



... et la lumière...

LA PRODUCTION DE RAYONNEMENT



... fut.

15

16

17

18

19

20

Ra 2

A PROPOS DES ELEPHANTS

Il était une fois un petit village perdu dans les montagnes: les habitants avaient le malheur d'avoir été aveugles depuis leur naissance

Un jour, les gens du village apprennent qu'un zoo s'est installé dans une grande ville qui se trouve à quelque distance du village... et que dans ce zoo il y a un éléphant. Cette information les passionne. Ils ont tous entendus parler des éléphants, mais ils ne savent pas comment sont faits ces animaux. Il se cotisent pour envoyer au zoo quelques délégués particulièrement renommés pour leur intelligence.

Rentrés au village, les aveugles convoquent une réunion pour raconter ce que chacun a pu tirer de son voyage : ils parlent à tour de rôle.

Le premier : "un éléphant, c'est une corde épaisse comme le poing..."
"Mais non" réplique le deuxième, " c'est une sorte de cylindre très grand et très lourd posé verticalement par terre - on ne peut ni mettre les bras autour ni le soulever - de temps en temps ça bouge et on ne peut pas l'arrêter". Puis c'est un autre qui prend la parole : "Je ne sais où vous êtes allés vous deux, un éléphant n'est qu'un tuyau, très mobile et très long, qui vous souffle parfois dans l'oreille. De temps en temps, il vous soulève du sol..."

Et ainsi de suite... chacun raconte ses impressions, différentes des autres et personne ne croit qu'il s'agit du même animal.

RESUME DES MECANISMES POUR LA PRODUCTION
ET POUR L'ABSORPTION DE RAYONNEMENT

LE RAYONNEMENT CONTINUGENERALITES -

On montre, à partir de l'électrodynamique classique, qu'un électron accéléré émet de l'énergie sous forme d'ondes électromagnétiques; la puissance $P(t)$ rayonnée à un moment donné est exprimé par :

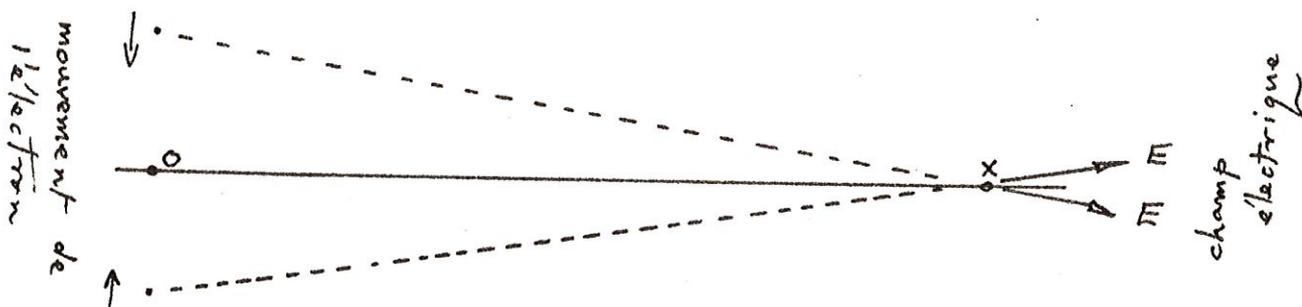
$$P = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} a(t)^2 \quad \text{erg s}^{-1}$$

$a(t)$ étant l'accélération instantanée de l'électron.

Au cours d'un temps fini, l'énergie totale rayonnée est donnée par :

$$E = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \int_{t_1}^{t_2} a^2(t) dt \quad \text{erg}$$

Remarquons que c'est l'assymétrie de la distribution de charge électrique par rapport au centre du mouvement qui est à la base de l'énergie rayonnée. Considérons deux électrons, disposés symétriquement autour d'un point 0 et faisant des oscillations harmoniques en sens opposés.



Le champ électrique à un endroit X est la somme vectorielle des champs contribués par chaque électron : on remarque dans le cas où les électrons oscillent en antiphase (c'est-à-dire, la distribution de charge est symétrique par rapport au centre du mouvement), la composante transversale du champ totale est nulle - une onde transversale n'est pas émise par cet ensemble oscillant d'électrons.

Ceci est un exemple d'un système sans "moment dipolaire électrique" : on montre plus généralement que de tels systèmes ne rayonnent que très faiblement. Cette constatation reste valable aussi dans le domaine quantique, ce qui fait que des transitions qu'on pouvait espérer observer de la part de molécules symétriques, par exemple le H_2 , sont fortement interdites.

Question : Considérons un ensemble d'atomes d'hydrogène neutres. En supposant que la température est bien en dessous de l'énergie de dissociation de la molécule H_2 , y-a-t-il une production de cette molécule par suite de la combinaison de deux atomes ? Comment pourrait-on "encourager" la formation de molécules H_2 ?

Dans le cas d'un électron faisant des oscillations harmoniques (vitesses non-relativistes) la fréquence du rayonnement émise est égale à la fréquence de l'oscillation. Remarquons qu'un mouvement circulaire peut-être assimilé à une oscillation harmonique, dont la période est égale à la période de rotation; le rayonnement sera émis dans le plan du mouvement circulaire.

Finalement, l'énergie rayonnée par un électron accéléré est au dépens de son énergie cinétique : s'il n'y a pas de source d'énergie, le mouvement de l'électron sera amorti.

LA DIFFUSION THOMSON : diffusion des photons par des électrons au repos -

$$h \nu \ll m_e c^2$$

Du point de vue de l'électromagnétisme classique, ce processus peut-être considéré



comme la mise en oscillation d'un électron au repos par une onde incidente, suivi de l'émission de l'énergie par l'électron. Cette énergie est émise à la même fréquence que l'énergie incidente.

Du point de vue quantique, le processus est équivalent à une collision élastique d'un photon $h \nu$ avec un corps au repos qui ne gagne pas de l'énergie -



le photon est seulement dévié, sans changement de fréquence. Sous cette forme, le phénomène est un cas particulier du phénomène Compton (voir plus loin).

La diffusion Thomson contribue à l'opacité d'un milieu contenant des électrons libres :

a) les photons sont déviés de leurs chemins et donc, par rapport à une direction de visée quelconque, il y en a une perte ;

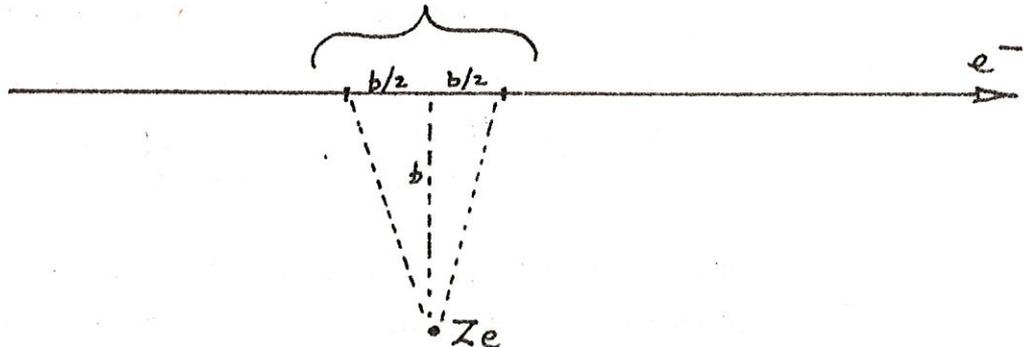
b) par suite de la diffusion, les trajets des photons avant de sortir d'un milieu sont rallongés - les photons sont "piégés" et donc la probabilité qu'ils seront effectivement absorbés par un autre processus (bremsstrahlung, atomique) est augmentée.

BREMSSTRAHLUNG THERMIQUE : on trouve également les noms "transitions libre-libre" (ou "free-free"), "rayonnement de freinage". C'est le rayonnement émis quand un électron non-relativiste passe dans le voisinage d'un ion - c'est donc le rayonnement émis par un plasma pas trop dense (pourquoi "pas trop dense" ?)

Nous étudierons ce processus particulièrement simple en détail (mais sans rigueur mathématique) pour montrer comment les paramètres physiques du milieu interviennent pour le calcul du rayonnement émis.

Considérons un électron ayant une vitesse v qui passe à une distance b d'un ion de charge Ze .

la force d'attraction est particulièrement forte ici



Dans le voisinage de l'ion, l'électron subit une accélération a :

$$a = - \frac{Ze^2}{m_e} \frac{1}{r^2}$$

Nous allons considérer que la force d'attraction est particulièrement importante seulement pendant la période de temps où l'électron est très près de l'ion, soit le temps b/v : de plus, nous considérons que l'accélération est constante, égale à la valeur $-\frac{Ze^2}{m_e b^2}$. En dehors de cette période, l'accélération est négligée.

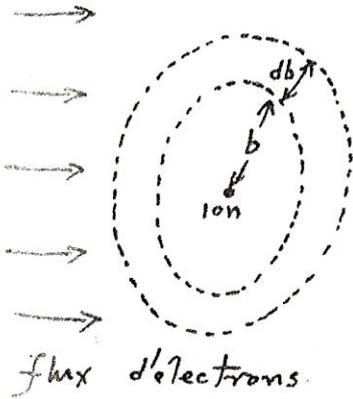
La fréquence de rayonnement émis ν dans le voisinage de l'ion \approx 1/période du mouvement circulaire équivalent = $\nu / 2\pi b$

L'énergie totale rayonnée à la fréquence ν

$$\begin{aligned} &= E_\nu \\ &= \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \int_0^{b/v} a^2 dt \\ &= \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \left(\frac{Ze^2}{m_e b^2} \right)^2 \frac{b}{v} \\ &= \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \left(\frac{Ze^2}{m_e} \right)^2 \frac{1}{v b^3} \end{aligned}$$

Dans un milieu réaliste, il y a une distribution de vitesses électroniques et une distribution de séparations entre électrons et ions.

Considérons d'abord la distribution en distance. Si la densité électronique est n_e , le flux d'électrons (nbre/surface/temps) est égale à $n_e v$.



Par conséquent, le nombre d'électrons qui traversent un anneau d'épaisseur db autour de l'ion est égale à $(n_e v)(2\pi b db)$

Il s'en suit que l'énergie rayonnée par unité de temps (pourquoi par unité de temps ?) est égale à :

$$\frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \left(\frac{Ze^2}{m_e} \right)^2 \frac{1}{b^3 v} \cdot n_e v \cdot 2\pi b db ;$$

or :

$$\gamma = \frac{1}{2\pi} \frac{v}{b}$$

d'où :

$$d\gamma = \frac{v db}{2\pi b^2}$$

Donc :

L'énergie rayonnée par unité de temps = Puissance

$$= \frac{8\pi^2}{3} \frac{e^2}{c^3} \left(\frac{Ze^2}{m_e} \right)^2 \frac{n_e}{v} d\gamma$$

On suppose que les électrons vérifient la distribution de Maxwell-Boltzmann à la température T :

$$N(v) dv_x dv_y dv_z = \left(\frac{m_e}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-m_e v^2 / 2kT} dv_x dv_y dv_z$$

Donc pour trouver la puissance émise par l'ensemble d'électrons, il faut sommer sur la distribution Maxwellienne :

Puissance rayonnée dans l'intervalle de fréquence

$$= d\nu \frac{8\pi^2}{3} \frac{e^2}{c^3} \left(\frac{Ze^2}{m_e} \right)^2 n_e \left(\frac{m_e}{2\pi kT} \right)^{3/2} \int_{\nu_{\min}}^{\infty} \frac{e^{-m_e v^2/2kT}}{v} dv_x dv_y dv_z$$

On remarque :

a) $dv_x dv_y dv_z = 4\pi v^2 dv$

b) la borne inférieure de la somme n'est pas zéro, mais est définie par :

$$\frac{m_e v_{\min}^2}{2} = h\nu$$

parce que les électrons moins énergétiques ne peuvent pas rayonner des photons à la fréquence ν .

On trouve finalement :

Puissance rayonnée à la fréquence ν dans l'intervalle $d\nu = P_\nu d\nu$

$$P_\nu d\nu \propto T^{-1/2} Z^2 n_e e^{-h\nu/kT} d\nu$$

Si la densité des ions est n_i

$$P_\nu d\nu \propto T^{-1/2} e^{-h\nu/kT} Z^2 n_e n_i d\nu$$

Pour trouver la puissance totale rayonnée, on somme sur toutes les fréquences, ce qui donne :

$$P \propto Z^2 n_e n_i T^{1/2}$$

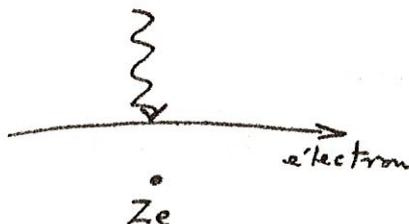
$$= 1.4 \times 10^{-27} Z^2 n_e n_i T^{1/2} \text{ (erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}\text{)}$$

On remarque tout particulièrement que la forme algébrique de P_ν et de P est due à l'hypothèse d'une distribution Maxwellienne de vitesses ; si on avait choisi une autre distribution on aurait trouvé une autre loi. Le choix est dirigé par des "a priori" concernant des ensembles des particules : on s'est borné à un système non-relativiste, et on "sait" que dans de tels systèmes en équilibre la distribution est Maxwellienne.

Remarquons pourtant que le rayonnement ne vérifie pas la loi de Plank : en effet, on a négligé tout processus d'interaction entre le rayonnement et la matière - le milieu est supposé transparent.

QUESTION : Quel est le temps de refroidissement d'un milieu ionisé transparent à son propre Bremsstrahlung ?

Le processus Bremsstrahlung peut aussi fonctionner à l'envers - c'est-à-dire qu'un photon peut interagir avec un électron dans le voisinage d'un ion,



l'électron étant accéléré. Ce processus (bremsstrahlung inverse ou absorption libra-libre) peut contribuer de façon importante à l'opacité de la matière stellaire.

QUESTION

: On a considéré seulement les interactions électron-ion. Pourquoi est-il justifiable de négliger dans une première approximation les interactions électron-électron ?

BREMMSTRAHLUNG RELATIVISTE

: quand le milieu est tel que les électrons ont des énergies relativistes, il n'est plus plausible de prendre une distribution Maxwellienne de vitesses : la croyance courante est dans une distribution en loi de puissance. Ceci est fait par analogie avec le seul phénomène corpusculaire cosmique aux hautes énergies qui nous est connu : le phénomène des rayons cosmiques.

En effet, on observe que la distribution énergétique des rayons cosmiques suit une loi de puissance :

$$N(E) \propto E^{-\gamma}$$

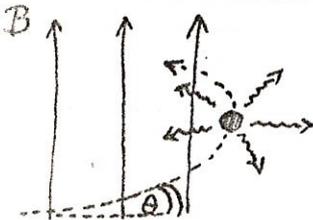
avec $\gamma > 0$

On en ignore la raison, mais on suppose que tout phénomène de haute énergie sera semblable. On trouve ainsi que la distribution spectrale de la puissance rayonnée par un processus de bremsstrahlung relativiste est :

$$P_\nu \propto \nu^{-\gamma}$$

LE RAYONNEMENT CYCLOTRON

: Considérons un électron non relativiste ayant vitesse v dans un champ magnétique uniforme B . On sait que



$$\frac{d}{dt}(m_e v) = \frac{m_e v^2}{r} = \frac{e}{c} \underline{v} \wedge \underline{B} = \frac{e v B \sin \theta}{c}$$

Donc :

$$r = \frac{m_e v c}{e B \sin \theta}$$

Le chemin de l'électron est une hélice de diamètre $m_e v c / e B \sin \theta$

A cause de son mouvement l'électron émet du rayonnement, dont la fréquence ν

$$\nu = \frac{v}{2\pi r} = \frac{e B \sin \theta}{2\pi m_e c}$$

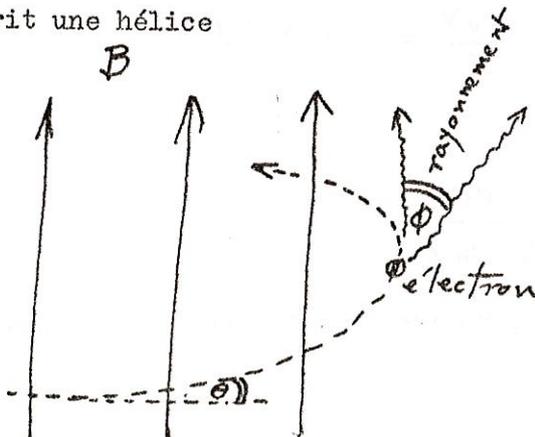
QUESTION

- a) estimer l'énergie rayonnée par 1 électron pendant un circuit fait autour de lignes de force. . Calculer le rapport de la perte d'énergie par circuit, à l'énergie cinétique de l'électron: trouver la condition pour que cette perte soit non-négligeable devant l'énergie cinétique.
- b) Trouver la longueur d'onde typique du rayonnement émis par des électrons non-relativistes dans un champ magnétique de 5 gauss et de 5 K gauss

On appelle ce rayonnement " le rayonnement cyclotron ; il est monochromatique, la fréquence étant fonction de B seulement. Remarquons que le rayonnement est polarisé; l'émission est isotrope.

Ce mécanisme peut trouver des applications dans les milieux astrophysiques seulement quand B est très grand (voir problème) - par exemple, pour interpréter l'émission radio de certains sursauts solaires

MAGNETOBREMMSTRAHLUNG ou rayonnement synchrotron : on considère un électron très relativiste en mouvement dans le champ magnétique uniforme. Comme dans le cas précédent, l'électron décrit une hélice



Dans ce cas très relativiste on montre que :

1) L'émission du rayonnement n'est pas isotrope : en effet, l'énergie est émise essentiellement dans un cône dont l'axe est dans la direction instantanée de l'électron et dont l'angle ϕ est exprimé par :

$$\phi = \frac{m_e c^2}{E} = \frac{1}{\gamma}$$

où

E = l'énergie de l'électron

$$\gamma = \frac{1}{\left[1 - \frac{v^2}{c^2}\right]^{1/2}}$$

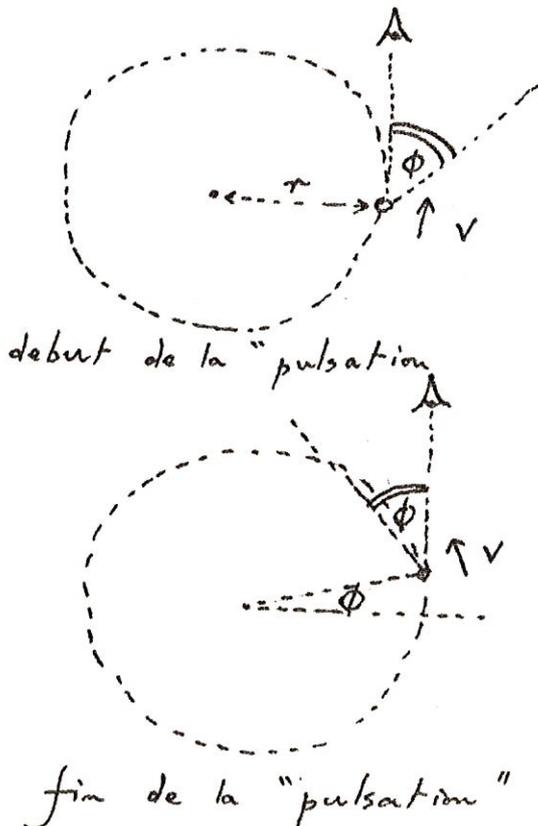
2) Le rayon de courbure du trajet, r , et la gyrofrequence ν_L de de l'électron, sont exprimés par :

$$r = \frac{m_e c^2}{e B \sin \theta} \gamma$$

$$\nu_L = \frac{e B \sin \theta}{2\pi m_e c} \frac{1}{\gamma}$$

vérifier que ces expressions sont "plausibles"

3)



Puisque le rayonnement est émis dans un cône, un observateur lointain situé dans le plan instantané du mouvement de l'électron "verra" une "pulsation" d'énergie chaque fois que le cône balaie sa direction de visée.

Pour calculer la durée de cette pulsation,

on remarque d'abord que pendant la pulsation l'électron traverse une distance d :

$$d \cong r \phi = r/\gamma$$

ce qui correspond à un temps τ :

$$\tau = \frac{r}{\gamma} \cdot \frac{1}{v}$$

Pour simplifier la démonstration, on néglige la courbure du trajet pendant la pulsation et on suppose que la pulsation est de forme rectangulaire.

Pendant le temps τ , la première partie de la pulsation traverse une distance D :

$$D = c \tau = \frac{r}{\gamma} \cdot \frac{c}{v}$$

Pendant ce temps, l'électron traverse une distance $d = \frac{r}{\gamma}$ dans la même direction : par conséquent, la fin de la pulsation n'est qu'une distance L derrière le début :

$$\begin{aligned} L &= D - d \\ &= \frac{r}{\gamma} \left(\frac{c}{v} \right) - \frac{r}{\gamma} \\ &= \frac{r}{\gamma} \left(\frac{c}{v} - 1 \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Or : } \frac{1}{\gamma^2} &= 1 - \frac{v^2}{c^2} \\
 &= \left(1 + \frac{v}{c}\right) \left(1 - \frac{v}{c}\right) \\
 &\approx 2 \frac{v}{c} \left(\frac{c}{v} - 1\right) \quad \text{puisque } v/c \approx 1 \\
 &\approx 2 \left(\frac{c}{v} - 1\right)
 \end{aligned}$$

d'où

$$L \approx \frac{r}{2\gamma^3}$$

Par conséquent, la durée de la pulsation est t :

$$t = \frac{L}{c} = \frac{r}{2\gamma^3 c} = \frac{m_e c}{2e B \sin \theta} \cdot \frac{1}{\gamma^2}$$

Des calculs plus "catholiques" donnent :

$$t = \frac{m_e c}{e B \sin \theta} \cdot \frac{1}{\gamma^2}$$

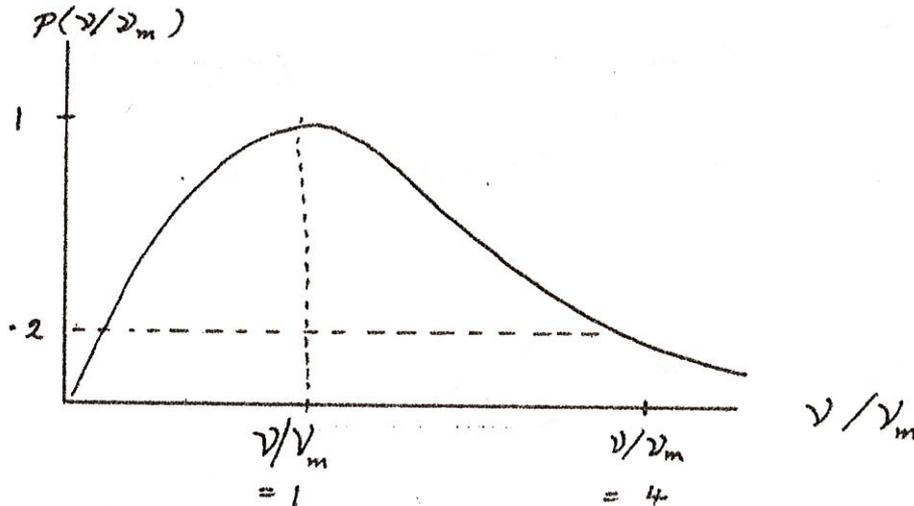
Ces pulsations vont se répéter aux intervalles de temps t_L :

$$t_L = \frac{1}{\nu_L} = \frac{2\pi m_e c}{e B \sin \theta} \gamma$$

Par conséquent, un observateur verra un spectre continu composé des fréquences qui seront les harmoniques de ν_L . Pourtant, toutes les fréquences ne contribuent pas de façon égale : en particulier, le spectre aura une chute rapide pour des fréquences plus petites que $\nu_m = 1/2\pi t = \frac{e B \sin \theta \gamma^2}{2\pi m_e c}$

(parce que la durée de la pulsation représente en quelque sorte une limite inférieure aux fréquences qui peuvent intervenir).

En effet, on montre que la distribution spectrale à la forme suivante :



Cette distribution étant assez piqué, il est souvent commode de considérer que le rayonnement a une fréquence "typique" de l'environ de ν_m :

$$\nu_m = 3 \times 10^6 B \gamma^2 \text{ Hz}$$

B étant exprimé en gauss.

4) On montre que la puissance rayonnée par l'électron est exprimée par :

$$P = \frac{2}{3} \frac{e^4 (B \sin \theta)^2}{m_e^2 c^3} [\gamma^2 - 1]$$

$$\approx \frac{2}{3} \frac{e^4 (B \sin \theta)^2}{m_e^2 c^2} \gamma^2$$

pour un électron
très relativiste

$$= 1.6 \times 10^{-15} (B \sin \theta)^2 \gamma^2 \text{ erg s}^{-1}$$

Selon (3), cette puissance est rayonnée essentiellement à la fréquence ν_m .

Il s'en suit que l'électron perd une fraction importante de son énergie dans un temps

$$= E / P$$

$$\approx m_e c^2 \gamma / \frac{e^4 (B \sin \theta)^2 \gamma^2}{m_e^2 c^3}$$

Il est souvent commode d'exprimer cette expression en termes de ν_m (la quantité mesurée); on trouve ainsi que :

durée de vie d'un électron très relativiste

$$= 5 \times 10^{11} \times (B \sin \theta)^{-3/2} \nu_m^{-1/2} \text{ sec.}$$

Si la durée de vie est petite par rapport à l'âge de la source de rayonnement, on conclut qu'il doit y avoir une source d'électrons relativistes.

5) Dans un milieu arbitraire, la puissance totale rayonnée est la somme de P sur toutes les énergies et tous les angles.

On suppose souvent que la distribution de vitesses est isotrope; de plus, puisque nous nous plaçons dans le cadre des phénomènes à haute énergie, on prend la distribution des énergies en loi de puissance :

$$\begin{array}{l} \text{d'où} \quad N(E) \propto E^{-2} \\ \quad \quad N(\gamma) \propto \gamma^{-2} \end{array}$$

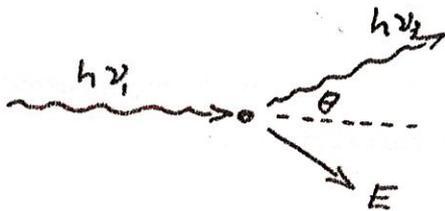
On trouve ainsi que la puissance totale sommée sur l'ensemble des électrons est exprimée par :

$$P_\nu \propto B^{\frac{(q+1)/2}{} } \nu^{-\frac{(q-1)/2}{} }$$

On remarque que la distribution spectrale du rayonnement synchrotron d'un ensemble d'électrons vérifie une loi de puissance semblable à la distribution spectrale du bremsstrahlung relativiste. Pourtant, contrairement au bremsstrahlung le rayonnement synchrotron est polarisé.

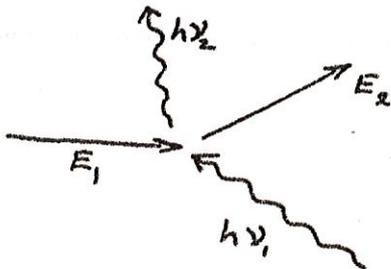
QUESTION :

- a) On parle toujours de rayonnement synchrotron des électrons. Pourquoi peut-on généralement négliger les protons ?
- b) Comparer la puissance rayonnée par le processus cyclotron avec celle rayonnée par le processus synchrotron. Quelle est votre conclusion ?
- c) En prenant un champ magnétique de 10^{-5} gauss et $\sin \theta = 1$, estimer la fréquence du rayonnement émis et la durée de vie des électrons à 1 GeV, 10^3 GeV et 10^5 GeV.

DIFFUSION COMPTON, et COMPTON INVERSE -

Dans la diffusion Compton, un photon avec $h\nu_1 \approx m_e c^2$ diffuse contre un électron au repos : dans le cadre de la mécanique quantique, la collision peut être considérée comme une collision élastique de deux particules. On trouve ainsi que

$$\nu_2 = \nu_1 / \left[1 + \frac{h\nu_1}{m_e c^2} (1 - \cos \theta) \right]$$



Un processus analogue, appelé le Compton inverse, est la diffusion d'un électron contre un photon d'un champ de rayonnement : dans le cas très relativiste, le photon gagne de l'énergie aux dépens de l'énergie de l'électron :

$$h\nu_2 > h\nu_1 ; \quad E_2 < E_1$$

Le problème peut être étudié en remarquant que, dans le système de repère de l'électron, le processus est comme la diffusion Compton. Par conséquent, le changement de la fréquence du photon peut être trouvé facilement dans le système de repère de l'électron; par la suite, une transformation de Lorentz au système du laboratoire (où l'électron a l'énergie $\gamma m_e c^2$) nous donne le rapport entre la fréquence initiale du photon et sa fréquence finale.

Pour $\gamma \gg 1$, on trouve que :

$$h\nu_2 = \frac{4}{3} h\nu_1 \gamma^2 \quad (\text{vérifier la forme de ce résultat})$$

La puissance totale transférée par électron est trouvée en sommant cette expression sur la densité de photons dans le champ de rayonnement traversé par l'électron - on prend souvent une distribution de Planck. Ensuite pour un ensemble d'électrons on somme sur les énergies des électrons - de nouveau on prend couramment une loi de puissance :

$$N(\gamma) \propto \gamma^{-2}$$

On trouve ainsi que la puissance totale émise quand un électron relativiste traverse un champ de rayonnement est exprimée par :

$$P_\gamma \propto \gamma^{-(2-1)/2}$$

Au laboratoire, c'est généralement la diffusion Compton qui l'emporte, à cause de la faible densité de photons. Par contre, dans le contexte astrophysique les densités photoniques sont souvent très élevées et la diffusion Compton inverse peut être très importante.

QUESTION : Considérons des électrons de 1 GeV. Estimer la fréquence du rayonnement émis quand ces électrons traversent le fond produit par la lumière des étoiles, et quand ils traversent un champ de rayonnement qui correspond à une température de 300K

LE RAYONNEMENT DES SYSTEMES LIES

Nous avons vu qu'un électron accéléré est une source de l'énergie électromagnétique : le mouvement de l'électron est amorti par son propre rayonnement.

Considérons un atome d'hydrogène.



On sait qu'un atome d'hydrogène est composé d'un noyau lourd (le proton) lié par la force électrostatique à un électron.

Du point de vue de la mécanique classique, un tel système n'est stable que si l'électron "tourne" autour du proton : la condition de

stabilité s'exprime par :

$$\frac{e^2}{r^2} = m_e \frac{v^2}{r}$$

où :

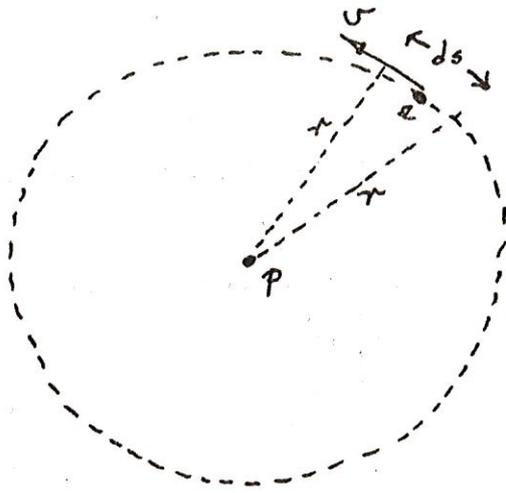
- v = "vitesse orbitale" de l'électron
- r = séparation électron-proton
- m_e = masse de l'électron

Or, un mouvement circulaire est en effet une accélération -en termes de l'électromagnétisme classique, ce système devrait être une source d'ondes électromagnétiques. L'électron devrait alors perdre son énergie orbitale et s'approcher du proton : en termes classiques un atome n'est pas stable.

Pour éliminer cette contradiction flagrante avec l'observation, Bohr fut amené à imposer une recette supplémentaire : on suppose qu'il existe certaines orbites où l'électron n'émet pas de rayonnement (malgré Maxwell). La recette de Bohr s'exprime sous forme d'une intégrale de l'action de l'électron :

un électron n'émet pas de rayonnement si :

$$\oint_{\text{orbite}} m_e v ds = n h$$



où : h = cte de Planck
 $= 6.6 \times 10^{-27}$ erg·s
 n = un entier
 $= 1, 2, \dots$

Chaque valeur de l'entier n définit une "orbite" (configuration) stable.

Cette recette nous permet de calculer les rayons des orbites "permises" (dans l'hypothèse d'orbites circulaires) :

$$\int_{\text{"orbite"}} m_e v \, ds = m_e v \cdot 2\pi r = nh$$

Donc :

$$r = nh / 2\pi m_e v$$

De plus :

$$\frac{m_e v^2}{r} = \frac{e^2}{r^2}$$

d'où :

$$r = \frac{h^2}{4\pi^2 m_e e^2} n^2$$

on appelle n "le nombre quantique principal" de l'orbite.

Un électron dans une orbite particulière n possède une certaine quantité d'énergie W_n :

$$\begin{aligned} W_n &= \text{énergie potentielle} + \text{énergie cinétique} \\ &= -\frac{e^2}{r} + \frac{m_e v^2}{2} \\ &= -\frac{e^2}{2r} \\ &= -\frac{2\pi^2 m_e e^4}{h^2} \cdot \frac{1}{n^2} \end{aligned}$$

On remarque que :

$$W_1 < W_2 < W_3 < \dots$$

Or, tout système tend à prendre une configuration de moindre énergie : dans le cas de l'atome d'hydrogène, cela correspond à une valeur de n égale à 1.

Donc, le rayon d'un atome d'hydrogène est donné par :

$$\begin{aligned} r &= \frac{h^2}{4\pi^2 m_e e^2} \cdot \frac{1}{1} \\ &\approx 10^{-8} \text{ cm} \end{aligned}$$

On appelle ce rayon le rayon de Bohr.

EXCITATION

Que se passe-t-il si on éclaire un atome avec $n = 1$ avec un rayonnement de fréquence ν quelconque ?

Selon les notions classiques, le rayonnement devrait transférer son énergie à l'électron qui devrait alors passer à une orbite de rayon supérieur. Pourtant, selon la recette de Bohr, il n'y a pas une continuité d'orbites -seuls certaines orbites sont permises. Par conséquent, si l'énergie supplémentaire apportée par le rayonnement n'est pas suffisante pour passer l'électron à une orbite "permise", l'électron "reste" là où il est, et l'énergie n'est pas absorbée ; par contre, si l'énergie apportée est égale à ce qu'il faut, l'électron passe à une "orbite" supérieure.

Il est bien évident que "l'orbite" de départ ("l'état initial") peut être défini par n'importe quelle valeur de n -soit n_1 . Pour passer à une orbite où le nombre quantique est n_2 , il faut éclairer l'atome avec du rayonnement dont la fréquence est donnée par ν_{12} :

$$h \nu_{12} = -W_{n_1} + W_{n_2}$$

d'où

$$\begin{aligned} \nu_{12} &= \frac{2\pi^2 m_e e^4}{h^3} \left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right] \\ &\approx 3.3 \times 10^{15} \left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right] \text{ Hz} \end{aligned}$$

On appelle ce processus "excitation radiative" -un atome peut être excité par certaines fréquences seulement.

QUESTION : Estimer les longueurs d'onde du rayonnement nécessaire pour exciter un atome d'hydrogène de son premier état (état "fondamental") à son deuxième, de son deuxième à son troisième, et de son troisième à son quatrième. A quels domaines spectraux correspondent ces transitions ?

On remarque que l'énergie peut être apportée autrement que par le rayonnement, par exemple sous forme d'énergie cinétique d'autres atomes ou d'électrons libres. La même recette s'applique : l'énergie perdue par les particules doit être égale à l'énergie nécessaire pour effectuer une transition :

$$\frac{m v_{\text{avant}}^2}{2} - \frac{m v_{\text{après}}^2}{2} = W_{n_1} - W_{n_2}$$

On appelle ce processus "l'excitation par collision" -un atome peut être excité seulement si l'énergie cinétique des particules est suffisante.

QUESTION : Estimer la température d'un milieu qui peut exciter un atome d'hydrogène de son état fondamental à son deuxième état.

IONISATION :

Nous avons vu que, pour une transition radiative :

$$\nu_{12} = 3.3 \times 10^{15} \left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right]$$

La valeur $n_2 = \infty$ correspond à $r = \infty$, ce qui en pratique implique que l'électron est arraché de l'atome et n'est plus lié. On peut alors décomposer un atome d'hydrogène à l'état n_1 , si on l'éclaire avec un rayonnement de fréquence :

$$\nu_{ion} = 3.3 \times 10^{15} \frac{1}{n_1^2}$$

On appelle ce processus "l'ionisation radiative" ; on remarque qu'un atome est ionisé par tout rayonnement dont la fréquence ν est supérieure à ν_{ion} , parce que une fois libre, l'électron peut absorber autant d'énergie qu'il "veut" -son énergie cinétique après ionisation est donnée par :

$$\frac{m v_e^2}{2} = h\nu - h\nu_{ion}$$

QUESTION : Estimer ν_{ion} pour un atome d'hydrogène dans son état fondamental.

Comme dans le cas d'excitation, une ionisation peut être effectuée par collision : la condition est donnée par :

$$\frac{m v_1^2}{2} - \frac{m v_2^2}{2} = W_{n_1}$$

DESEXCITATION :

Nous avons fait remarquer qu'un atome ne possède qu'un état "naturel": celui qui correspond à $n = 1$.

Que se passe-t-il quand un atome est excité (par un photon ou par une collision quelconque) à un état n ?

En général, l'état excité est maintenu un certain temps (par exemple, 10^{-8} s, mais la durée exacte dépend de l'état particulier), après quoi l'électron "descend" à son état fondamental.

Une telle "descente" doit être accompagnée de l'émission d'énergie. Si l'énergie ne peut pas être émise autrement, l'atome émettra du rayonnement.

Comme les orbites sont quantifiées, l'atome se désexcite de façon quantifiée ; d'un état n , un atome peut passer à l'état $n - 1$, $n - 2$, ... jusqu'à 1 (désexcitation en cascade), ou il peut se désexciter en passant directement à l'état fondamental. Dans le premier cas, l'atome émettra des photons ayant des fréquences données par :

$$\nu_{n, n-1} = 3.3 \times 10^{15} \left[\frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{n^2} \right]$$

Dans le deuxième cas, un seul photon est émis, à la fréquence ν_n :

$$\nu_n = 3.3 \times 10^{15} \left[1 - \frac{1}{n^2} \right]$$

Quoi qu'il en soit, on remarque que les fréquences du rayonnement émis par un atome excité sont discrètes.

On ne peut pas prévoir à priori par quel moyen un atome particulier va se désexciter : on sait seulement que dans un ensemble d'atomes, une certaine fraction va se désexciter d'une façon et l'autre de l'autre façon. La répartition dépend de l'atome, ainsi que du niveau excité.

QUESTION : Un atome peut se désexciter en cascade, ou directement. Les longueurs d'onde des photons émis en cascade, sont-elle plus grandes ou plus petites que celles du photon émis par désexcitation directe ?

Comme dans le cas d'excitation, la désexcitation peut se faire par collision -il suffit que l'atome ou l'électron libre qui entre en collision emporte l'énergie libérée par la désexcitation. Dans ce cas, aucun photon n'est émis.

Les atomes ne sont pas en général isolés; ainsi un atome excité peut en général se désexciter soit par voie radiative, soit par voie de collision. L'importance relative de ces deux processus dépend de la densité du milieu et de la durée de vie de l'état excité. Dans un milieu

suffisamment ténu, c'est la désexcitation radiative qui est le processus dominant.

LA RECOMBINAISON :

Un électron libre peut être capturé par un proton ; comme dans le cas de la désexcitation, l'énergie peut être libérée, soit sous forme de photons, soit par transfert aux autres particules du milieu.

QUESTION : Considérons les recombinaisons radiatives d'un ensemble d'atomes ionisés ; on suppose une distribution maxwellienne de vitesses. Décrire qualitativement la distribution en longueurs d'onde du rayonnement émis par le milieu.

SYSTEMES AUTRES QUE L'ATOME D'HYDROGENE

Nous avons jusqu'ici considéré seulement l'atome d'hydrogène.

Les considérations générales s'appliquent à tout système microscopique lié ; les différences d'un système à un autre sont numériques, et relèvent de différentes valeurs possibles de l'énergie de liaison.

Considérons d'abord un atome d'hélium. Ce système contient 2 protons et deux électrons. Si on arrache un électron, le système qui reste ressemble à l'atome de l'hydrogène, sauf que la force de liaison électrostatique est 2 fois plus puissante. Par conséquent, les énergies des niveaux quantifiés sont données par (vérifier ce calcul) :

$$W_n = - \frac{2\pi^2 m_e (2e^2)^2}{h^2} \cdot \frac{1}{n^2}$$

et les fréquences du rayonnement associé aux transitions sont :

$$\nu_{12} = 2^2 \times 3.3 \times 10^{15} \left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right] \text{ Hz}$$

Plus généralement, les fréquences du rayonnement associé aux transitions d'un atome ayant Z protons et seulement 1 électron sont :

$$\nu_{12} = Z^2 \times 3.3 \times 10^{15} \left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right] \text{ Hz}$$

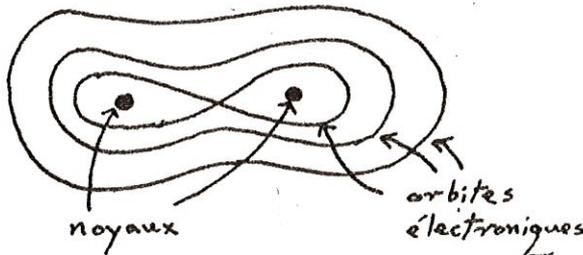
De même l'énergie d'ionisation est multipliée par Z^2 .

Considérons maintenant un atome d'Hélium neutre. Dans une première approximation, le seul électron qui "voit" un rayonnement incident est celui de "l'extérieur". Sa force de liaison au noyau n'est pas celle d'un électron lié à 2 protons, car l'électron de "l'intérieur" agit en quelque sorte comme un "écran". Dans une première approximation, la force de liaison est celle d'un électron lié à une charge positive ; pourtant cette approximation est mauvaise (car l'électron ne se trouve pas à l'endroit du noyau) et il faut en général calculer la force de façon détaillée. On voit alors que les fréquences du rayonnement associé aux transitions de l'électron "externe" d'un atome d'Hélium neutre seront différentes des fréquences de l'hydrogène (et différentes de celles associées à l'hélium ionisé) : ces fréquences servent à identifier l'atome de l'hélium.

Plus généralement, chaque atome, et chaque état d'ionisation d'un atome, sera associé à une série particulière et distincte des fréquences ; ces fréquences peuvent être calculées à partir de la mécanique quantique et servent à identifier de façon univoque l'atome ainsi que son état d'ionisation. Remarquons que, en général, on est contraint à identifier un atome par quelques fréquences : il arrive que certains atomes, dans certains états d'ionisation, peuvent avoir des transitions à la même fréquence.

QUESTION : Comparer la série des fréquences de l'hydrogène avec celle de l'hélium une fois ionisé : identifier les transitions communes.

L'idée des transitions quantifiées peut être généralisée à tout système lié : par exemple, les molécules. Dans une molécule, les électrons



"externes" sont liés simultanément aux noyaux de la molécule (qui peut être composée de deux ou plusieurs atomes). Dans l'esprit de la mécanique quantique, les "orbites" de ces électrons doivent être quantifiées aussi

(mais le calcul est loin d'être simple...) ; les transitions de ces électrons produiront donc des séries de fréquences particulières, associées à des molécules particulières.

Plus généralement, toute perturbation d'une molécule donne lieu à des phénomènes d'émission ou d'absorption discrète de rayonnement : par exemple, la vibration des noyaux ou la rotation d'une molécule autour d'un axe privilégié. Dans le cas d'une molécule bi-atomique, il n'y a qu'un mode de vibration et un axe privilégié possibles ; en général il y en a plusieurs.

Un cas extrême d'un système lié est le noyau atomique lui-même : les protons à l'intérieur du noyau sont liés les uns aux autres par les forces nucléaires, leurs mouvements sont alors quantifiés et par conséquent les changements d'état d'un noyau sont associés aux émissions discrètes de rayonnement.

Nous pouvons "deviner" le domaine spectral où chaque type de système va rayonner à partir de l'énergie de liaison :

$$h\nu < W_{\text{liaison}}$$

QUELQUES REMARQUES SUR LA TERMINOLOGIE UTILISEE DANS LA PHYSIQUE ATOMIQUE

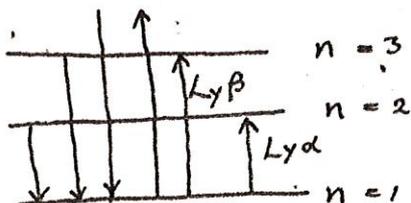
L'état d'ionisation d'un élément est généralement indiqué par un chiffre romain : le chiffre I indique l'atome neutre. Par exemple :

- H I : l'hydrogène neutre
- H II : " " ionisé
- O I : l'oxygène neutre
- O IV : l'oxygène trois fois ionisé -c'est-à-dire ayant perdu 3 électrons.

QUESTION : (a) Quelle est la série de transitions associée à He III ?
 (b) Estimer l'énergie d'ionisation de Fe XX.

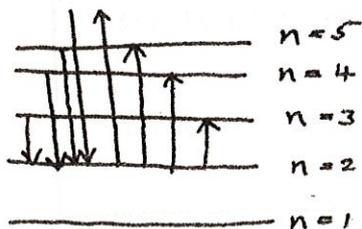
Dans le cas de l'hydrogène, certaines séries de transitions ont des noms consacrés.

Série Lyman :



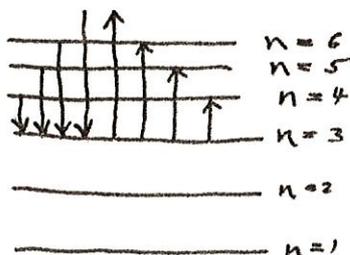
toutes les transitions qui commencent ou qui finissent sur le niveau fondamental ($n = 1$).

Série Balmer :



toutes les transitions qui commencent ou qui finissent sur le niveau $n = 2$.

Série Paschen :



toutes les transitions qui commencent ou qui finissent sur le niveau $n = 3$.

QUESTION : Estimer les fréquences de la première transition des séries de Balmer, Lyman, Paschen. Quels sont les domaines spectraux de ces séries ?

Il est courant d'utiliser les mêmes noms pour les séries analogues des autres atomes.

A titre de comparaison, voici les énergies d'ionisation de quelques éléments d'intérêt astrophysique.

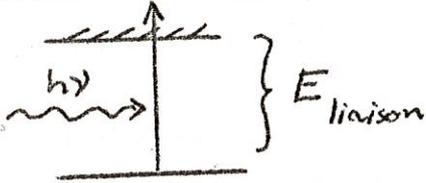
atome	:	énergie d'ionisation

H	:	13.6 eV
He I	:	24.6 eV
He II	:	54.5 eV
Ca I	:	6.1 eV
Ca II	:	11.9 eV
Fe I	:	7.9 eV
Fe II	:	16.2 eV
Fe XV	:	390 eV

QUESTION : (a) on remarque que l'énergie d'ionisation de He II est supérieure à celle de He I. Pourquoi ?

(b) estimer la longueur d'onde du rayonnement nécessaire pour ioniser Fe XV.

Processus lié-libre : processus d'interaction entre photons et un système atomique ou moléculaire.

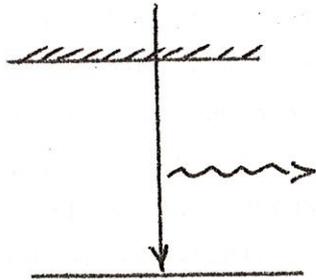


Si $h\nu \geq E_{\text{liaison}}$ du système, le système est décomposé et l'énergie cinétique des composantes est égale à $(h\nu - E_{\text{liaison}})$.

Cas atomique : la photoionisation. Un électron est arraché si $h\nu \geq E_{\text{ion}}$. Les électrons libérés auront une énergie cinétique égale à $h\nu - E_{\text{ion}}$; par suite des collisions avec d'autres électrons libres, la distribution de l'énergie devient maxwellienne (espérons !) et le milieu peut être associé avec une certaine température. La température est d'autant plus grande que $h\nu$ est grand ; c'est le mécanisme qui "chauffe" les régions HII autour des étoiles O ou B.

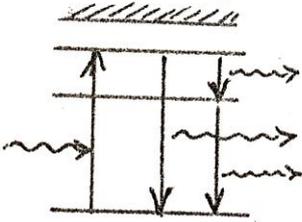
Cas moléculaire : les énergies de liaison étant relativement faibles, le domaine spectral important est l'infra-rouge ou le domaine millimétrique.

Une transition dans le sens libre-lié conduit à l'émission d'un photon ayant l'énergie $E - E_{\text{liaison}}$, E étant l'énergie cinétique initiale.



Transitions lié-lié avec désexcitation spontanée.

cas atomique : Un photon ayant la "bonne" fréquence peut exciter un électron à



un niveau supérieur ; l'électron revient par la suite à son niveau de départ avec

l'émission d'un photon. Si la désexcitation est directe, un photon de la même fréquence est émis (mais le photon n'est pas émis

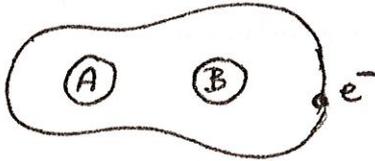
nécessairement dans la même direction) ;

dans une désexcitation en "cascade", plusieurs

photons peuvent être émis.

C'est l'origine des raies spectrales ; les fréquences sont fonction de l'énergie d'excitation. Par exemple, les transitions entre états supérieurs d'un atome impliquent le rayonnement IR, tandis que les transitions entre états près de l'état fondamental font intervenir le domaine UV ou X.

cas moléculaire : considérons une molécule asymétrique (pourquoi asymétrique ?)



composée de deux atomes A et B. Premièrement, le mouvement des électrons est quantifié.

Par conséquent, les transitions électroniques conduisent à l'émission et à l'absorption

de rayonnement en raies ; il se trouve que,

pour beaucoup de molécules, le domaine spectral intéressant pour les transitions électroniques

est le visible. Deuxièmement, les deux atomes

étant liés, il peuvent avoir un mouvement

d'oscillation. Puisque le système est microscopique, ce mouvement est aussi quantifié : il y a donc des niveaux d'énergie vibrationnelle et les transitions entre ces niveaux conduisent à l'absorption ou à l'émission de raies. L'énergie de liaison des molécules est faible : on trouve que le domaine spectral pour ces transitions est dans l'infrarouge.



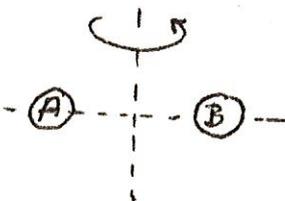
Troisièmement, la molécule peut tourner autour d'un axe perpendiculaire

à AB et cette rotation doit être quantifiée,

Les transitions entre ces niveaux de rotation

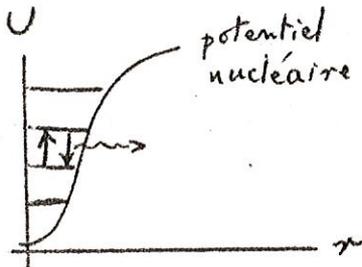
conduisent à une troisième "famille" de raies -

typiquement dans le domaine radio.



Pour une molécule poly-atomique, il y a en général plusieurs familles oscillatoires et plusieurs familles de rotation.

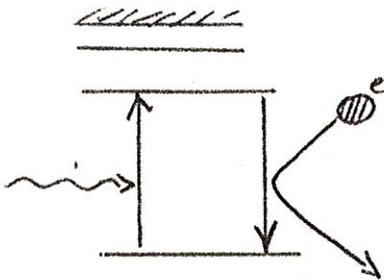
cas nucléaire : un noyau atomique peut être considéré comme un ensemble de nucléons



à l'intérieur d'un puits de potentiel. Le mouvement des nucléons à l'intérieur de ce puits étant quantifié, il en résulte qu'un noyau peut émettre ou absorber du rayonnement en raies ; comme l'énergie de liaison d'un noyau est très grande, le domaine spectral s'étend des rayons X jusqu'aux rayons γ .

Transitions lié-lié suivies d'une désexcitation par collision.

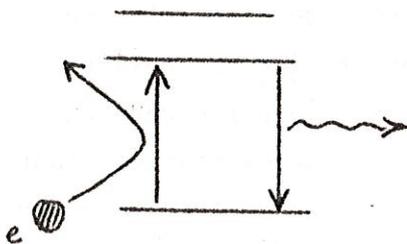
Un état excité peut se désexciter par collision avec un électron :



dans ce cas, le photon initial est complètement "perdu" et l'électron gagne de l'énergie. La probabilité de cette forme de désexcitation dépend de la fréquence de collisions par rapport à la durée de vie de l'état excité.

Transitions lié-lié par collision, suivie d'une désexcitation spontanée.

Un atome peut être excité par suite d'une collision avec un électron :



l'électron perd de l'énergie correspondante. Si la durée de vie de l'état excité est suffisamment petite par rapport à la fréquence des collisions, l'atome peut se désexciter par voie "photonique".

Une application particulièrement importante se présente dans le cas de l'hydrogène neutre.

Un électron et un proton, à cause de leur moment cinétique intrinsèque ("spin"), possèdent un moment magnétique. Par conséquent, l'énergie de liaison d'un électron à un proton sera légèrement modifiée selon l'orientation relative de l'électron et du proton. En particulier,

$$E_{\text{liaison}} = \frac{e^2}{r} \pm E_{\text{int}}$$

où :

E_{int} = l'énergie d'interaction des moments magnétiques

et :

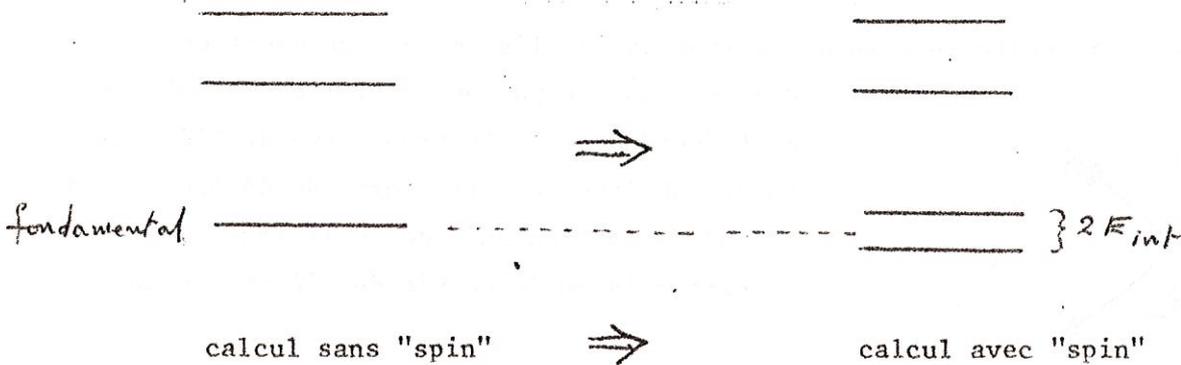
signe + = quand les "spins" sont parallèles

signe - = quand les spins sont antiparallèles.

Il s'ensuit que chaque niveau atomique qui, auparavant, a été calculé en utilisant seulement

$$E_{\text{liaison}} = \frac{e^2}{r}$$

correspond en fait aux deux niveaux voisins, la différence énergétique entre les "sous"-niveaux étant $2 E_{int}$. En pratique, on se limite au fondamental :



On appelle ces niveaux supplémentaires "la structure hyperfine".

La structure hyperfine apporte la possibilité de nouvelles transitions entre membres d'un doublet hyperfine. Ces transitions sont très interdites - en particulier, pour exciter un électron au niveau supérieur d'un doublet, il faudrait un flux complètement implausible de photons. Pourtant, l'excitation par collisions n'est pas interdite - à condition d'avoir des électrons ayant l'énergie requise - comme E_{int} est très faible, le milieu doit être très froid. La désexcitation étant interdite, elle se fera aussi par collision s'il y a assez d'électrons ; toutefois, si la densité électronique est suffisamment faible, une désexcitation spontanée aura lieu, le photon émis ayant une fréquence ν :

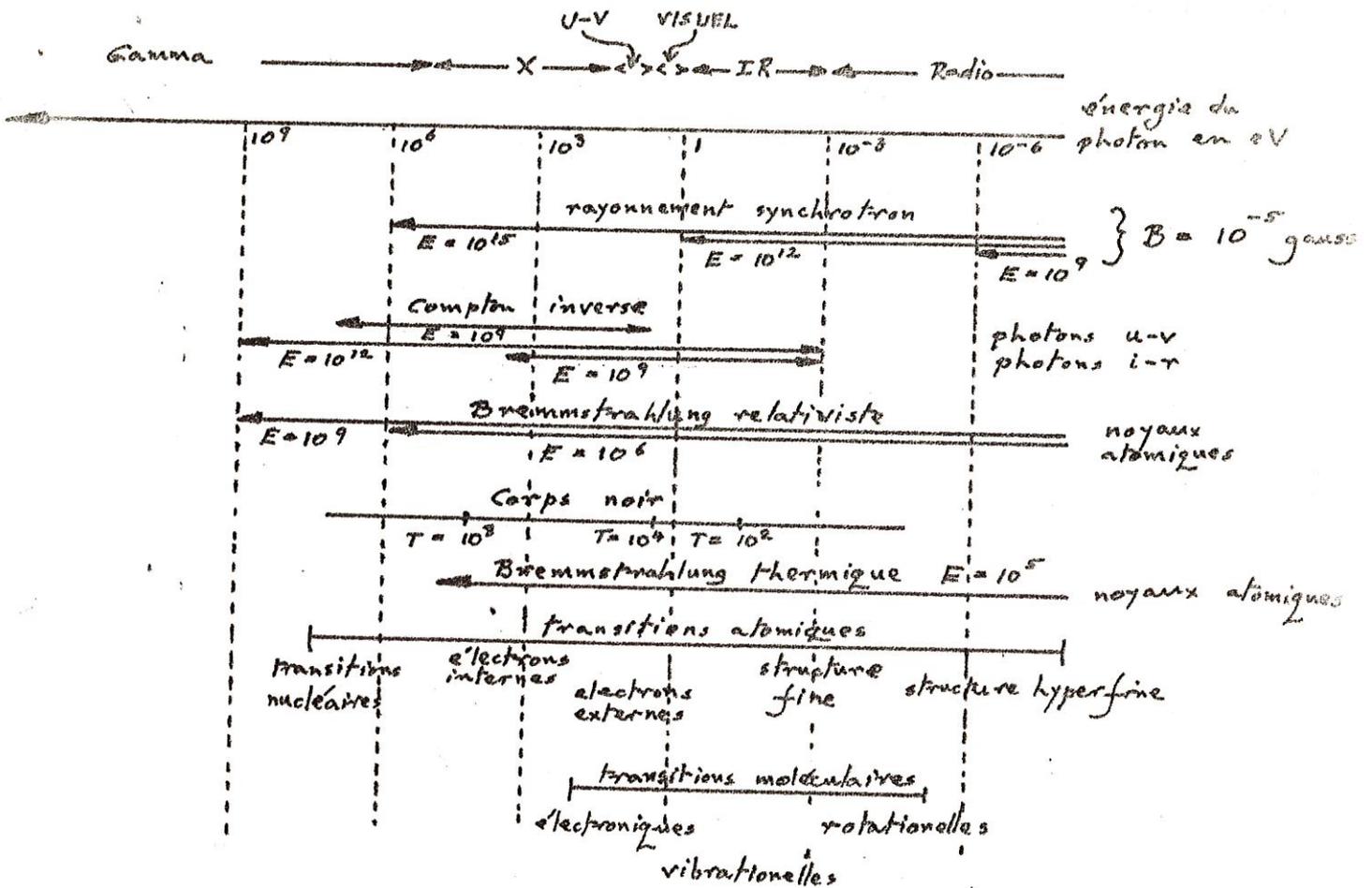
$$h \nu = 2 E_{int}$$

ce qui correspond à :

$$\lambda = 21 \text{ cm}$$

Il se trouve que le milieu interstellaire est suffisamment ténu ($\rho \lesssim 1 \text{ atome cm}^{-3}$) pour que la désexcitation photonique de ces états puisse se faire. Par conséquent, la raie à 21 cm nous permet d'étudier l'hydrogène neutre dans l'univers.

RESUME DES PROCESSUS PRINCIPAUX



Le domaine spectrale principal pour chaque processus. E indique l'énergie de l'électron en eV. Pour le processus synchrotron, on a indiqué la valeur du champ magnétique pour laquelle les calculs ont été faits; pour l'effet Compton inverse, les calculs ont été faits pour un champ de rayonnement UV et IR.

Processus	Distribution spectrale	Conditions
Synchrotron	$P_\nu \propto \nu^{-(\gamma-1)/2}$	si la distribution électronique vérifie :
Compton inverse; photons vérifiant loi de Planck	$P_\nu \propto \nu^{-(\gamma-1)/2}$	$N(E) \propto E^{-\gamma}$; limite ultra-relativiste
Bremsstrahlung relativiste	$P_\nu \propto \nu^{-\gamma}$	
Corps noir	$P_\nu \propto \nu^3 / [e^{h\nu/kT} - 1]$	milieu très opaque
Bremsstrahlung thermique	$P_\nu \propto e^{-h\nu/kT}$	milieu transparent ; les particules vérifient la distribution de Maxwell-Boltzmann

