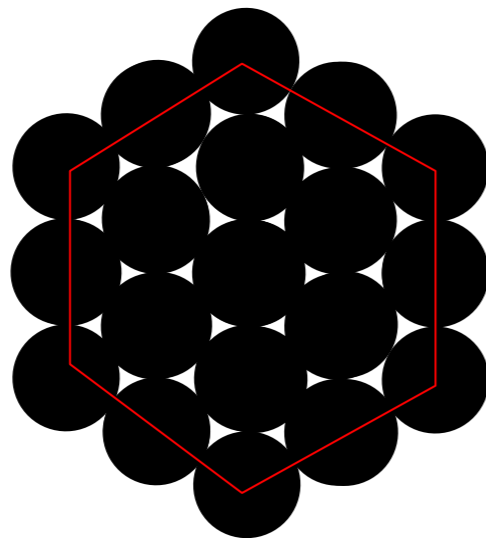
- Deux paires de sous-pupilles différentes donnent deux vecteurs de base différents et donc deux fréquences spatiales différentes.

Redondante

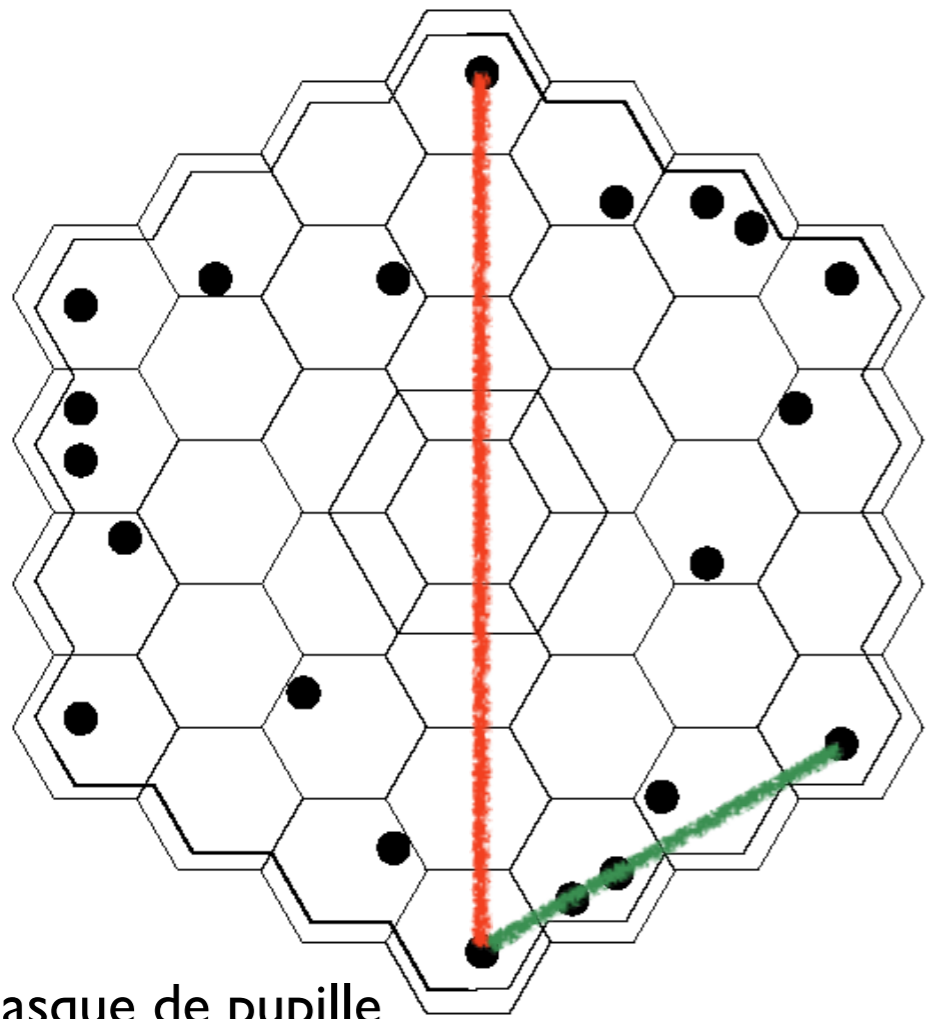


Golay 6

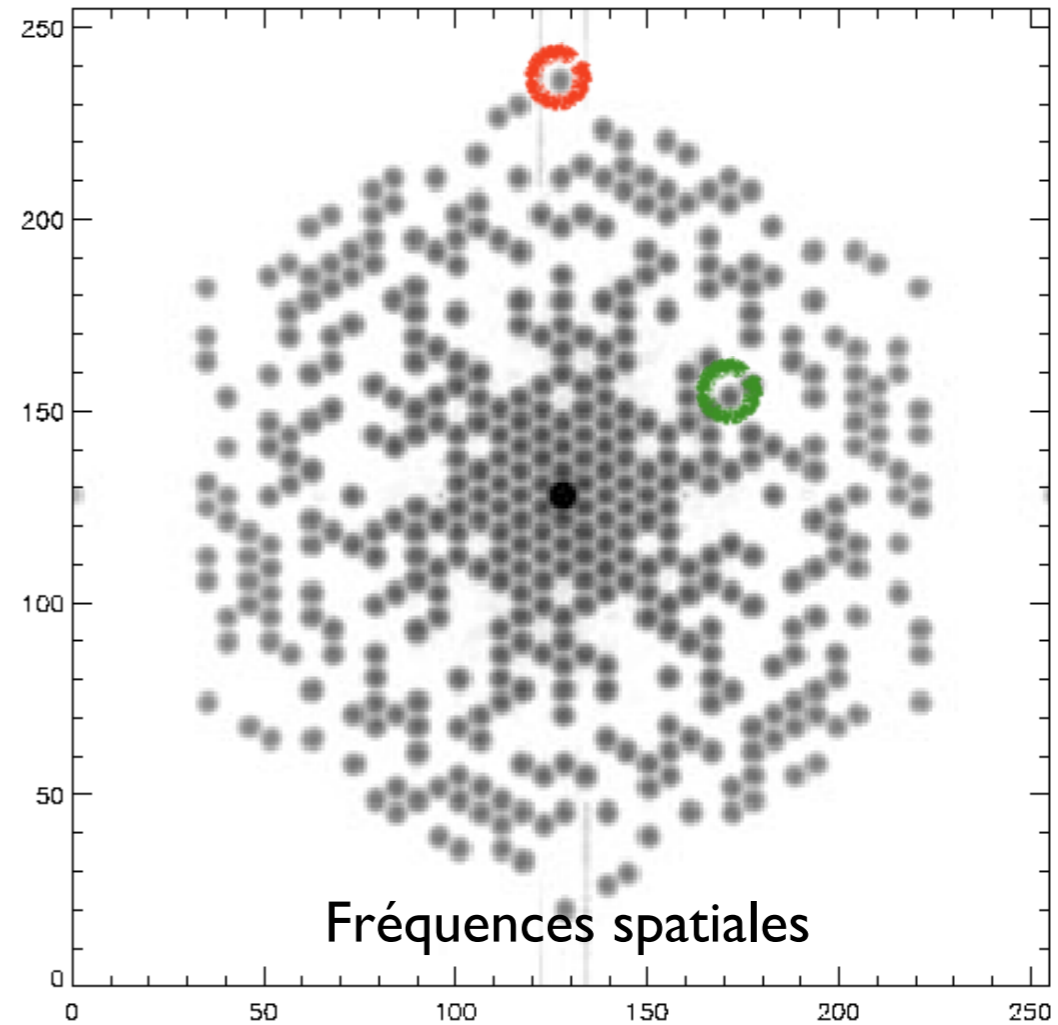
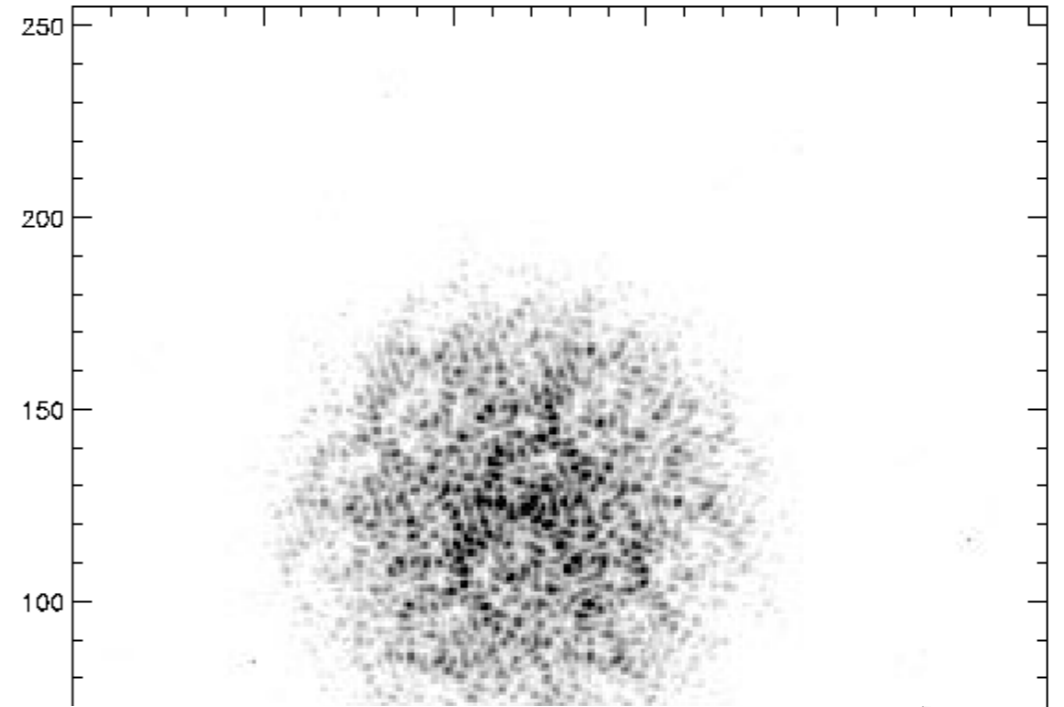
9 fréquences
spatiales



15 fréquences
spatiales
 $N(N-1)/2$



Masque de pupille

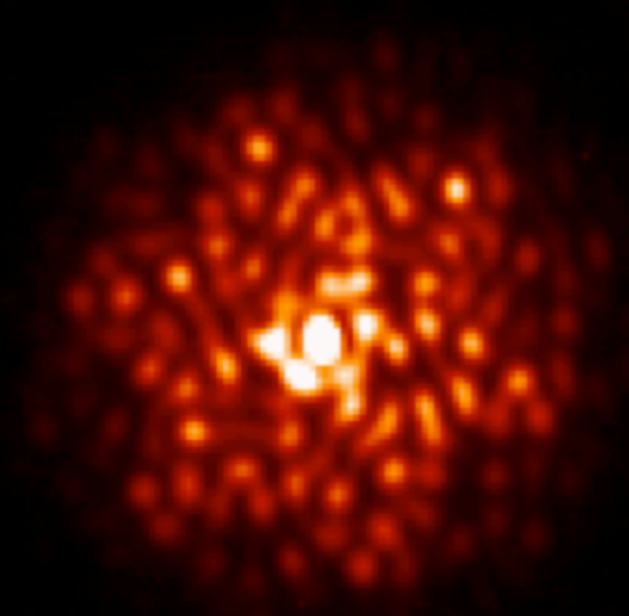


Fréquences spatiales

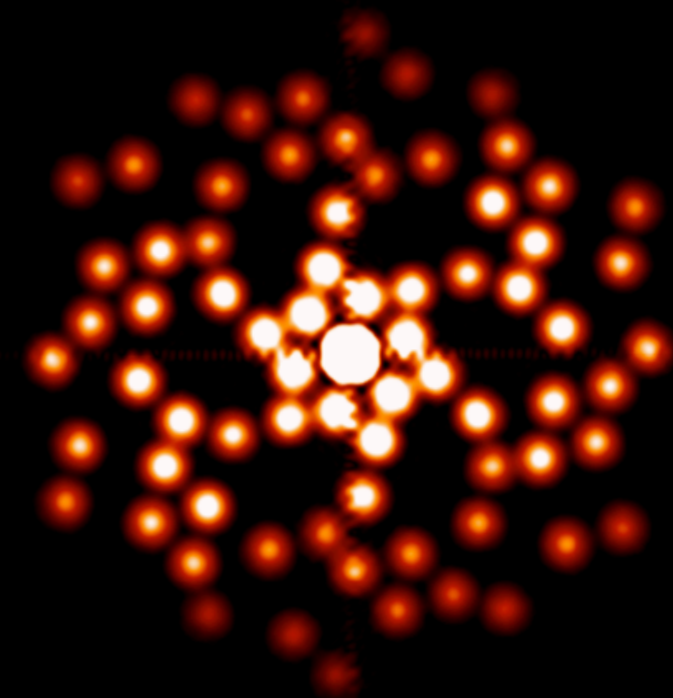
Masque à 9 trous sur NACO



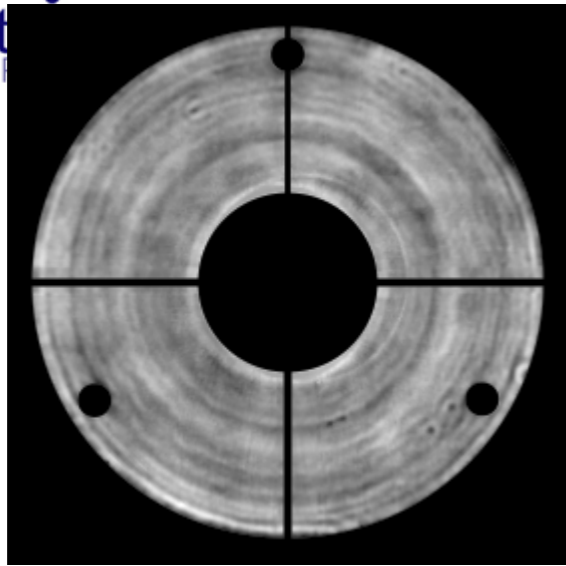
Image



Fourier



La relation pupille-FEP

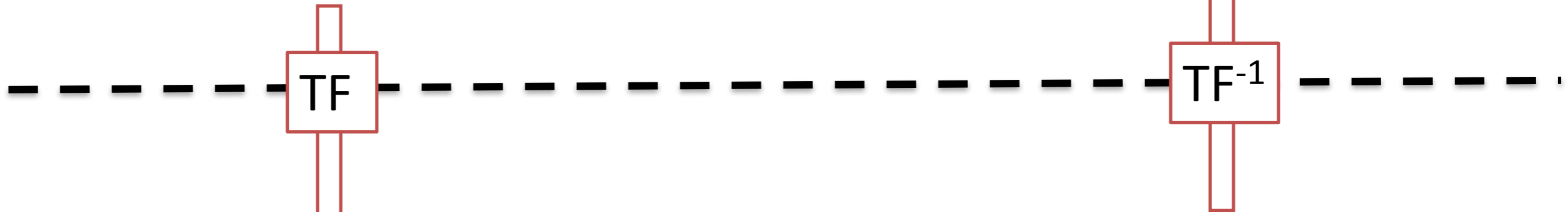


Pupille: $U_0(x/\lambda, y/\lambda)$

Autocorrelation

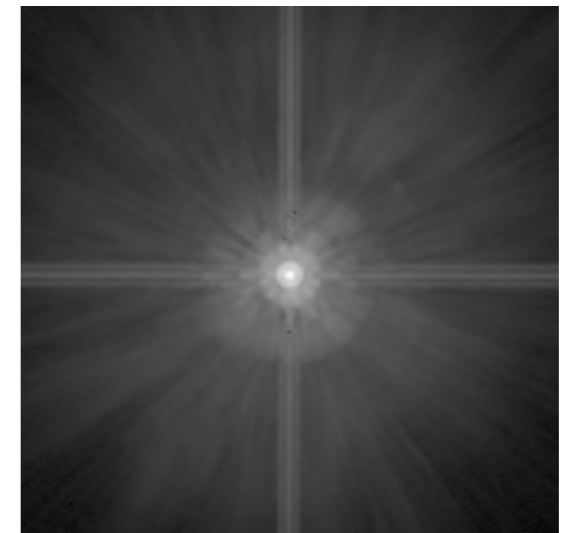
FTO

$$FTO(u, v) = \iint U_0(u', v')^* U_0(u' - u, v' - v) du' dv'$$



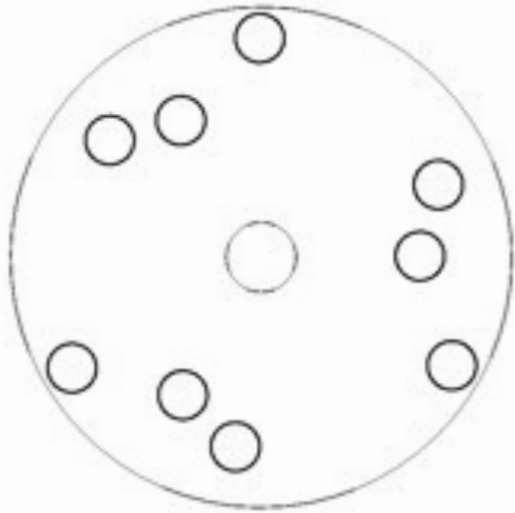
Champ focal: $U_1(\alpha, \beta)$

$| \cdot |^2$



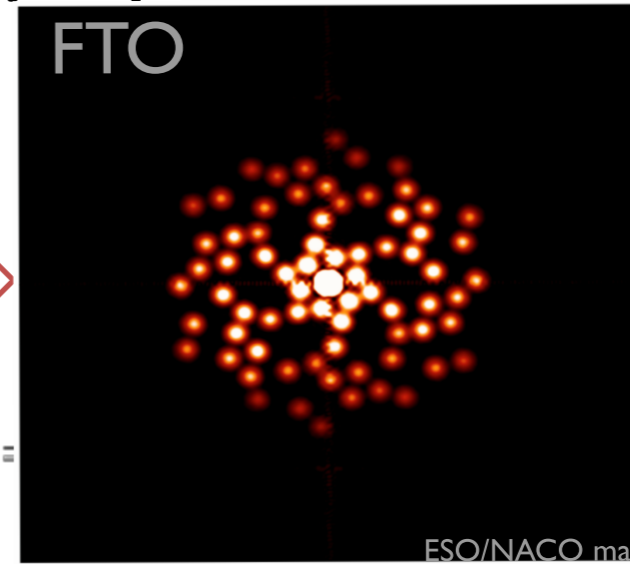
FEP: $|U(\alpha, \beta)|^2$

La relation pupille-FEP



Autocorrelation

$$FTO(u, v) = \iint U_0(u' - v, v') du' dv'$$



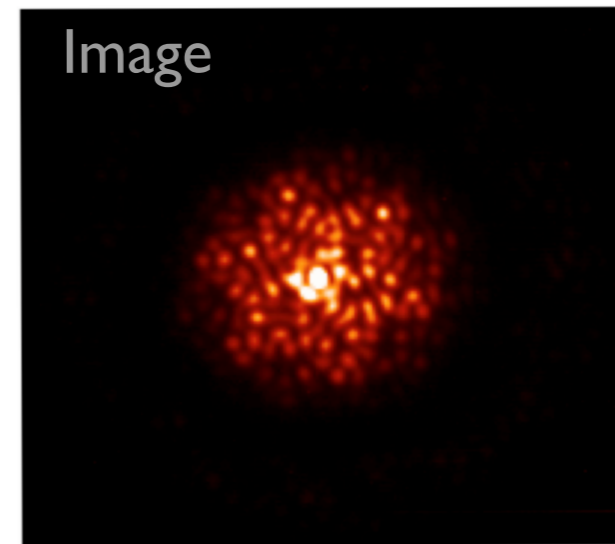
Pupille: $U_0(x/\lambda, y/\lambda)$

TF

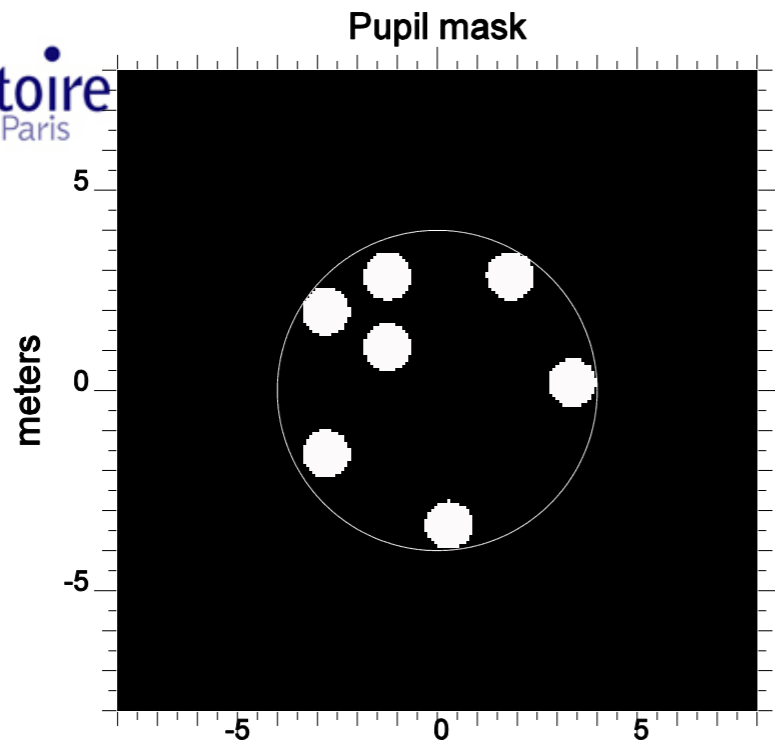
TF⁻¹

Champ focal: $U_1(\alpha, \beta)$

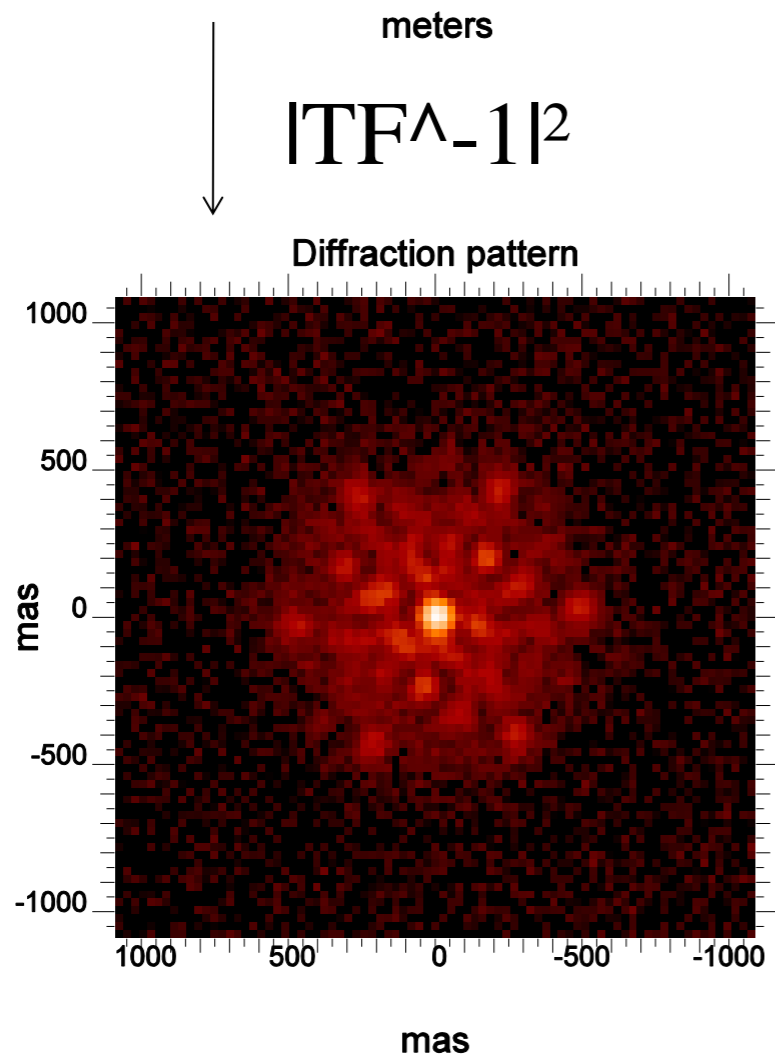
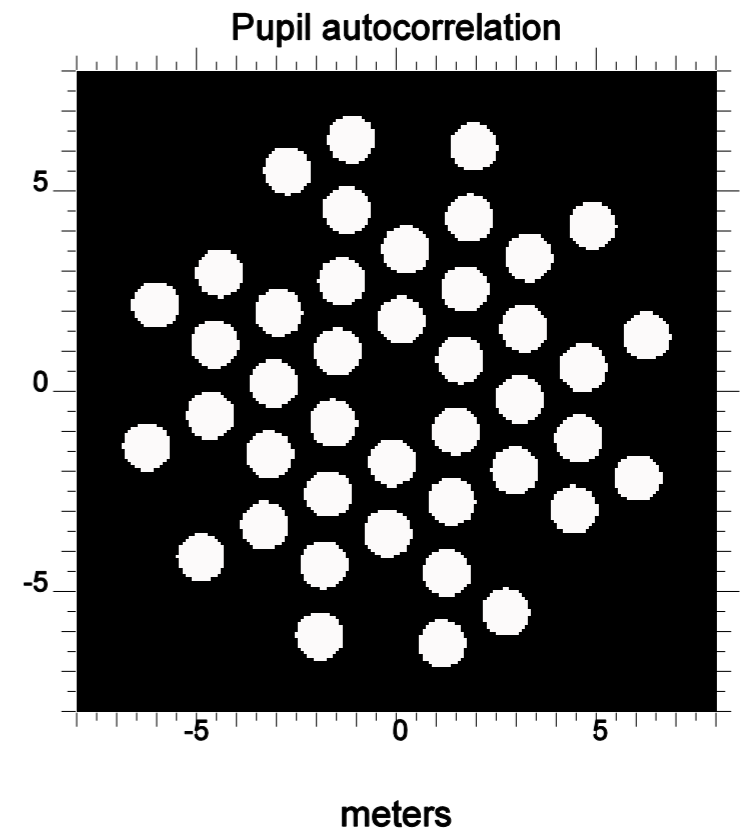
$| \cdot |^2$



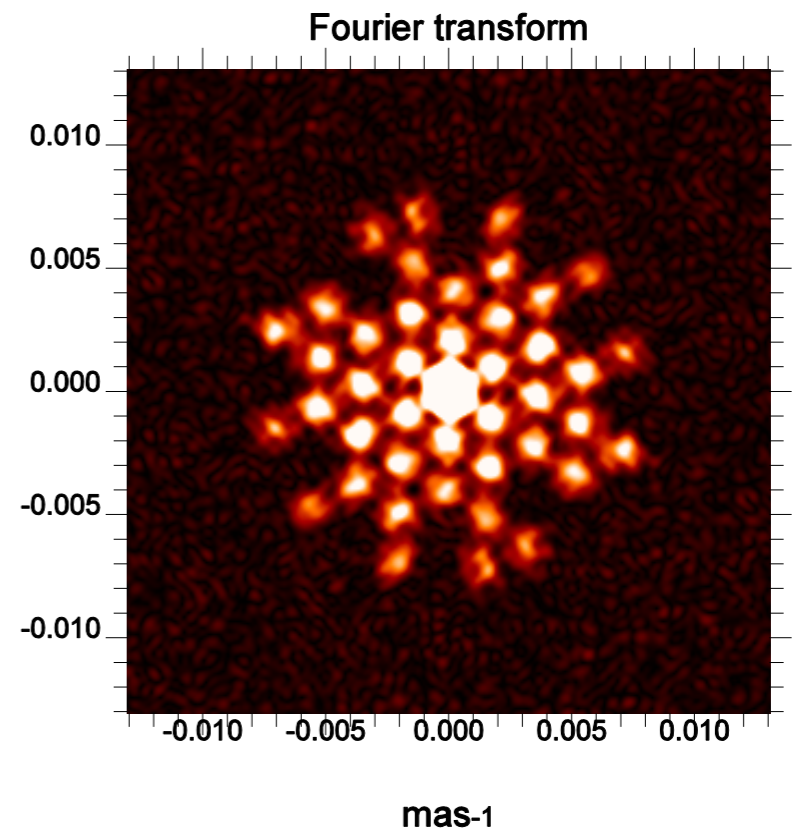
FEP: $|U(\alpha, \beta)|^2$

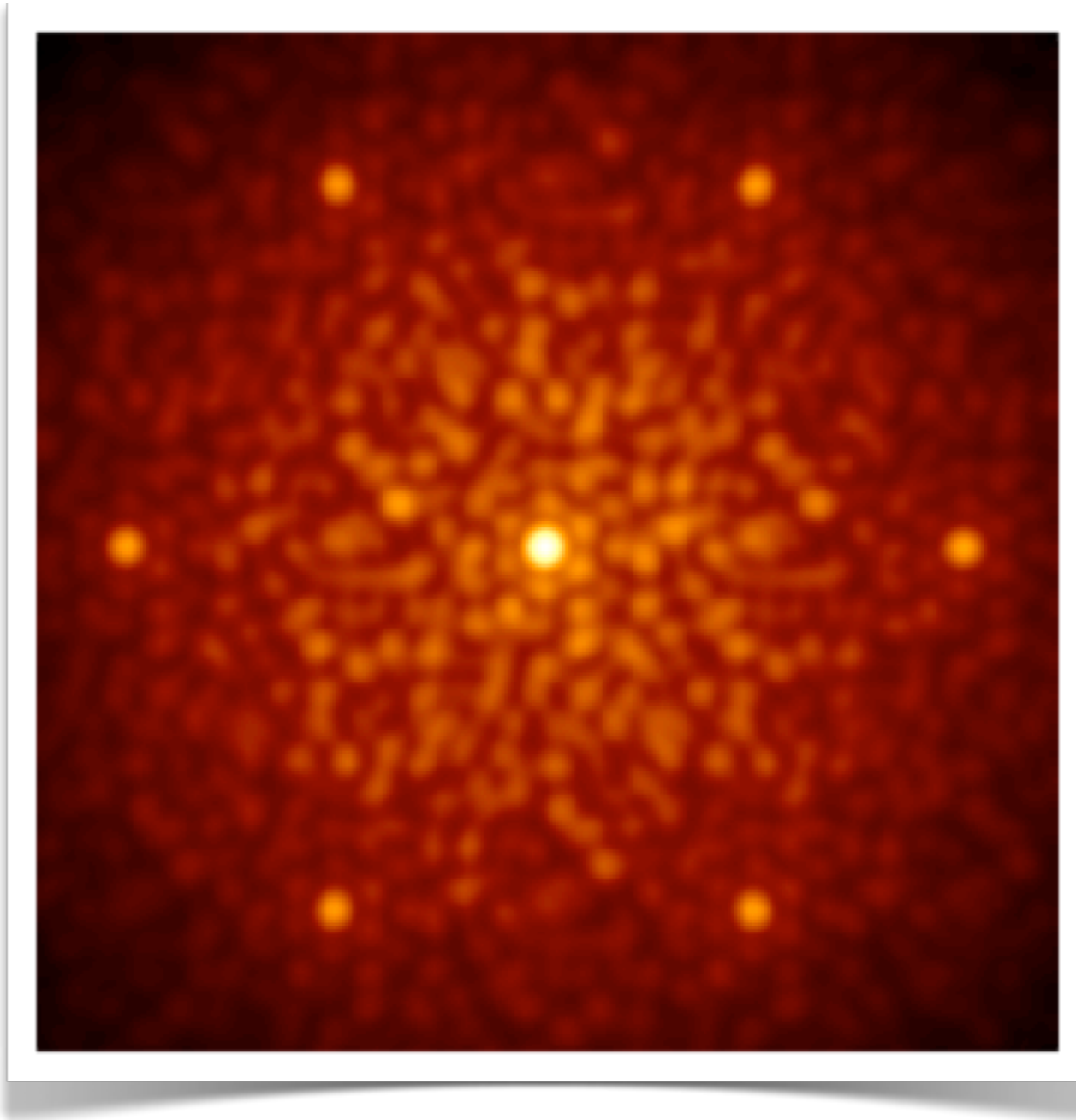
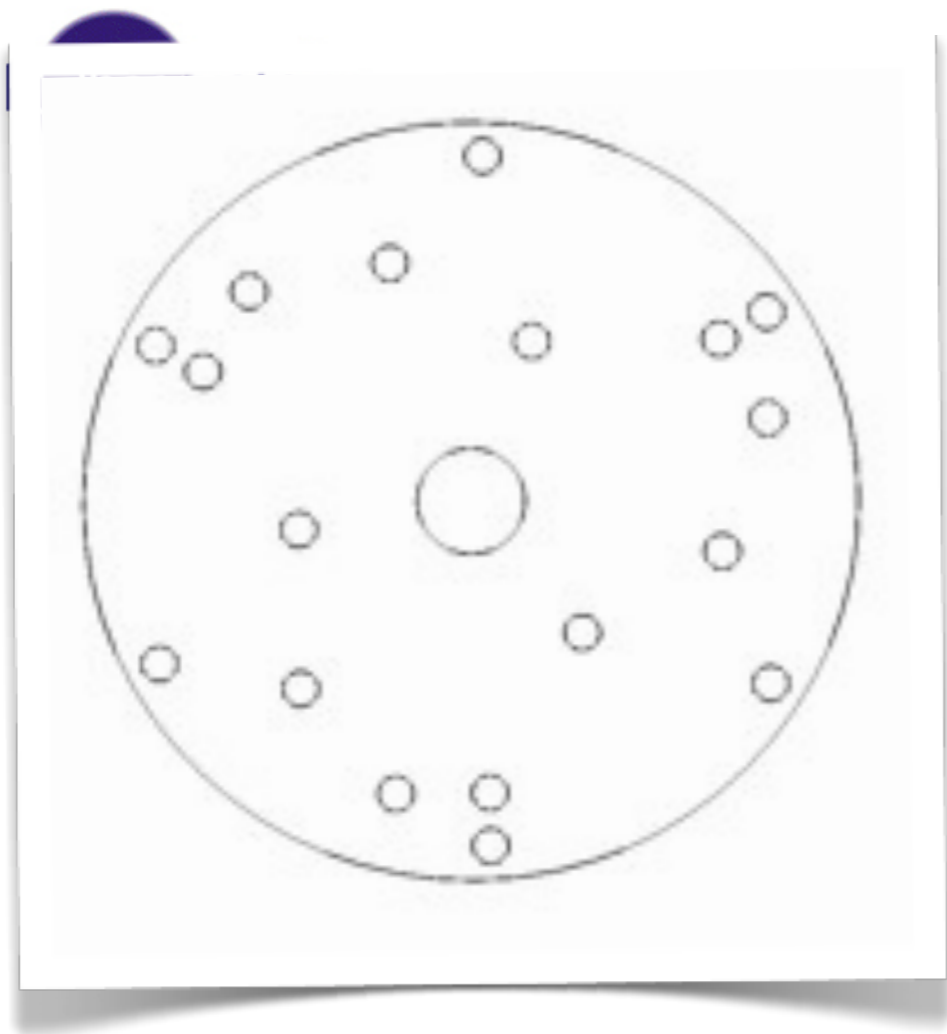


Autocorrelation



TF

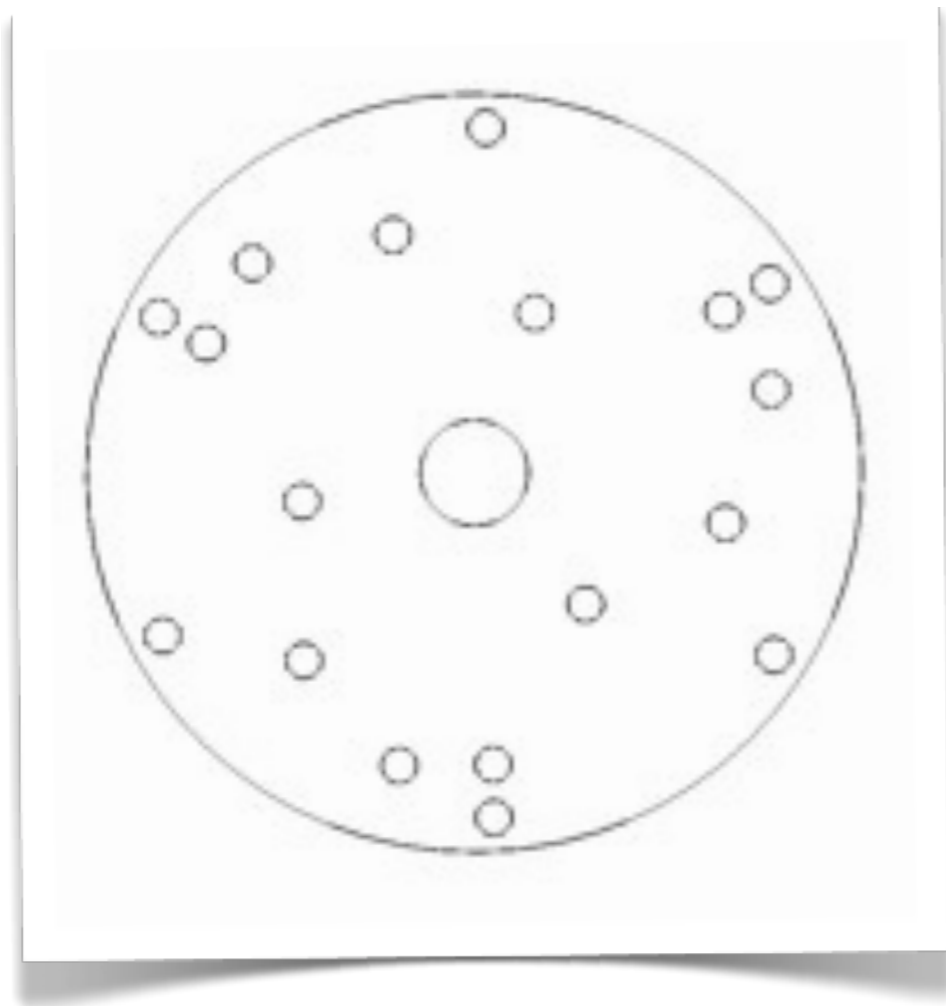




Masque à 18 trous

Le défaut du masquage de pupille

- Perte de la surface réfléchissante du télescope



=> Transmission 4%

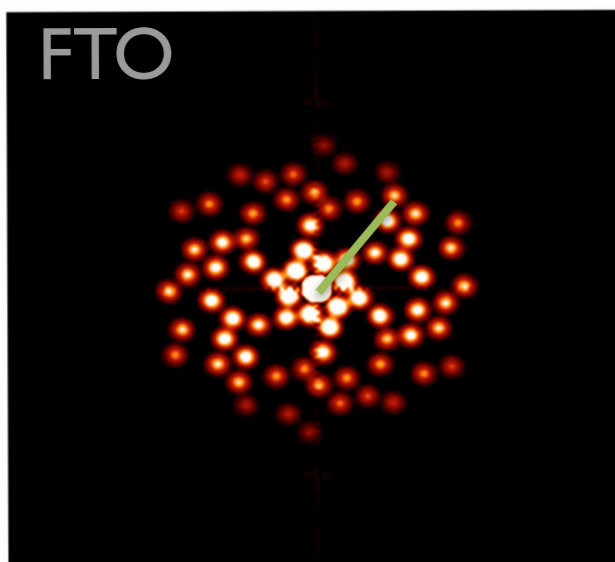
Avantage du masquage de pupille

- Fonction de transfert optique = autocorrélation du champ dans la pupille

$$FTO(\mathbf{u}) = \iint \mathbf{P}_0(\mathbf{u}')^* \cdot \mathbf{P}_0(\mathbf{u}' - \mathbf{u}) \cdot \exp[\mathbf{i}(\phi(\mathbf{u}' - \mathbf{u}) - \phi(\mathbf{u}'))] d\mathbf{u}'$$



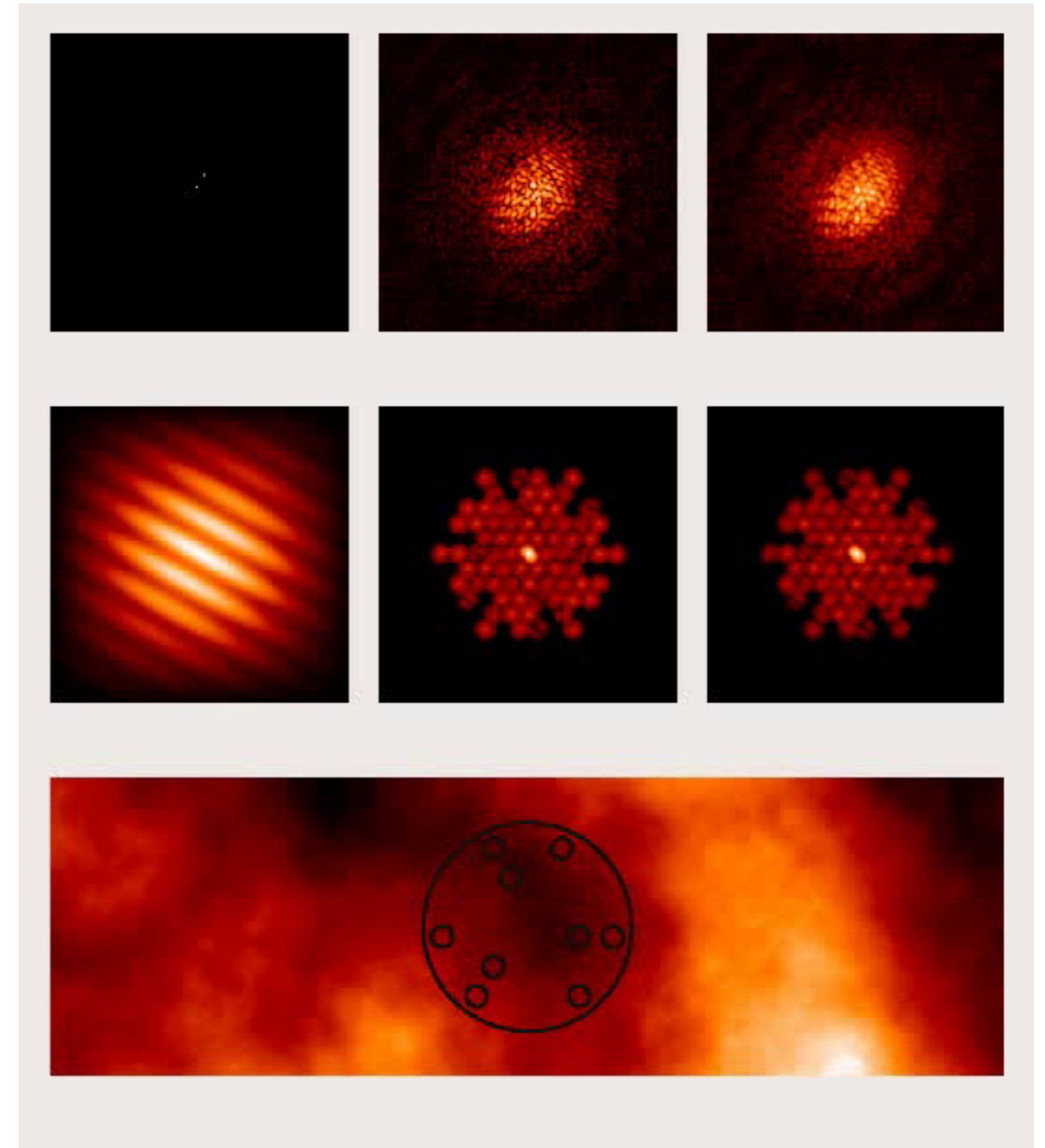
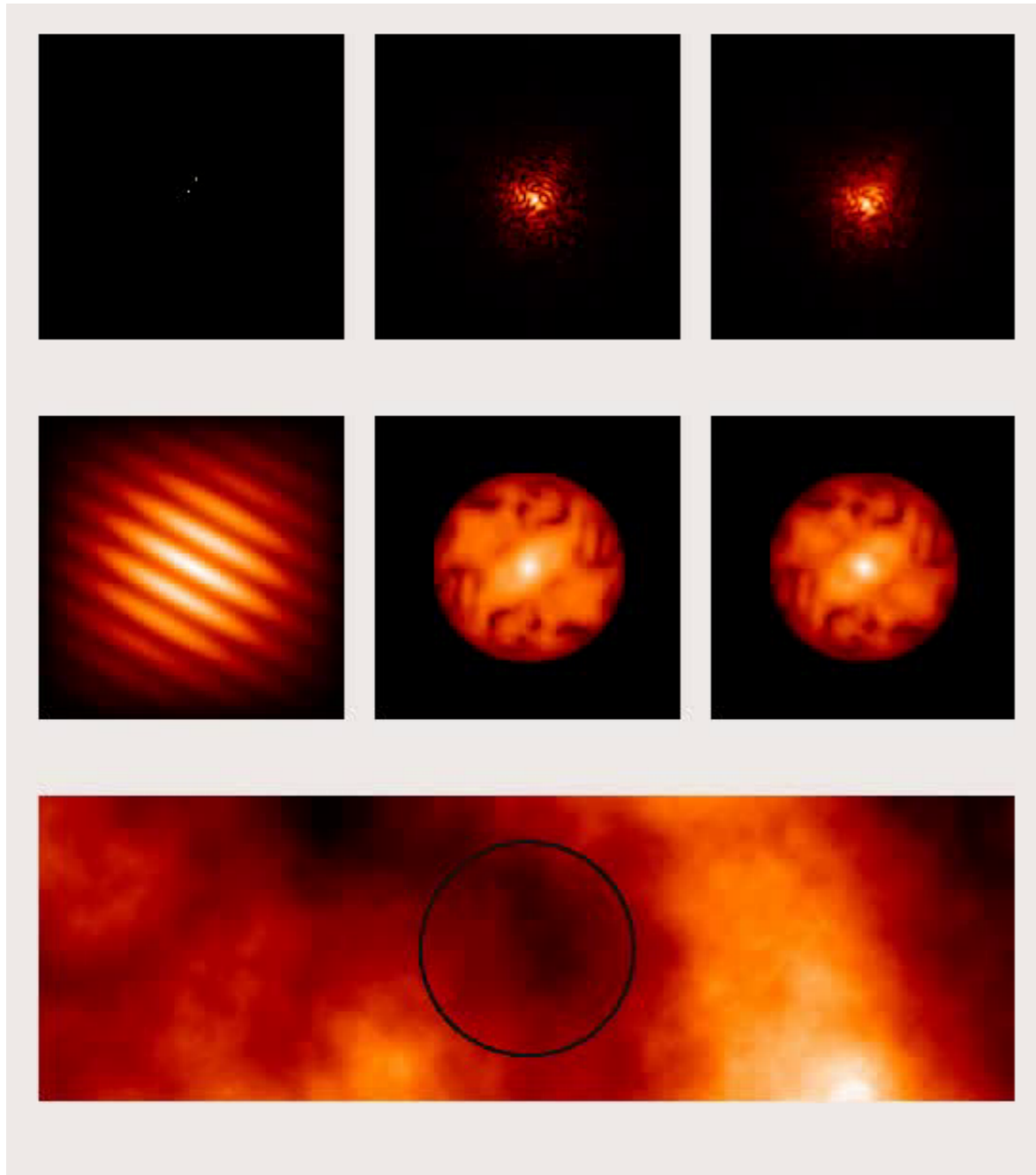
$$\Rightarrow FTO(\mathbf{u}) = \mathbf{P}_0(\mathbf{u}_1)^* \cdot \mathbf{P}_0(\mathbf{u}_2) \cdot \exp[\mathbf{i}(\phi(\mathbf{u}_2) - \phi(\mathbf{u}_1))]$$



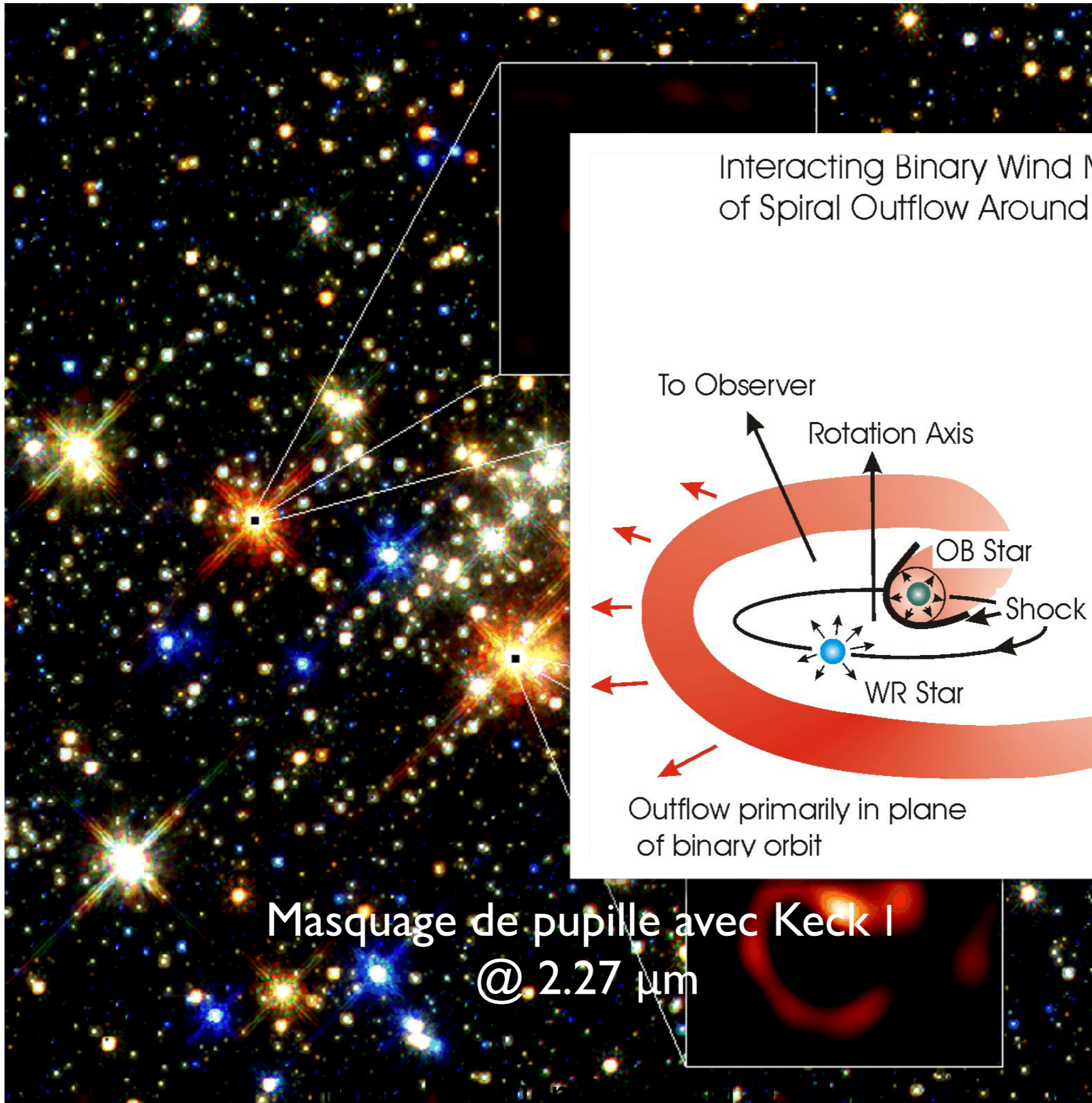
$$FTM(\mathbf{u}) = |\mathbf{P}_0(\mathbf{u}_1)^* \cdot \mathbf{P}_0(\mathbf{u}_2)|$$

Objet * Fonction de transfert = Image

Objet * Fonction de transfert = Image



Le masquage de pupille améliore la stabilité de la fonction de transfert optique



Interacting Binary Wind Model
of Spiral Outflow Around WR 104

To Observer

Rotation Axis

OB Star

Shock Front

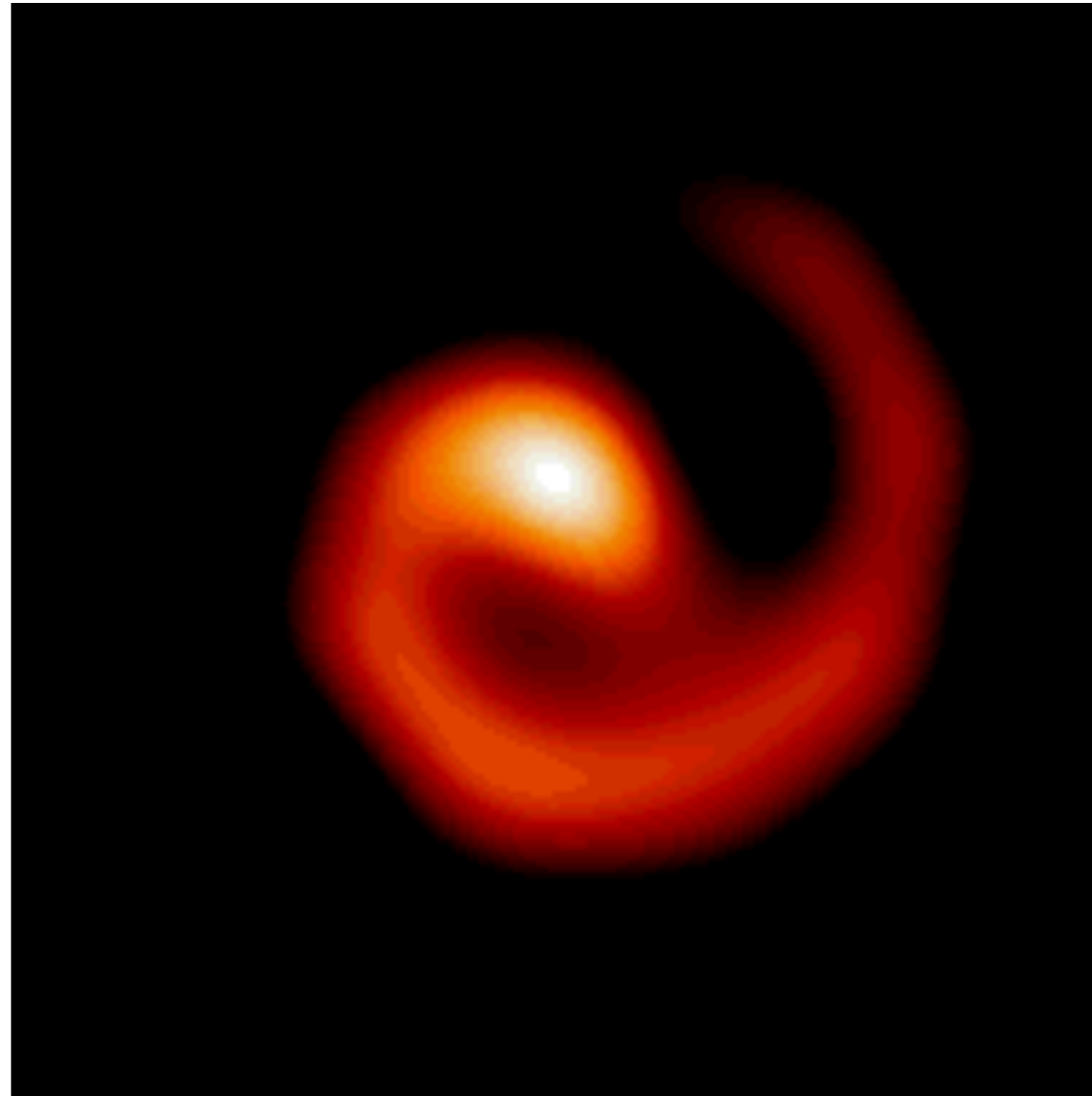
WR Star

Hot dust
spiral

Outflow primarily in plane
of binary orbit

Masquage de pupille avec Keck I
@ 2.27 μm

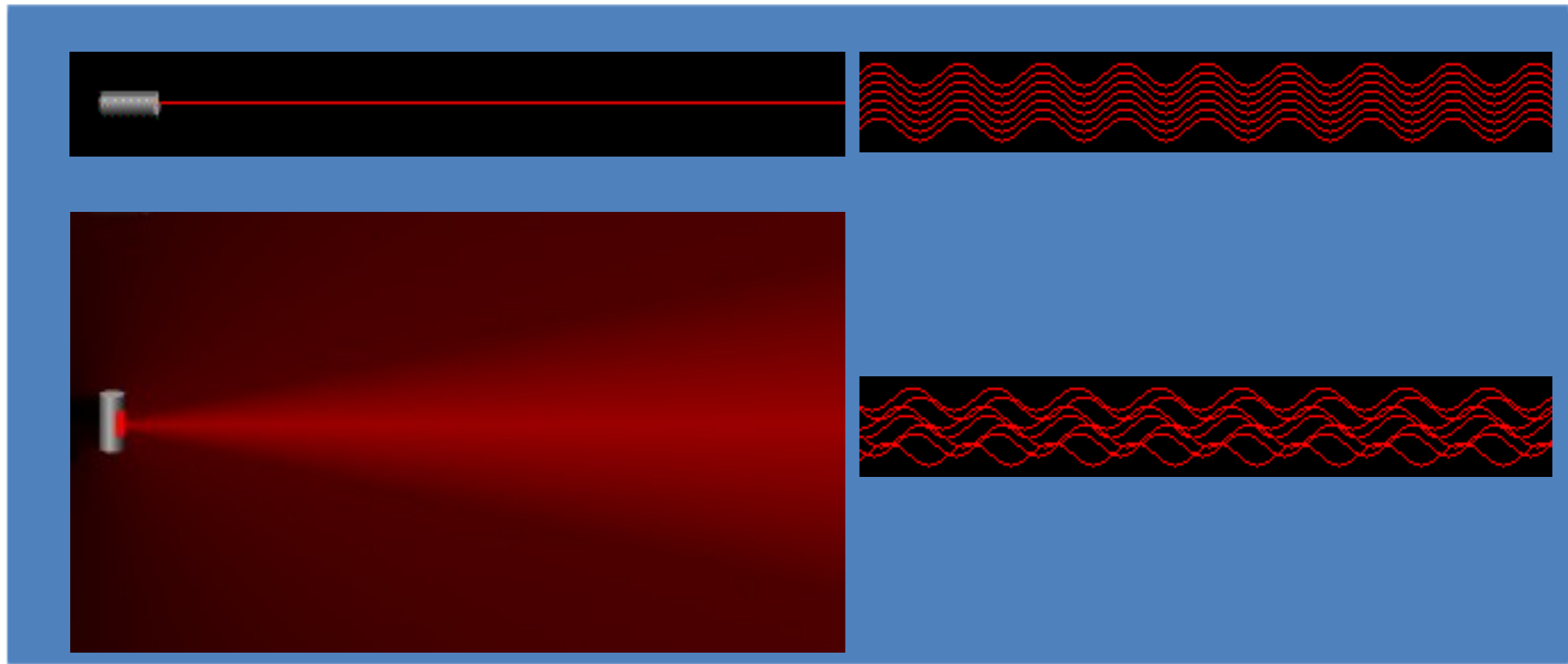
0,10''



'Pinwheel Nebula', Wolf-Rayet 104, Periode de 8 mois (Tuthill et al.)

Cohérence

Cohérence



- Définition « *intuitive* » de la cohérence ? *météo...*
- la cohérence est l'ensemble des propriétés de *corrélation* d'un système ondulatoire
- Une source est *cohérente* lorsque tous ses points élémentaires émettent un champ de même amplitude et présentant un déphasage constant.
- Une source est *incohérente* lorsque le champ émis par chacun de ses points est totalement décorrélé, spatialement et/ou temporellement

Sources cohérentes et incohérentes

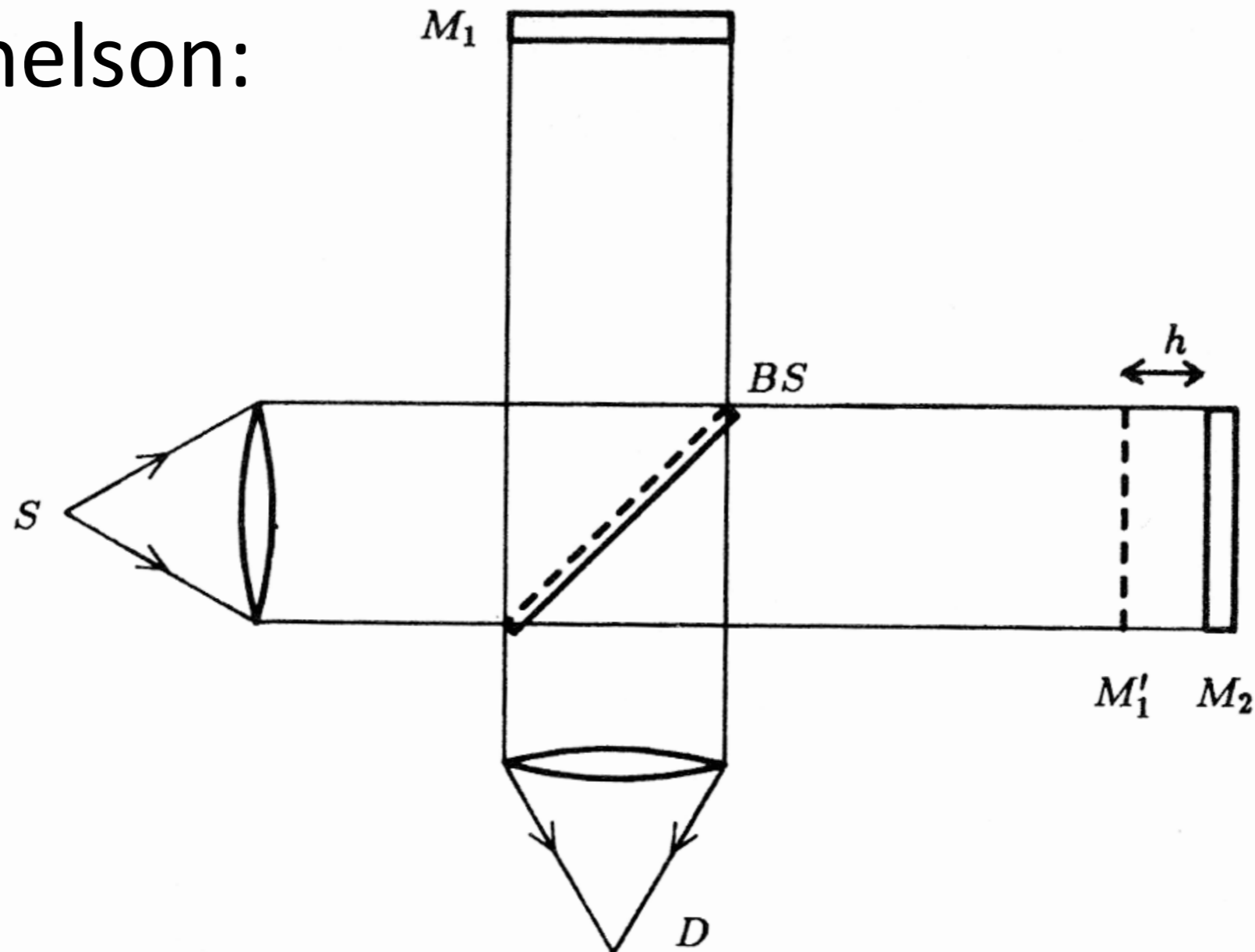
- Les sources astronomiques et thermiques émettent de la lumière *incohérente*: il s'agit de la superposition aléatoire d'un grand nombre d'ondes émises par des atomes distincts
- En conséquence, le champ émis $E(\theta, t)$ est un processus aléatoire
- La *cohérence optique* est liée aux différentes formes de corrélation de ce processus aléatoire: on parle de *cohérence spatiale* ou de *cohérence temporelle*
- Si l'on considère deux faisceaux de lumière non corrélés, on a :

$$i = i_1 + i_2 = \langle |E_1 + E_2|^2 \rangle = \langle |E_1|^2 \rangle + \langle |E_2|^2 \rangle$$
 (<...> désigne une moyenne temporelle)
- Mais ceci n'est pas vérifié dans le cas où les faisceaux sont au moins partiellement cohérents, car le terme croisé est alors non nul:

$$\langle E_1 E_2^* \rangle \neq 0$$

Cohérence temporelle

- On peut étudier la **cohérence temporelle** par exemple grâce à un interféromètre de Michelson:



- L'amplitude observée en D est

$$E'(\tau) = k_1 E(t) + k_2 E(t + \tau)$$

- avec k_1 et k_2 les transmissions optiques de chacun des bras, et t le retard optique introduit ($\tau=2h/c$)
- L'intensité détectée en D est donc:

$$I(\tau) = \langle |E'(\tau)|^2 \rangle$$

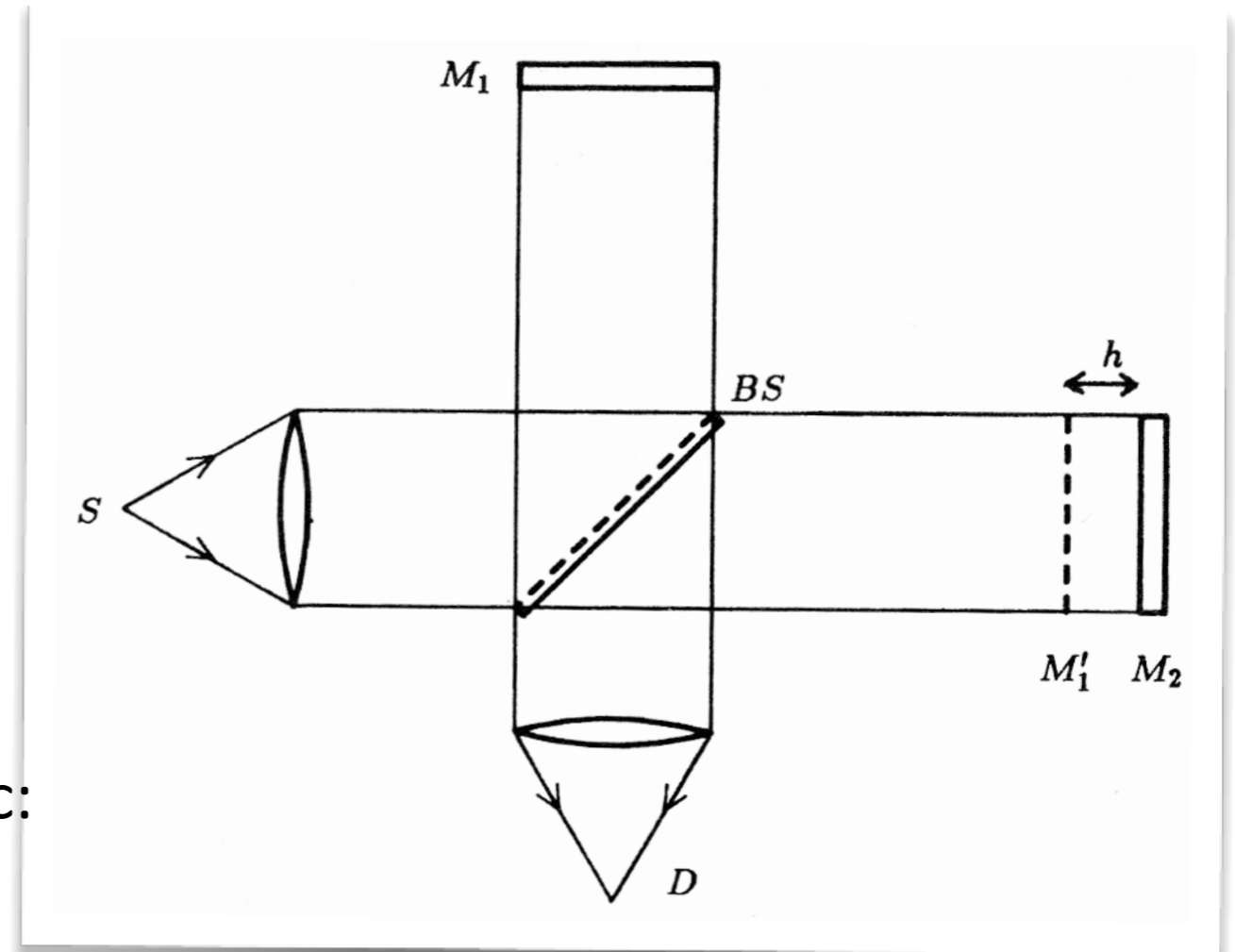
$$I(\tau) = k_1^2 \langle |E(t)|^2 \rangle + k_2^2 \langle |E(t + \tau)|^2 \rangle + \dots$$

$$+ k_1 k_2 \langle |E(t)E^*(t + \tau)| \rangle + k_1 k_2 \langle |E^*(t)E(t + \tau)| \rangle$$

- On fait l'hypothèse de stationnarité $\langle |E(t)|^2 \rangle = \langle |E(t + \tau)|^2 \rangle = I_0$
- et on obtient donc: $I(\tau) = (k_1^2 + k_2^2)I_0 + 2k_1k_2 \Re[\Gamma(\tau)]$

- avec

$$\Gamma(\tau) = \langle E(t + \tau) E^*(t) \rangle$$



Degré complexe de cohérence, visibilité

- $\Gamma(\tau) = \langle E(t + \tau) E^*(t) \rangle$ est la *fonction d'autocohérence*
- Sa forme normalisée est le *degré complexe de cohérence* $\gamma(\tau) = \frac{\Gamma(\tau)}{\Gamma(0)}$
- Il peut s'exprimer sous la forme: $\gamma(\tau) = |\gamma(\tau)| \exp[-i(2\pi\nu_0\tau - \alpha(\tau))]$

- L'interférogramme observé dans le montage de Michelson s'écrit alors

$$I(\tau) = (k_1^2 + k_2^2) I_0 \left[1 + \frac{2k_1k_2}{k_1^2 + k_2^2} |\gamma(\tau)| \cos [2\pi\nu_0\tau - \alpha(\tau)] \right]$$

- En supposant $k_1=k_2=1$ (transmission parfaite):

$$I(\tau) = 2 I_0 [1 + |\gamma(\tau)| \cos (2\pi\nu_0\tau - \alpha(\tau))]$$

- On obtient donc bien des franges, dont la *visibilité* (ou contraste) est:

$$\mathcal{V} = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = |\gamma(\tau)|$$

Temps de cohérence, longueur de cohérence

- La cohérence temporelle est liée au spectre de la source $B(\nu)$ (avec ν la fréquence) par le théorème de Wiener-Khinchin (= autocorrélation):

$$\gamma(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} B(\nu) \exp(-i2\pi\nu\tau) d\nu$$

- On définit le *temps de cohérence* τ_c du champ comme:

$$\tau_c = \int_{-\infty}^{+\infty} |\gamma(\tau)|^2 d\tau$$

- Le temps de cohérence est lié à la largeur spectrale à mi-hauteur de la source $\Delta\nu$ par la relation:

$$\tau_c \Delta\nu = k \simeq 1$$

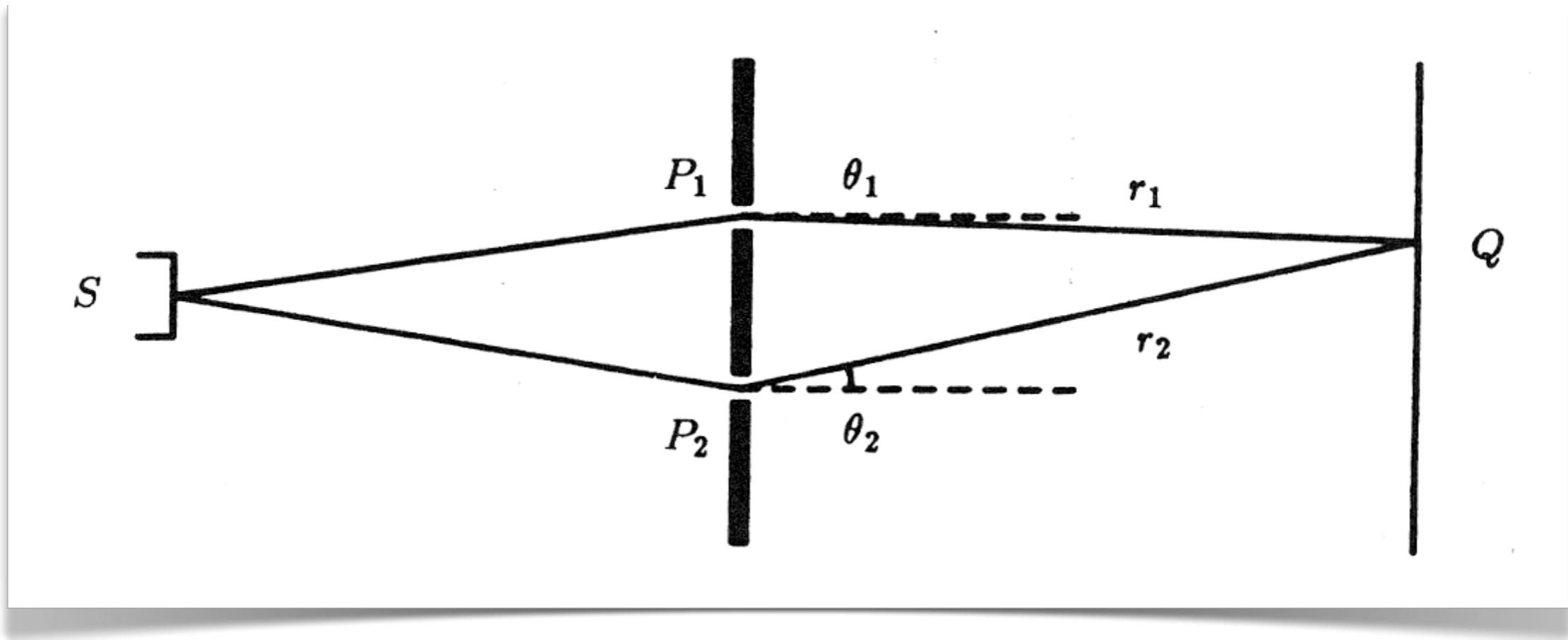
- avec $k=1$ pour un spectre en forme de fonction porte
- La *longueur de cohérence* l_c est donnée par $l_c = c \cdot \tau_c$
elle correspond à la valeur maximale de $2h$ (la *différence de marche*) pour laquelle on observe encore des franges d'interférence

Exemples de temps de cohérence

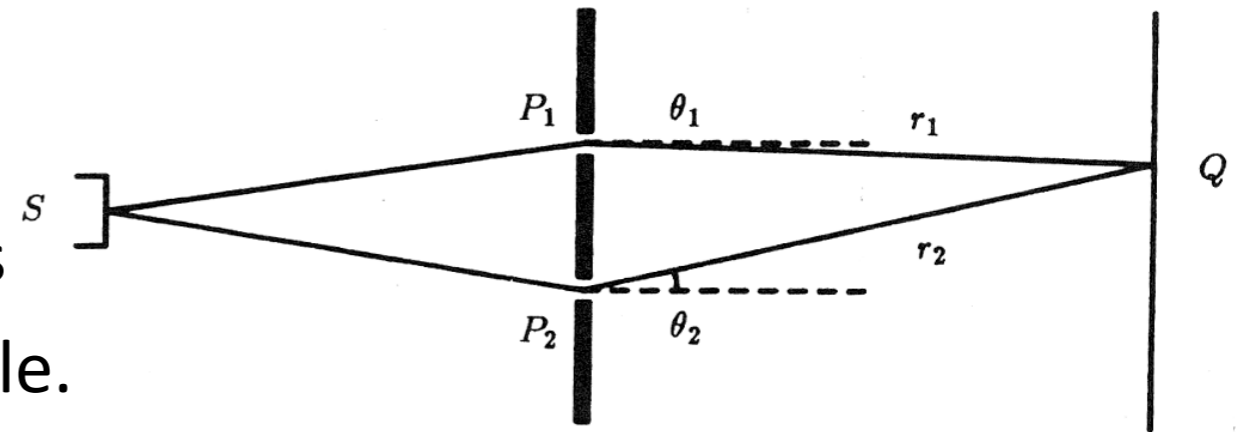
- Quelques valeurs typiques:
 - pour une **source thermique** en visible (une ampoule):
 $l_c \sim 1 \mu\text{m}$ $t_c \sim 10^{-15} \text{ s}$
 - pour un **laser** He-Ne ($\Delta\nu$ très faible):
 $l_c \sim 1 \text{ m}$ $t_c \sim 10^{-9} \text{ s}$
 - pour un laser He-Ne **stabilisé**:
 $l_c \sim 1000 \text{ m}$ $t_c \sim 10^{-6} \text{ s}$

Cohérence spatiale

- Pour étudier la *cohérence spatiale*, on considère cette fois l'expérience des trous d'Young:



- On considère le champ au point Q du montage comme la somme des champs diffractés en P_1 et P_2 . Les trous sont supposés de dimension négligeable.



- Le champ E en Q s'écrit à chaque instant comme:

$$E(Q, t) = k_1 E(P_1, t - \tau_1) + k_2 E(P_2, t - \tau_2)$$

- On observe donc l'intensité I au point Q suivante:

$$I(Q) = |k_1|^2 \langle |E(P_1, t - \tau_1)|^2 \rangle + |k_2|^2 \langle |E(P_2, t - \tau_2)|^2 \rangle +$$

$$k_1 k_2^* \langle E(P_1, t - \tau_1) E^*(P_2, t - \tau_2) \rangle +$$

$$k_1^* k_2 \langle E^*(P_1, t - \tau_1) E(P_2, t - \tau_2) \rangle$$

- On retrouve des termes croisés, qui sont à l'origine des franges

- On définit la *fonction de cohérence mutuelle*:

$$\Gamma(P_1, P_2, \tau) = \langle E(P_1, t + \tau) E^*(P_2, t) \rangle$$

- On note I_1 et I_2 les intensités: $I_i(Q) = |k_i|^2 \langle |E(P_i, t - \tau_i)|^2 \rangle$
- on obtient donc:

$$I(Q) = I_1(Q) + I_2(Q) + k_1 k_2^* \Gamma(P_1, P_2, \tau_2 - \tau_1) + k_1 k_2^* \Gamma^*(P_1, P_2, \tau_2 - \tau_1)$$

- On introduit alors le *degré complexe de cohérence mutuelle* γ

$$\gamma(P_1, P_2, \tau) = \frac{\Gamma(P_1, P_2, \tau)}{\sqrt{\Gamma(P_1, P_1, 0) \Gamma(P_2, P_2, 0)}}$$

- ce qui donne finalement:

$$I(Q) = I_1(Q) + I_2(Q) + 2\sqrt{I_1(Q)I_2(Q)} \Re[\gamma(P_1, P_2, \tau_2 - \tau_1)]$$

- Ici encore la *visibilité des franges* est reliée directement à la cohérence:

$$\mathcal{V} = |\gamma(P_1, P_2, \tau)| \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} \quad \text{soit} \quad \mathcal{V} = |\gamma(P_1, P_2, \tau)| \quad \text{si } I_1 = I_2$$

$$\gamma(P_1, P_2, \tau) = \frac{\Gamma(P_1, P_2, \tau)}{\sqrt{\Gamma(P_1, P_1, 0) \Gamma(P_2, P_2, 0)}}$$

- Il est important de remarquer que γ mesure à la fois la cohérence spatiale et la cohérence temporelle
- On se place maintenant dans le cas *quasi-monochromatique*, pour lequel on a $\Delta\nu \ll \nu_0$, soit encore $\tau_2 - \tau_1 \ll \tau_c$ et on suppose $l_1 = l_2$ pour simplifier. Comme précédemment, on peut exprimer γ comme:

$$\gamma(P_1, P_2, \tau) = |\gamma(P_1, P_2, \tau)| \exp[-i(2\pi\nu_0\tau - \alpha(\tau))]$$

$$\gamma(P_1, P_2, \tau) = |\gamma(P_1, P_2, 0)| \exp[-i2\pi\nu_0\tau]$$

- Dans cette expression, le terme exponentiel est pratiquement constant, et $\gamma(P_1, P_2, 0)$ mesure uniquement la cohérence *spatiale*.
- On définit le *facteur complexe de cohérence* $\mu_{12} = \gamma(P_1, P_2, 0)$
- On a alors la relation avec la visibilité des franges: $\mathcal{V} = \mu_{12}$

Théorème de Zernike-Van Cittert

- Ce théorème important permet de relier le facteur complexe de cohérence à la répartition de lumière de l'objet observé
- Il s'énonce comme suit:


Pour une source incohérente dans les conditions quasi-monochromatiques, le facteur complexe de cohérence μ_{12} loin de la source est égal à la transformée de Fourier normalisée de sa distribution de lumière

$$\mu_{12}(\vec{B}) = \frac{\int_{source} I(\vec{Z}, \lambda) \exp\left[-2i\pi\vec{Z} \cdot \frac{\vec{B}}{\lambda}\right] d^2\vec{Z}}{\int_{source} I(\vec{Z}, \lambda) d^2\vec{Z}}$$

- **B**: vecteur de base
- **Z**: vecteur pointant sur la source
- λ : longueur d'onde
- $I(\mathbf{Z}, \lambda)$: répartition de l'intensité sur l'objet

Quelques remarques

- Le théorème de Zernike-Van Cittert ressemble au résultat de la diffraction de Fraunhofer, car il relie deux quantités optiques par une TF, mais il n'est pas identique:
 - il relie μ_{12} et I , qui sont deux grandeurs d'ordre 2, proportionnelles à l'irradiance.
 - ce théorème ne repose pas sur l'approximation de Fraunhofer. Il est valable à la fois dans les conditions de Fresnel et de Fraunhofer.
- Lorsqu'on a un front d'onde incident plan, on peut écrire le théorème sous la forme suivante: $\mu(u, v) = \mathcal{F} [I(\alpha, \delta)]$
avec (α, δ) deux angles (ad,dec), et $(u, v) = (\Delta x / \lambda, \Delta y / \lambda)$ la séparation des ouvertures exprimée en nombre de fois la longueur d'onde λ
- Permet de relier le facteur complexe de cohérence à la répartition de lumière de l'objet observé
- Cette relation est la base de l'interférométrie stellaire à longue base

The background of the slide consists of numerous concentric, glowing white circles centered on the page. These circles are evenly spaced and create a strong visual effect of depth and focus, reminiscent of the interference fringes produced in a long-baseline interferometry experiment. The circles are most prominent in the center and fade slightly towards the edges.

Interférométrie longue base

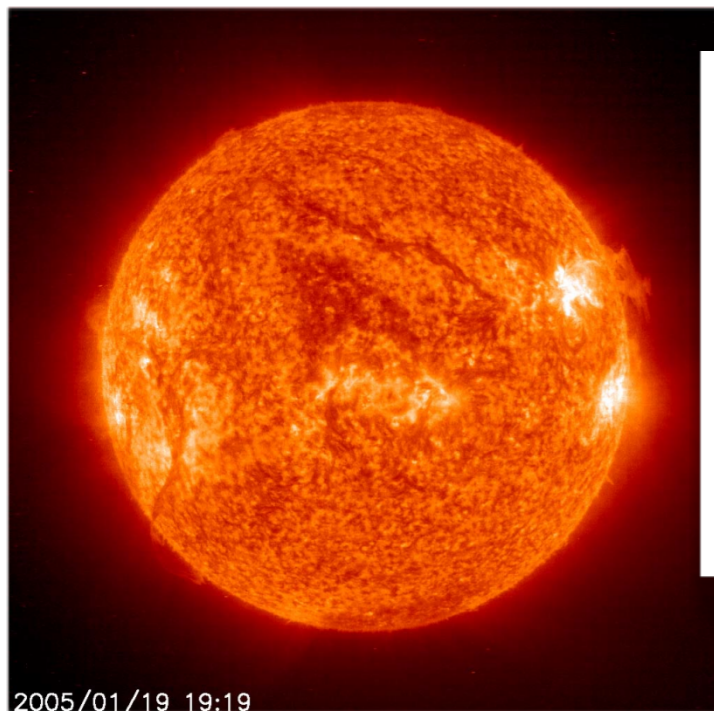
Ordres de grandeur (système solaire)

Soleil

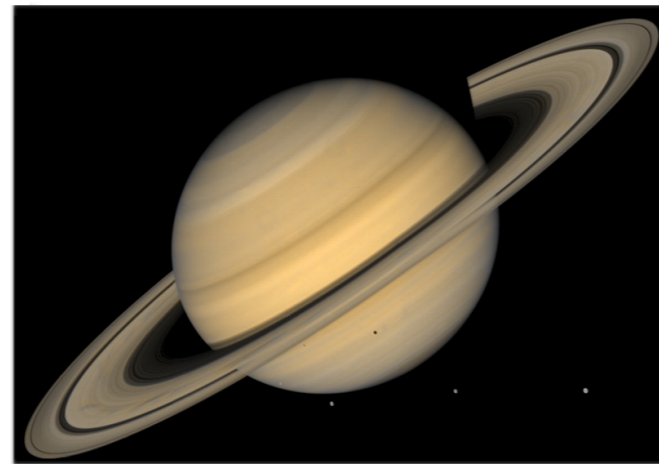
Saturne

Titan

Vesta



32'



17''



0,8''

*Limite
atmosphérique*

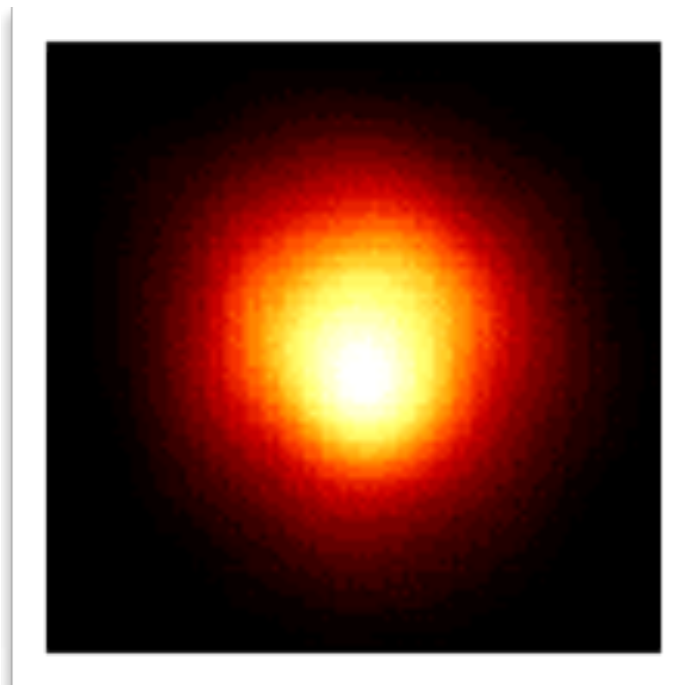


0,5''

Ordres de grandeur

(galactique et extra-galactique)

Bételgeuse



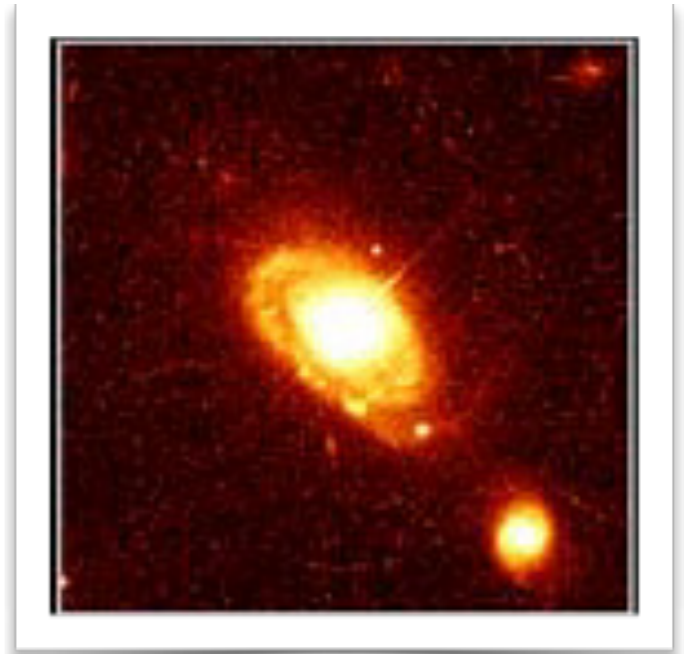
50 mas

Binaire serrée



1 mas

Quasar



1 μ as

*Limite
des plus grands
télescopes avec OA*



Interférométrie

Imagerie des surfaces stellaires

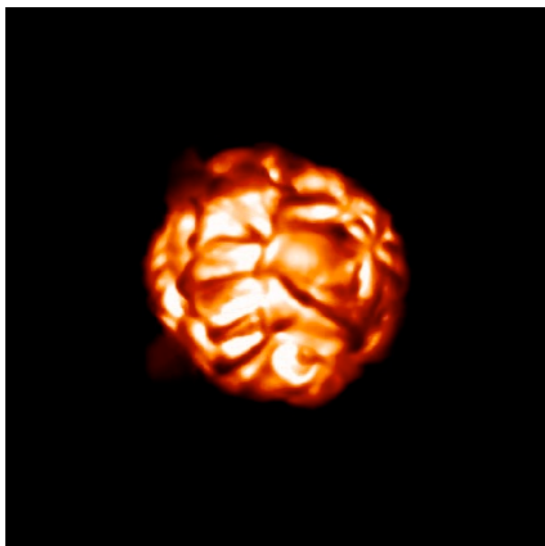
- Quelques étoiles (<10) de diamètre 30-50 mas
- Diamètre des plus grands télescopes actuels insuffisant pour les autres étoiles
- Besoin d'une très grande résolution angulaire :
 - taille caractéristique des objets < 50 mas
 - résolution nécessaire pour une image 128x128 pixels des plus grandes étoiles : 0,8 mas
 - diamètre de pupille nécessaire ($\lambda=1 \mu\text{m}$) : 250 m
 - diamètre de pupille nécessaire pour résoudre des objets de 1 mas : 200 m à $\lambda=1 \mu\text{m}$

I

- Il y a bijection entre le domaine fréquentiel et le domaine spatial.
- En d'autres termes, connaître le domaine fréquentiel équivaut à connaître la répartition spatiale de la brillance de l'astre.

Domaine spatial

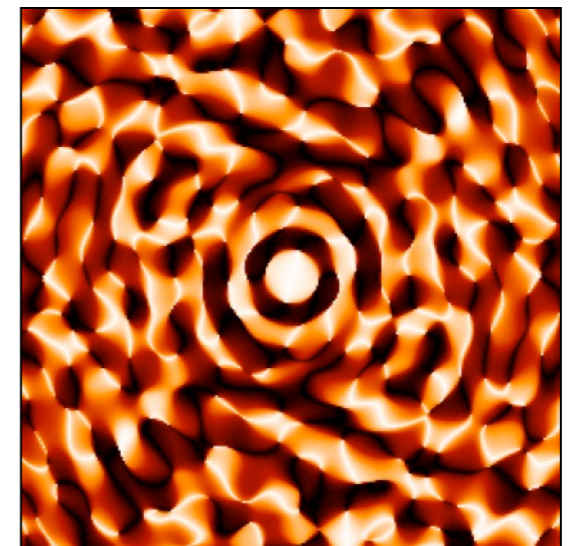
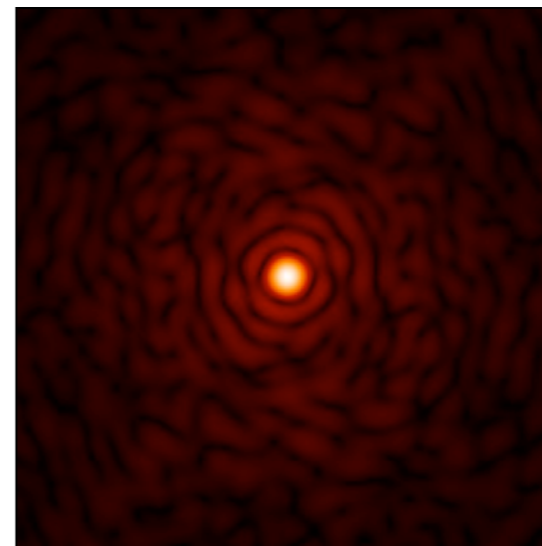
Objet



Domaine fréquentiel

Amplitudes

Phases



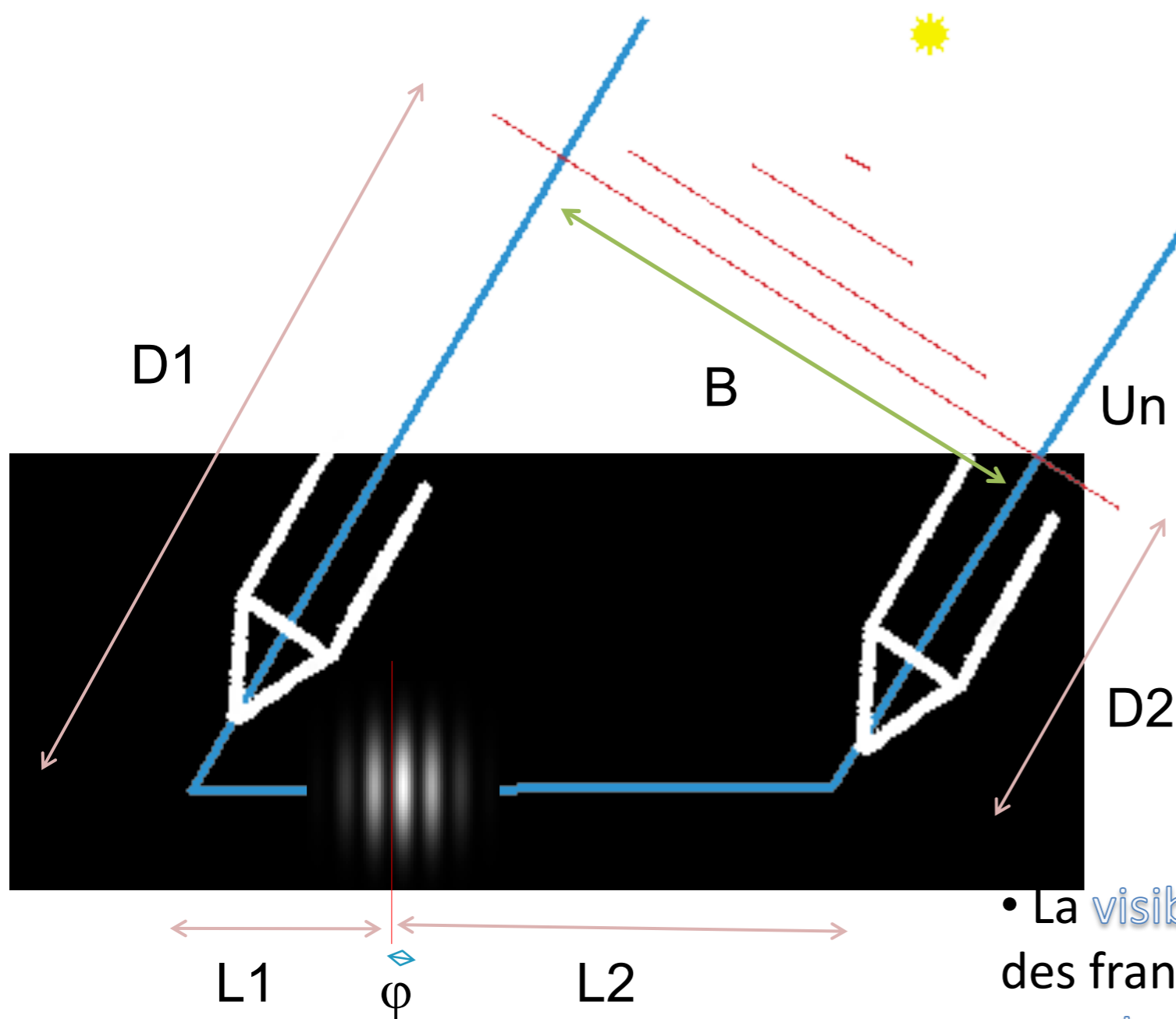
TF



TF⁻¹



PRINCIPE DE L'INTERFEROMETRIE

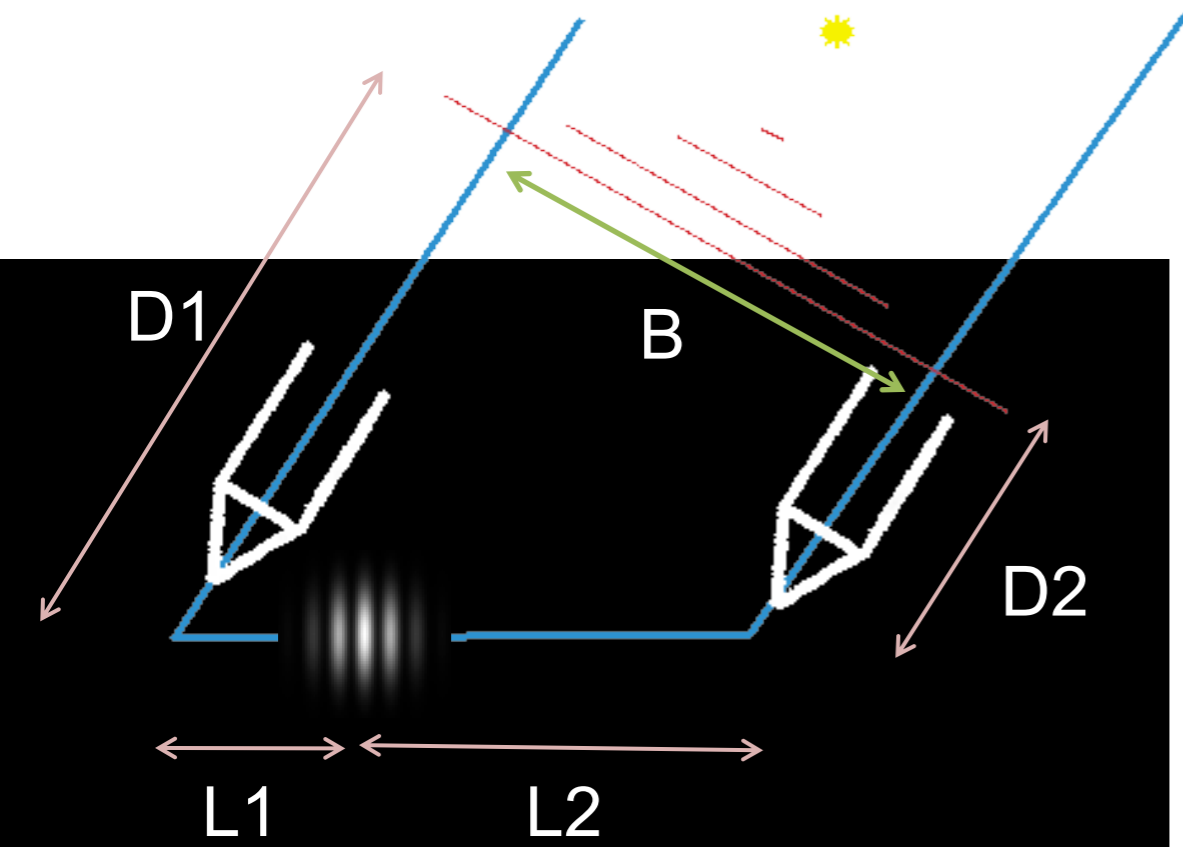


II

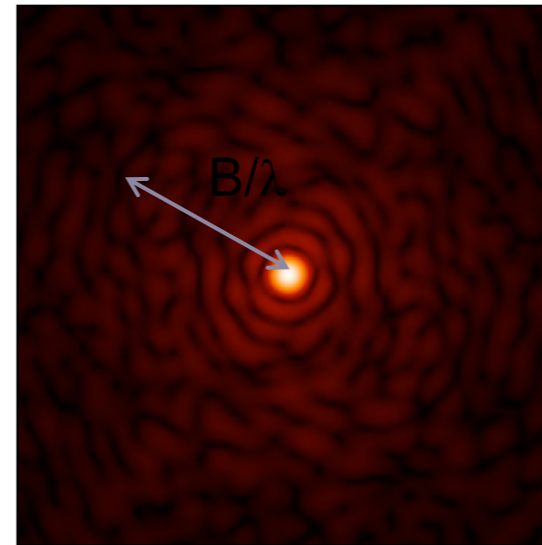
Un interféromètre fournit deux quantités :

- La **visibilité** (V) est une mesure de l'amplitude des franges.
- La **phase** (φ) est une mesure de la position des franges par rapport à la différence de marche nulle ($D1+L1=L2+D2$).

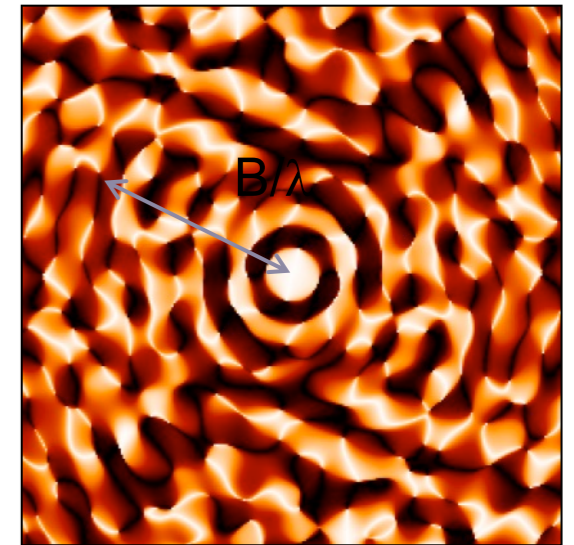
PRINCIPE DE L'INTERFEROMETRIE



Visibilités



Phases



III

- **Visibilités** et **phases** sont des mesures de la transformée de Fourier de la distribution de brillance de la source observée.
- Chaque mesure interférométrique correspond à la mesure d'un seul point (et de son conjugué) dans le domaine des fréquences spatiales.

Théorème de Zernike-Van Cittert

- Ce théorème important permet de relier le facteur complexe de cohérence à la répartition de lumière de l'objet observé
- Il s'énonce comme suit:

Pour une source incohérente dans les conditions quasi-monochromatiques, le facteur complexe de cohérence μ_{12} loin de la source est égal à la transformée de Fourier normalisée de sa distribution de lumière

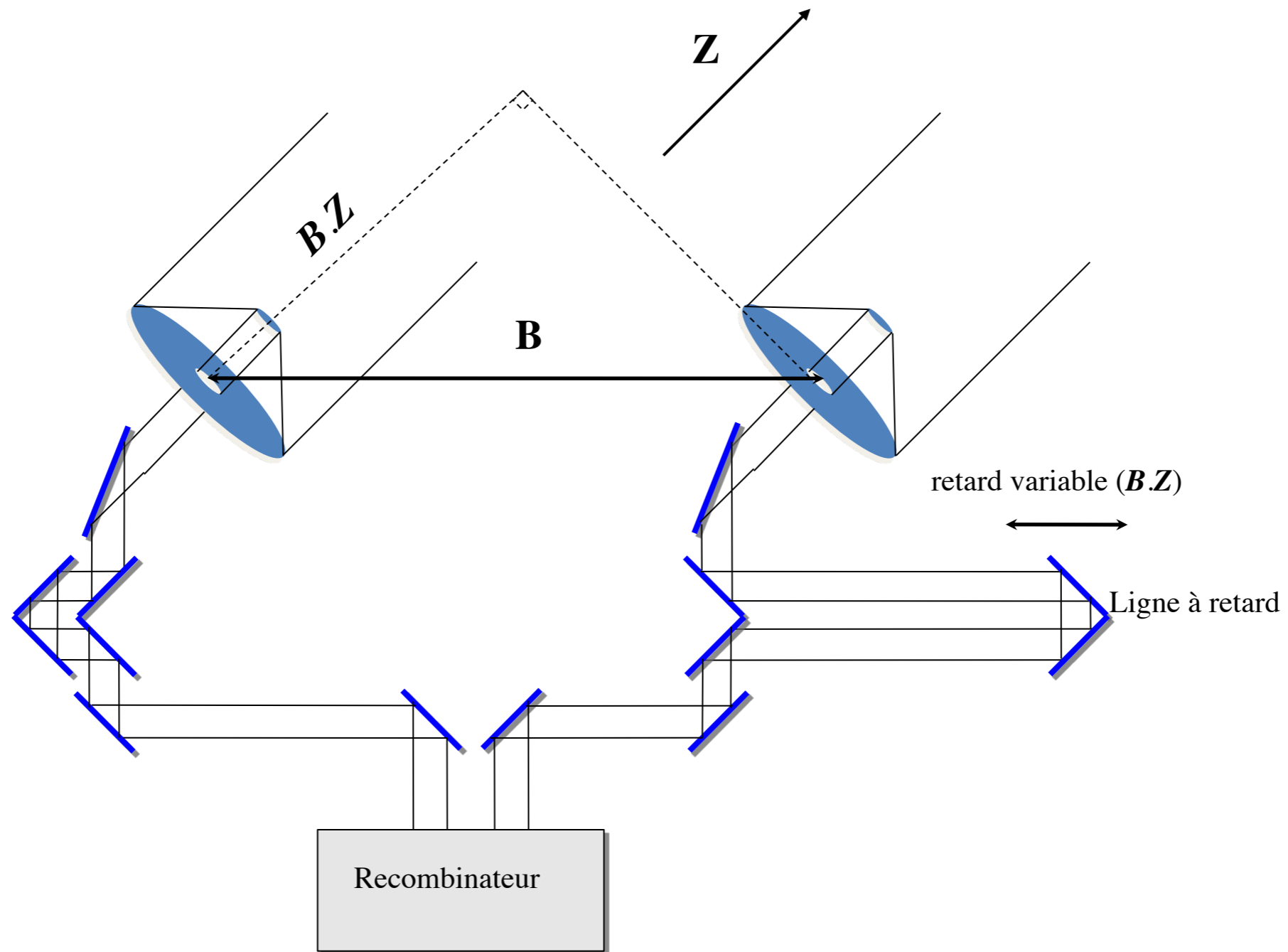
$$\mu_{12}(\vec{B}) = \frac{\int_{source} I(\vec{Z}, \lambda) \exp\left[-2i\pi\vec{Z} \cdot \frac{\vec{B}}{\lambda}\right] d^2\vec{Z}}{\int_{source} I(\vec{Z}, \lambda) d^2\vec{Z}}$$

- **B**: vecteur de base
- **Z**: vecteur pointant sur la source
- λ : longueur d'onde
- $I(\mathbf{Z}, \lambda)$: répartition de l'intensité sur l'objet

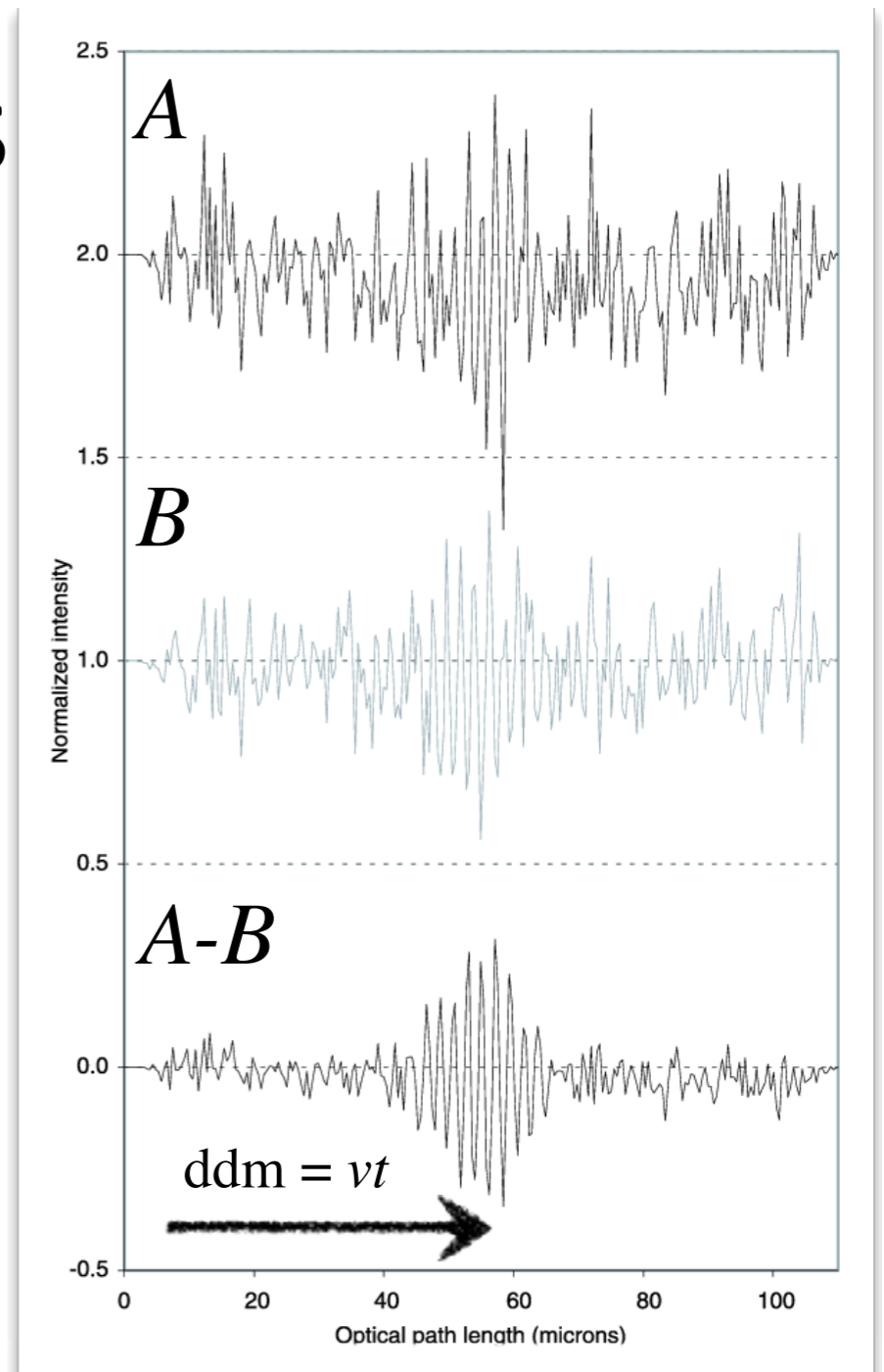
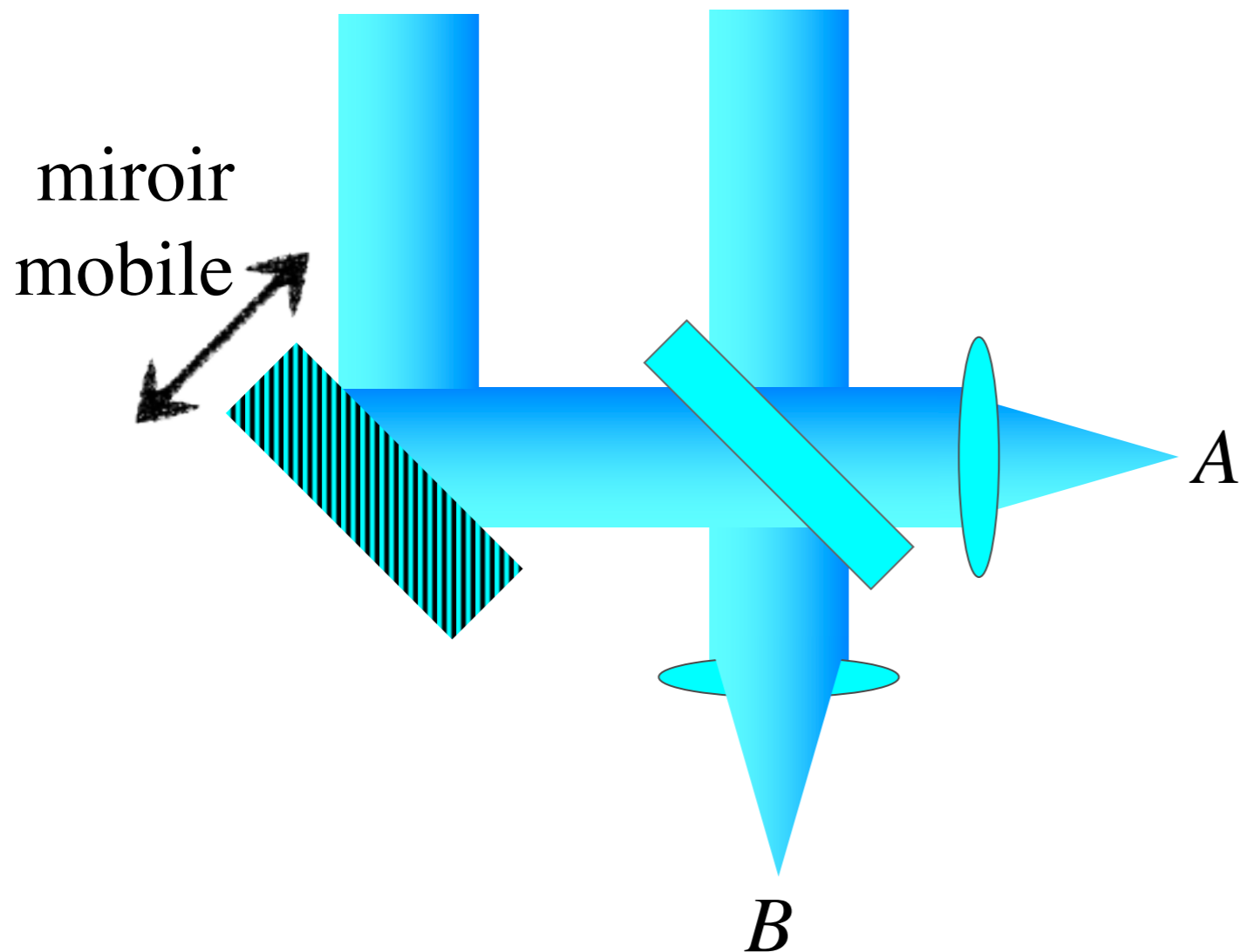
Résumé

- Un interféromètre mesure la visibilité (= le contraste) des franges d'interférence, ce qui donne une mesure du facteur complexe de cohérence $|\mu_{12}|$
- La visibilité des franges est donc une mesure de la cohérence spatiale du front d'onde
- La visibilité complexe des franges est égale à la transformée de Fourier de la répartition de lumière de l'objet à la fréquence spatiale de l'observation

Principe d'un interféromètre astronomique



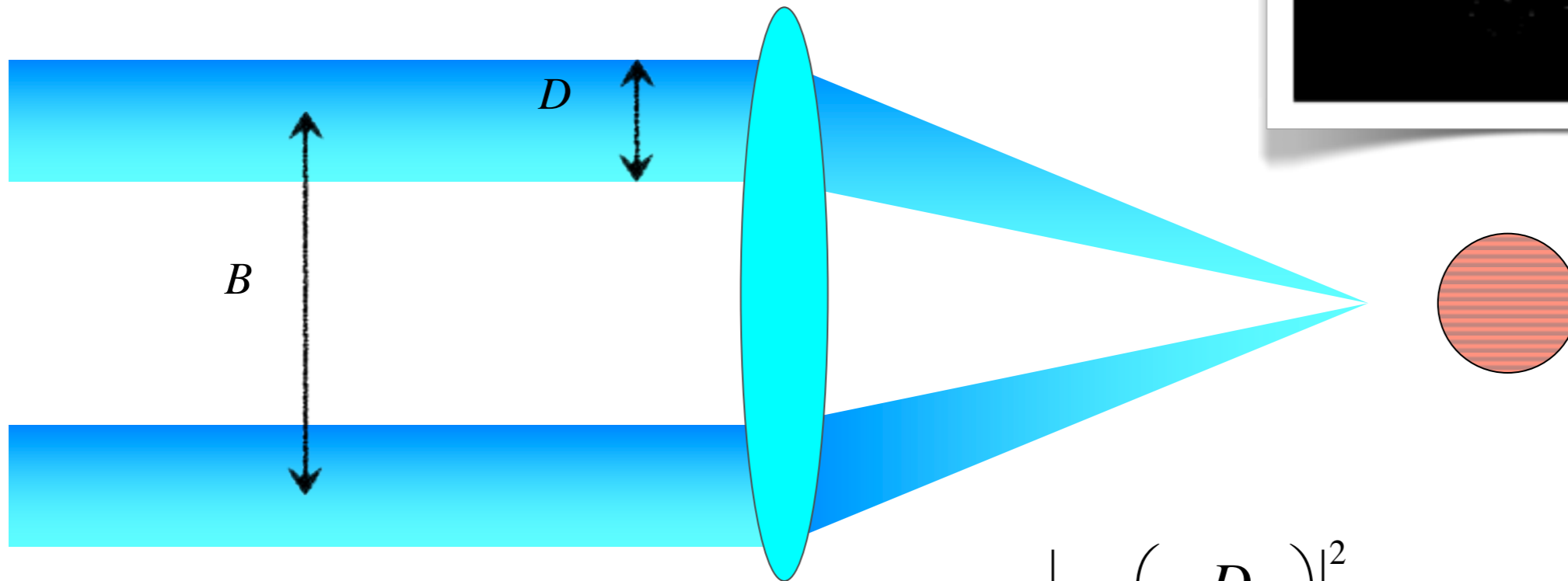
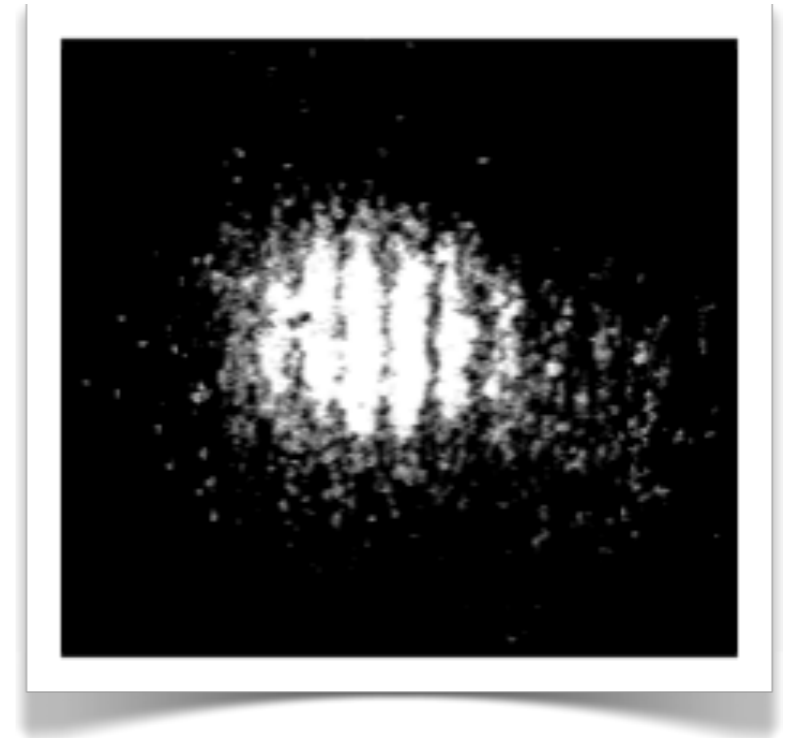
Recombinaison dans le plan pupille (co-axiale)



$$I(t) = I_0 \left(1 \pm V \cos(2\pi\sigma vt) \right)$$

La différence de marche est modulée *temporellement*

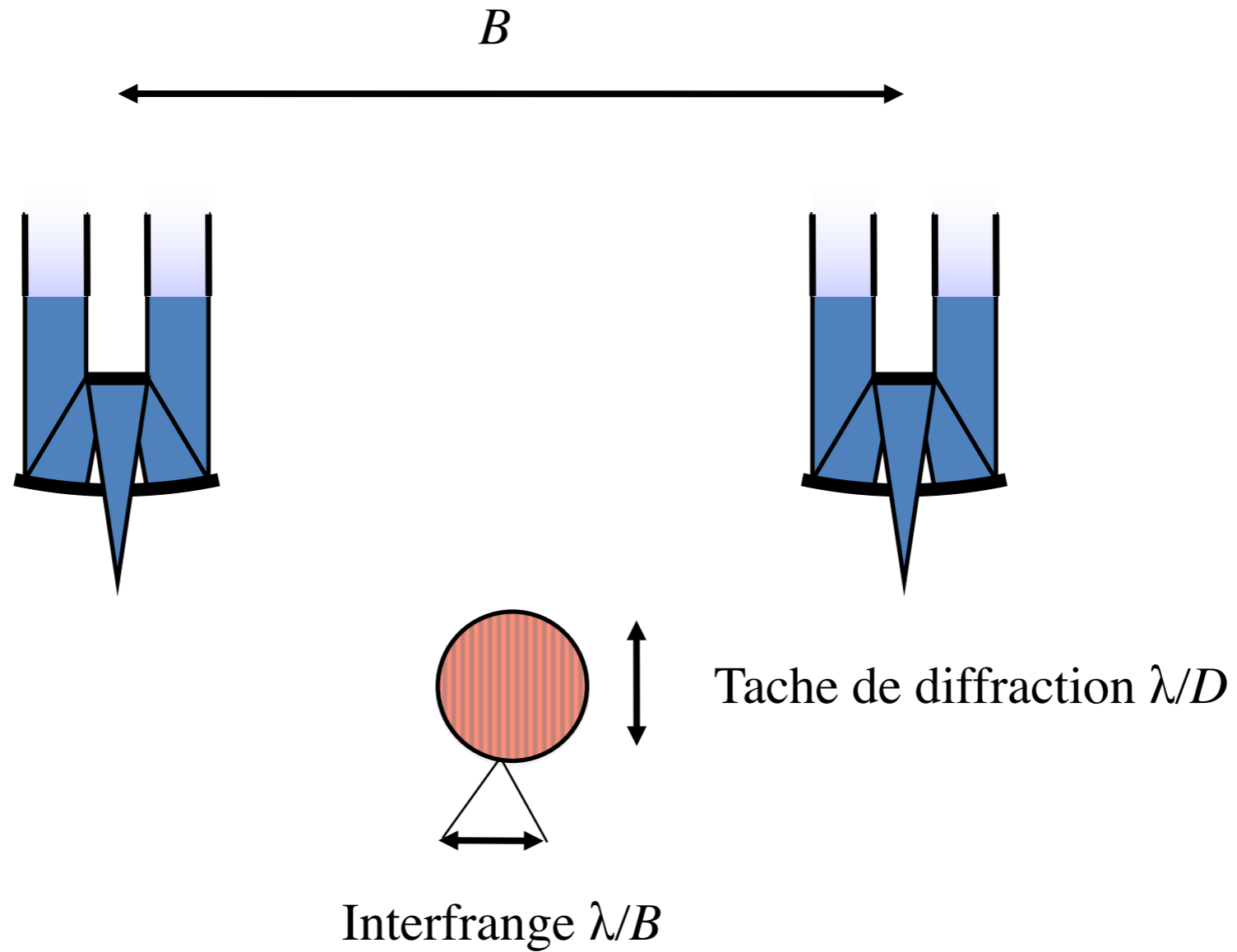
Recombinaison dans le plan image (multi-axiale)



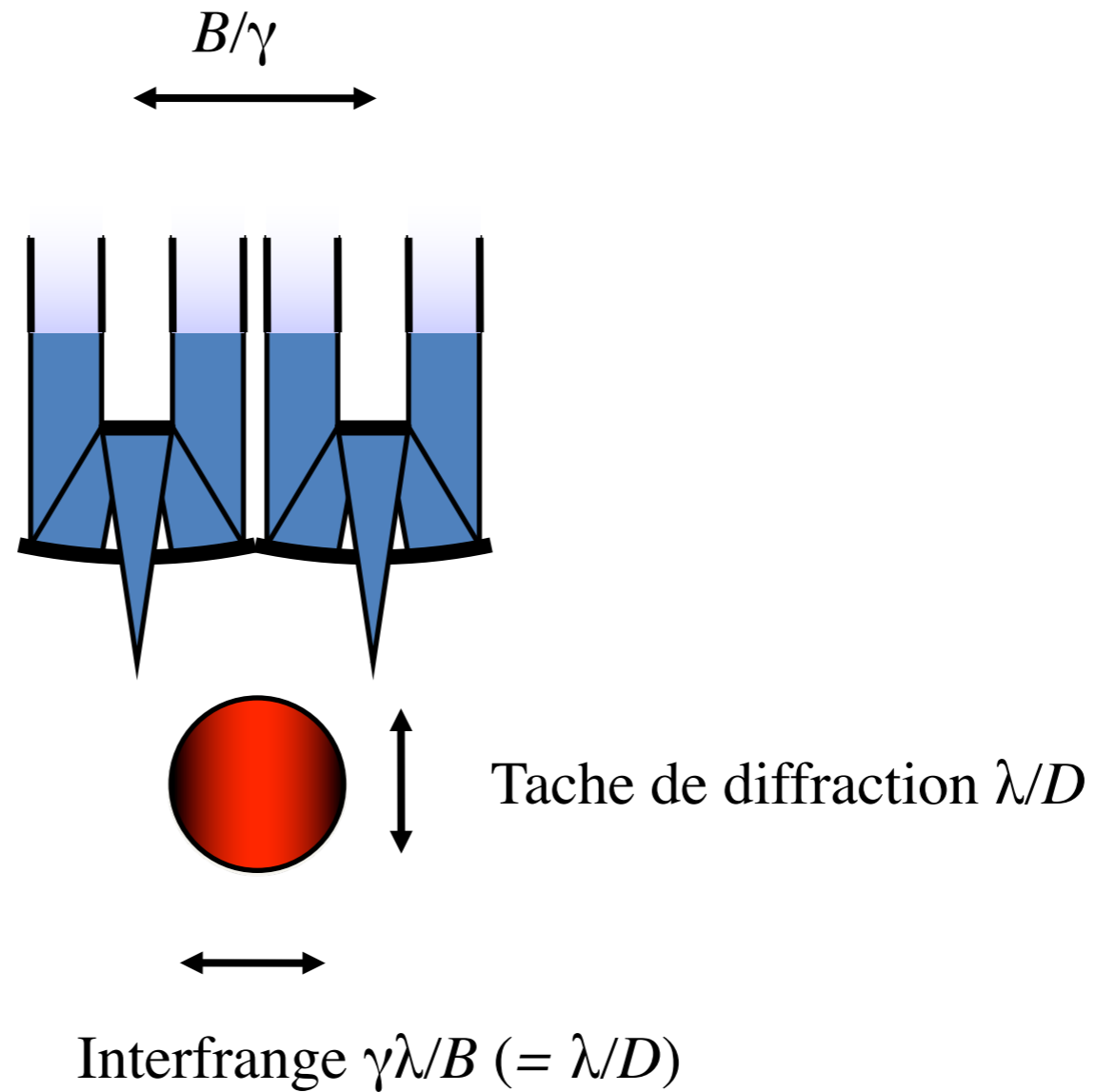
$$I(\theta) = \left| \frac{2J_1\left(\pi \frac{D}{\lambda} \theta\right)}{\pi \frac{D}{\lambda} \theta} \right|^2 \times \left(1 + V \cos\left(2\pi \frac{B}{\lambda} \theta\right) \right)$$

La différence de marche est modulée *spatialement*

Le champ: pupille d'entrée

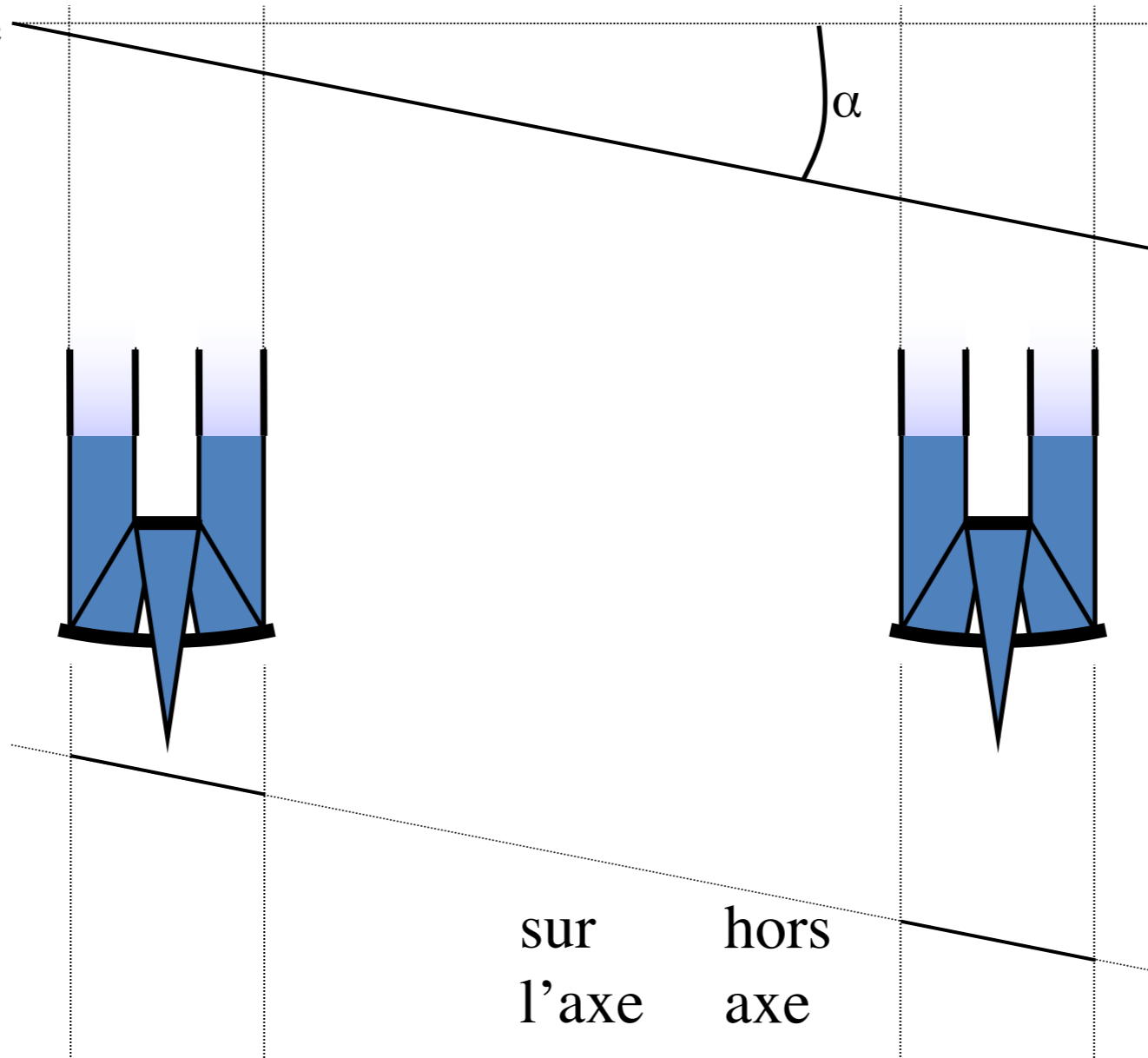


Le champ: pupille de sortie



Impact sur le front d'onde

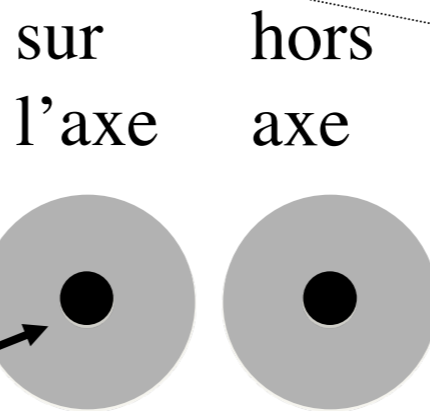
Front d'onde en entrée
pour un objet hors-axe



Front d'onde en sortie

psf « télescopes »

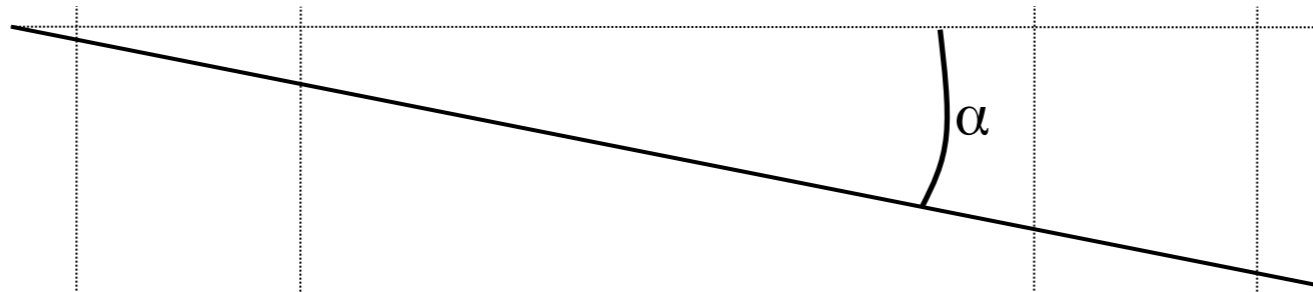
psf « interféromètre »



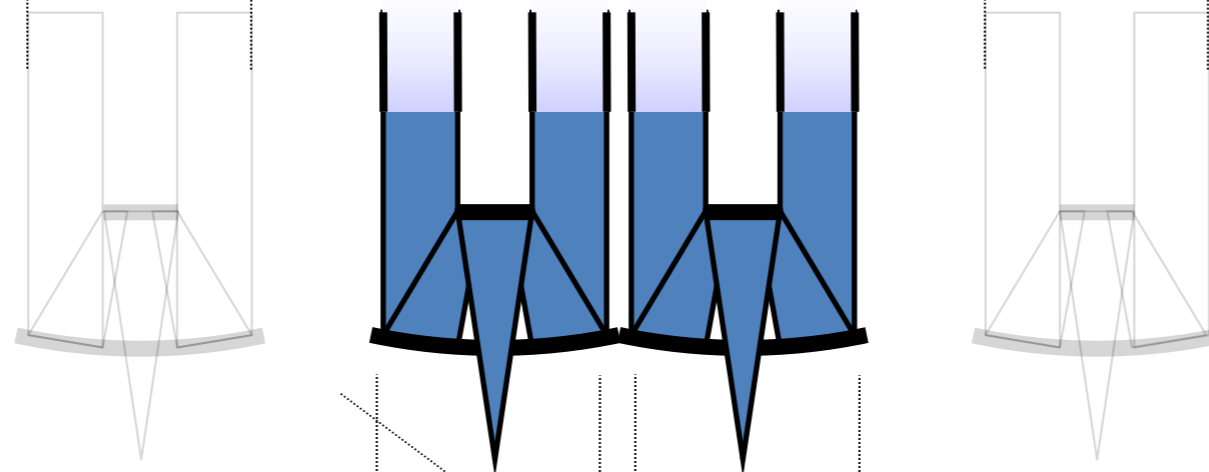
α

Impact sur le front d'onde

Front d'onde en entrée
pour un objet hors-axe



Front d'onde en sortie



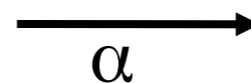
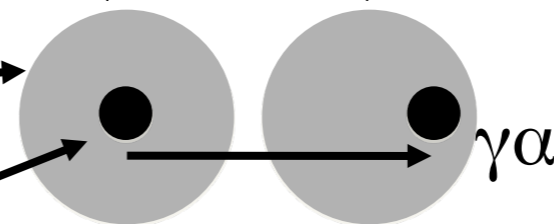
Champ interférométrique :

$$\gamma \alpha_{\max} = \frac{\lambda}{2D} \Rightarrow \alpha_{\max} = \frac{1}{\gamma} \times \frac{\lambda}{2D}$$

avec $\gamma = \frac{B}{D}$, $\alpha_{\max} = \frac{\lambda}{2B}$

psf « télescopes »

psf « interféromètre »



Champ et recombinaison multi-axiale

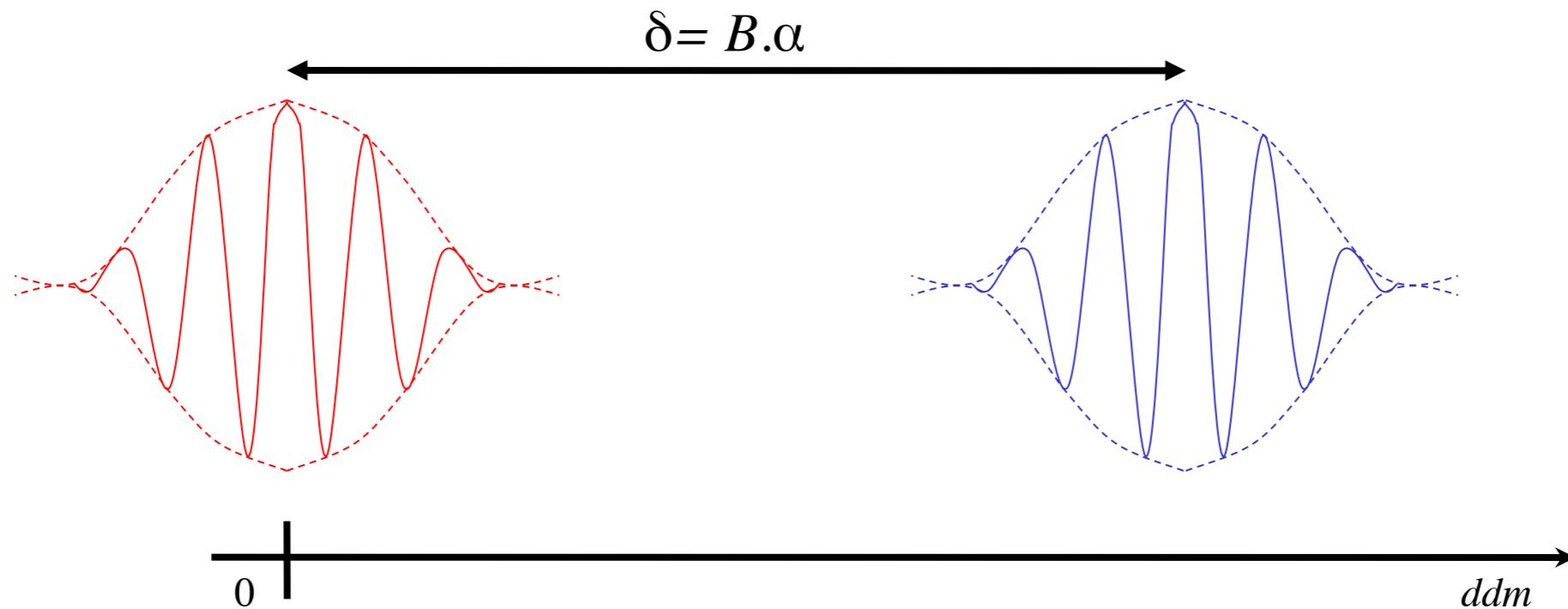
- Règle d'or de l'interférométrie (the golden rule of interferometry, W. Traub, 1986) :

Le champ de vue maximum est obtenu lorsque les pupilles de sortie et d'entrée de l'interféromètre sont homothétiques

- Solution optique = recombinateur de Fizeau
- Inconvénient = PSF diluée dans un grand nombre de pics lorsque le nombre de télescopes est faible (compromis sensibilité / champ)

Champ et recombinaison multi-axiale

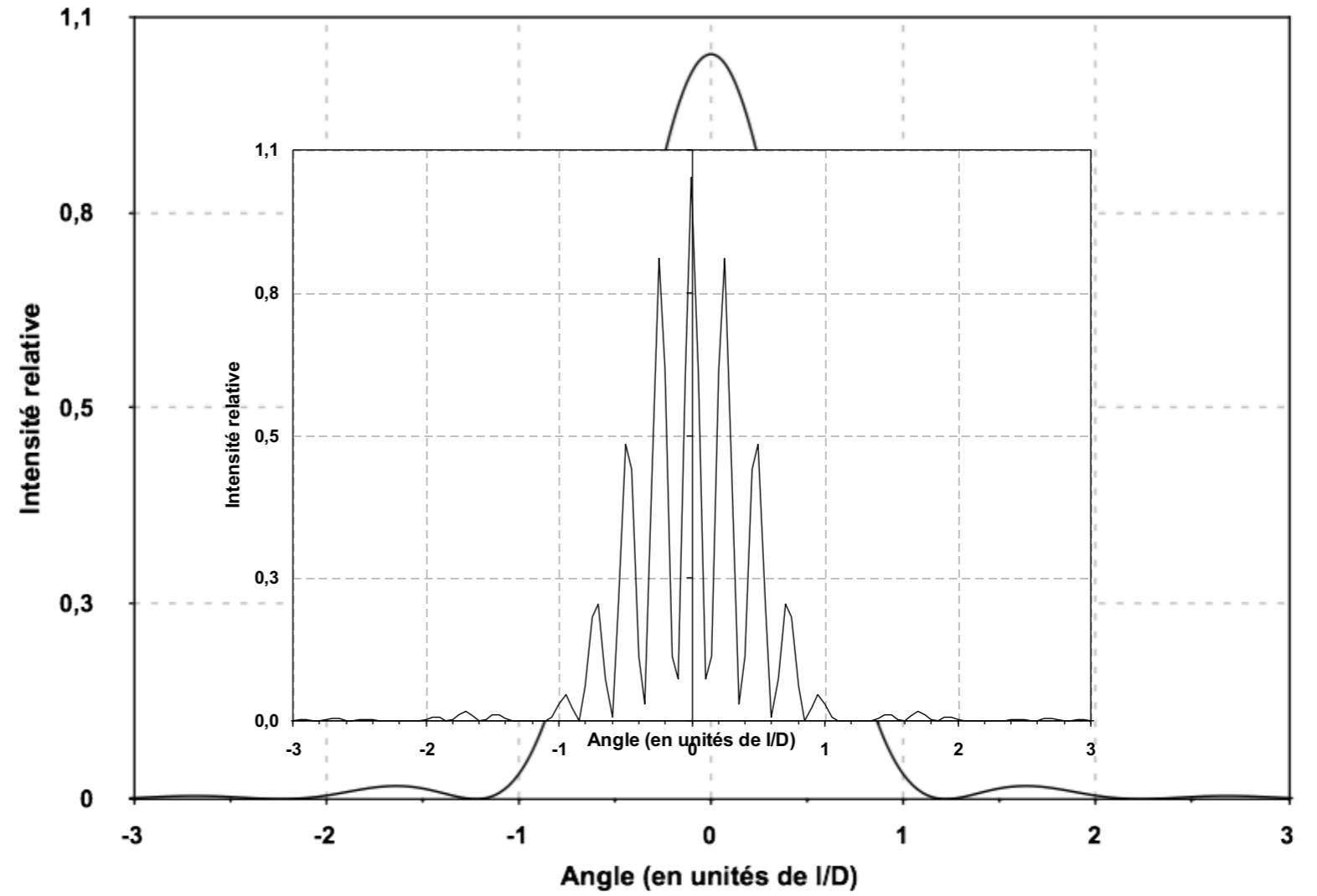
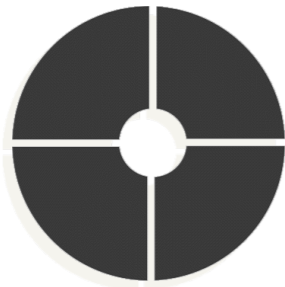
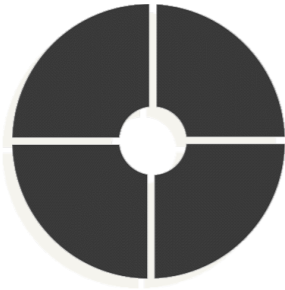
Pupille de sortie à base nulle : $\gamma = +\infty \Rightarrow$ champ nul !

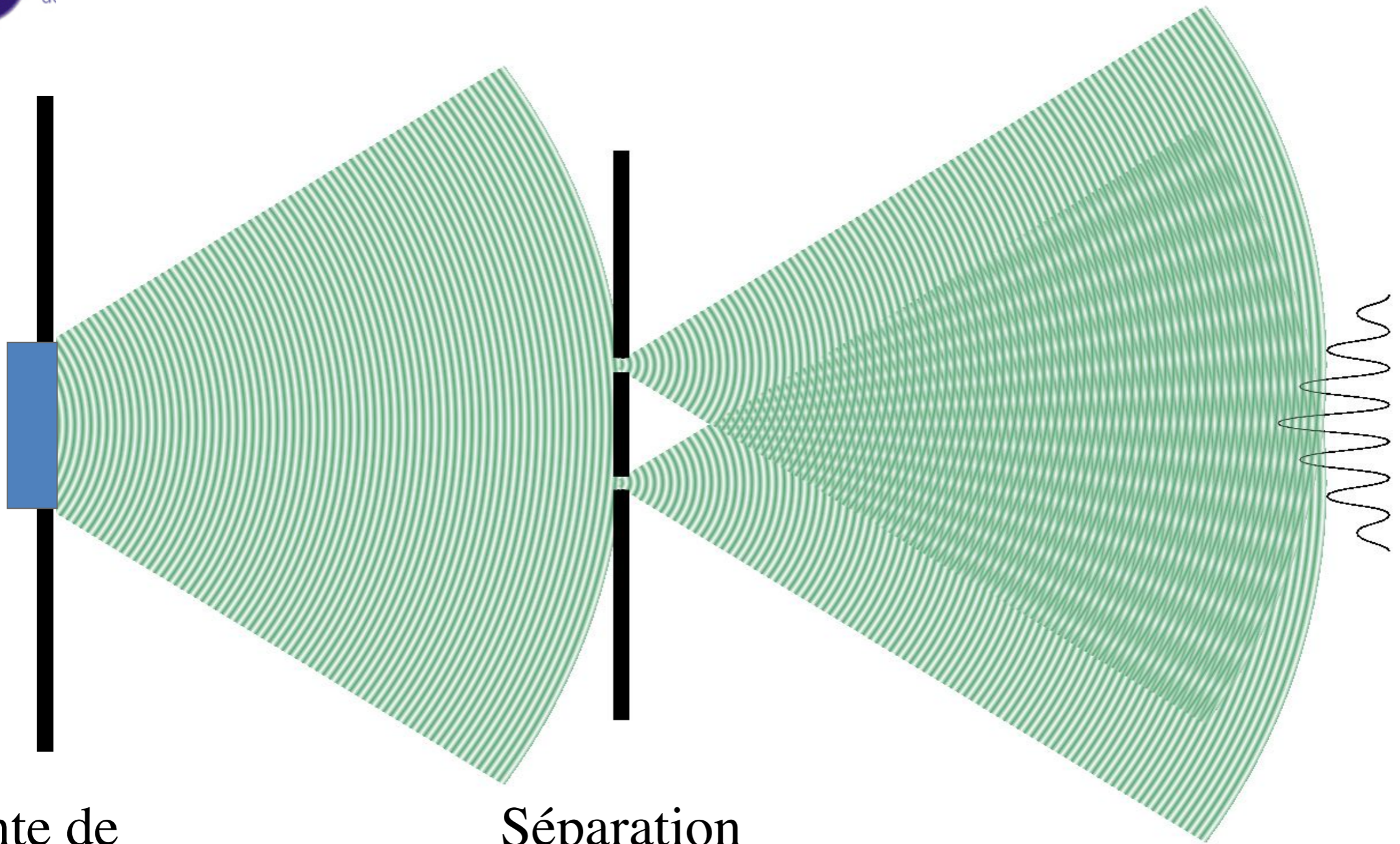


Pour que l'objet hors-axe contribue au paquet de frange à $ddm = 0$: $B \times \alpha \leq \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$

D'où le champ : $\alpha_{\max} = \frac{\lambda}{B} \times \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$

Le champ est égal au produit de la résolution spatiale par la résolution spectrale

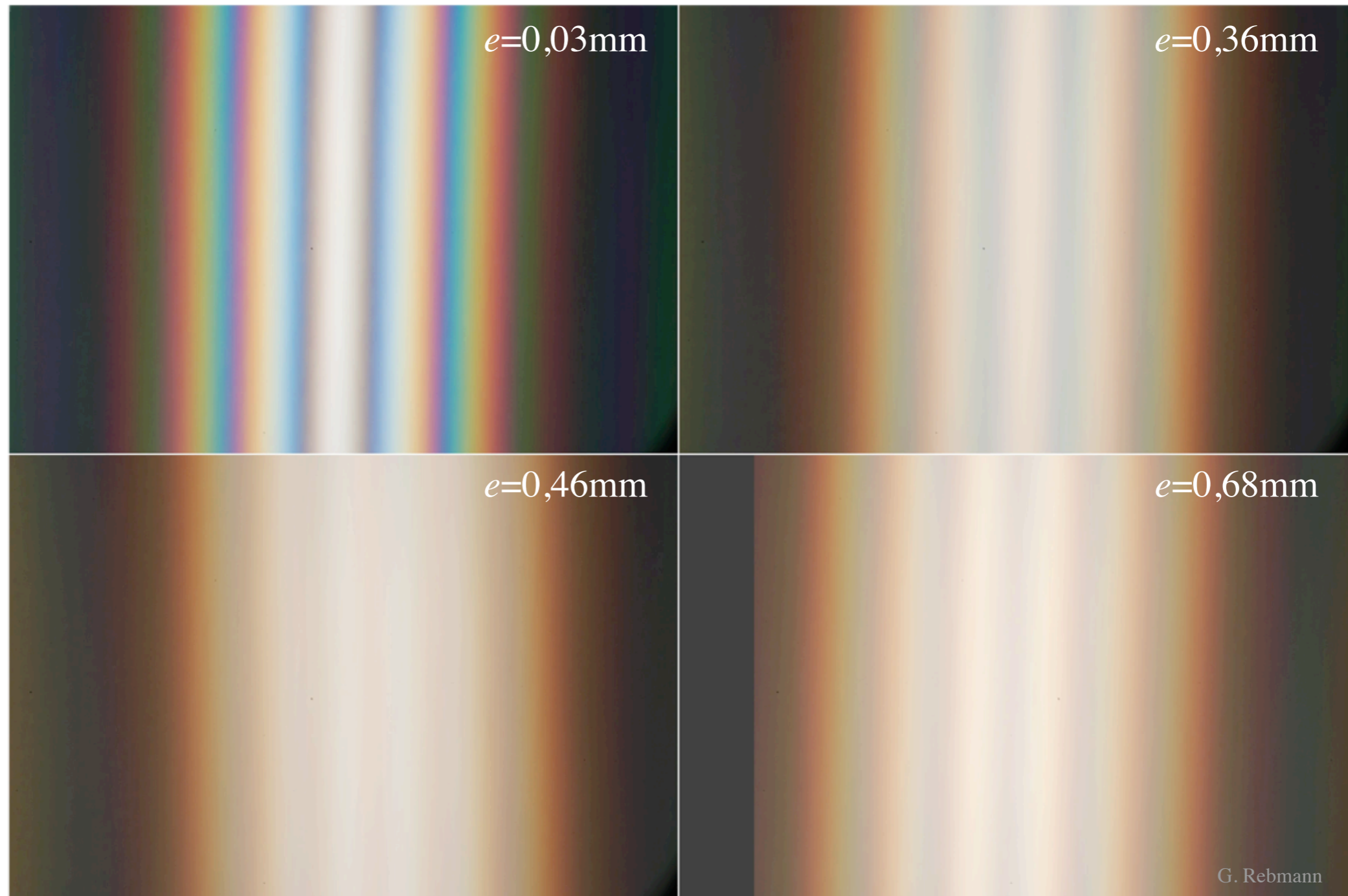


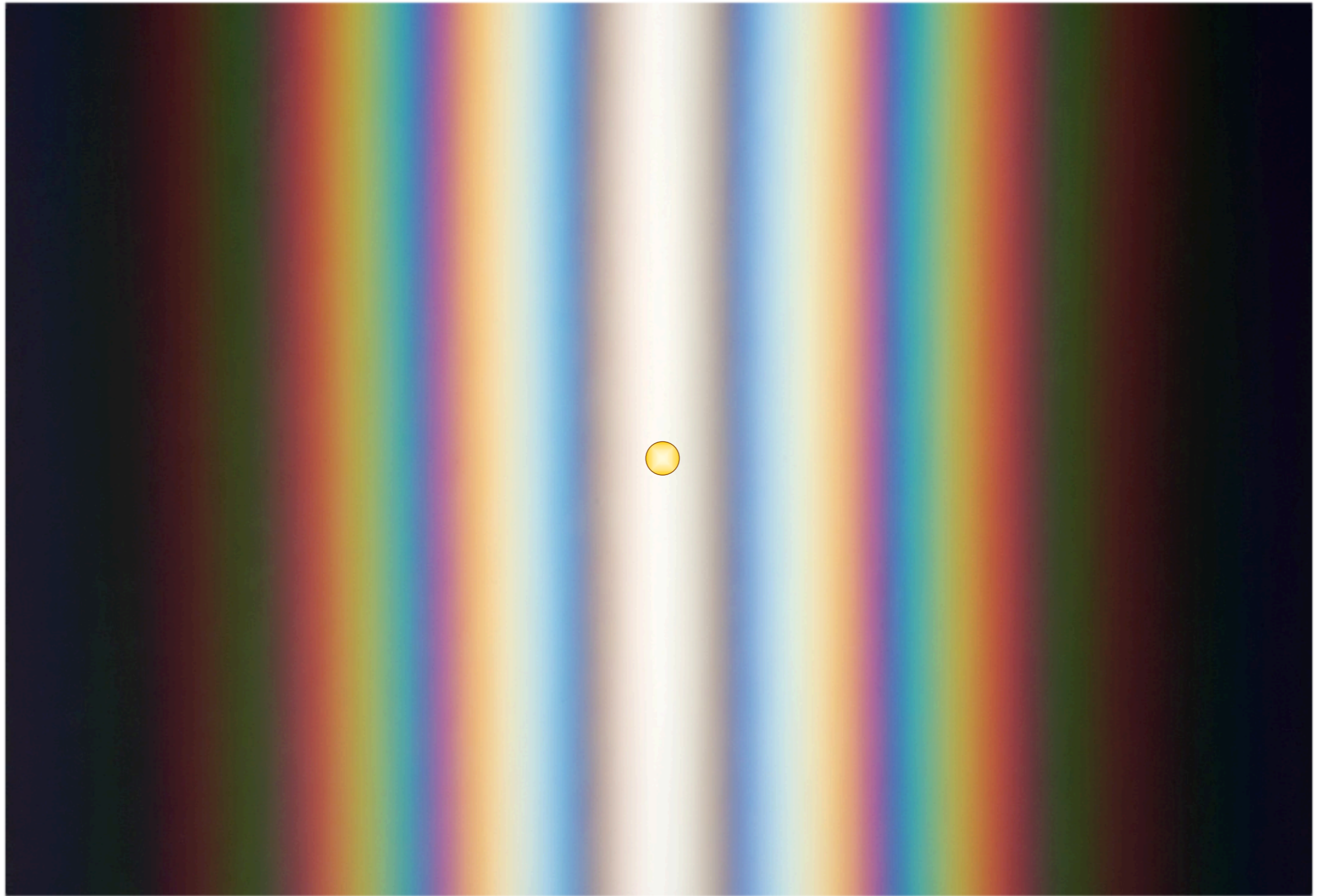


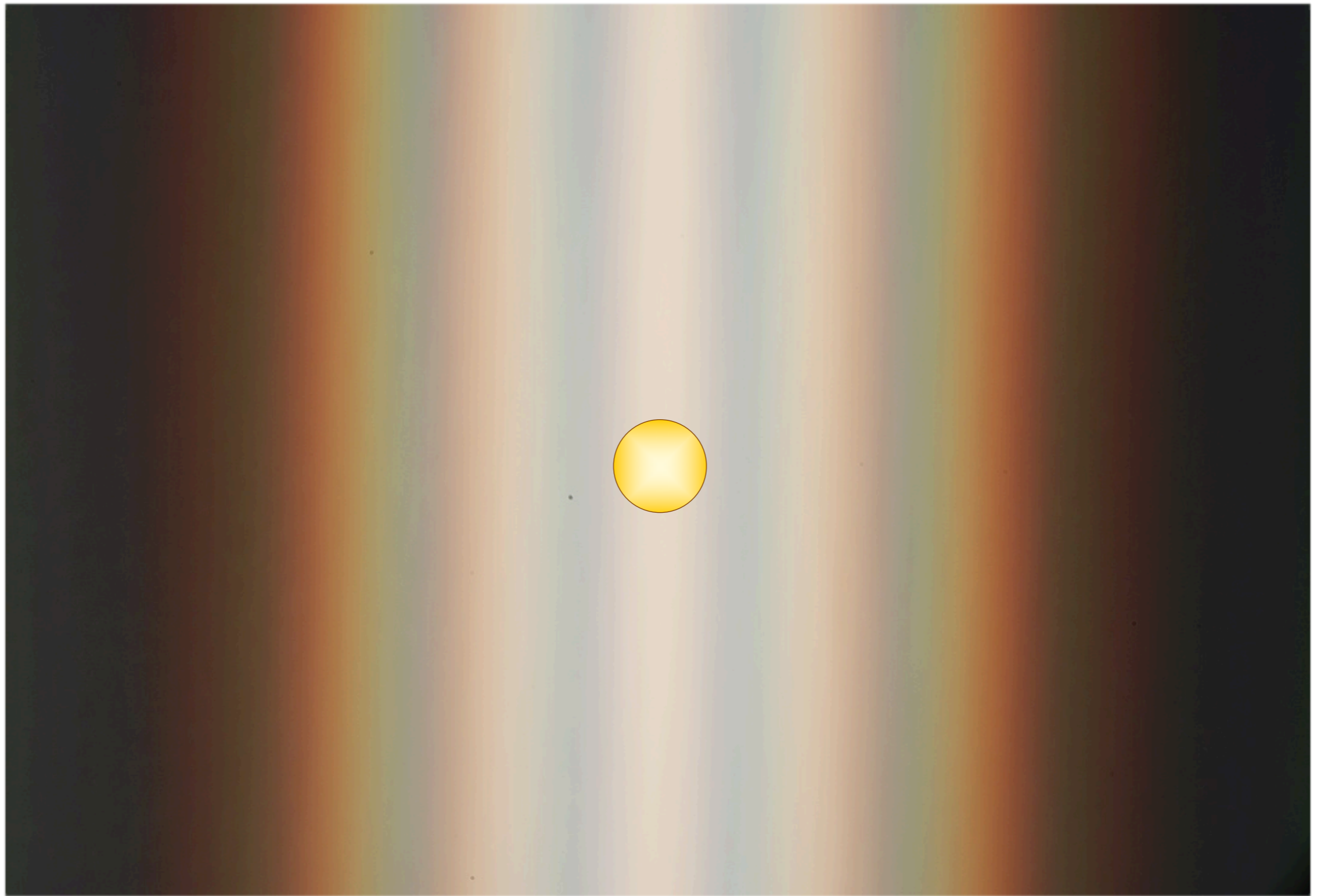
Fente de
largeur e
variable

Séparation
des fentes
 $d=0,2$ mm

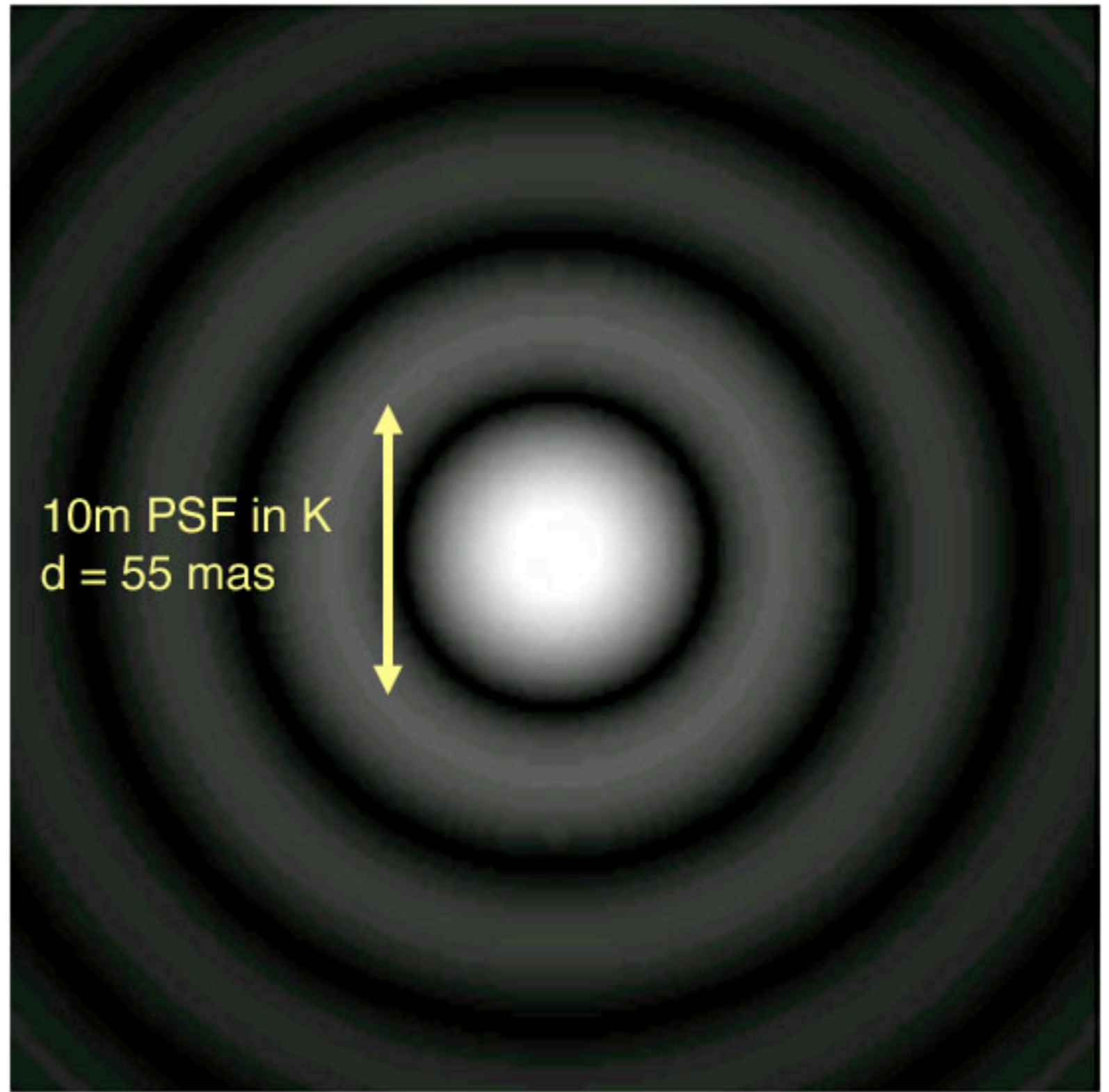
Influence de la cohérence spatiale sur la visibilité



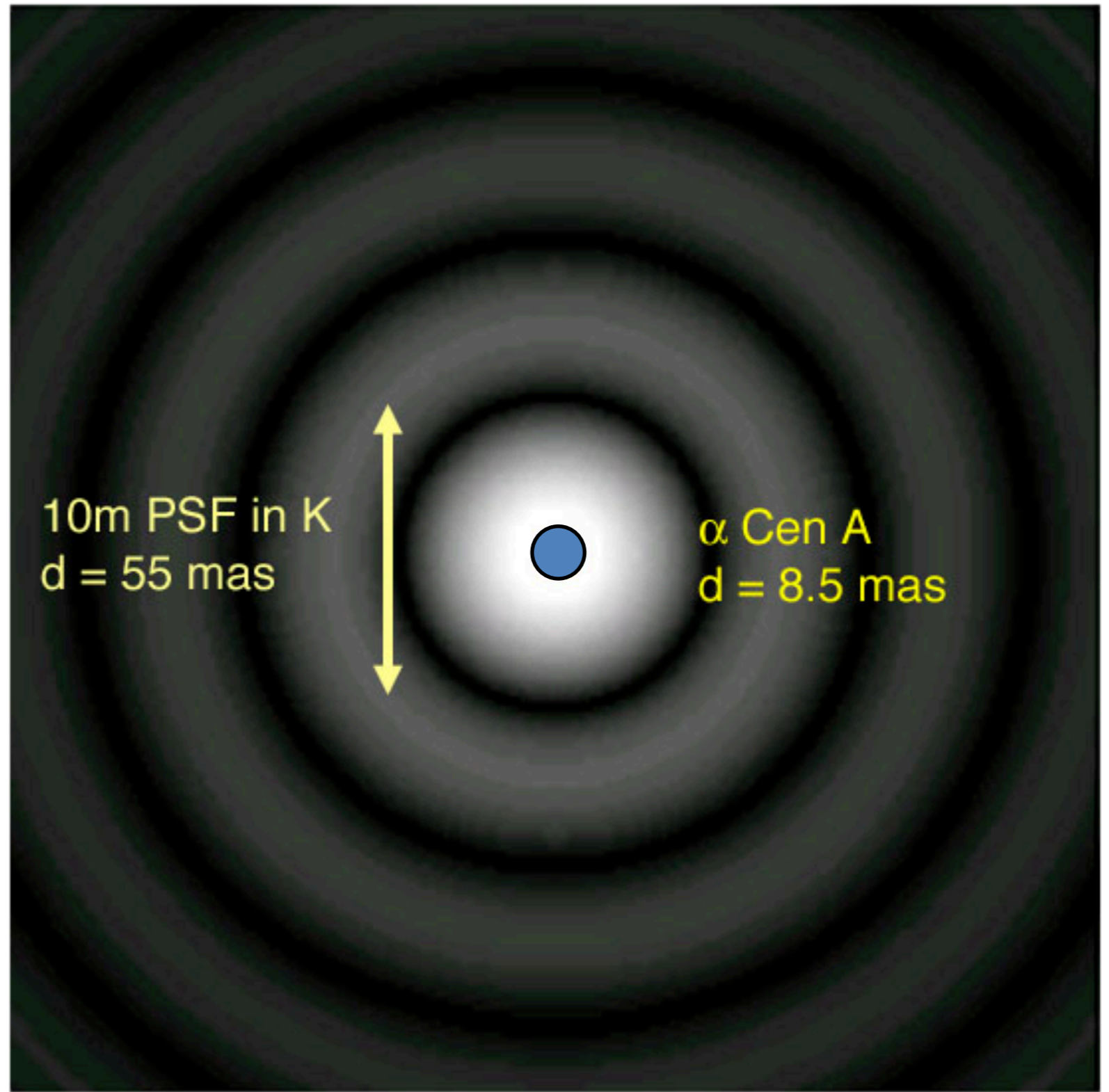
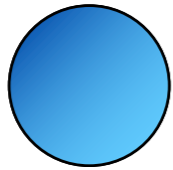


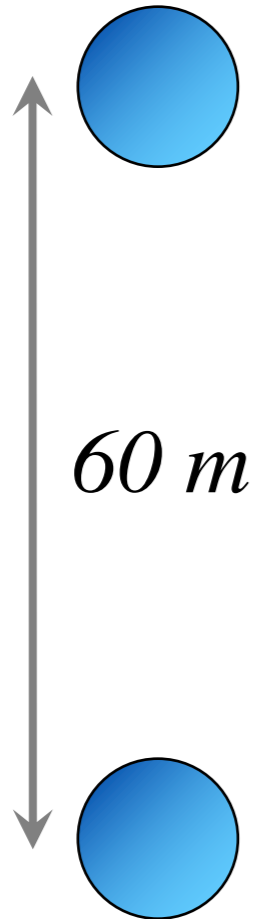


10 m

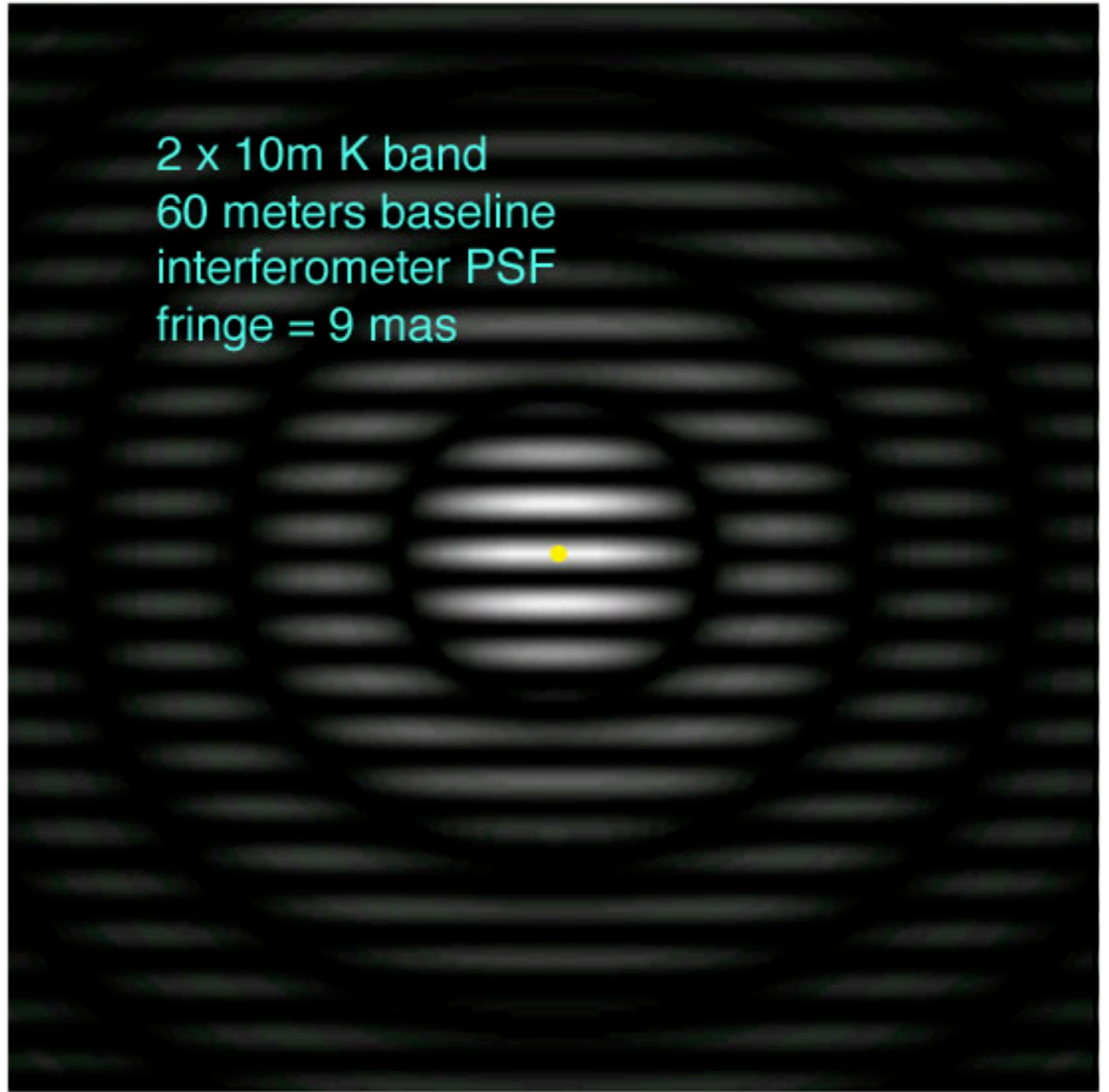


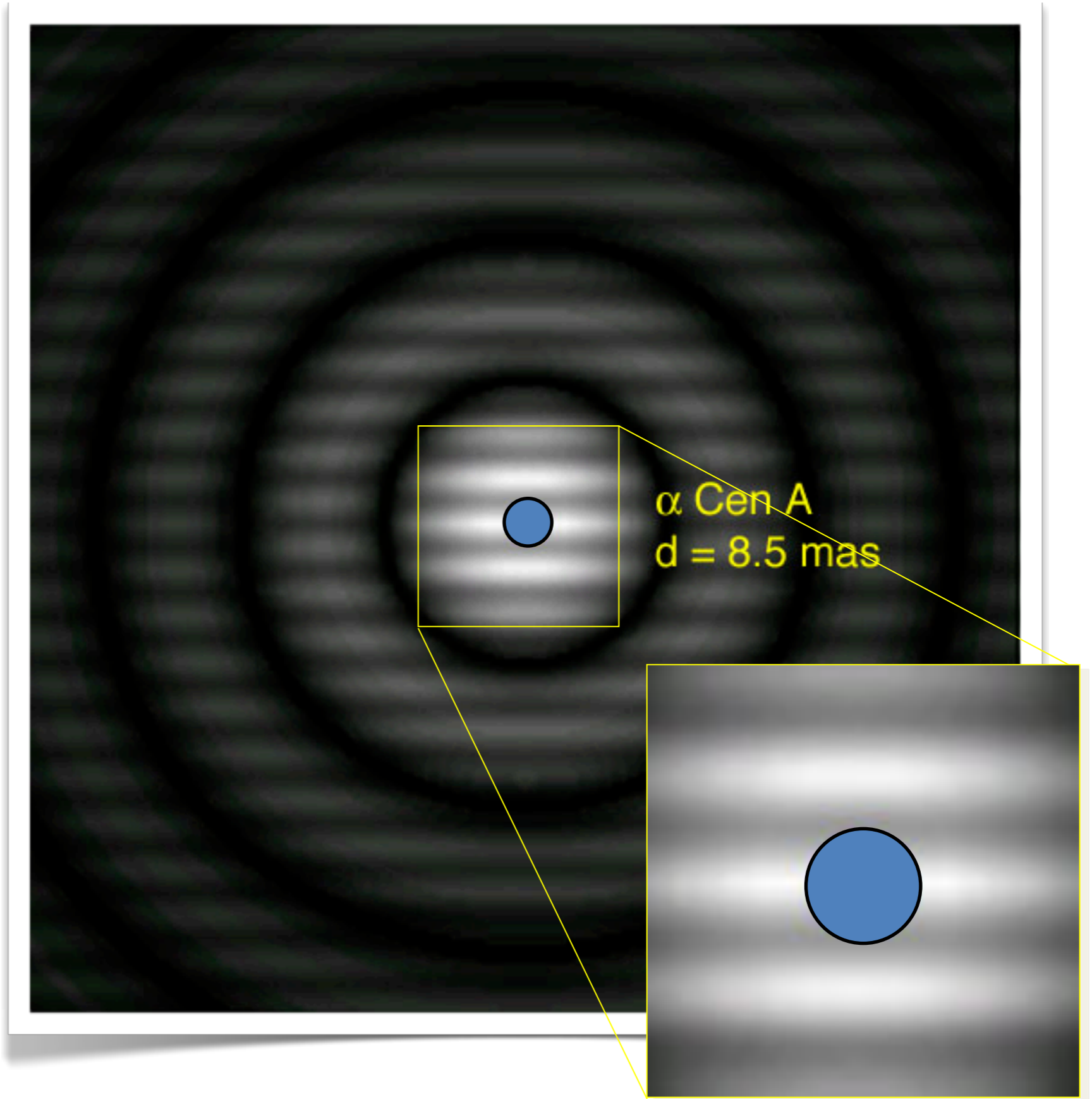
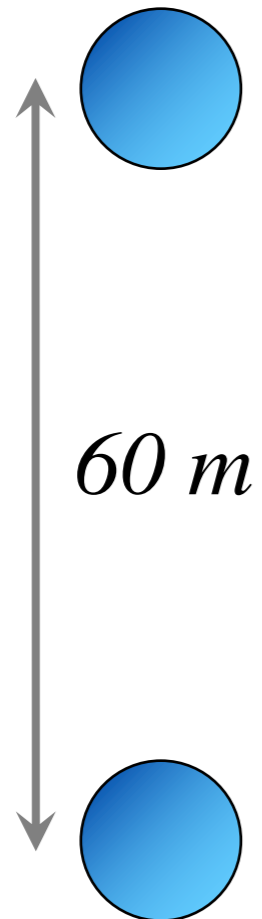
10 m

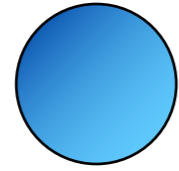




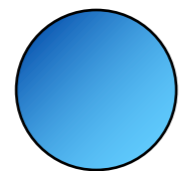
2 x 10m K band
60 meters baseline
interferometer PSF
fringe = 9 mas



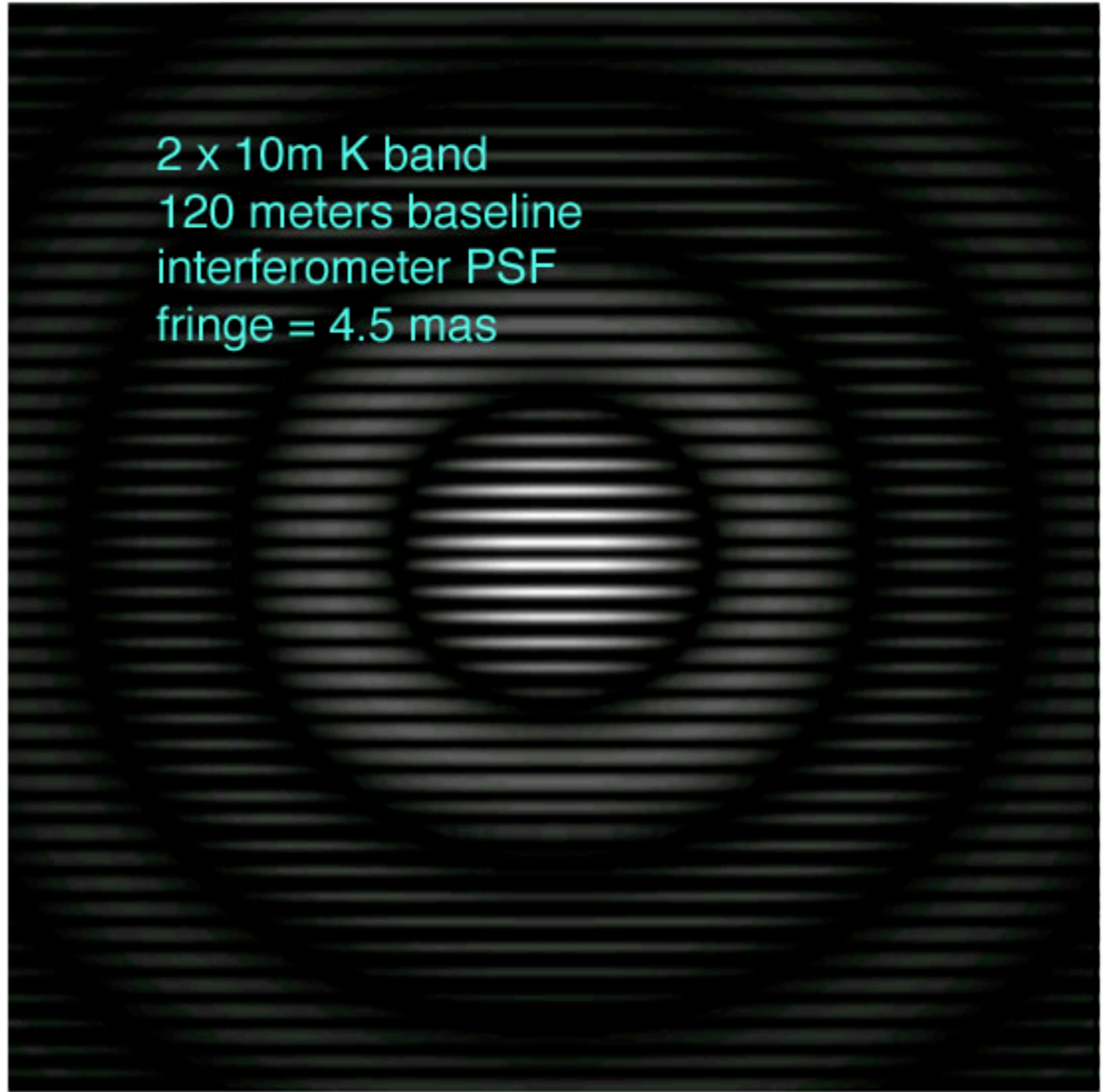


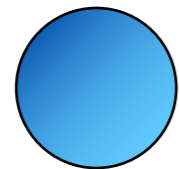


120 m

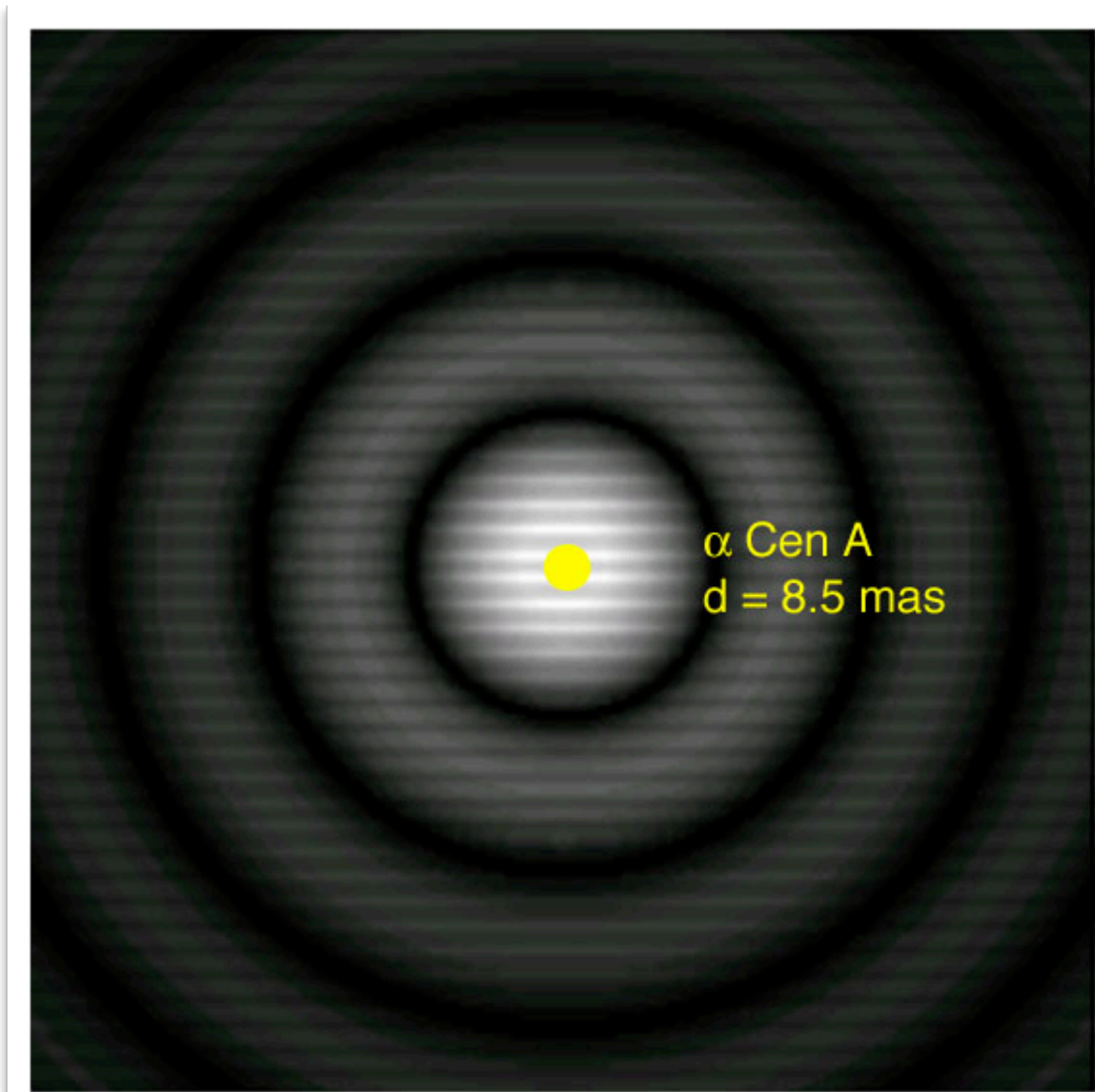
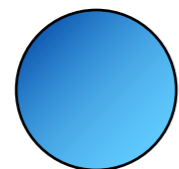


2 x 10m K band
120 meters baseline
interferometer PSF
fringe = 4.5 mas





120 m



α Cen A
 $d = 8.5 \text{ mas}$

Modèle stellaire de disque uniforme

- C'est le modèle d'étoile le plus simple: on considère que l'étoile est une « boîte de camembert », sans assombrissement centre-bord.
- Le théorème de Zernike-Van Cittert nous indique que la fonction complexe de cohérence est donnée par la transformée de Fourier de la répartition d'intensité I avec:

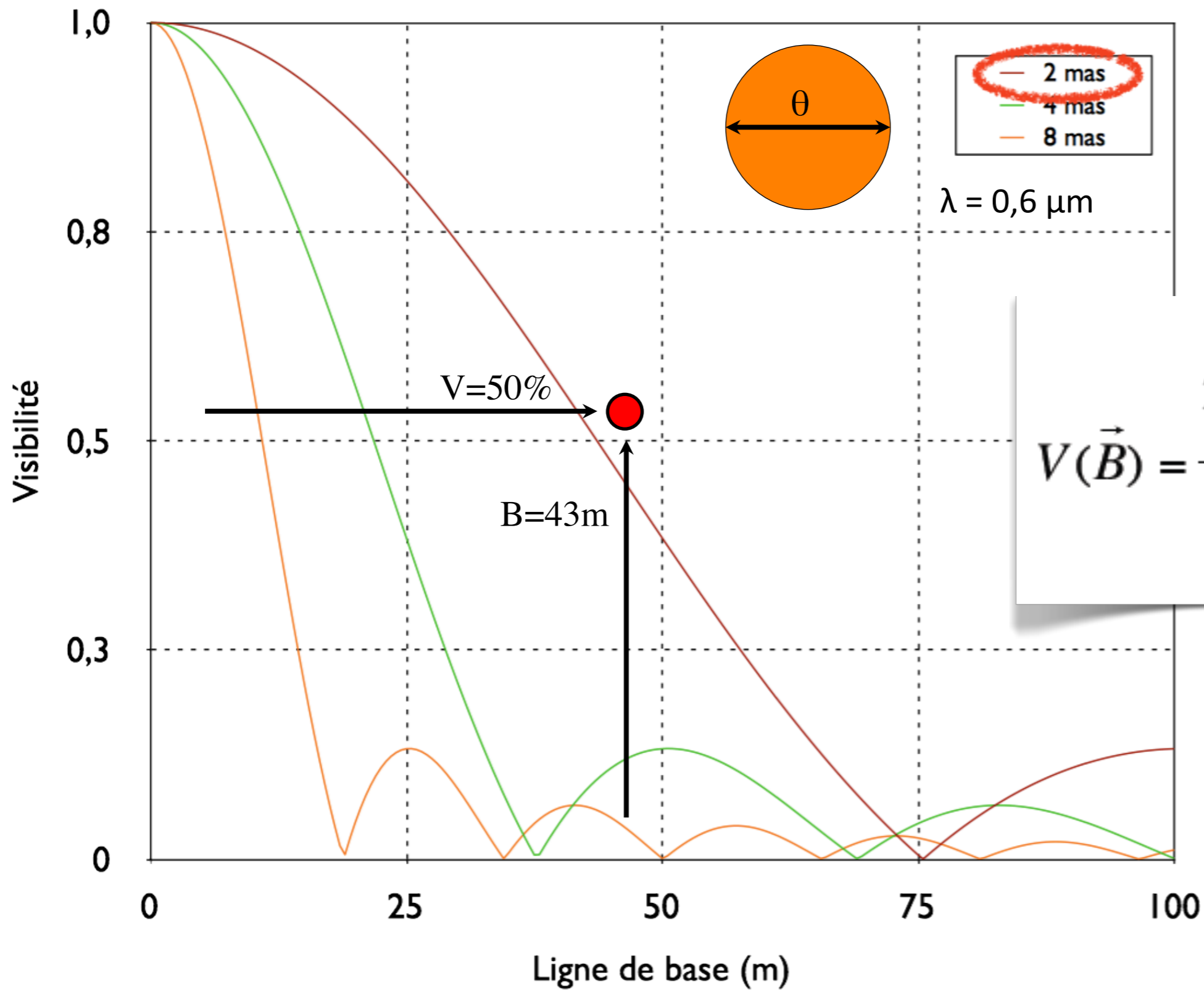
$$I(\alpha, \delta) = I_0 \Pi \left(\frac{\sqrt{\alpha^2 + \delta^2}}{\theta/2} \right)$$

- On pose et on a
par une intégrale de Hankel:

$$Z = \pi\theta\sqrt{u^2 + v^2}$$

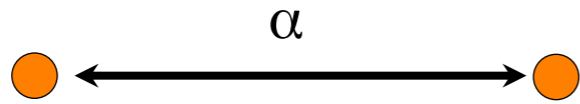
$$|\mu(u, v)| = 2 \left| \frac{J_1(Z)}{Z} \right| \quad u = \frac{\Delta x}{\lambda} \quad v = \frac{\Delta y}{\lambda}$$

- Et on a $|\mu(u, v)| = 0$ pour un écartement des pupilles de $1,22 \lambda/\theta$



$$V(\vec{B}) = \frac{2J_1\left(\frac{\pi\theta B}{\lambda}\right)}{\frac{\pi\theta B}{\lambda}}$$

Etoile binaire

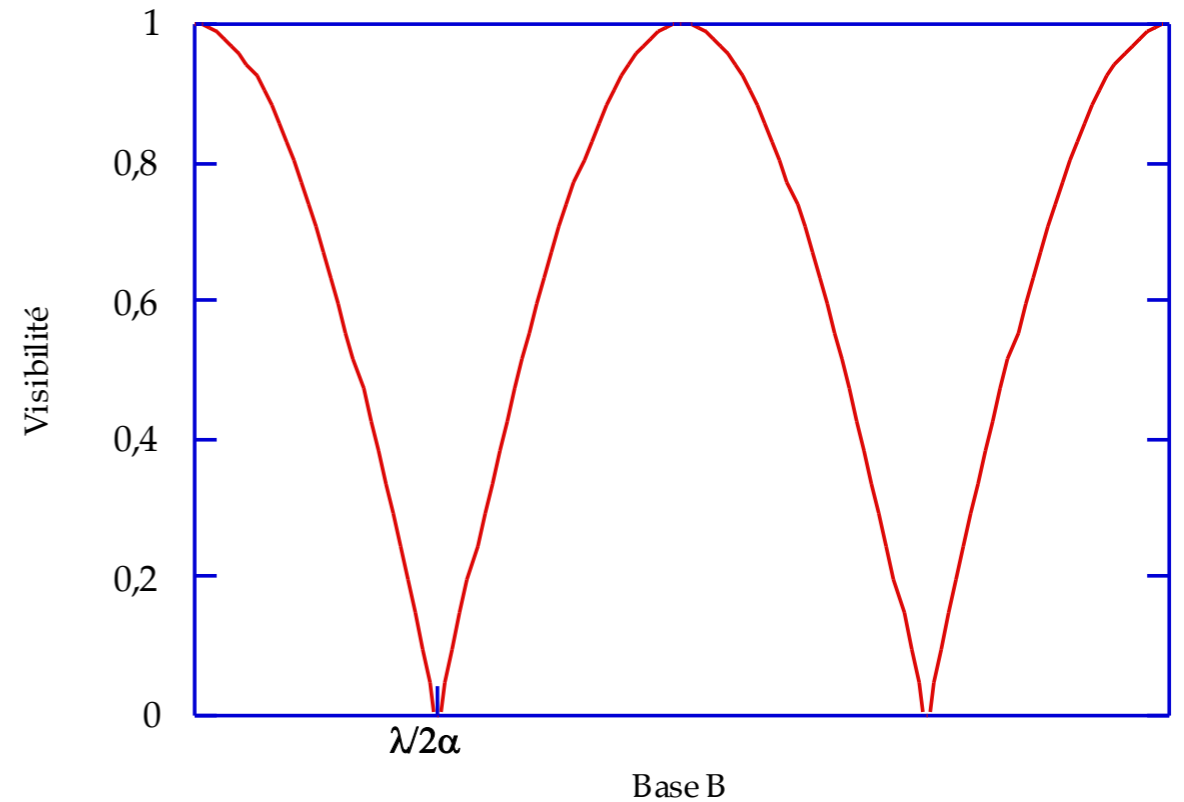


- Répartition de lumière




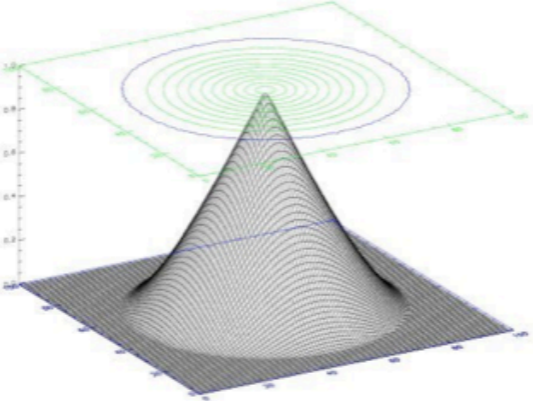
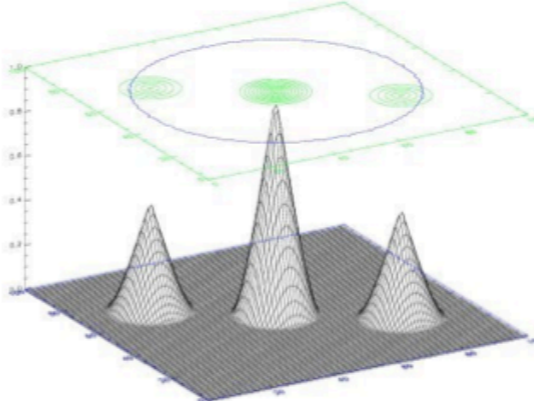
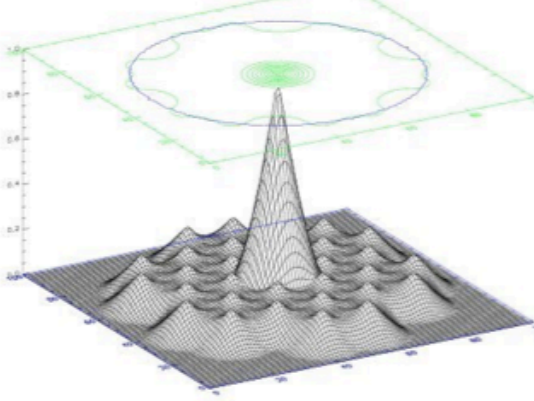
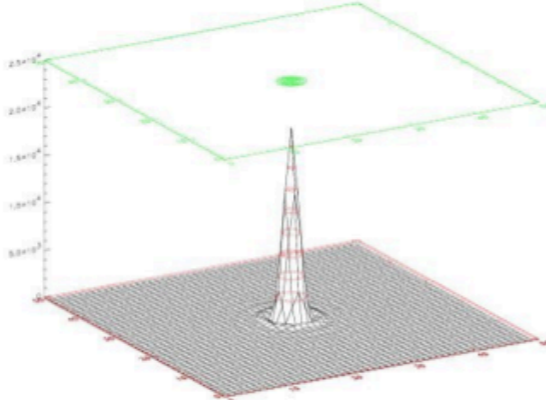
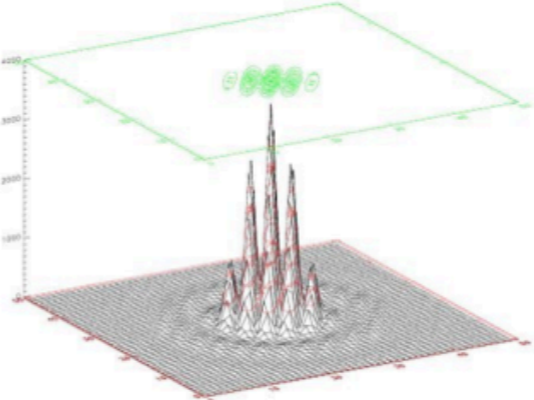
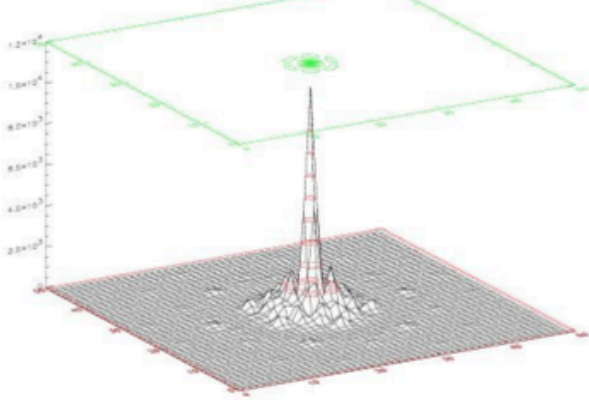
$$I(\vec{Z}) = \delta\left(\vec{Z} - \frac{1}{2}\vec{\alpha}\right) + \delta\left(\vec{Z} + \frac{1}{2}\vec{\alpha}\right)$$

- Visibilité:

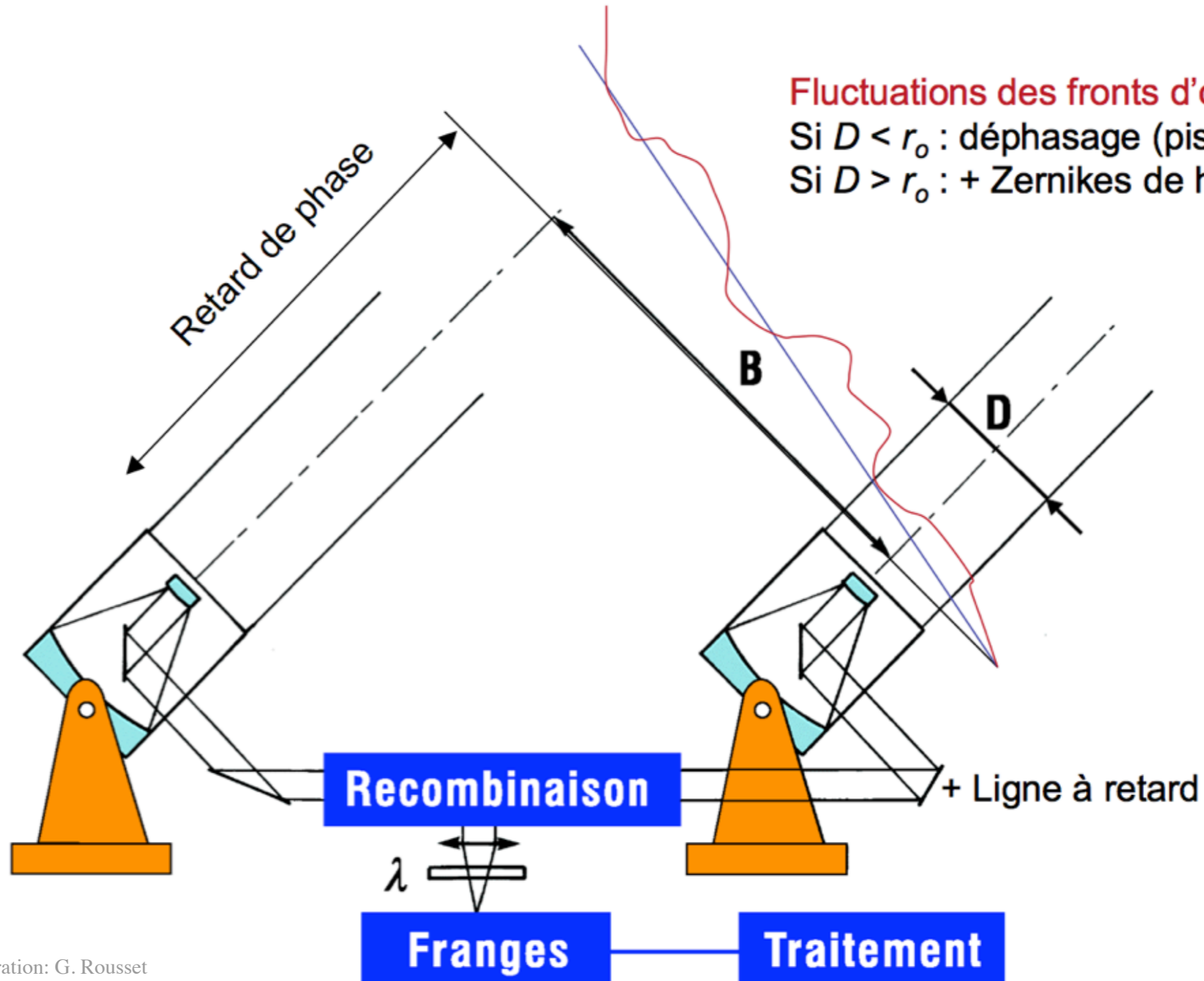
$$V(\vec{B}) = \cos\left(\frac{\pi\vec{\alpha}\vec{B}}{\lambda}\right)$$



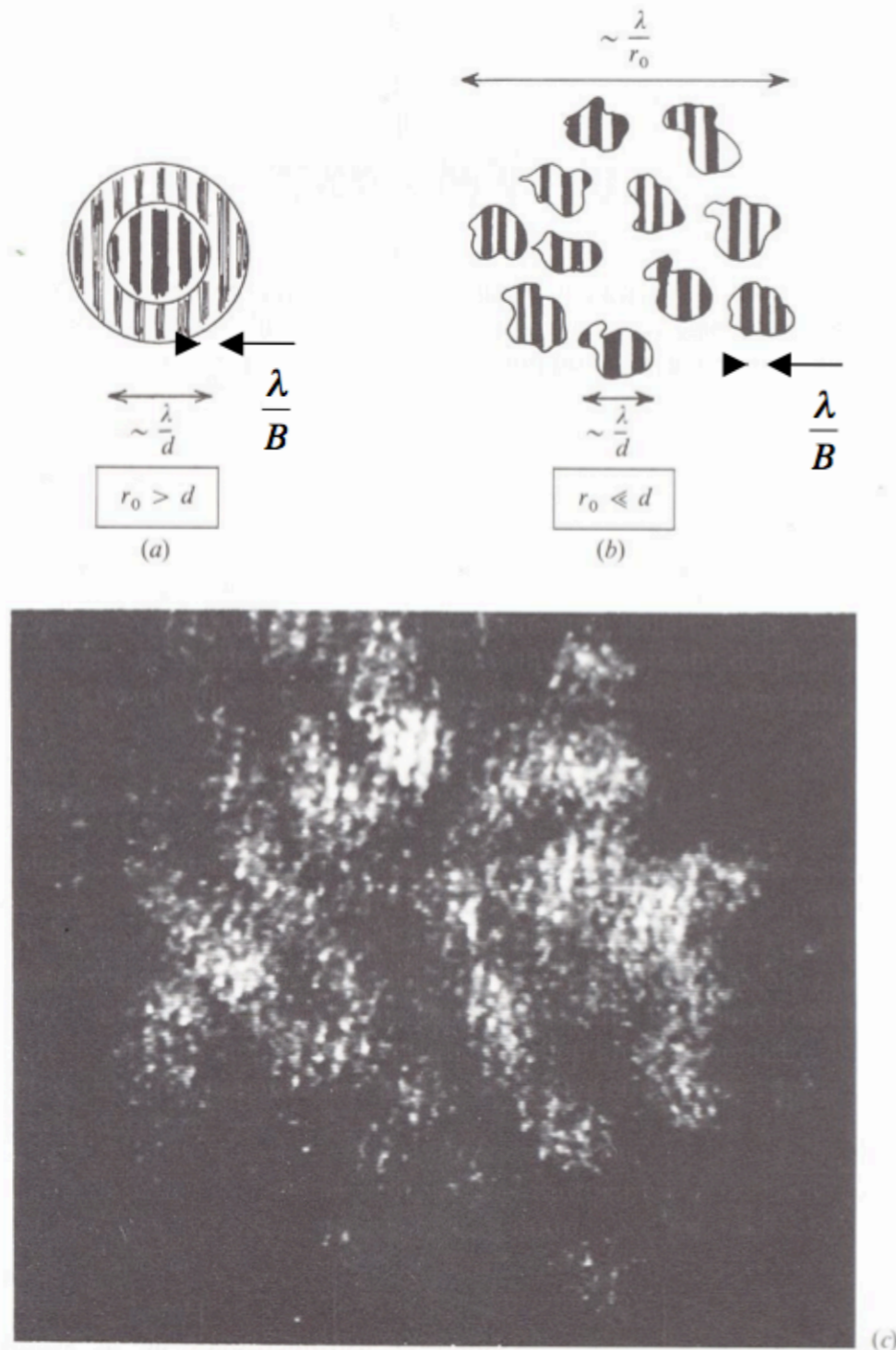
Synthèse d'ouverture

Pupille	1 télescope  D	2 télescopes  d	6 télescopes 
Fonction de transfert			
Réponse impulsionnelle			

Interférométrie et turbulence



Interférométrie des tavelures

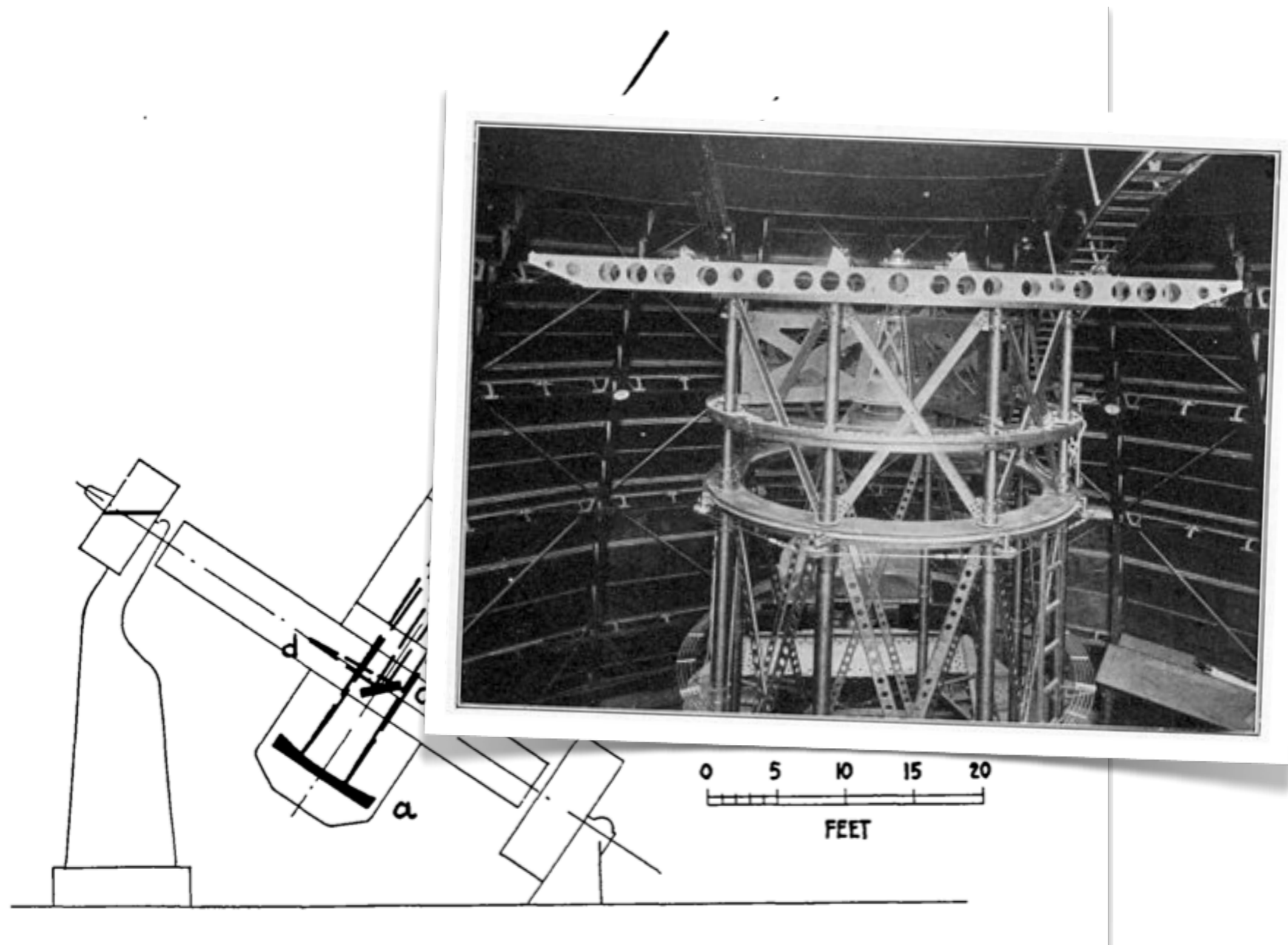


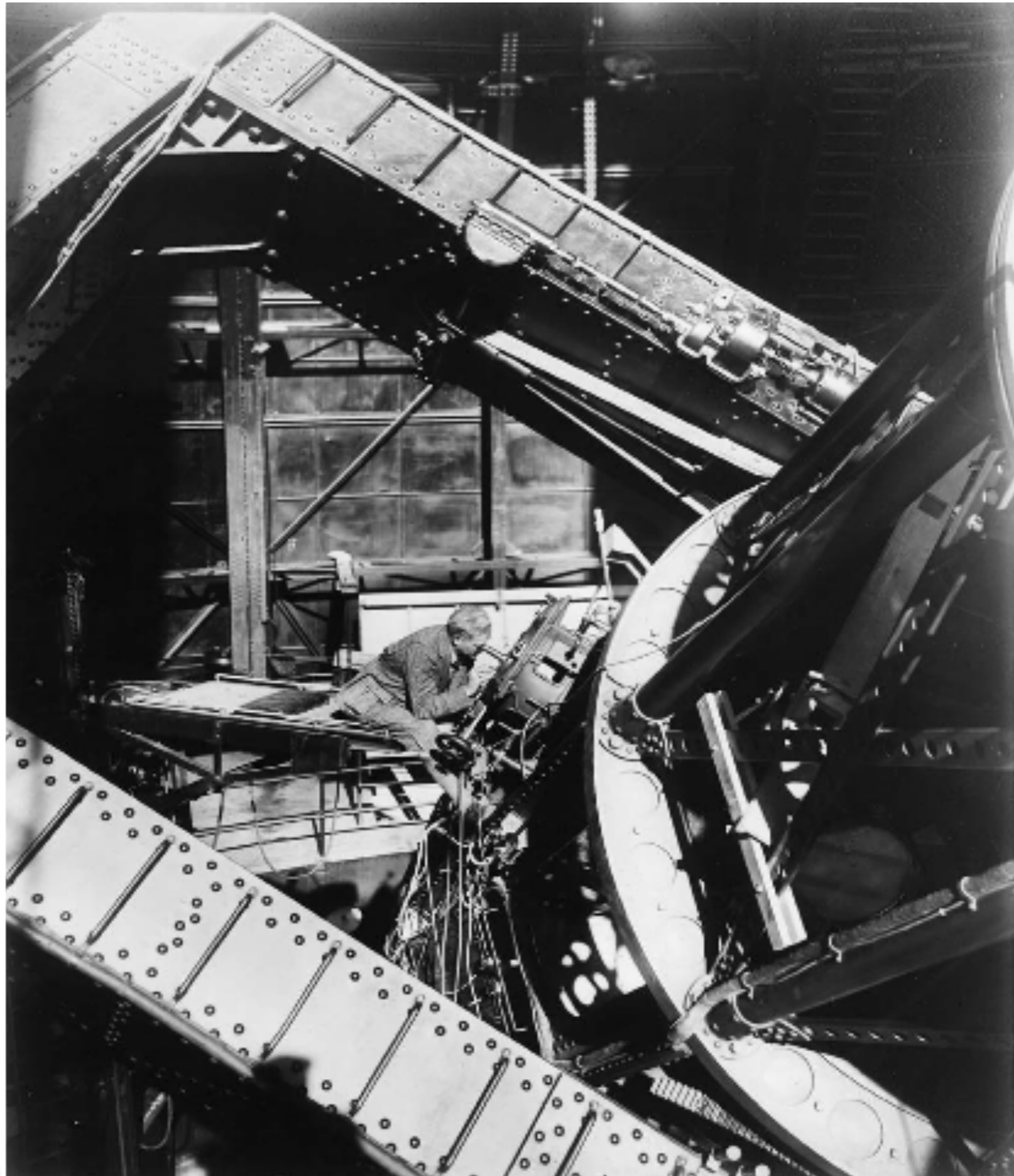
6-26 Aspects du plan focal interférométrique. (a) Cohérence parfaite des fronts d'onde sur les deux pupilles. L'interférence se produit dans l'image d'Airy donnée par une pupille unique. (b) Cohérence des fronts d'onde sur chaque pupille, limitée par la turbulence atmosphérique (paramètre de Fried r_0) : les franges sont présentes dans chaque tavelure, avec une phase aléatoire. (c) Figure d'interférence obtenue entre deux pupilles du Multi Mirror Telescope, distantes de 4.6 m centre-à-centre. $\lambda = 600$ nm. Pose = 1/60 s. (Cliché dû à l'amabilité de E. K. Hege et J. Beckers.) Noter la présence des tavelures contenant des franges.

- Inventée par A. Labeyrie
- Dans une tache globale de largeur λ/r_0 , se trouvent des speckles (=tavelures) de largeur λ/d où d est le diamètre d'un télescope
- A l'intérieur des speckles, on trouve les franges de pas λ/BC des télescopes de grand diamètre, dans le visible par exemple

- Pour les petits télescopes ($d < r_0$): 1) figer les franges en courte pose ou 2) corriger en temps réel le piston entre les télescopes (augmentation possible du temps de pose). Il est souvent nécessaire de corriger les basculements de l'onde («tip-tilt»)
- Pour des télescopes tels que $d \sim r_0$: filtrage spatial (fibre monomode par exemple)
- Pour les grands télescopes ($d > r_0$): 1) Technique d'interférométrie des tavelures (Labeyrie) ou 2) correction des hauts ordres par OA incluant le basculement (sans piston) + filtrage spatial. Enfin, correction supplémentaire du piston en temps réel pour pouvoir intégrer sur les franges

L'interféromètre de 6m sur le télescope Hooker de 2,5m





the value $V(k, n) = 0$. A preliminary investigation by Merrill, with the apparatus used by Anderson¹ in the measurement of Capella, revealed in fact a definite decrease in visibility of the fringes of α Orionis for the maximum separation of the slits (100 inches). This was true, moreover, for all position angles, which indicated that the star is not a binary and that the decrease in visibility is to be attributed to a measurable diameter.

On December 13, 1920, after preliminary settings on β Persei with the mirrors separated 81 inches (229 cm) and on β Persei and γ Orionis with a separation of 121 inches, thus insuring that the instrument was in perfect adjustment, it was turned on α Orionis and fringes across the interferometer image were sought for some time, but could not be found. The seeing was very good, and the zero fringes could be picked up at will.

When next turned on α Canis Minoris the fringes stood out on both images with practically no adjustment of the compensating wedge, which furnishes a check on the disappearance of the fringes for α Orionis.

It is clear from these observations that the disappearance of the

Assuming that the effective wave-length for α Orionis is λ 5750, its angular diameter from the formula $a = 1.22 \lambda/b$ proves to be $0''.047$; and with a parallax¹ of $0''.018$ its linear diameter turns out to be 240×10^6 miles, or slightly less than that of the orbit of Mars. This value corresponds to a uniformly illuminated disk, while for one darkened at the limb, this result, as mentioned above, would be increased by about 17 per cent. The uncertainty of the measurement of the angular diameter is about 10 per cent.

Cordial acknowledgment is tendered to Director George E. Hale for placing the resources of the Observatory at our disposal and for his enthusiastic co-operation in furthering the investigation.

Mr. J. A. Anderson was present on several occasions and we wish particularly to acknowledge his valuable assistance in checking the measures on December 13.

MOUNT WILSON OBSERVATORY

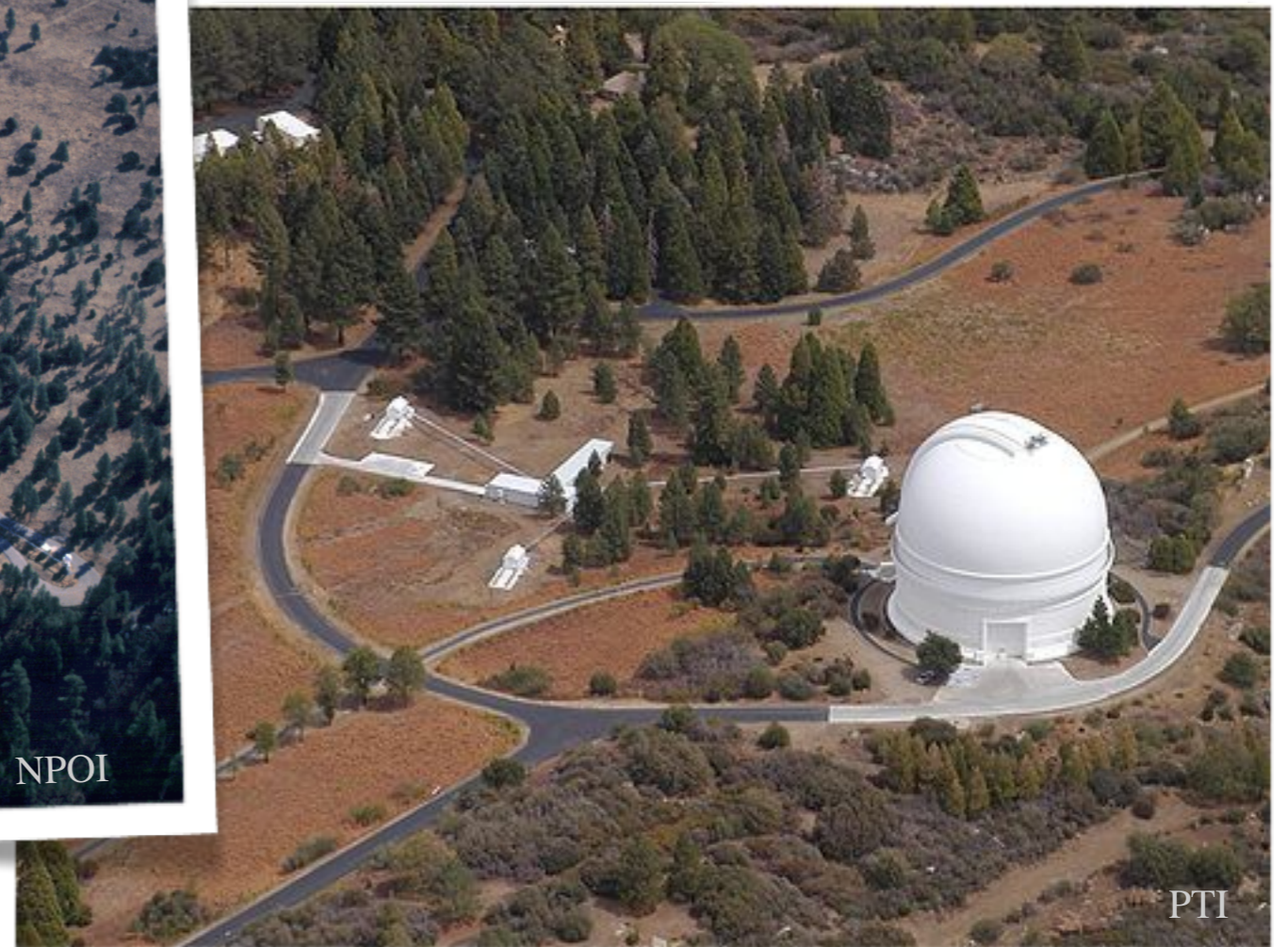
February 1921

¹ The weighted mean of Adams' spectroscopic parallax, $0''.012$, and the trigonometric values of Elkin, $0''.030$, and of Schlesinger, $0''.016$.

Mk I, Mk II, Mk III, PTI & NPOI



NPOI



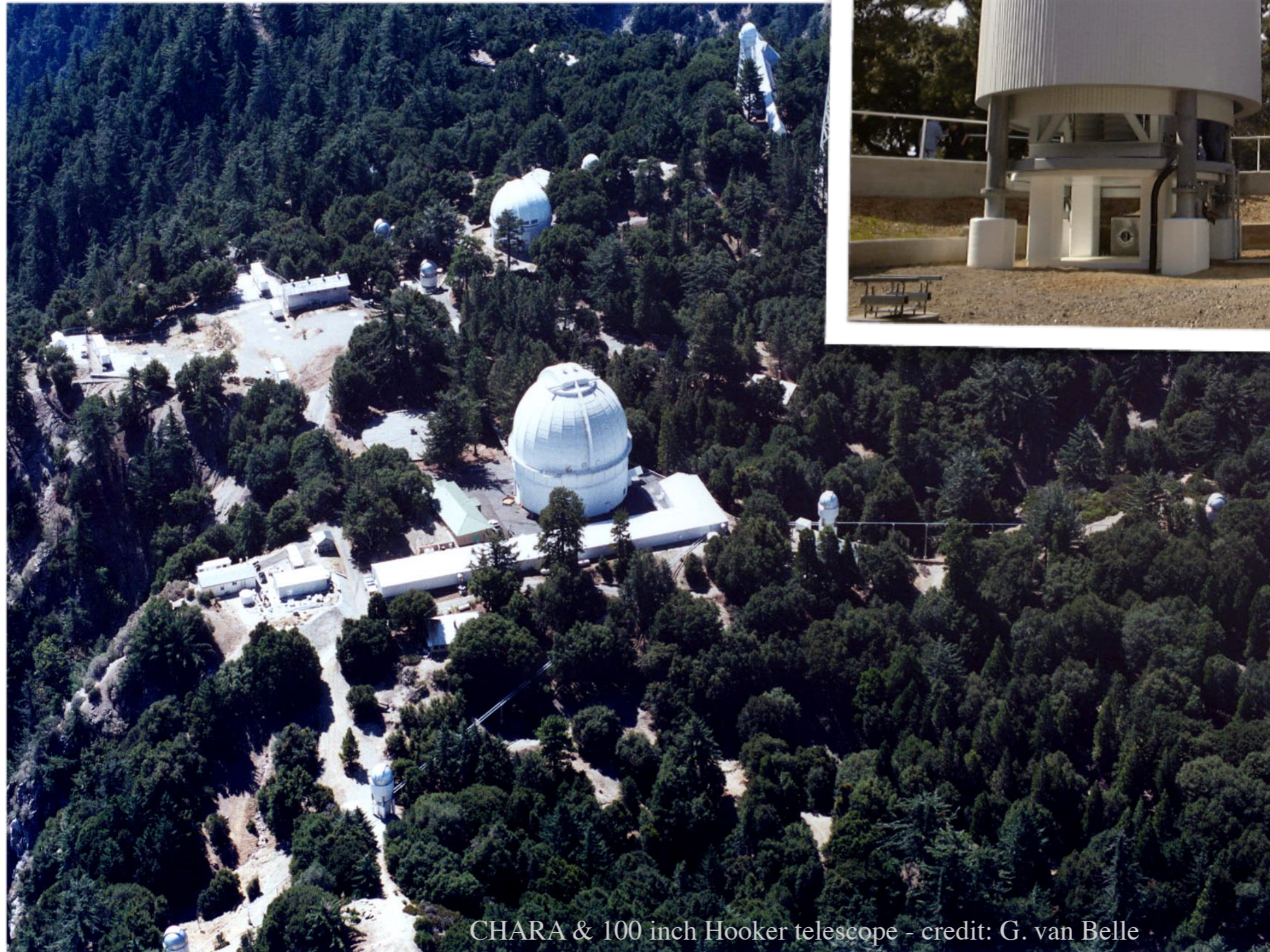
PTI

COAST, IOTA, SUSI

- Petites ouvertures (quelques 10cm) et bases decamétriques à hectométriques
- 2 à 6 télescopes
- Un ou plusieurs instruments de recombinaison
- Les instruments à 3 télescopes ou plus permettent de mesurer la cloture de phase



CHARA



CHARA & 100 inch Hooker telescope - credit: G. van Belle



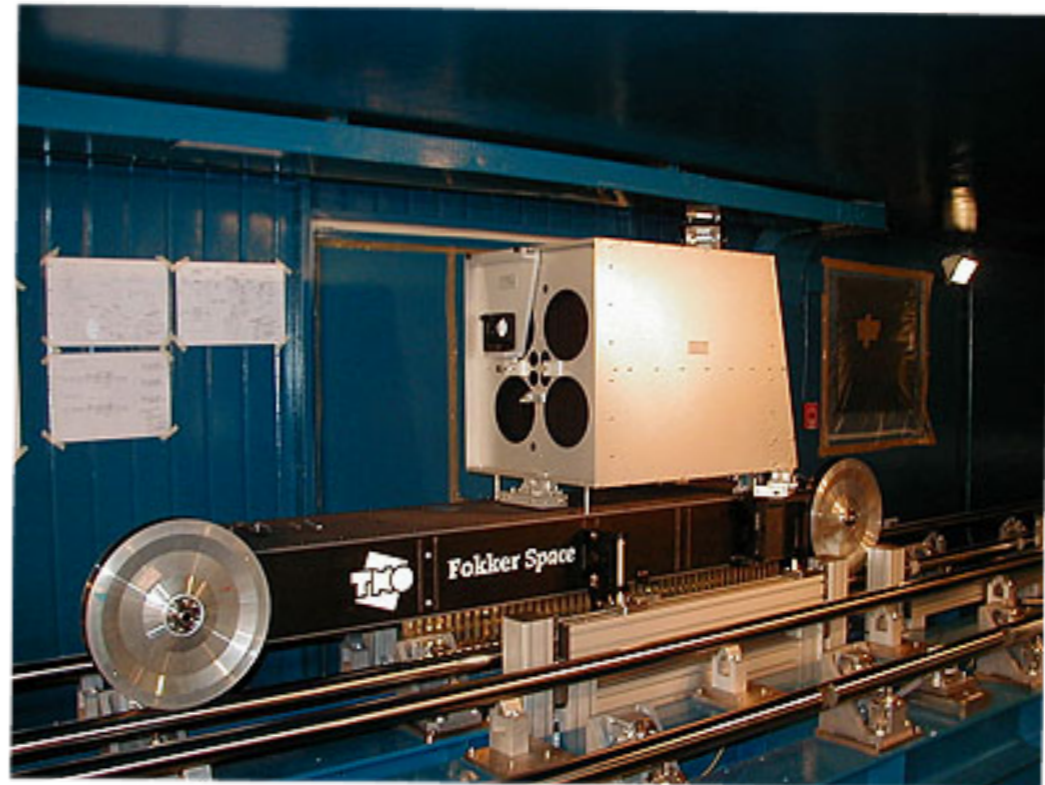
Interféromètre Keck & VLTI

- Interférométrie avec des télescopes de 8-10m
- Haute sensibilité et bases hectométriques
- Instruments de recombinaison très vairés

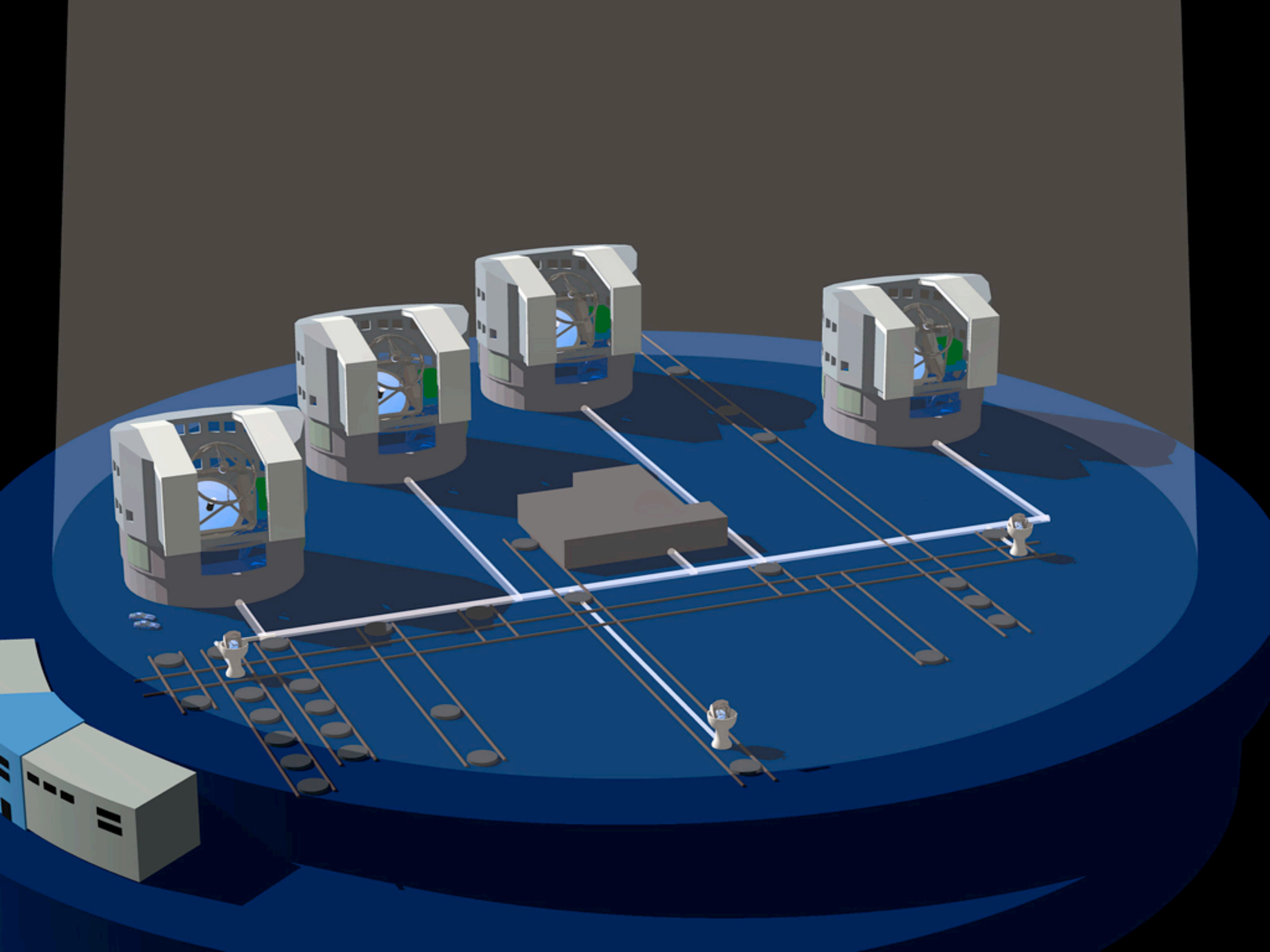


The Keck Interferometer

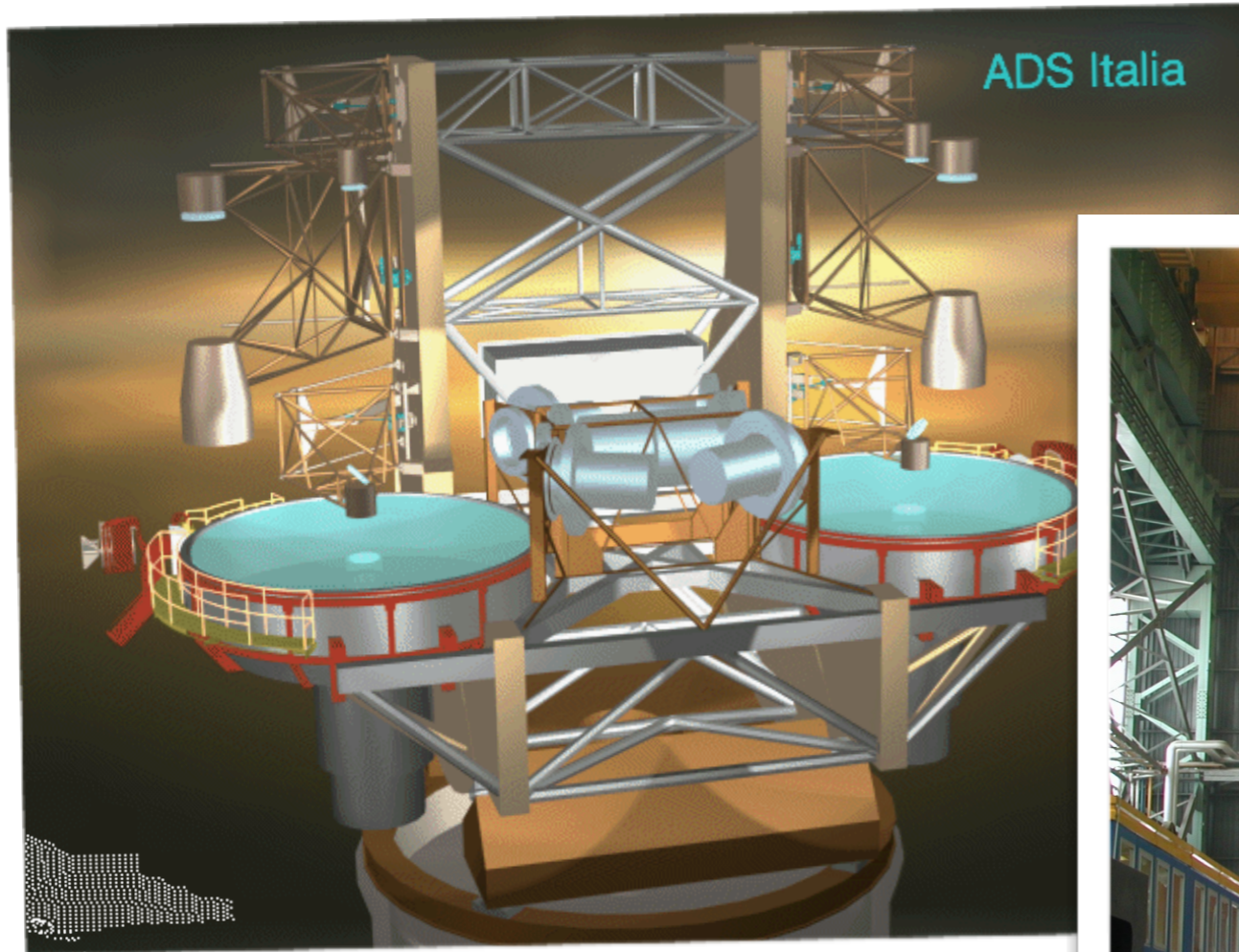
VLT1



ometer



Large Binocular Telescope

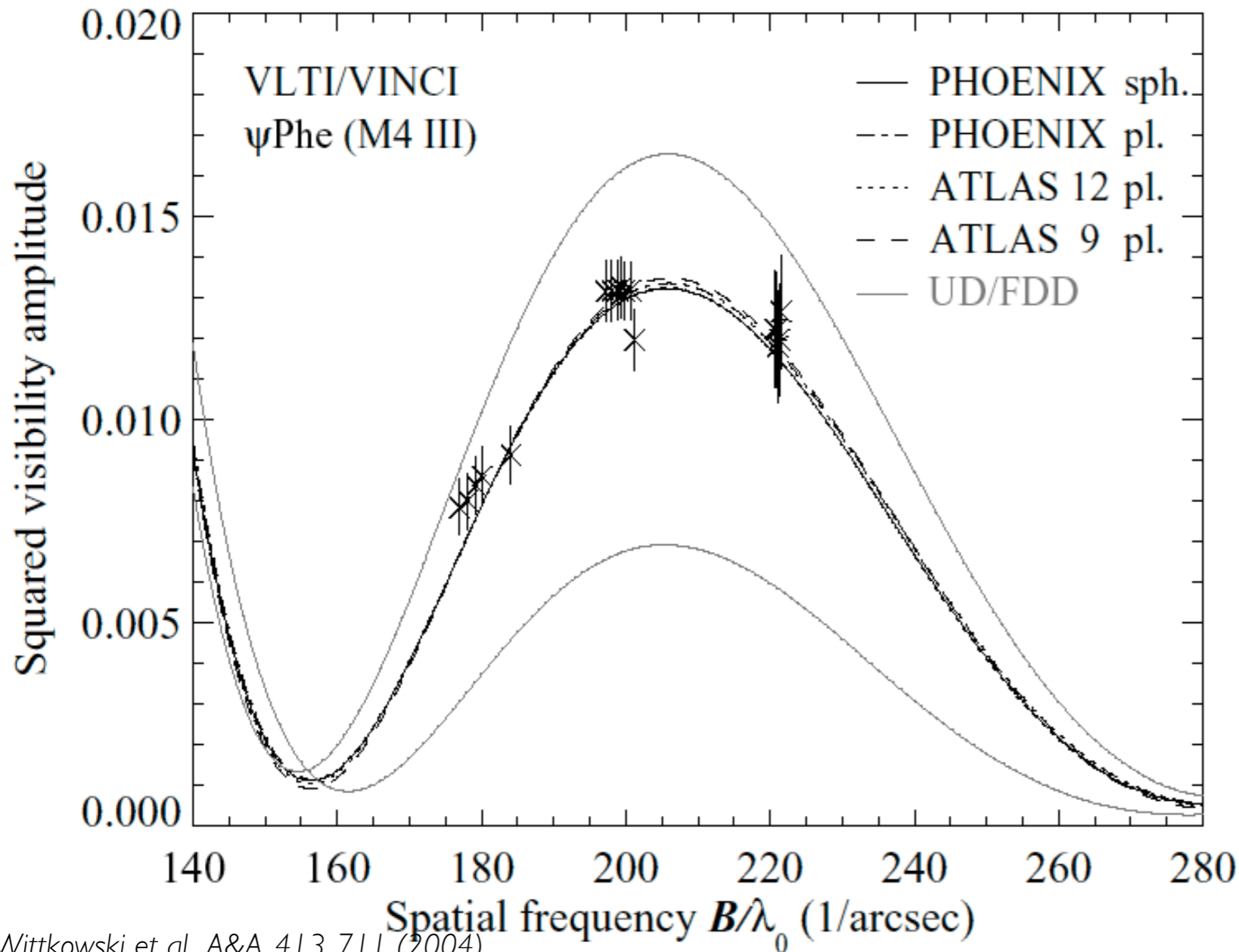


2 télescopes de 8 mètres séparés par 12 mètres

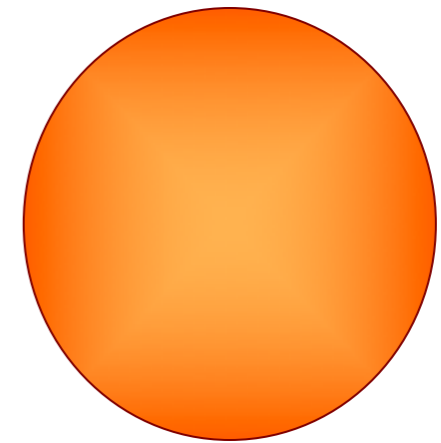
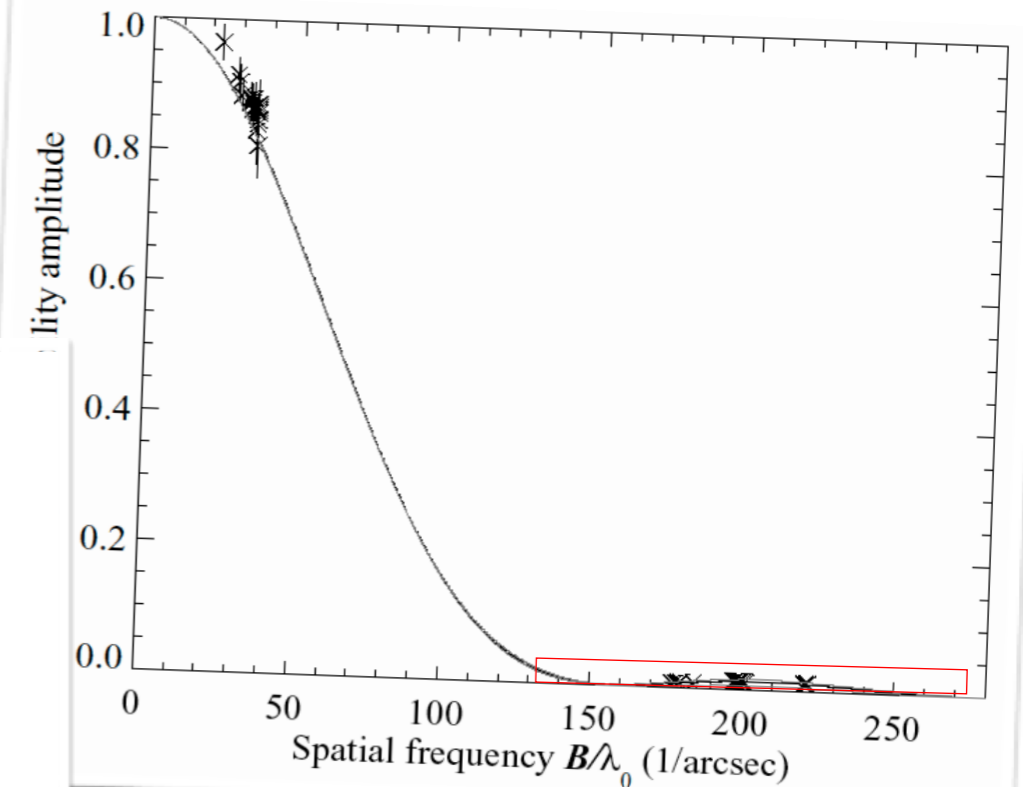
Mauna Kea: le projet OHANA



Assombrissement centre-bord d'une étoile géante froide

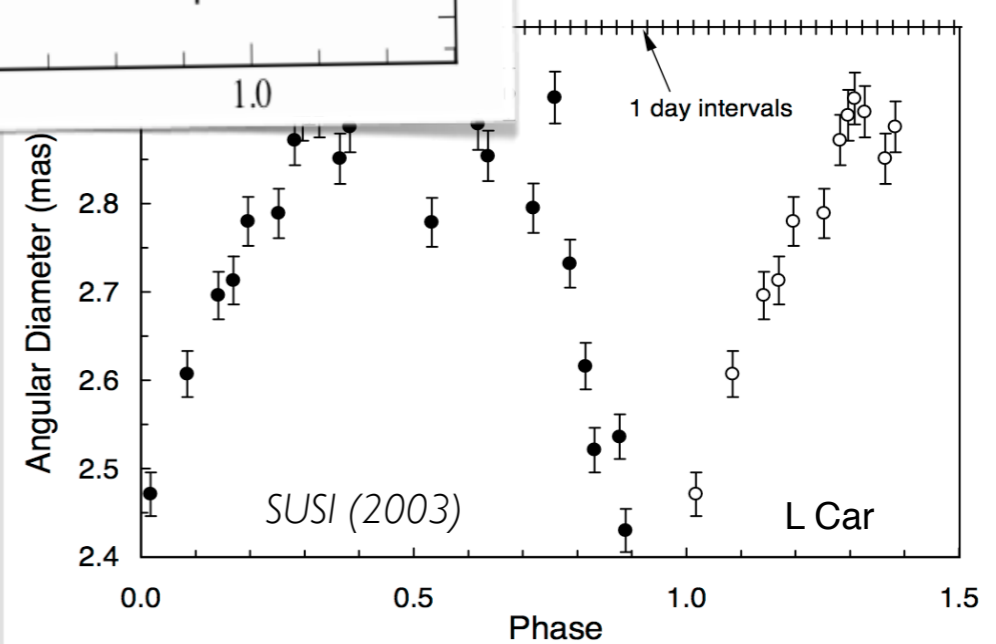
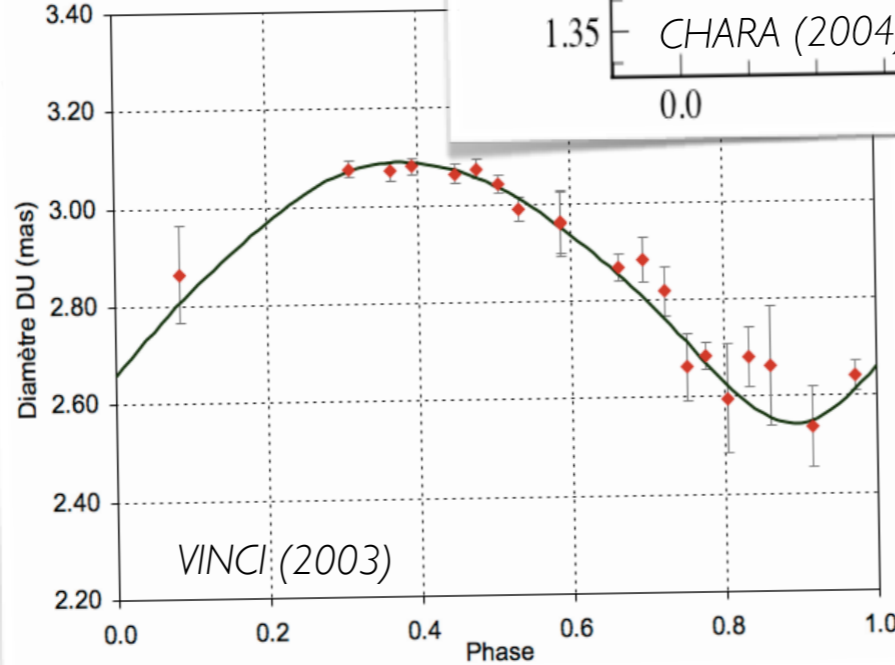
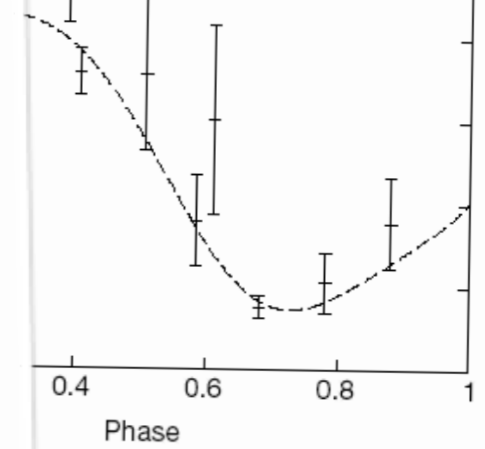
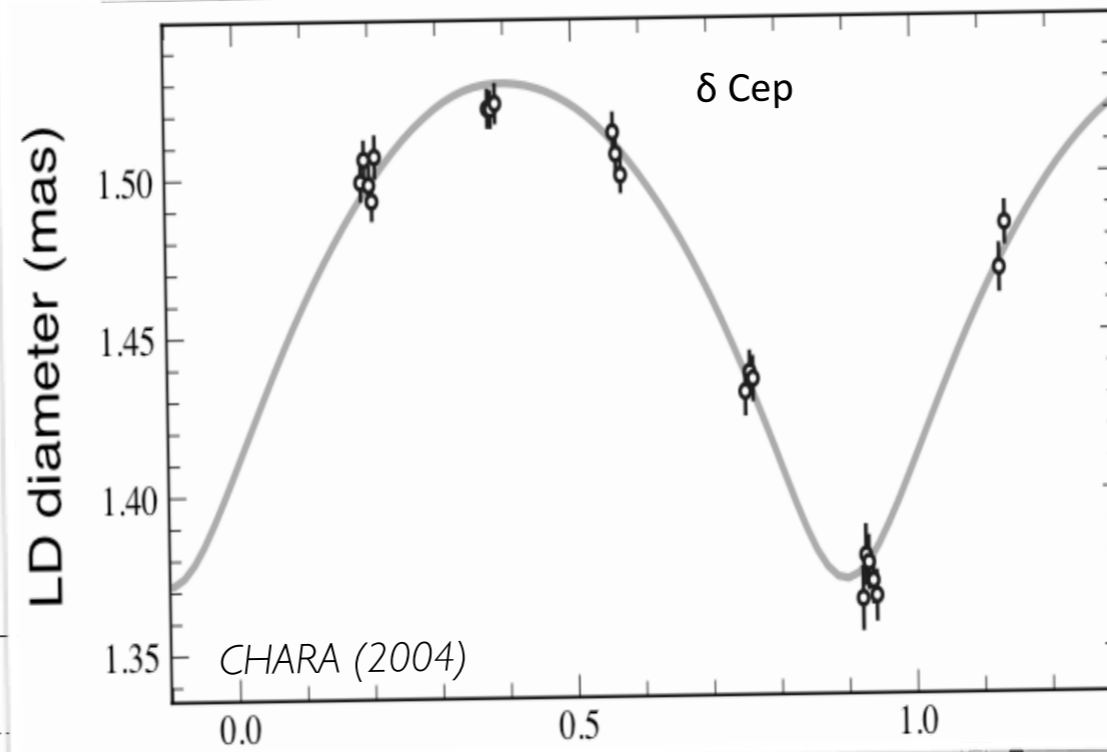
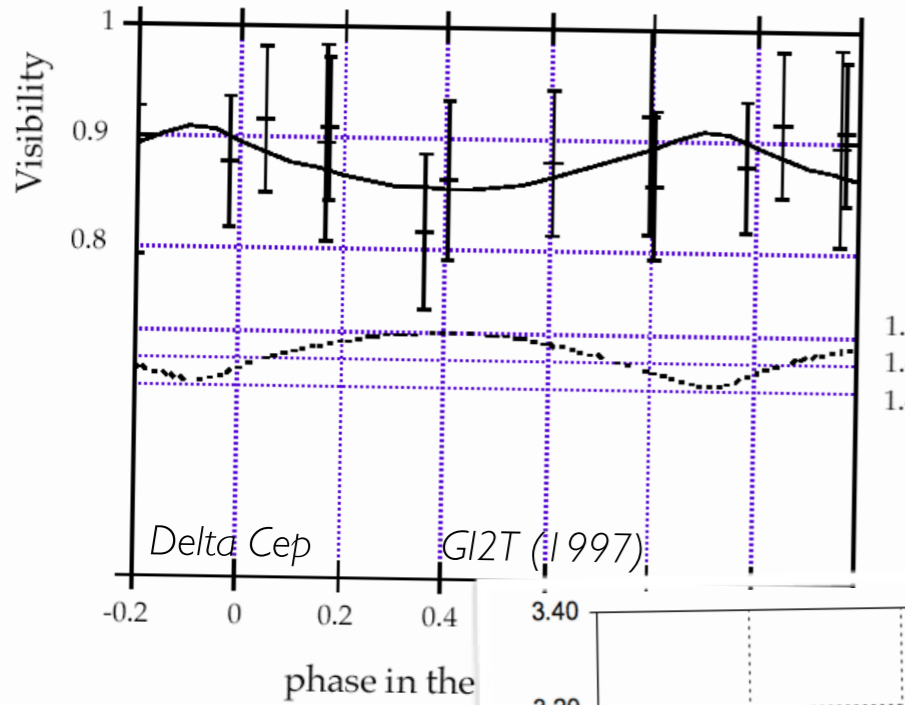
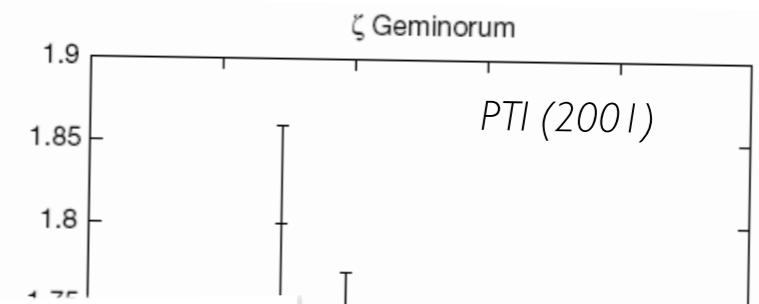
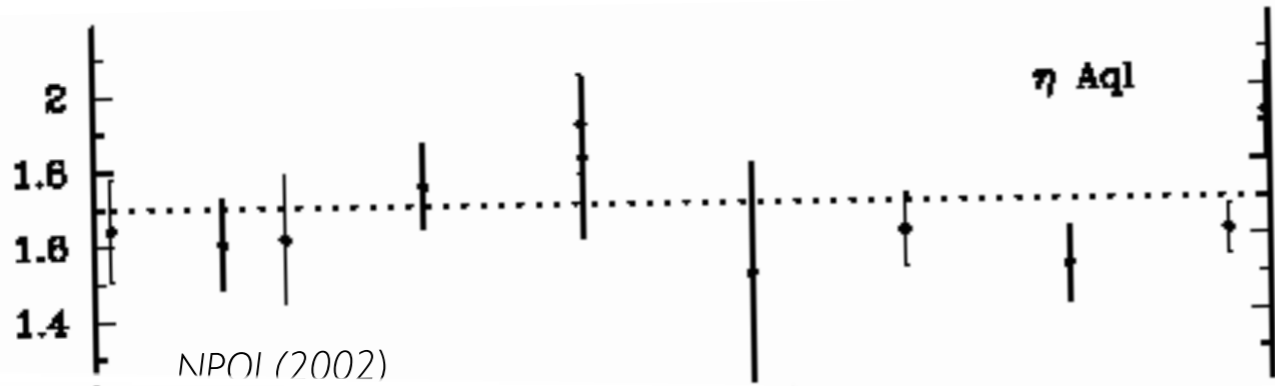


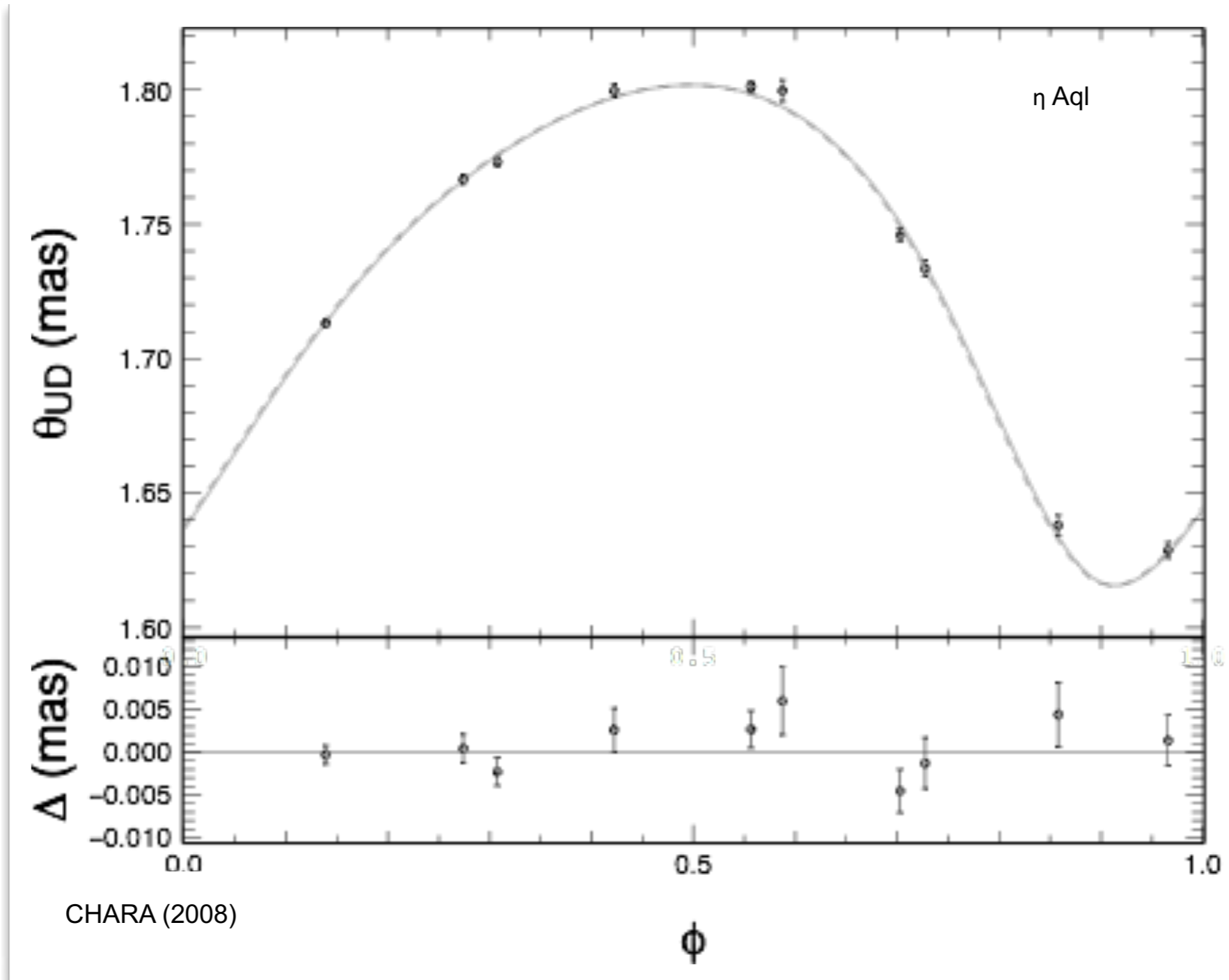
Wittkowski et al. A&A, 413, 711 (2004)



- Les étoiles ne sont pas des disques uniformes
- L'assombrissement contraint bien les modèles d'atmosphère
- Mesures difficiles car à faible visibilité

Céphéides et interférométrie



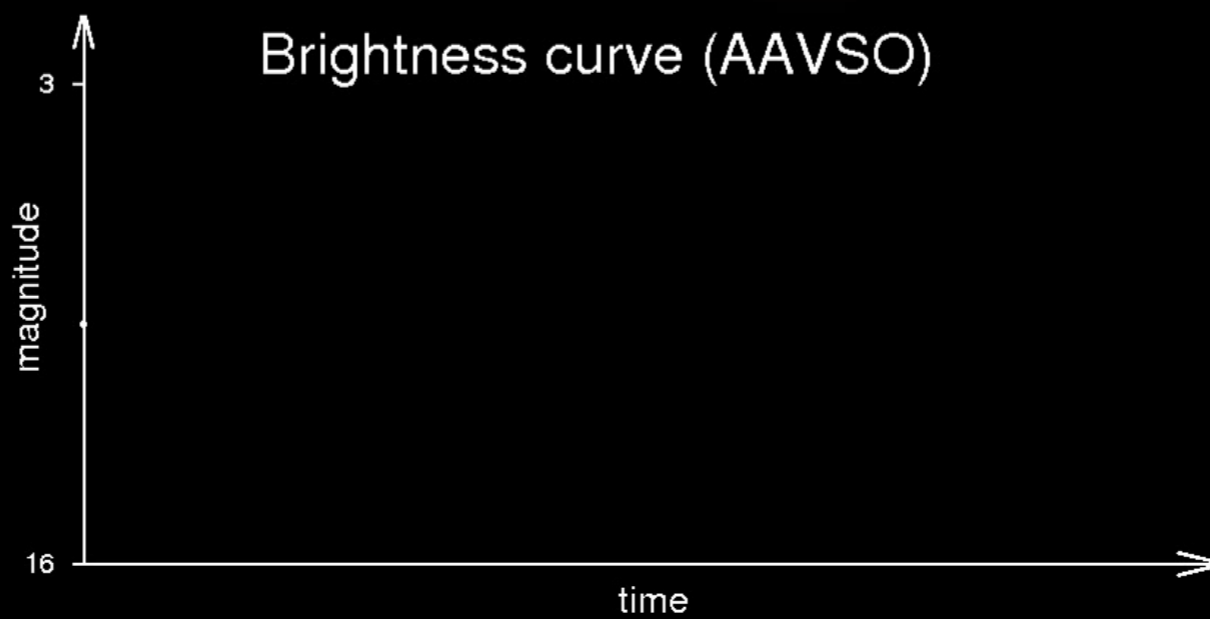


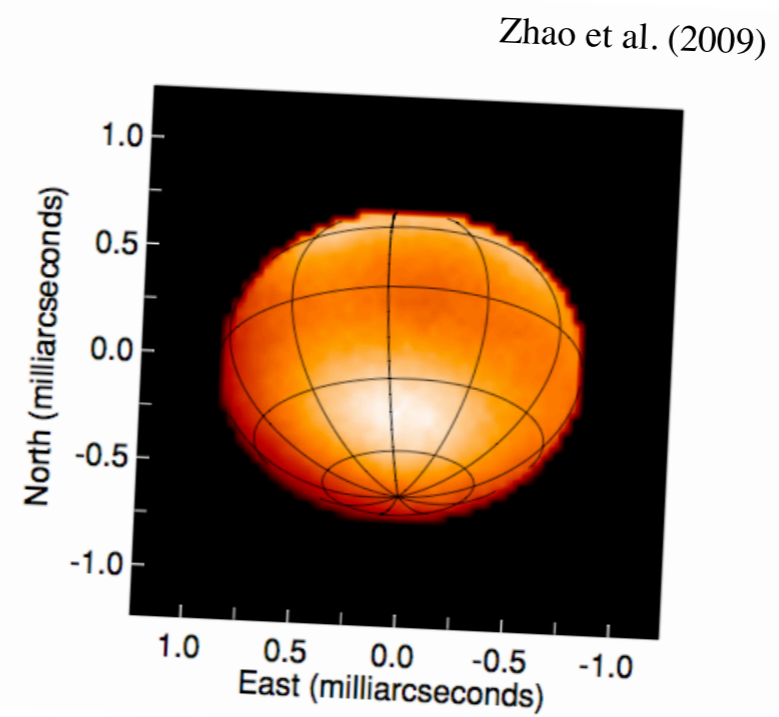
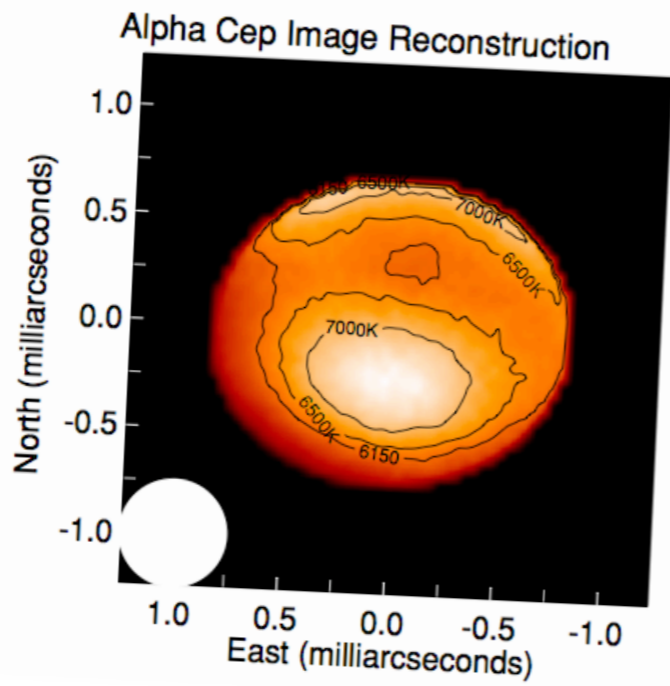
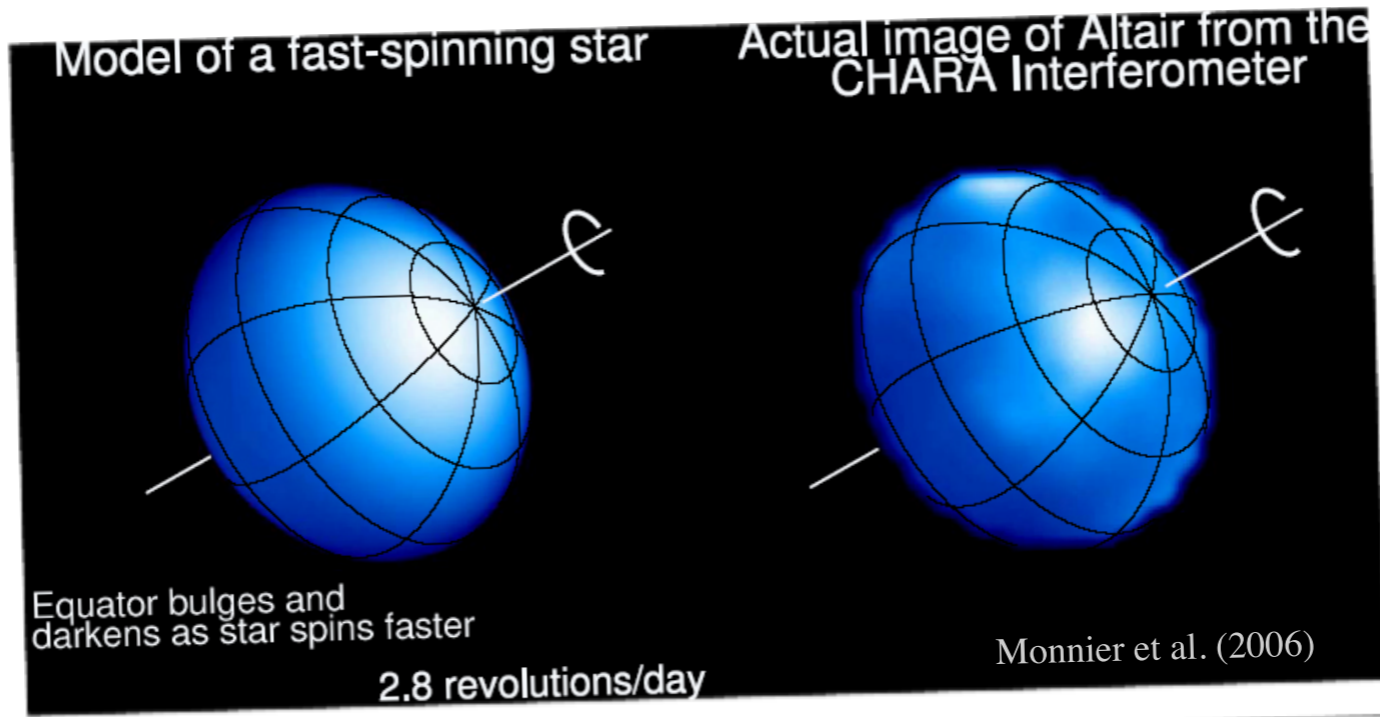
(Mérand et al. A&A 2013)

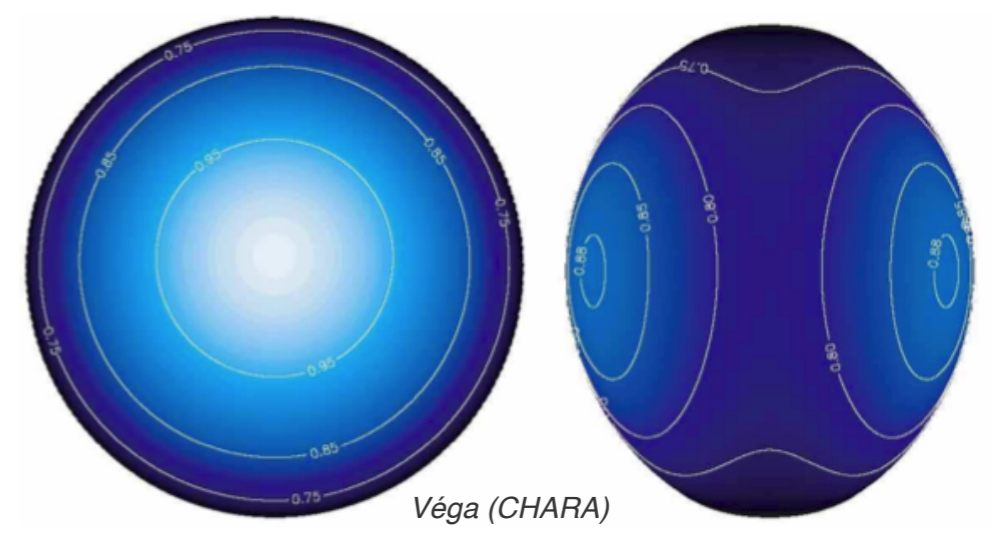
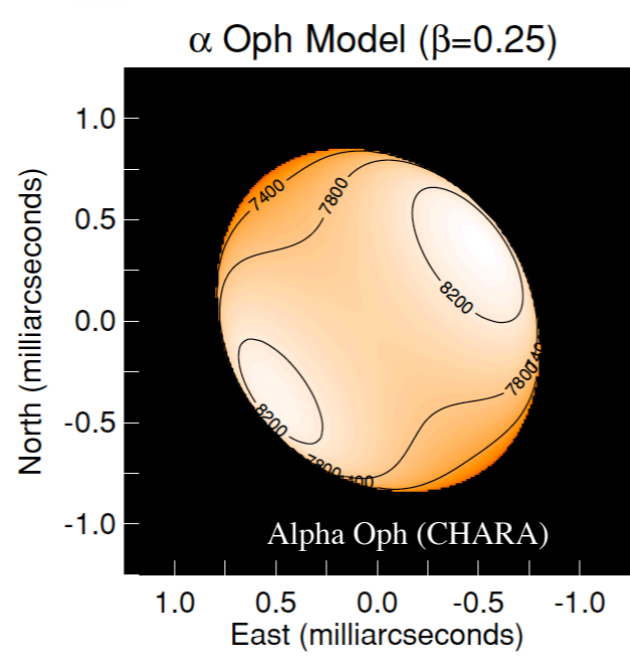
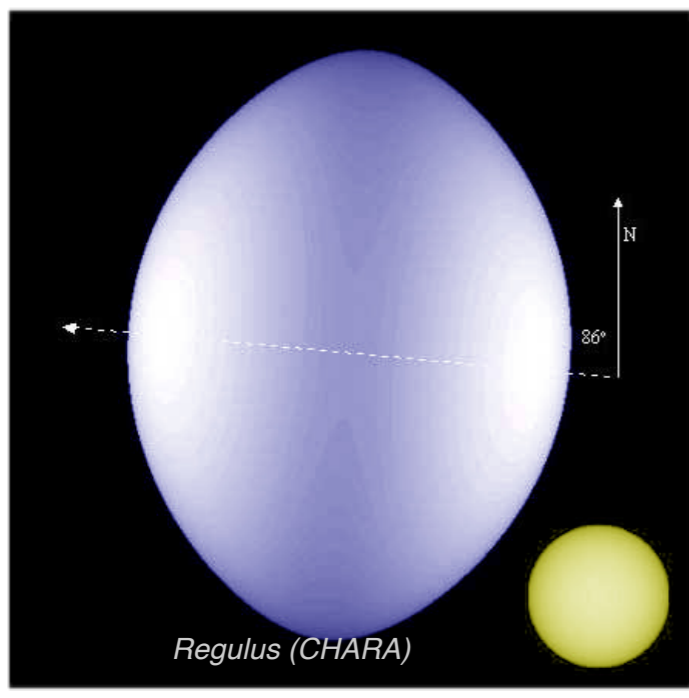
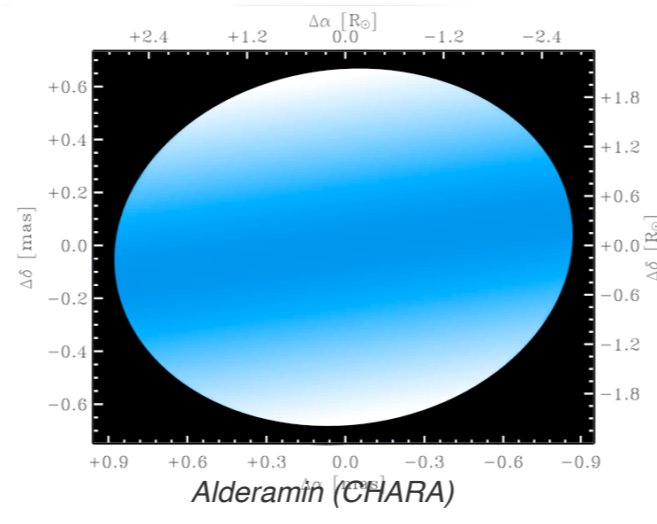
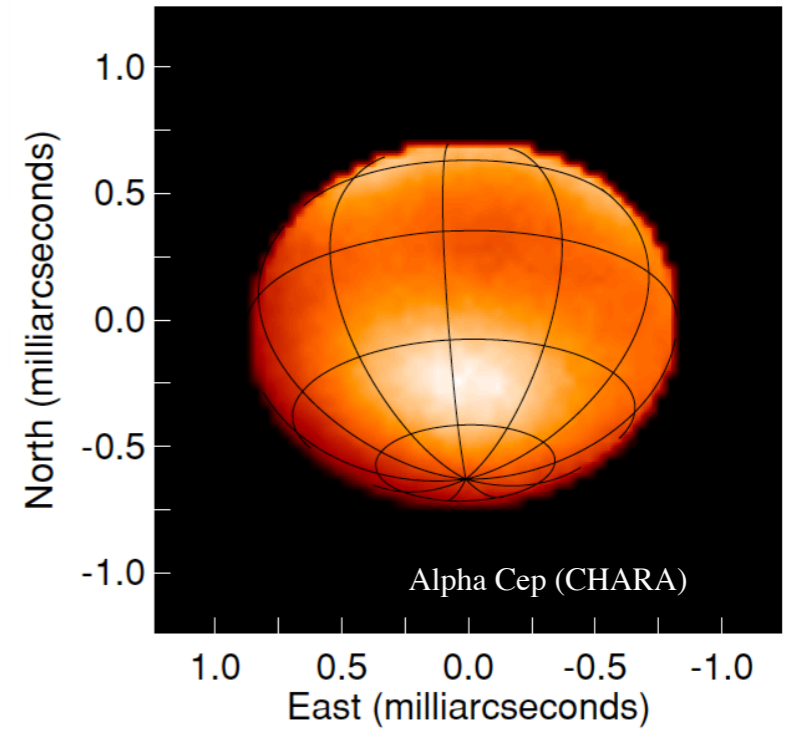
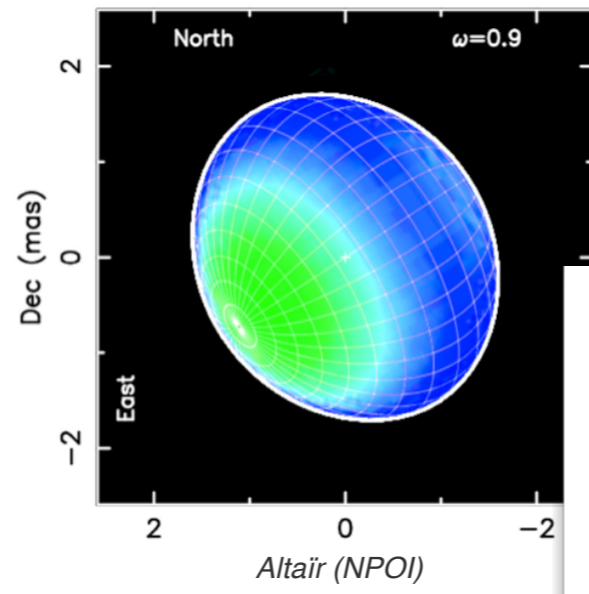
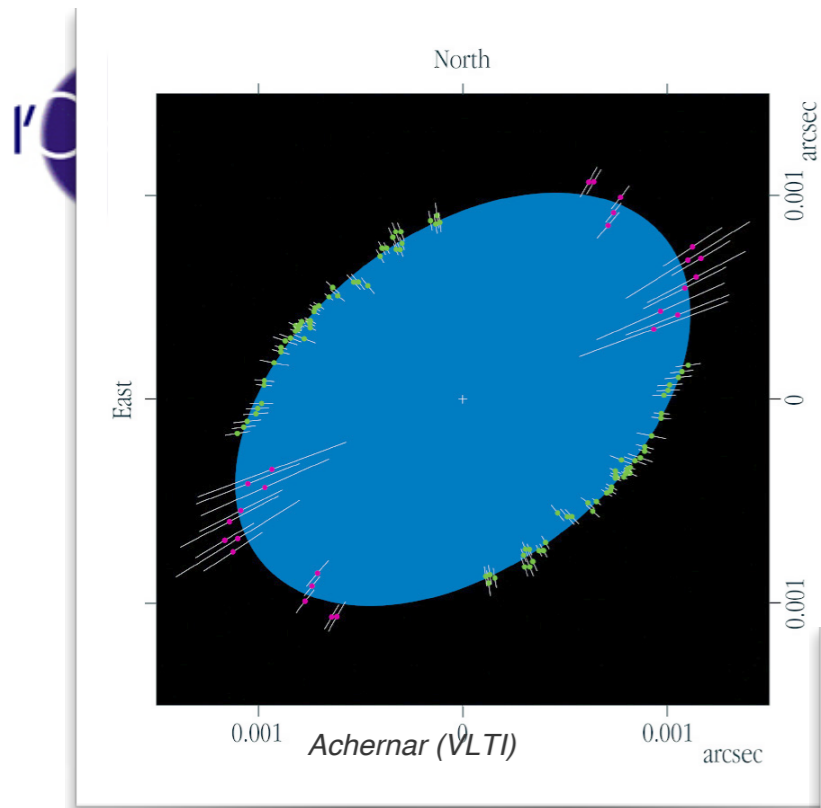
Sun – Earth
distance

25 June 2002

Infrared image (IOTA)







Exercice: résolution et optique adaptative

1. Quelle est le diamètre angulaire en secondes d'angle d'une pièce de 1 euro (16mm) placée à une distance de 5 km ?
2. Calculer la taille d'un télescope permettant de résoudre cette dimension angulaire aux longueurs d'onde visible (600 nm)
3. Est-ce que ce télescope peut atteindre cette résolution angulaire sur une source astronomique depuis le sol ?
4. Considérant un paramètre de Fried de 10cm, quelle est la résolution maximale accessible par ce télescope sur le ciel en longue pose ?
5. Décrire l'image formée par le télescope de la taille calculée en 2) avec la turbulence de la question 4).

Solution: résolution et OA

1. La taille angulaire en secondes d'angle est obtenue par la conversion de la taille angulaire en radians: $\theta = 1,6 \cdot 10^{-2} / 5 \cdot 10^3 = 3,2 \cdot 10^{-6}$ rad ce qui donne $\theta = 3,2 \cdot 10^{-6} / 4,848 \cdot 10^{-6} = 0,66$ arcsec. Noter la relation souvent utile $1'' = 4,848 \cdot 10^{-6}$ rad.
2. La résolution est donnée par $\theta = 1,22 \lambda / D$, donc on peut calculer directement $D = 1,22 \lambda / \theta$ ce qui donne numériquement le diamètre suivant: $D = 1,22 \cdot 6 \cdot 10^{-7} / 3,2 \cdot 10^{-6} = 22,8$ cm (attention à considérer les angles en radians !)
3. Typiquement, la turbulence limite la résolution angulaire des télescopes opérant dans le visible à environ 1 seconde d'angle. Il ne sera donc pas possible d'obtenir cette résolution sans OA avec un télescope de ~ 20 cm.
4. Pour un paramètre de Fried de 10 cm, on sera limité par la turbulence à une résolution angulaire de l'ordre de $(22,8 / 10) * 0,66 = 1,5$ arcsec.
5. On aura formation d'environ 4 « speckles », ou tavelures, en déplacement rapide au plan focal de l'instrument, sur une extension de l'ordre de deux fois la diffraction du télescope.

Exercice: OA avec le VLT

- a. Rappeler brièvement (deux phrases au maximum) l'utilité de l'optique adaptative en astronomie.
- b. Qu'est-ce que le paramètre de Fried r_0 ? Pour une turbulence atmosphérique forte, est-il faible ou élevé ?
- c. Dans un bon site astronomique, on a typiquement $r_0 = 10$ cm à une longueur d'onde $\lambda = 0.6 \mu\text{m}$. La force de la turbulence dépend de λ , et le paramètre de Fried varie en fonction de la longueur d'onde selon $r_0 \propto \lambda^{6/5}$. A partir de cette relation, calculer la longueur d'onde λ_1 à laquelle la résolution angulaire d'un télescope de 8 m de diamètre du VLT devient limitée par la diffraction (en l'absence d'OA).
- d. L'OA actuelle du VLT (instrument NACO) permet d'atteindre un rapport de Strehl S d'environ 60% à $\lambda = 2.2 \mu\text{m}$ sur des étoiles brillantes. En observant à une longueur d'onde $\lambda = 4.5 \mu\text{m}$ avec cet instrument, S sera-t-il plus ou moins élevé qu'à $2.2 \mu\text{m}$? Justifier votre réponse.

Solution: OA avec le VLT

- a) Une OA permet de corriger les variations aléatoires de phase introduites sur un front d'onde par la traversée d'un milieu inhomogène comme l'atmosphère, et donc de reconstituer l'image limitée par la diffraction. Elle augmente ainsi le pouvoir de résolution d'un télescope dont la taille est plus grande que r_0 .
- b) Le paramètre de Fried correspond à la taille typique des cellules perturbant la propagation de la lumière dans l'atmosphère. Il correspond par convention au diamètre du disque sur lequel la variance de la phase vaut 1 rad^2 . Il s'agit aussi de la taille maximum d'un télescope sans OA dont la qualité d'image sera limitée par la diffraction. Pour une turbulence forte, r_0 est petit.
- c) On a $r_0(\lambda_0 = 0.6 \text{ } \mu\text{m}) = 0.1 \text{ m}$, soit $D/r_0 = 80$ en visible pour $D=8\text{m}$. On cherche λ_1 telle que $D/r_0 = 1$, donc $\lambda_1/\lambda_0 = 805/6 = 38$, soit $\lambda_1 = 23 \text{ } \mu\text{m}$.
- d) Lorsque λ augmente, r_0 augmente également (voir la question précédente), et donc le rapport de Strehl sera plus élevé (on se rapproche du cas de la diffraction simple).

