

Cours M2
2^{ème} trimestre
Dynamique des systèmes gravitationnels

ET14. *Résonances dans le système solaire
et dans les disques*

Bruno Sicardy
Observatoire de Paris
LESIA - Université Pierre et Marie Curie
<http://www.lesia.obspm.fr/perso/bruno-sicardy/>

Qu'est-ce qu'une résonance?

Définition générale:

il existe des commensurabilités entre différentes fréquences d'un système, par exemple:

- * mouvements orbital, horizontal, vertical
- * précessions du périapse, de la ligne des nœuds
- * spin du corps
- * précession du pôle du corps

ces fréquences se mélangent de manière complexe
cette définition reste vague...

Qu'est-ce qu'une résonance?, suite

Différents types:

- résonances de **moyen mouvement**:
 - Lindblad, excentrique, inclinée
 - corotation 1:1, excentrique, inclinée
- résonances **séculaires**
- résonances **spin-orbite**
- résonances **disque-satellite**

grande variété des effets

qu'y a-t-il de *commun* entre ces résonances?

quelques exemples (non exhaustifs!)

divisions de Kirkwood (ceinture principale d'astéroïdes)

- Titan-Hypérion (mouvements moyens 4:3)
- Neptune-Pluton (mouvements moyens 3:2)
- spin-orbite Lune (1:1), spin-orbite Mercure (3:2)
- division de Cassini (anneaux Saturne), ondes spirales résonantes
- disques circum-stellaires
- disques galactiques (résonances de Lindblad, résonances de corotation → ondes spirales)

Définition intuitive et vague:

- fréquence **naturelle** interne au système $f_0 =$
fréquence de **forçage** extérieure, f

ou de manière plus générale:

- l'une des fréquences du système global ($f_0 - f$) *tend vers 0*

→ présence de termes du type $\varepsilon \cdot \cos(\omega t)$ où ε petit et $\omega \sim 0$ dans la partie perturbée du hamiltonien du système

→ $\int \varepsilon \cdot \cos(\omega t) = \varepsilon \cdot \sin(\omega t) / \omega$ → problème des "petits diviseurs » dans les dénominateurs

mais plus subtil qu'il n'y paraît...

Par exemple, pourquoi une résonance de moyen mouvement 4:3 est-elle plus importante qu'une résonance 5:2 ?

pourquoi Mercure est en résonance spin-orbite 3:2, alors que la Lune est en résonance 1:1 ?

que veut dire la résonance astéroïdes Troyens/Jupiter 1:1 ?

d'où viennent ces chiffres? Pourquoi de la forme $m+1/m$ est-elle privilégiée ?

Exemple: résonances de type orbite-orbite:

il existe une relation de commensurabilité entre les fréquences associées à chacune des deux orbites

par exemple...

résonances de moyen mouvement:

le rapport des moyens mouvements des deux corps en interaction est proche de p/q , où p et q sont entiers

- **résonances de Lindblad:** le potentiel perturbateur est en résonance avec la *fréquence épicyclique* κ de l'un des corps, **agit surtout sur l'excentricité** de ce corps (ex. Titan-Hypérion 4:3)
- **résonances de corotation:** le potentiel perturbateur est en résonance 1:1 avec le mouvement moyen de l'un des corps, **agit surtout sur le demi grand-axe** de ce corps (ex. points de Lagrange)

et...

résonances séculaires:

- le taux de précession de l'orbite est égal au taux de précession de la planète perturbatrice

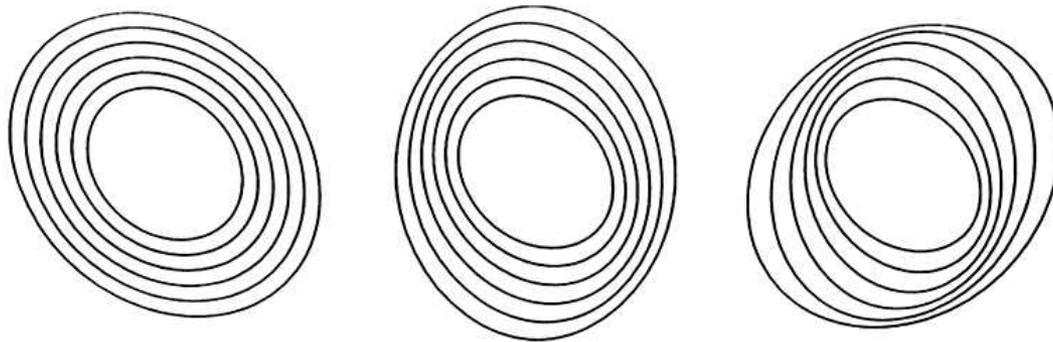
Résonances spin-orbite:

rapport p/q entre le mouvement moyen et la période de rotation d'un corps

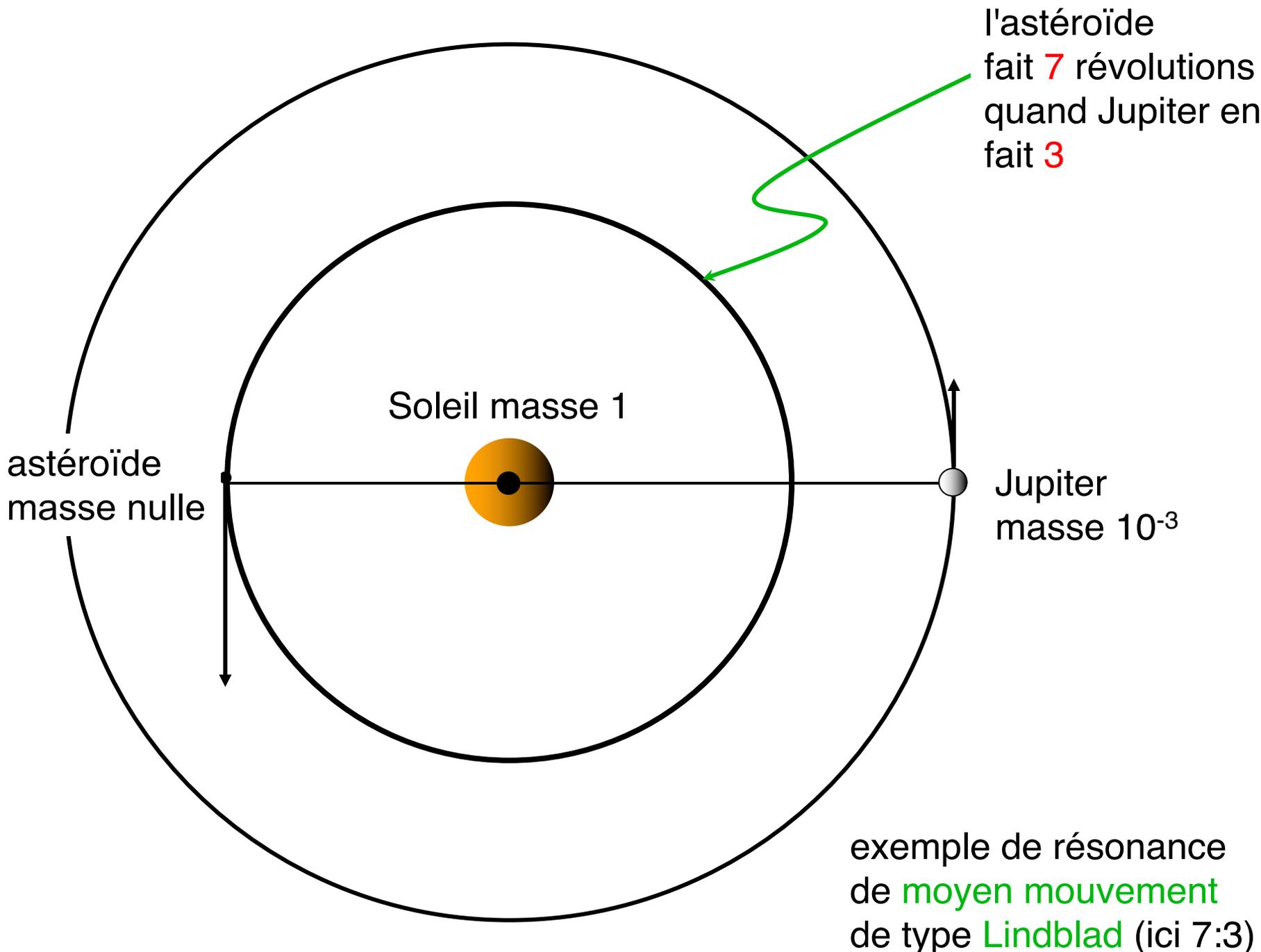
ex. Lune 1:1, Mercure 3:2, rotation chaotique d'Hypérion

Résonances dans les disques:

on retrouve les résonances de Lindblad et de corotation, mais les phénomènes collectifs provoquent l'excitation d'ondes spirales.



exemples de résonances de **moyen mouvement**
(nous verrons plus tard qu'elle sont de type "Lindblad")



l'astéroïde fait 7 révolutions quand Jupiter en fait 3

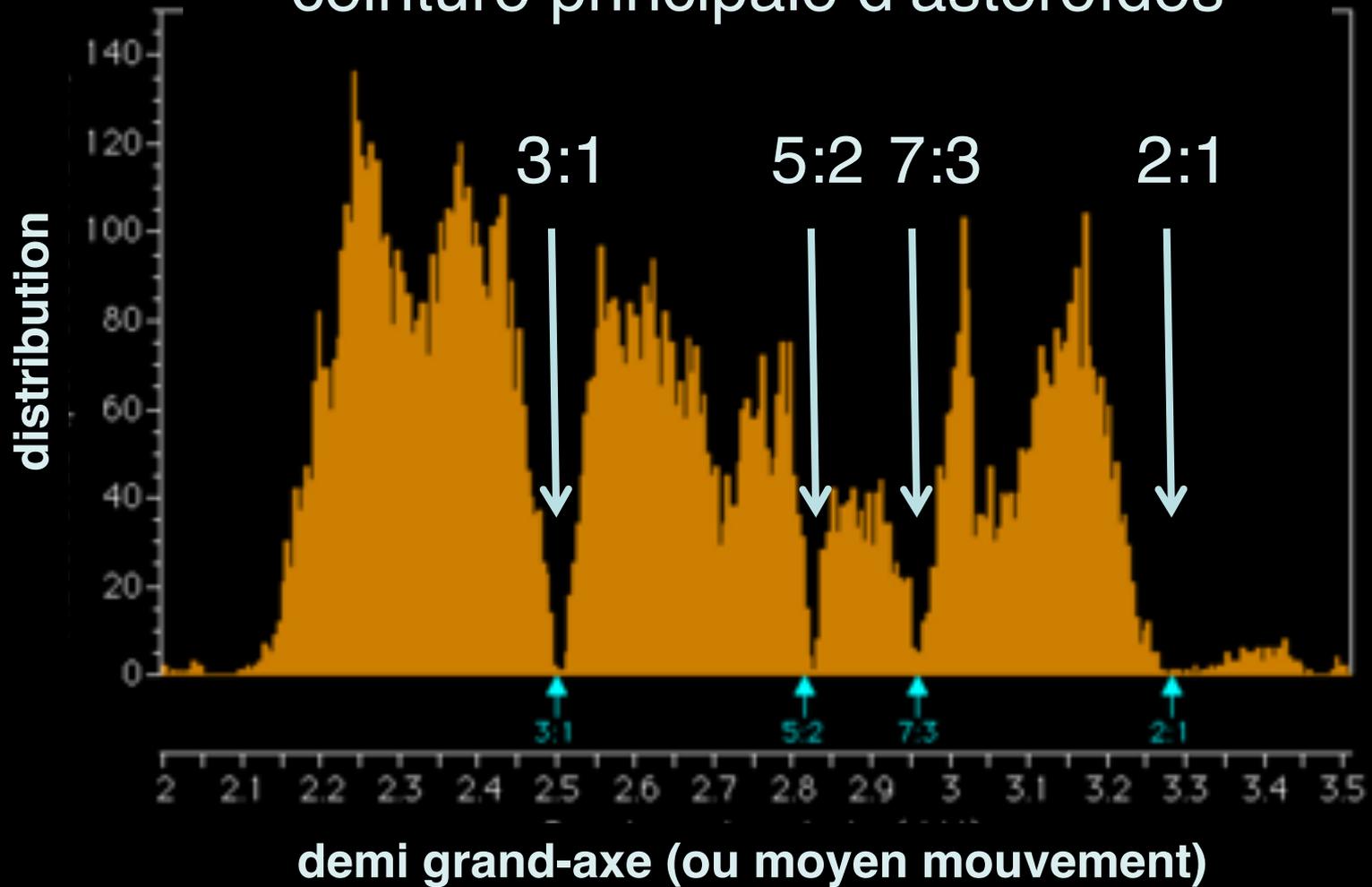
Soleil masse 1

astéroïde masse nulle

Jupiter masse 10⁻³

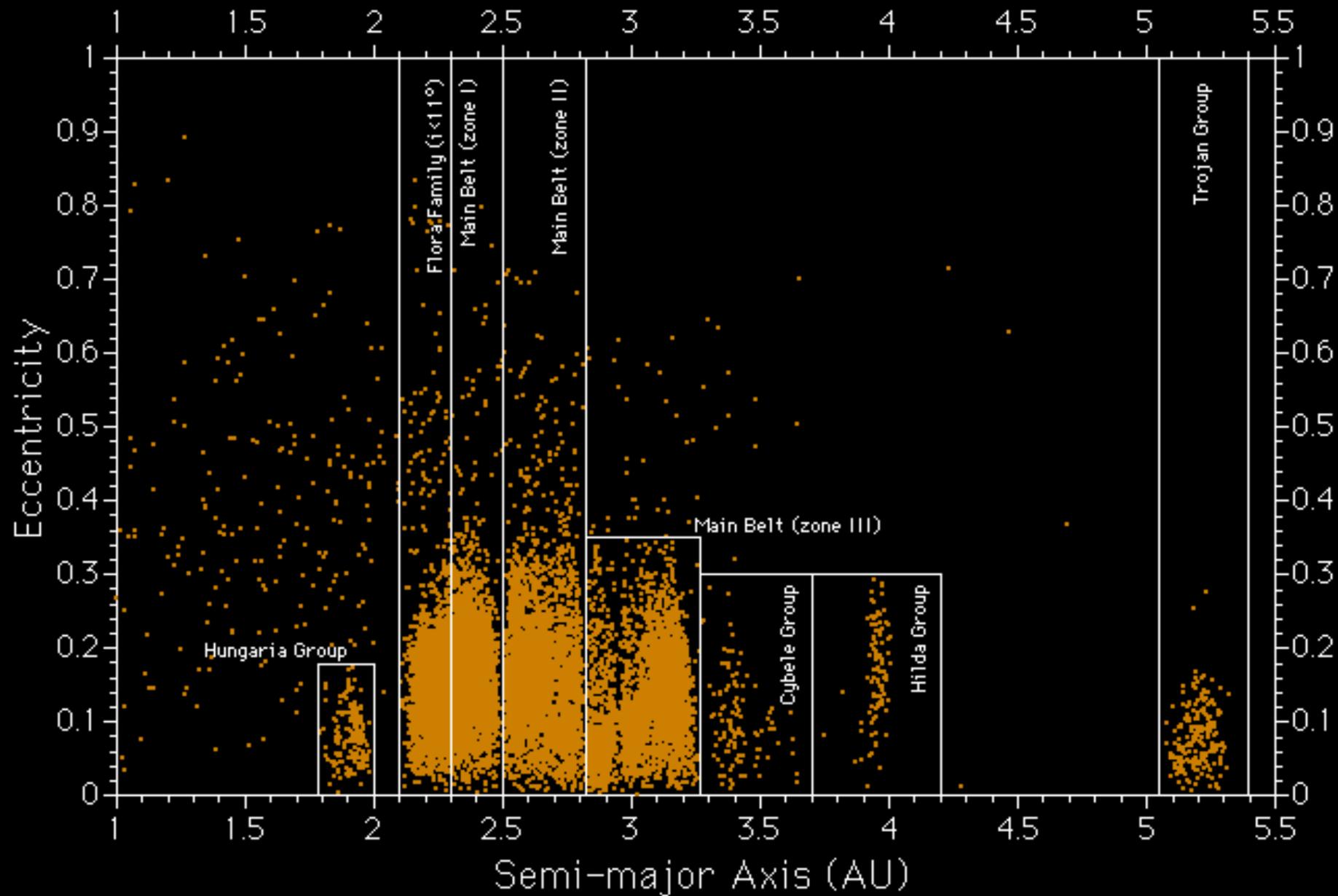
exemple de résonance de **moyen mouvement** de type **Lindblad** (ici 7:3)

les résonance de moyen mouvement exemple des divisions de Kirkwood ceinture principale d'astéroïdes



Asteroid Distribution

Inner Solar System

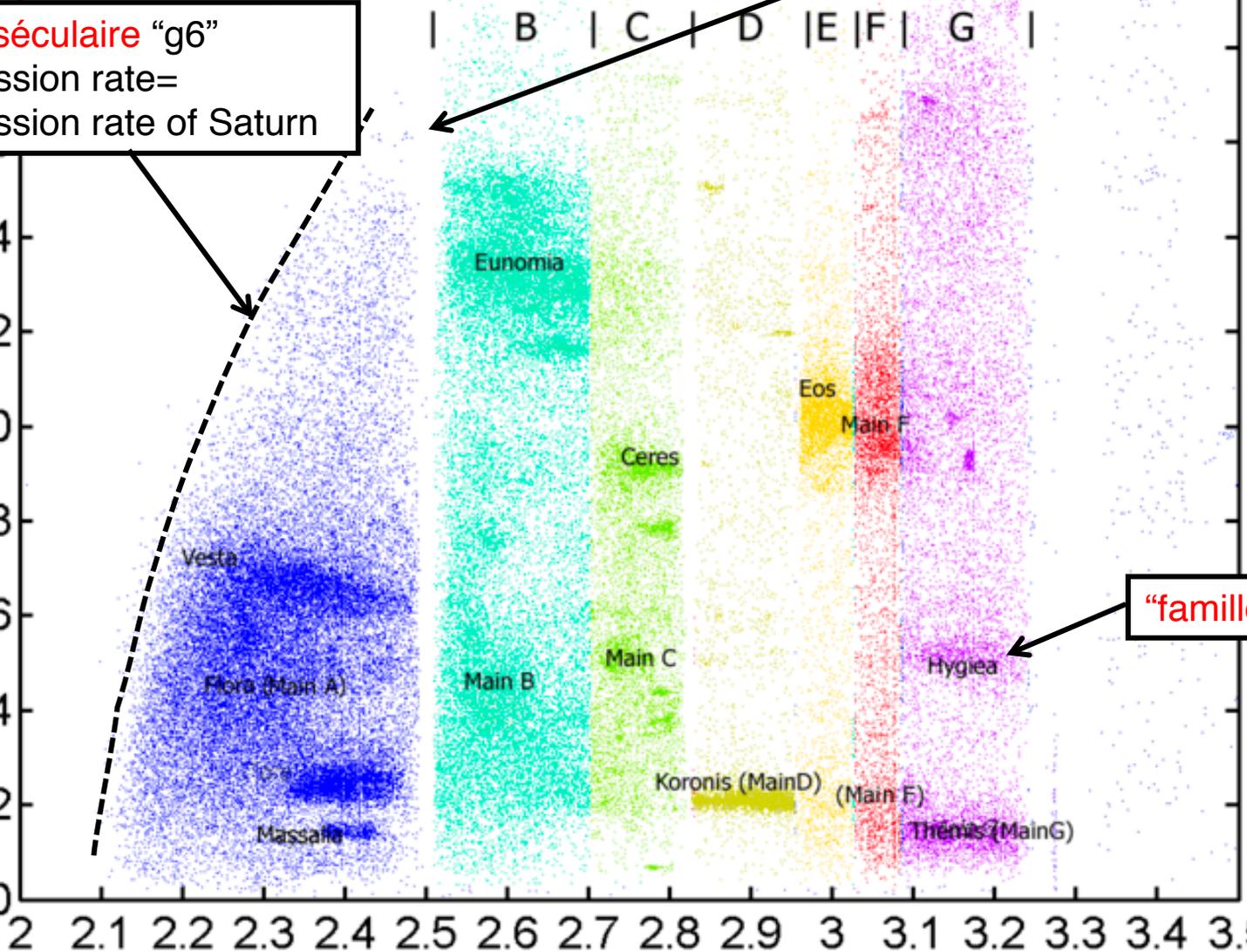


asteroid proper orbital elements

résonance de **moyen mouvement** (3/1)

résonance **séculaire** "g6"
node precession rate=
node precession rate of Saturn

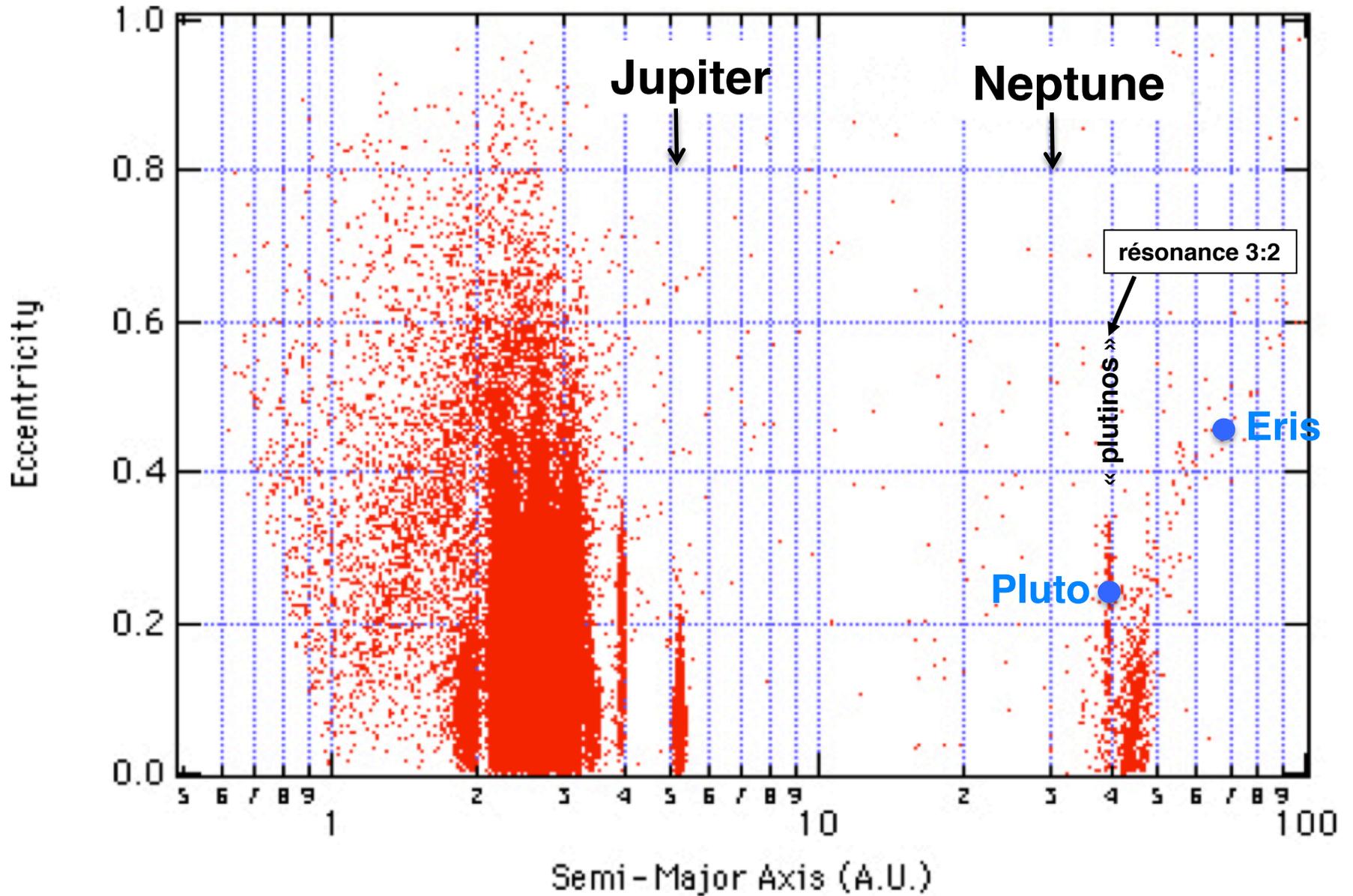
i_p (°)



"famille"

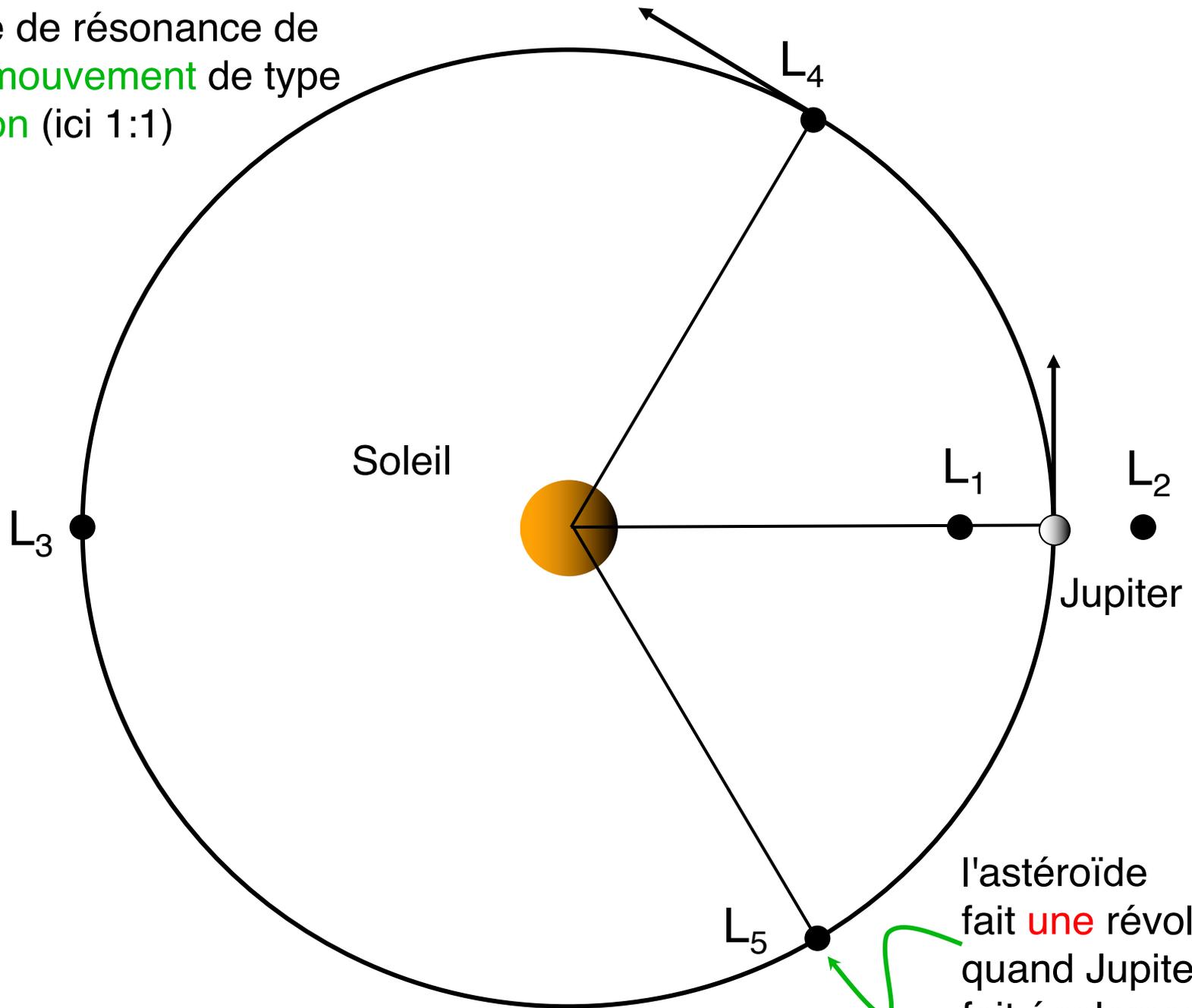
a_p (AU)

objets
trans-neptuniens



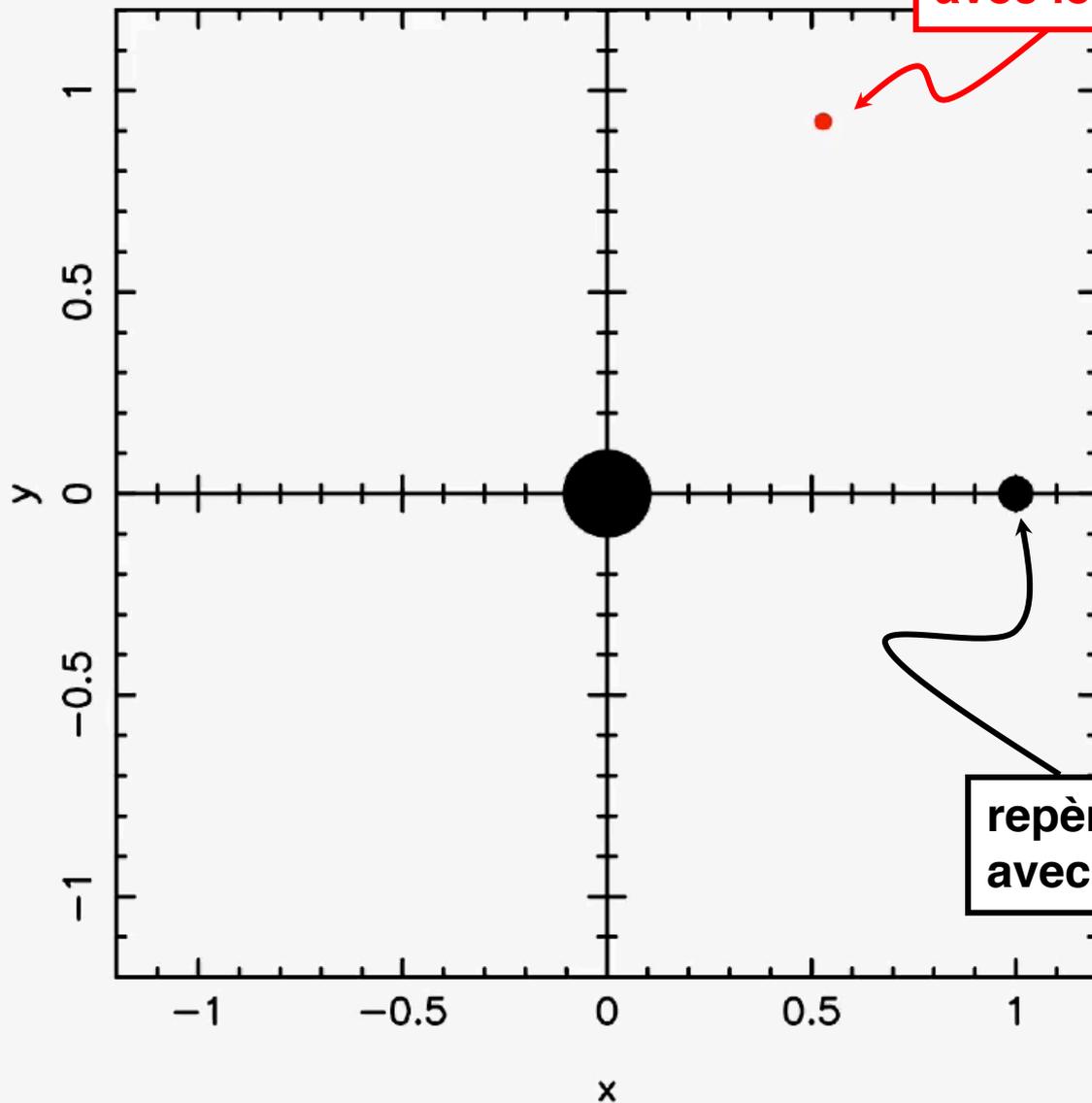
exemples de résonances de *moyen mouvement*
(nous verrons plus tard qu'elle est de type *corotation*)

exemple de résonance de
moyen mouvement de type
corotation (ici 1:1)



l'astéroïde
fait **une** révolution
quand Jupiter en
fait également **une**

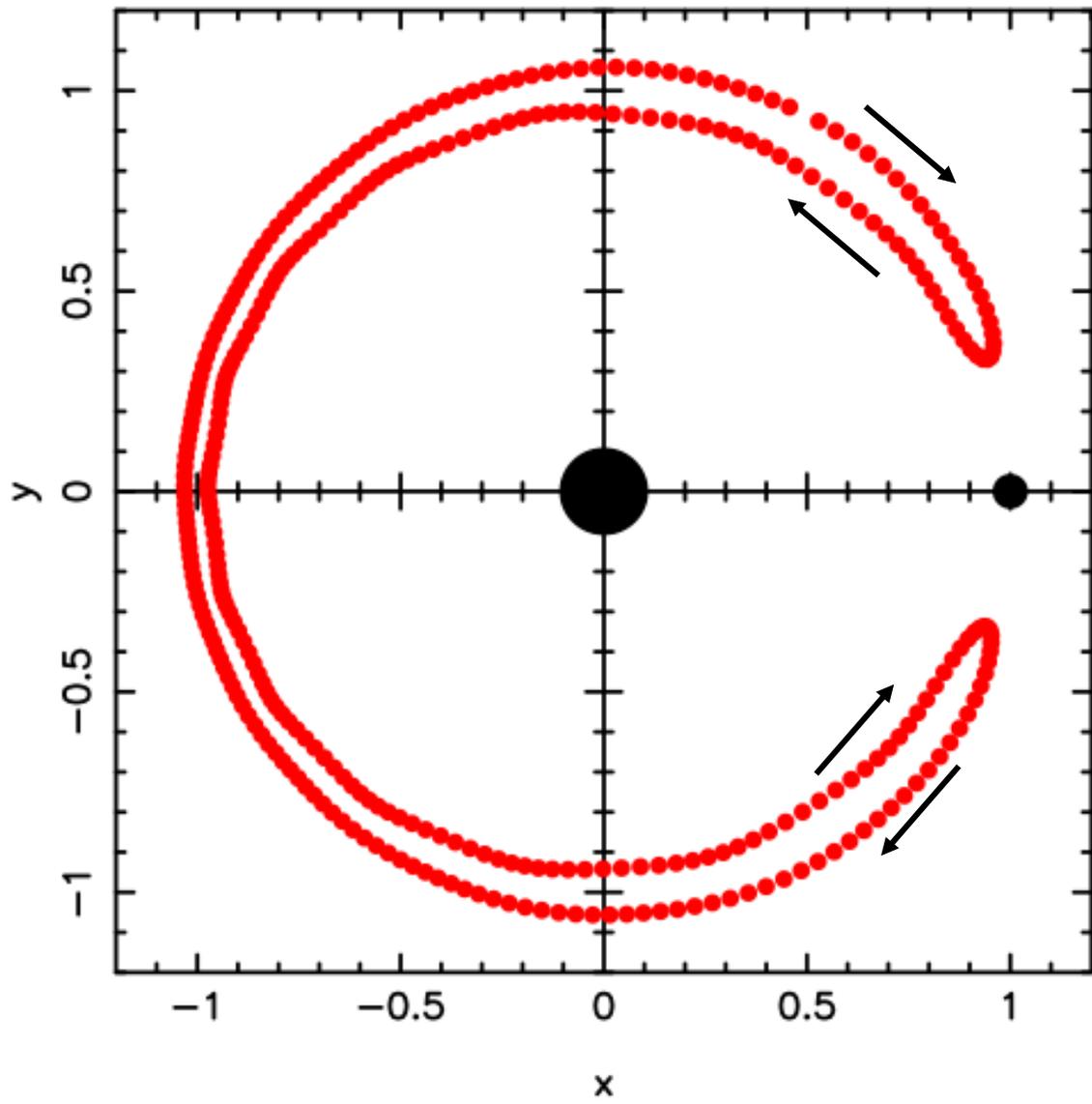
$m_{\text{sat}}=0.001$

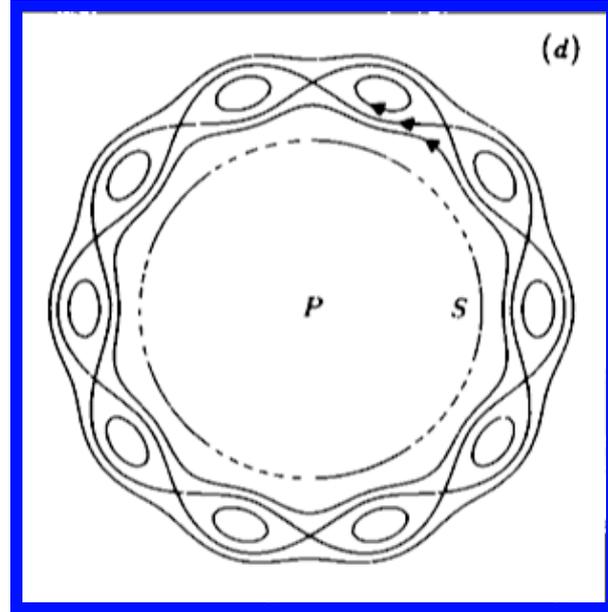
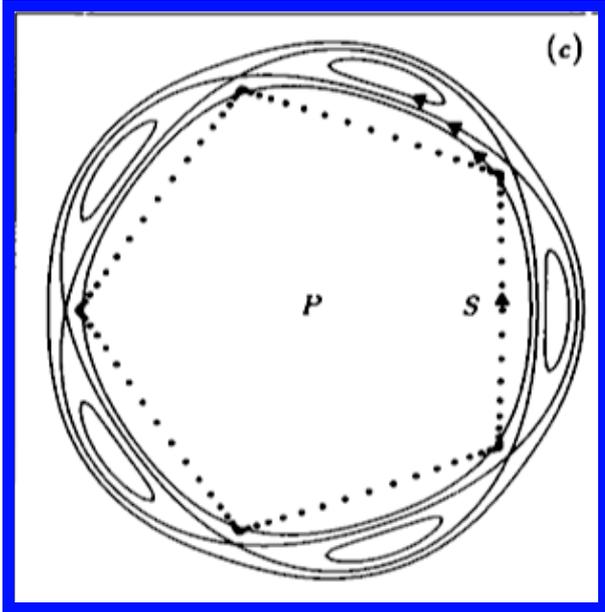
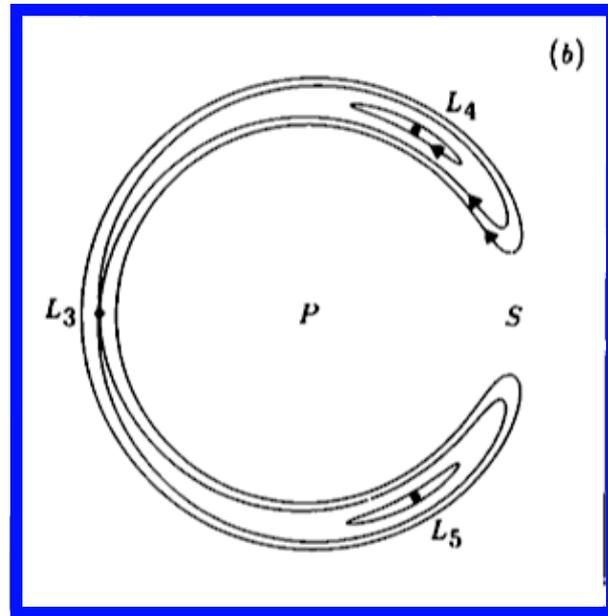
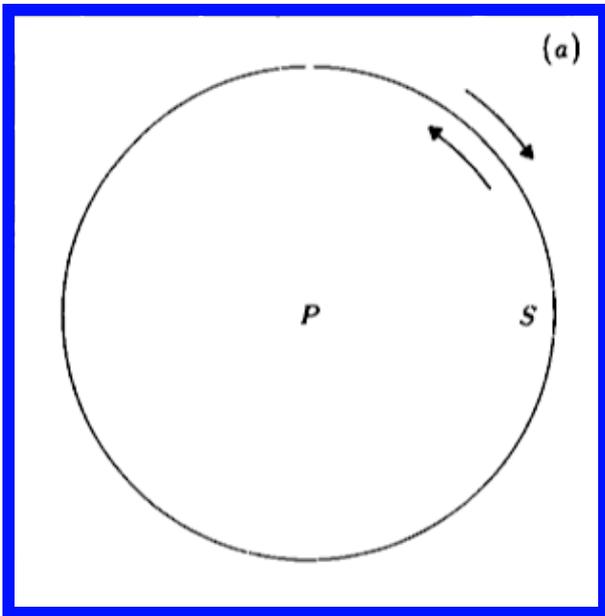


particule en corotation
avec le perturbateur

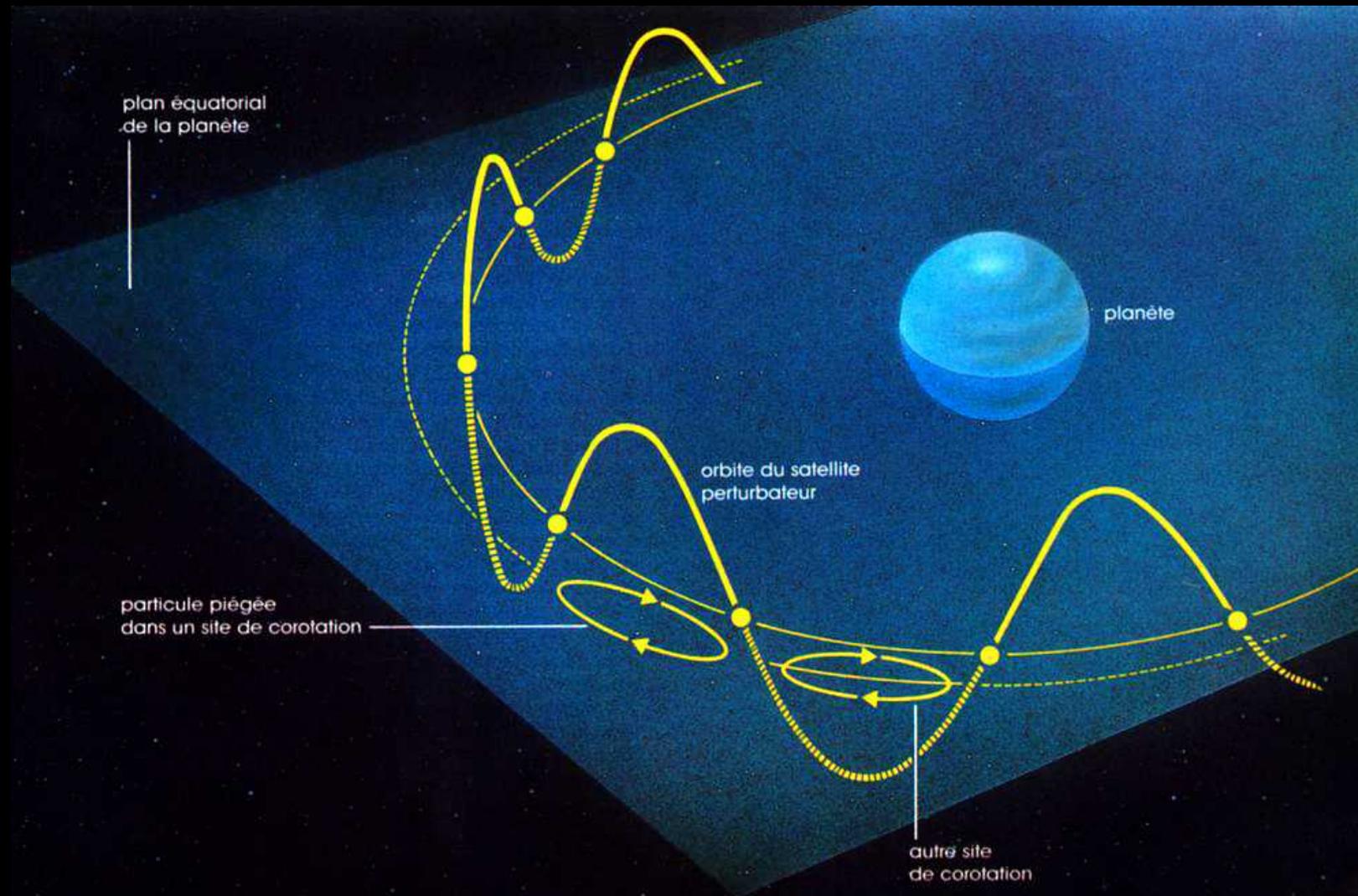
repère **tournant**
avec le perturbateur

$m_{\text{sat}}=0.001$





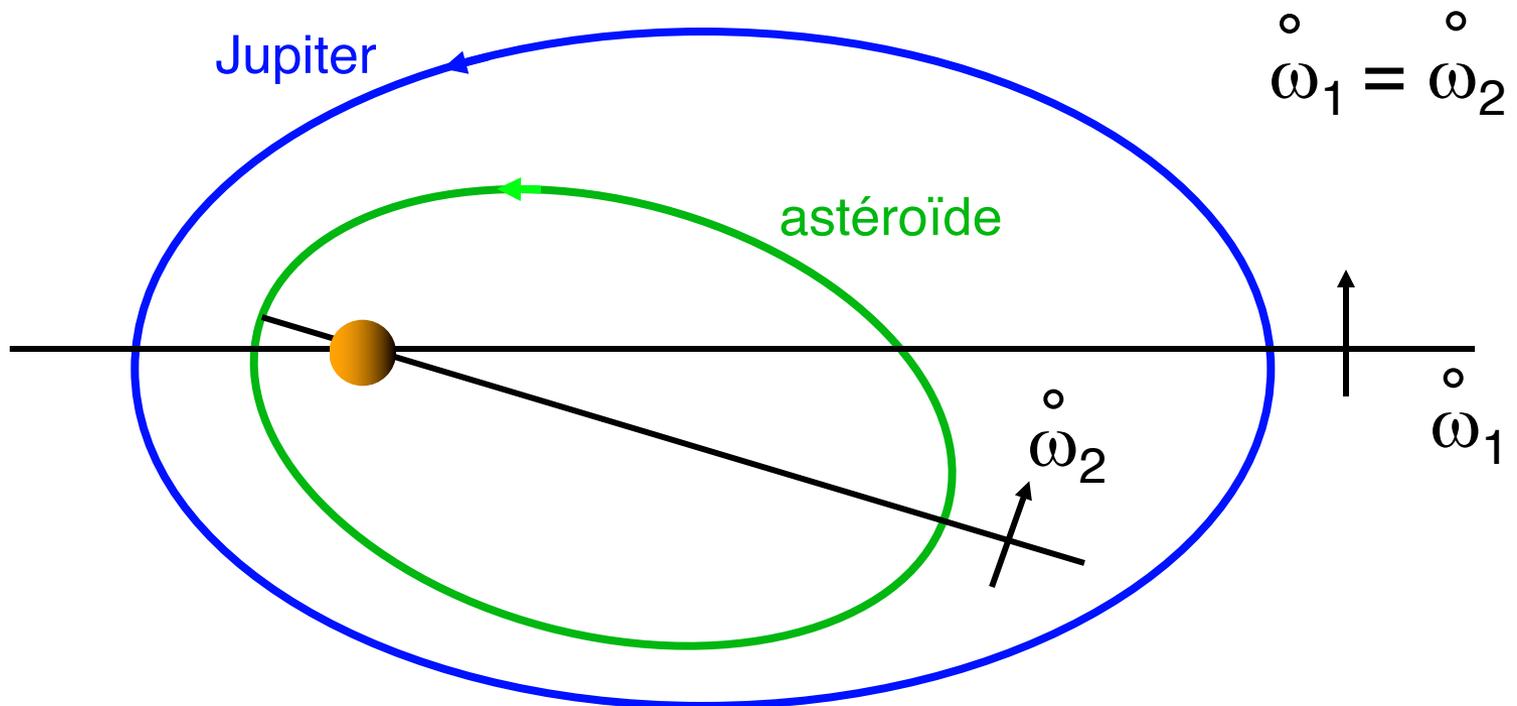
autre exemple de corotation: inclinée 43:42



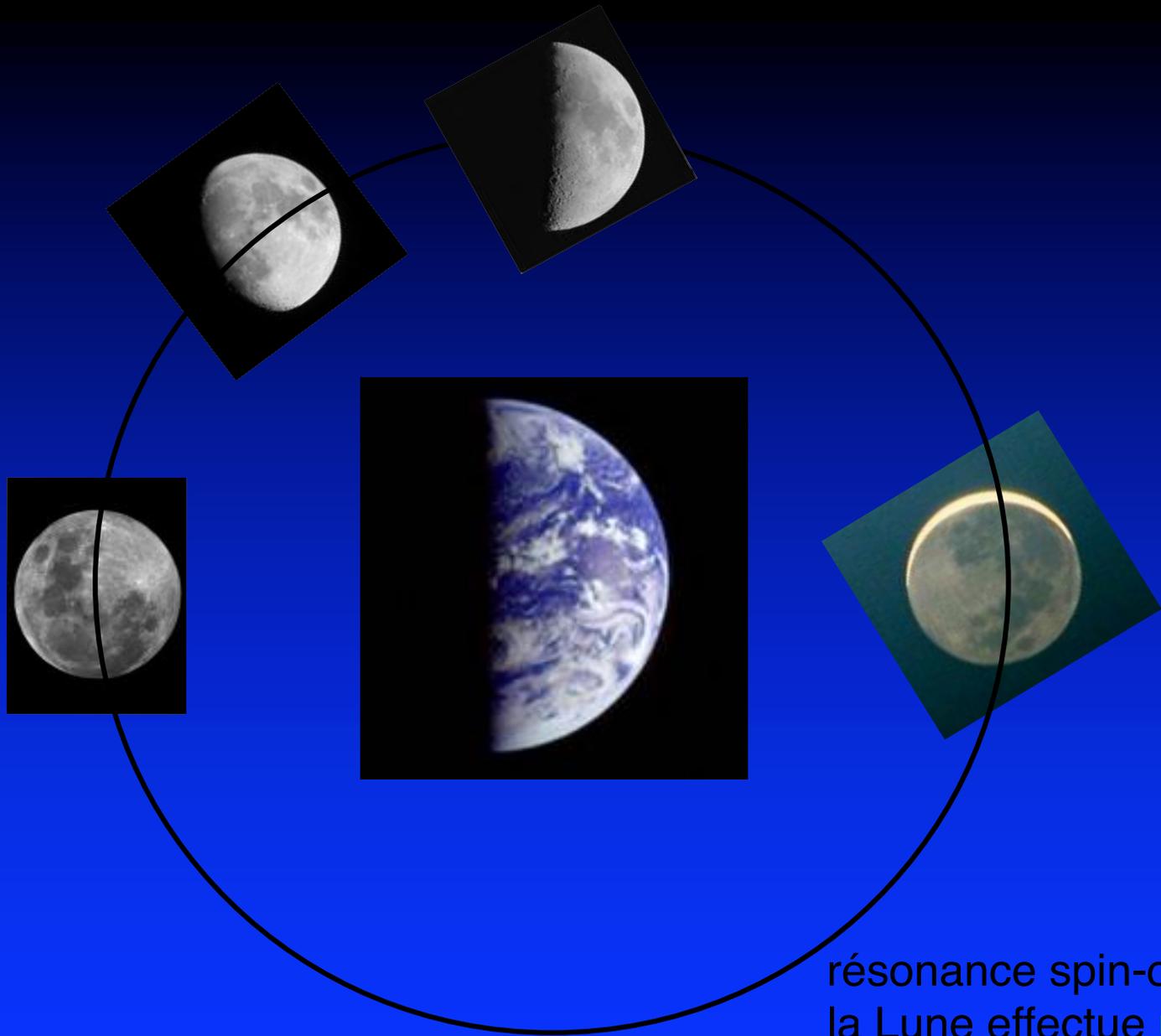
exemples de résonances de *moyen mouvement*
(de type *séculaire*)

Résonances séculaires:

le taux de précession d'une orbite est égal au taux de précession de l'autre (ex. astéroïde-Jupiter)
agit surtout sur l'excentricité du corps

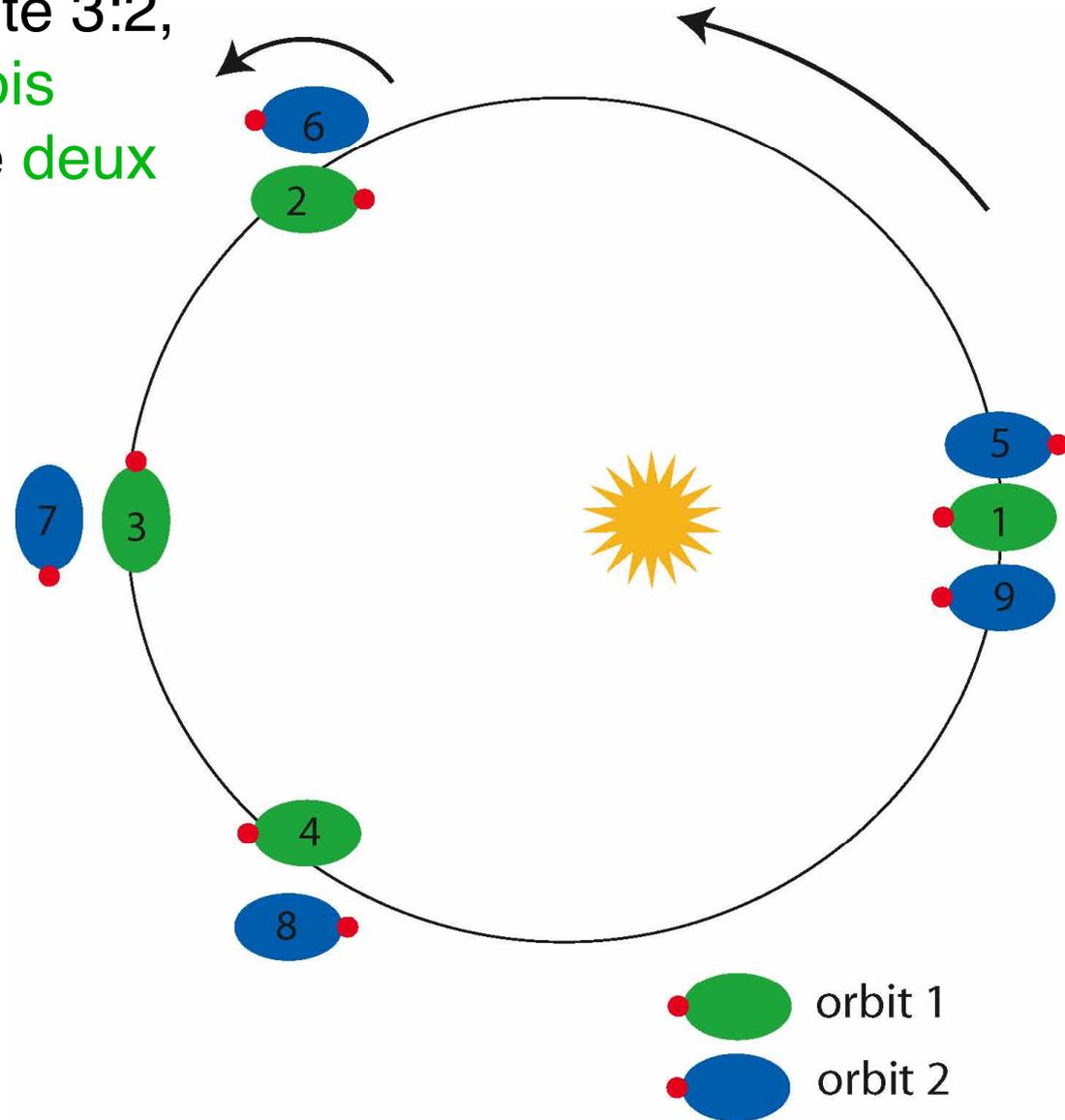


exemples de résonances **spin-orbite**:



résonance spin-orbite 1:1,
la Lune effectue **une**
rotation au bout d'**une**
révolution

résonance spin-orbite 3:2,
Mercure effectue **trois**
rotations au bout de **deux**
révolutions



Correia et Laskar, Nature, 24 juin 2004

<http://www.obspm.fr/actual/nouvelle/jul04/merc.fr.shtml>

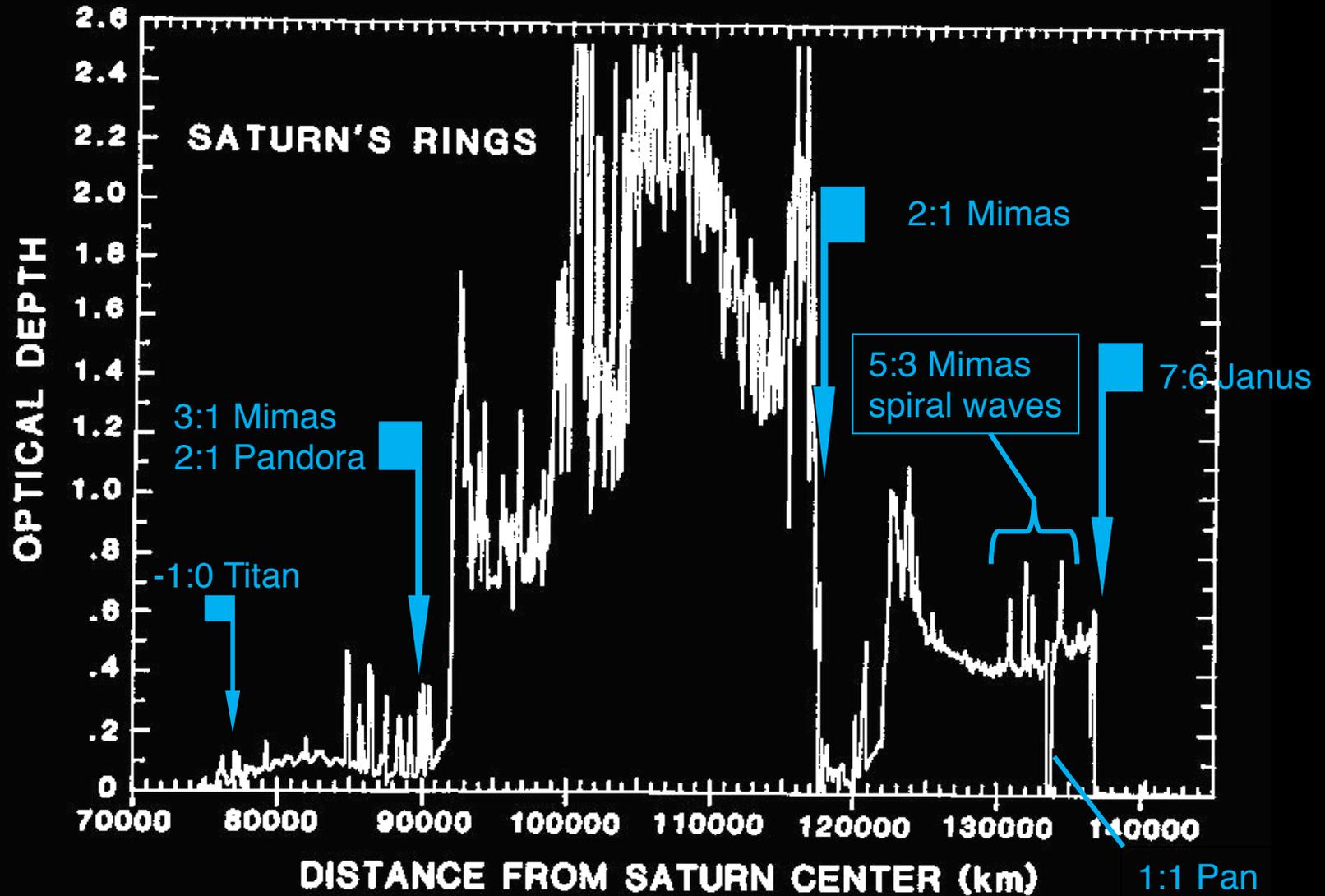
exemples de résonances dans les disques:

excitation d'ondes spirales autour de rayons correspondant à des résonances avec un potentiel perturbateur (barre galactique, satellites autour d'anneaux, etc...)

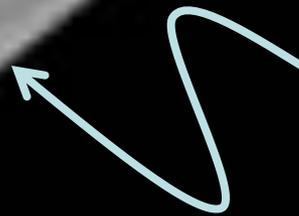
Applications:

anneaux planétaires,
disques proto-planétaires,
disques d'accrétion circum-stellaires,
disques galactiques

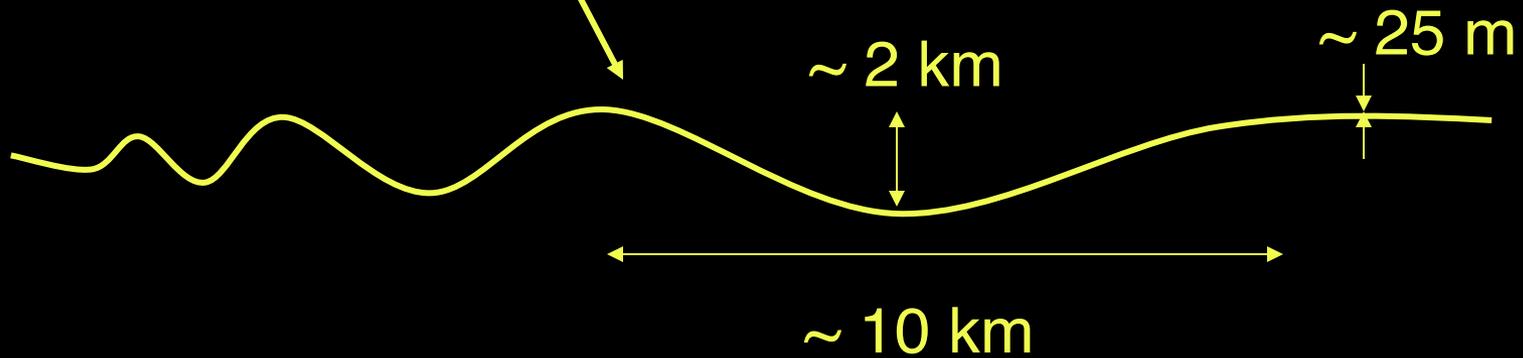
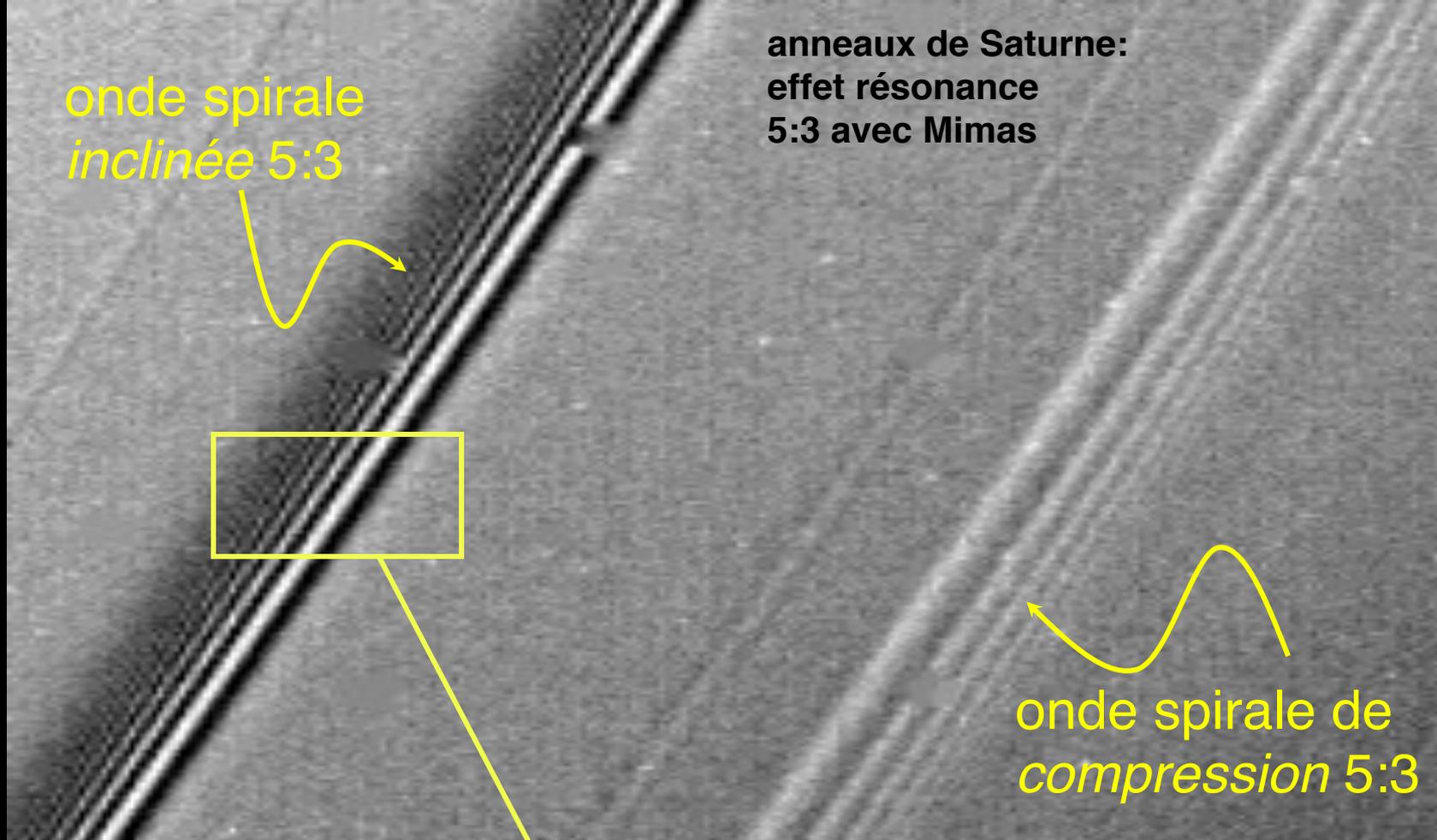
exemples de résonances disque-satellites: les anneaux de Saturne

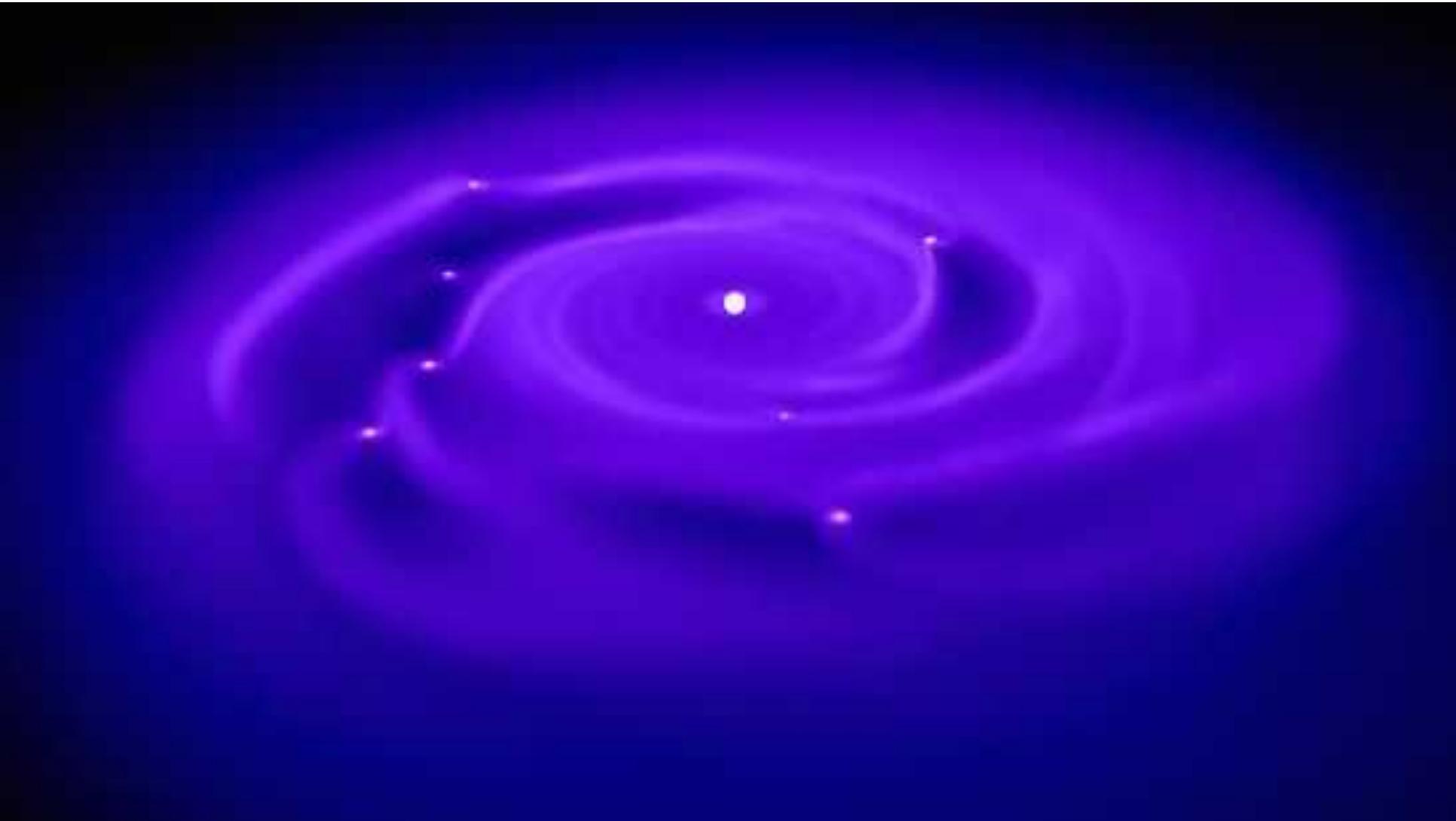


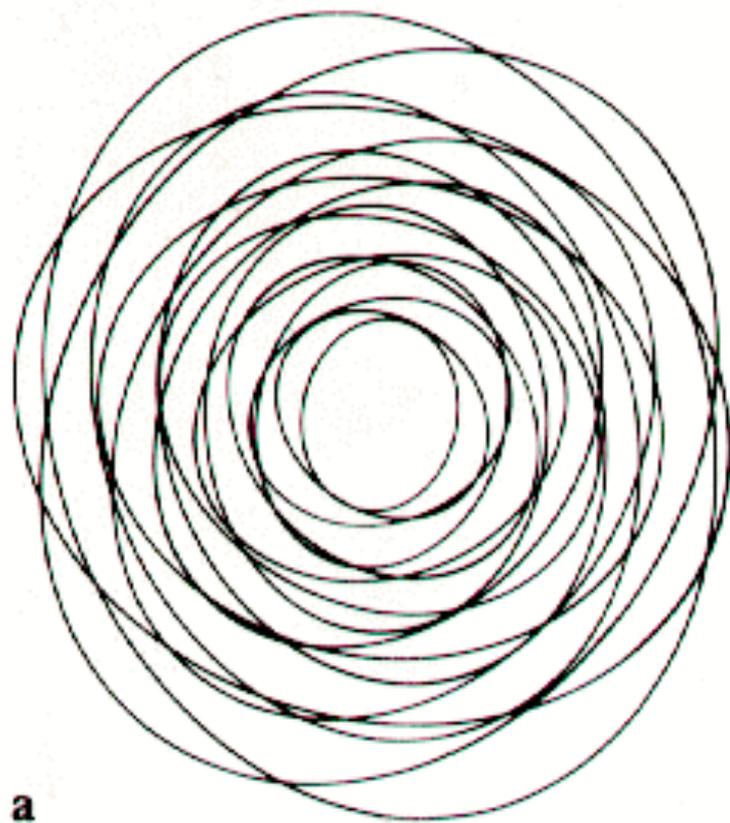
**anneau A de
Saturne**



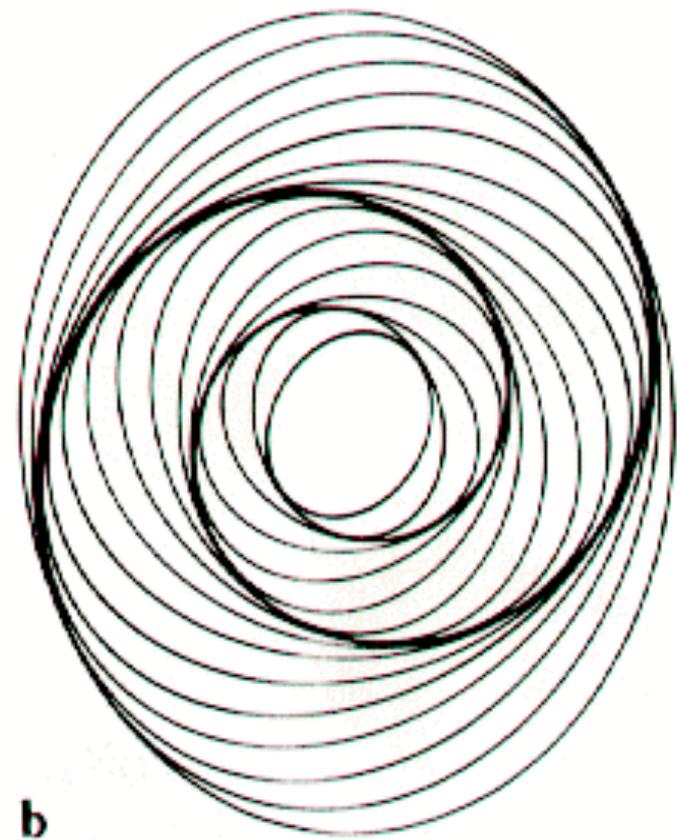
**résonance 7:6
avec Janus → bord
extrêmement abrupt
(< 100 mètres)**







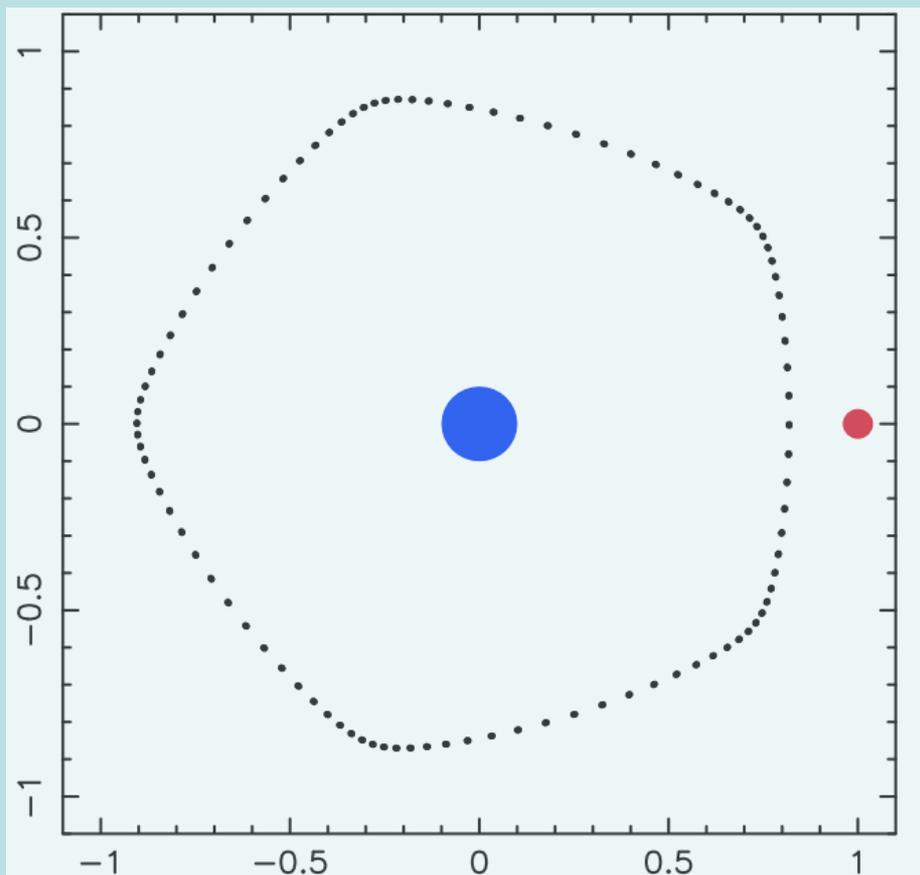
a



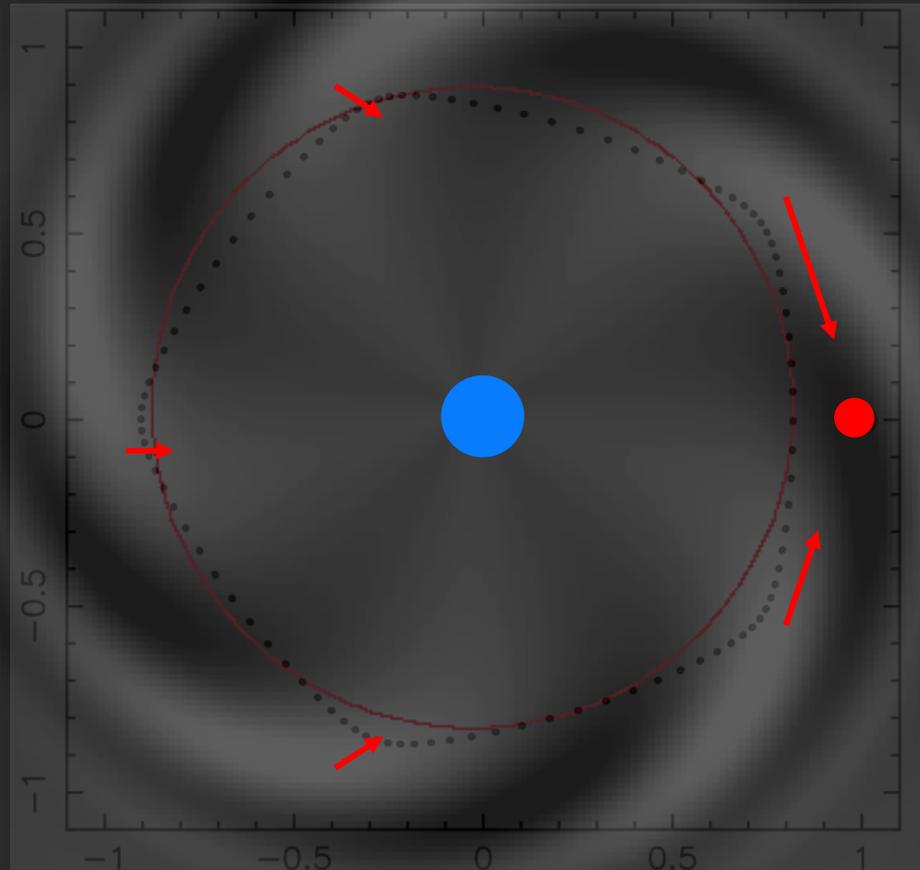
b

The Origin of Spiral Density Waves

Both drawings have exactly the same number of ellipses, each one representing the orbit of a star. (a) Randomly oriented ellipses. (b) Ellipses with a correlation between the orientations of adjacent ellipses.

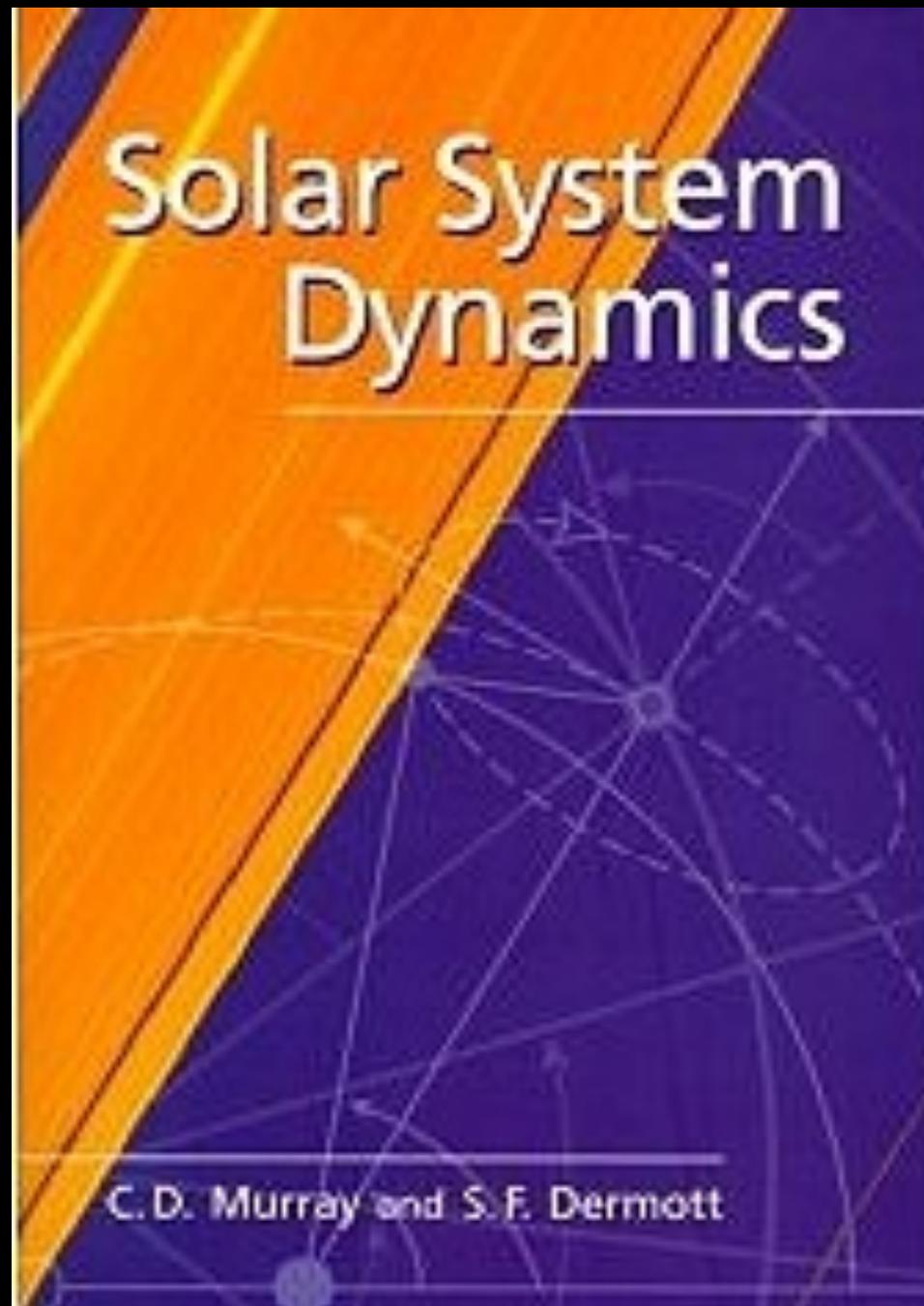


exemple résonance 5:4



la planète exerce un couple sur le disque,
et inversement \Rightarrow migration

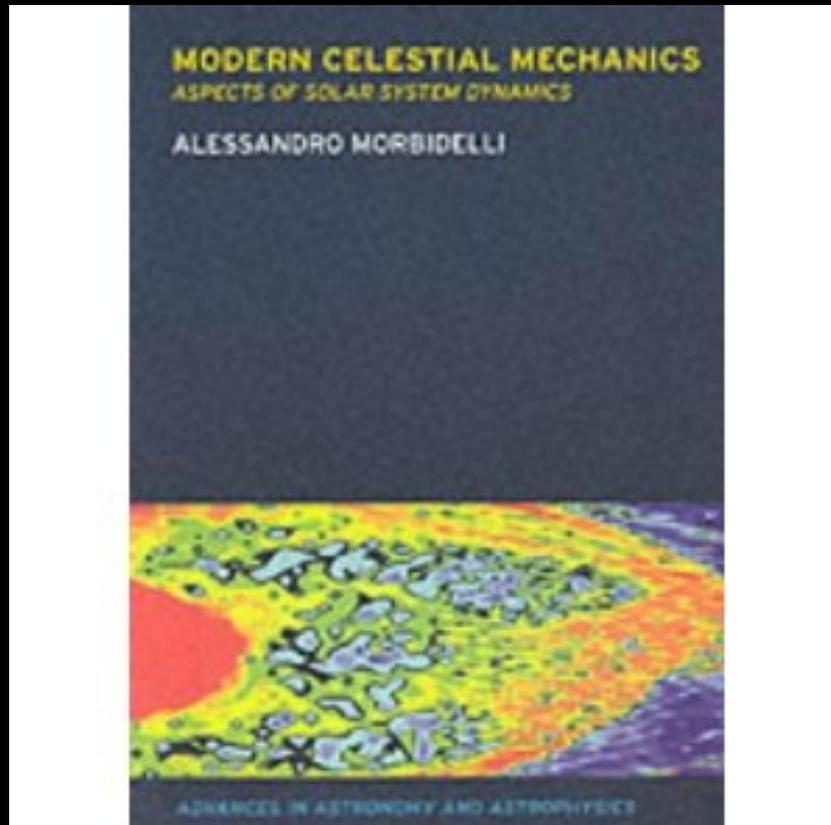
général



Modern Celestial Mechanics Aspects of Solar System Dynamics

par *Alessandro Morbidelli*
disponible sur:

<http://www-n.oca.eu/morby/>



plus
mathématique

Arnol'd

Ordinary Differential Equations



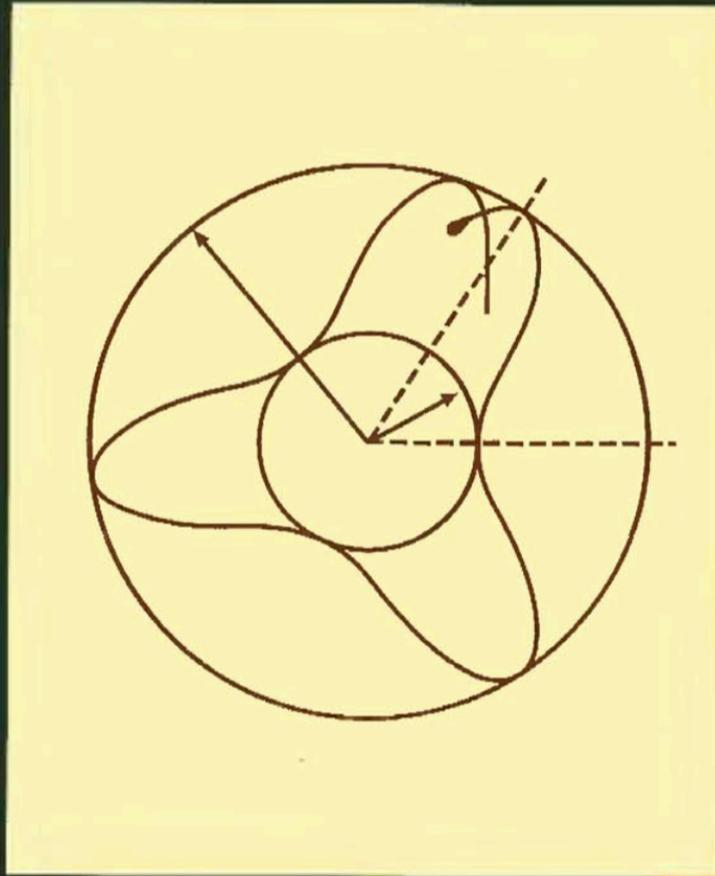
Springer - Textbook

Éléments sous droits d'auteur

bases des
équa. diff.

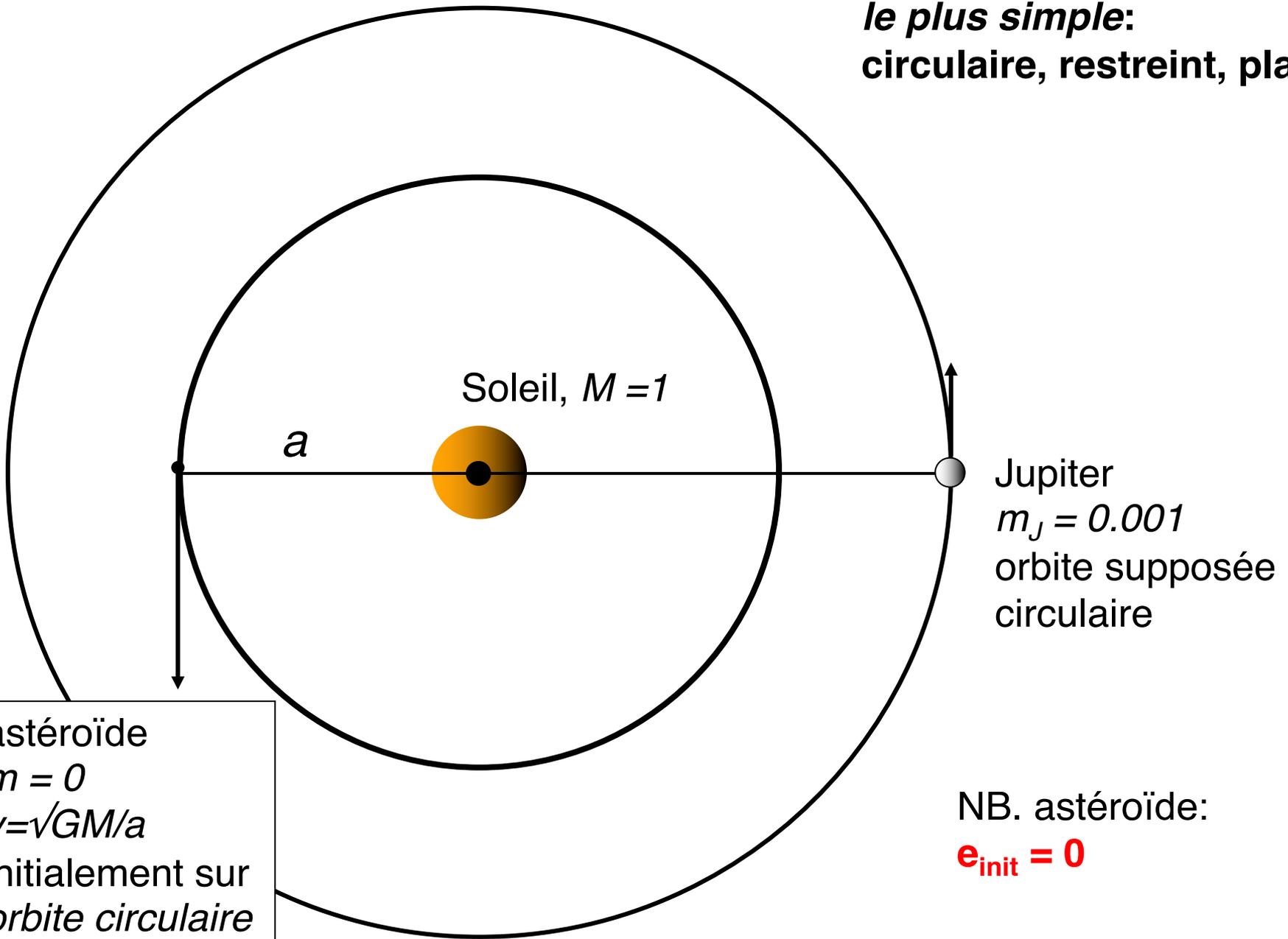
Classical
MECHANICS
THIRD EDITION

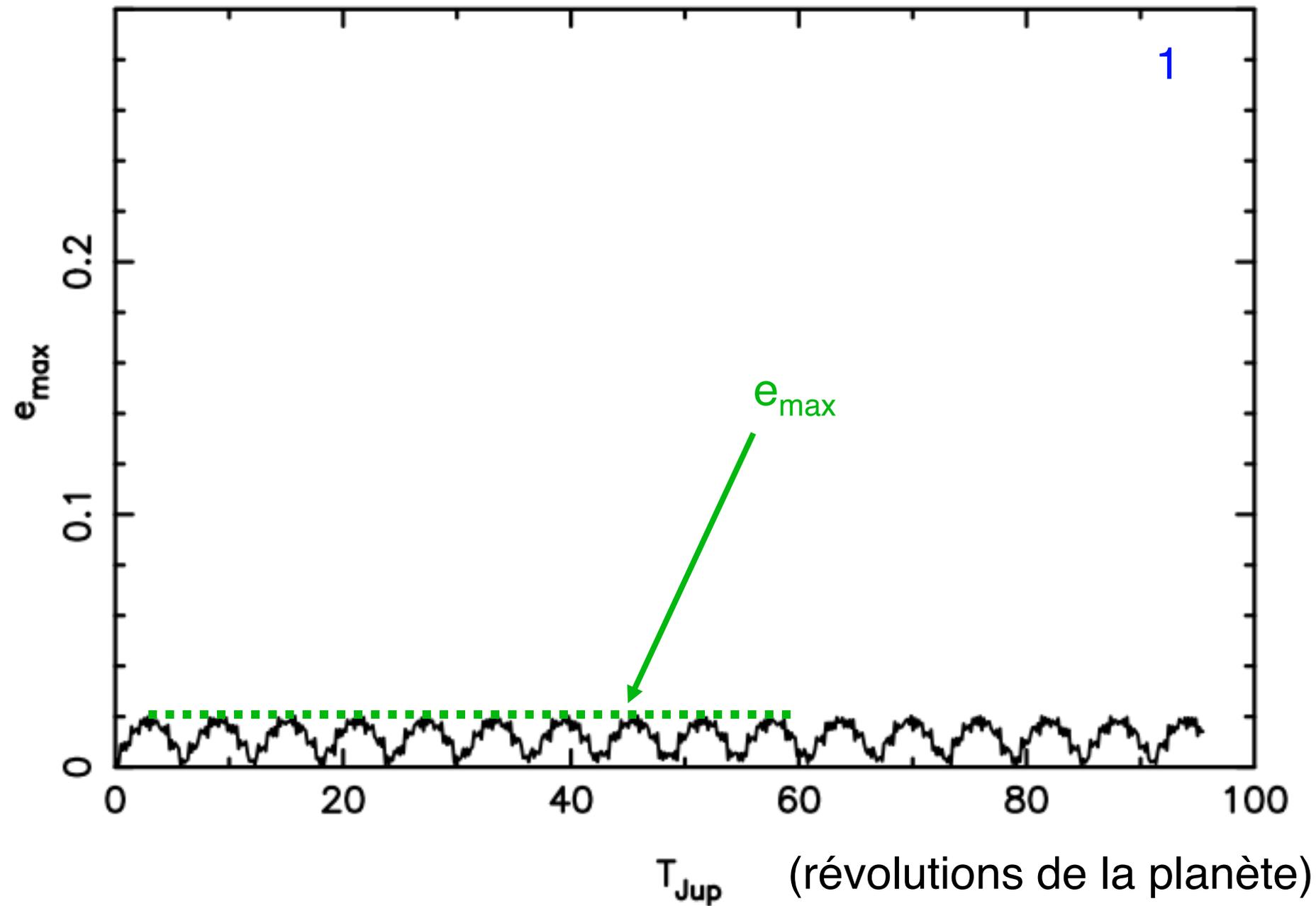
bases de
mécanique

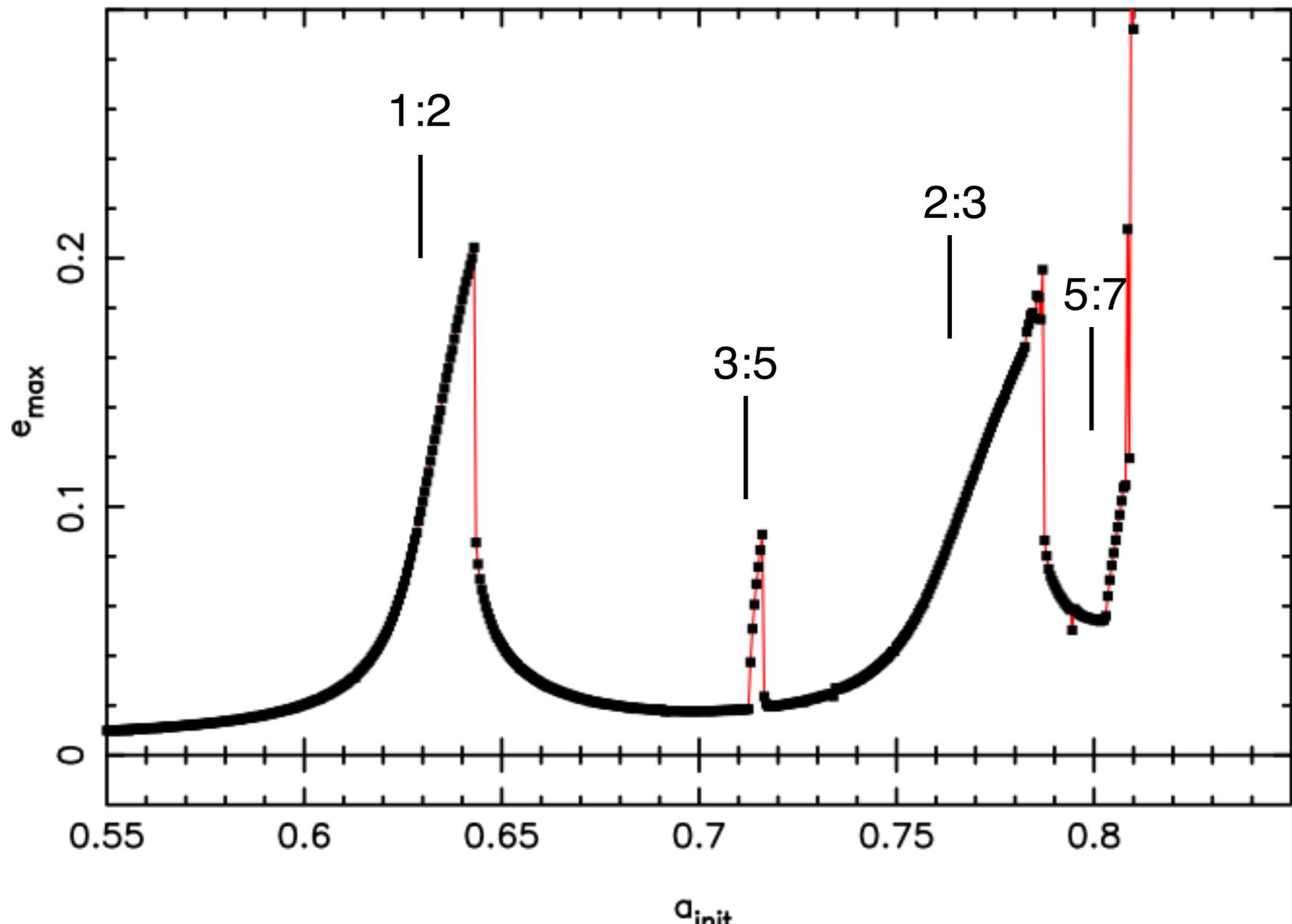


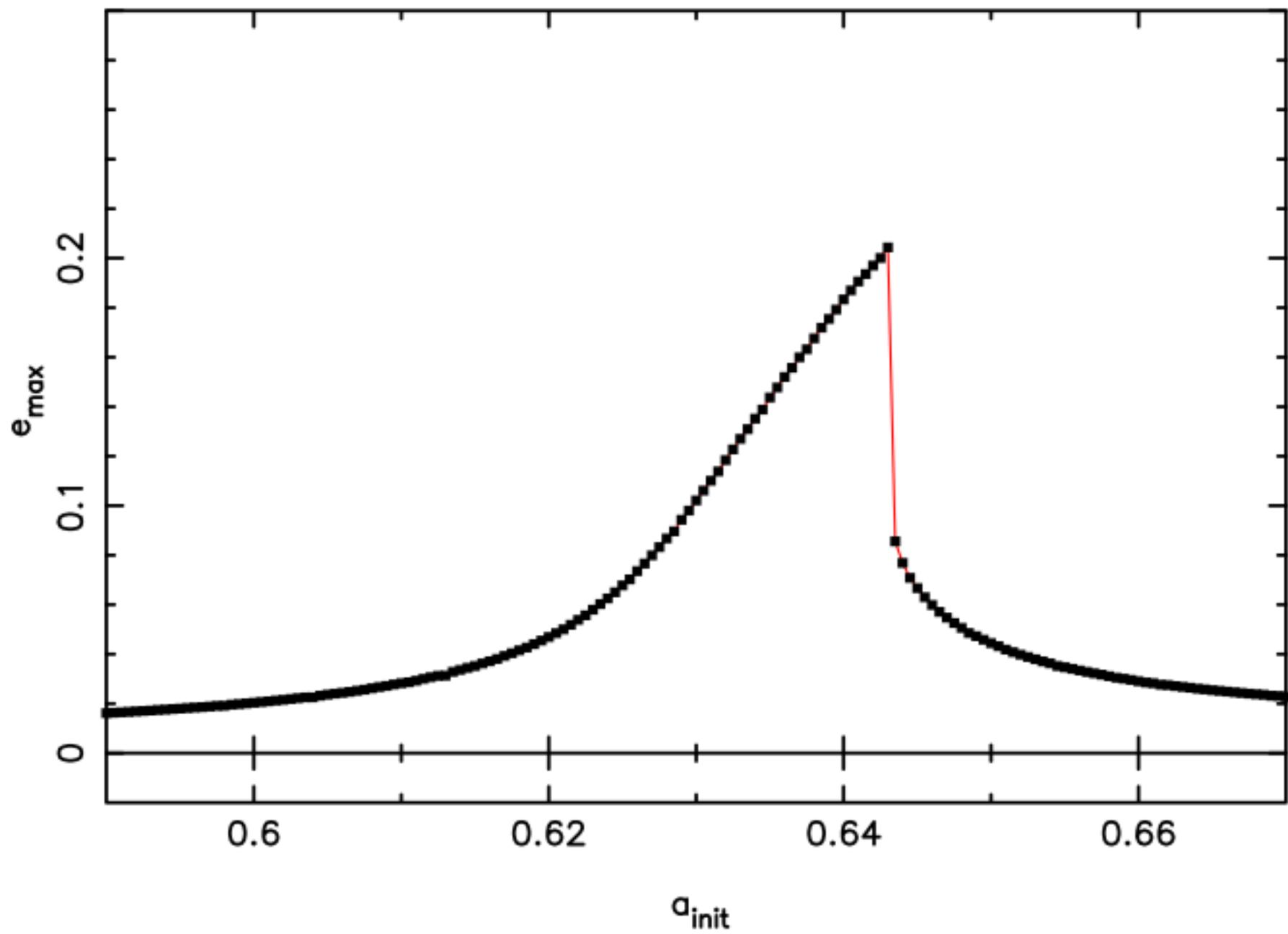
G o l d s t e i n
P o o l e & S a f k o

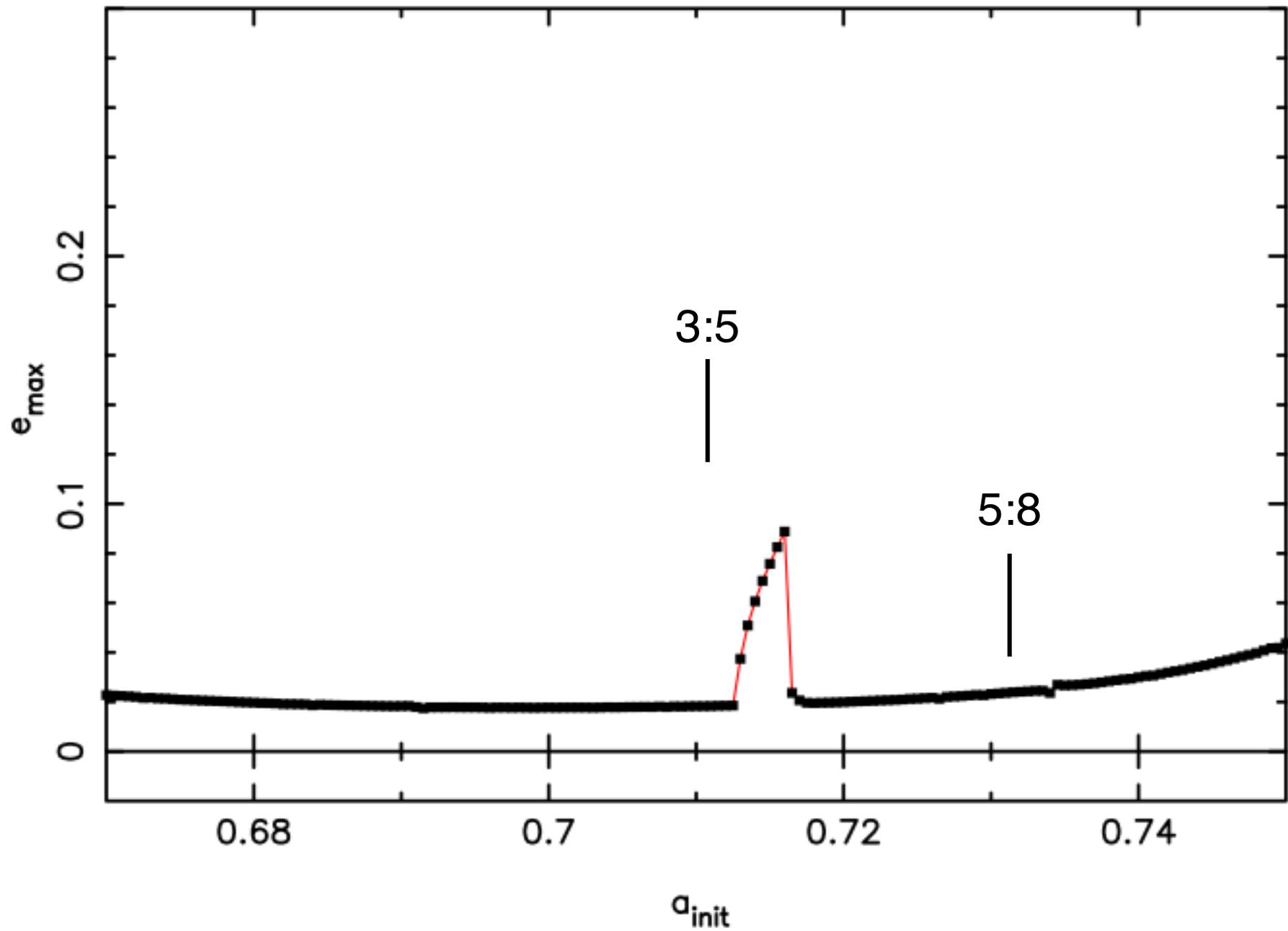
le problème à trois corps
le plus simple:
circulaire, restreint, plan

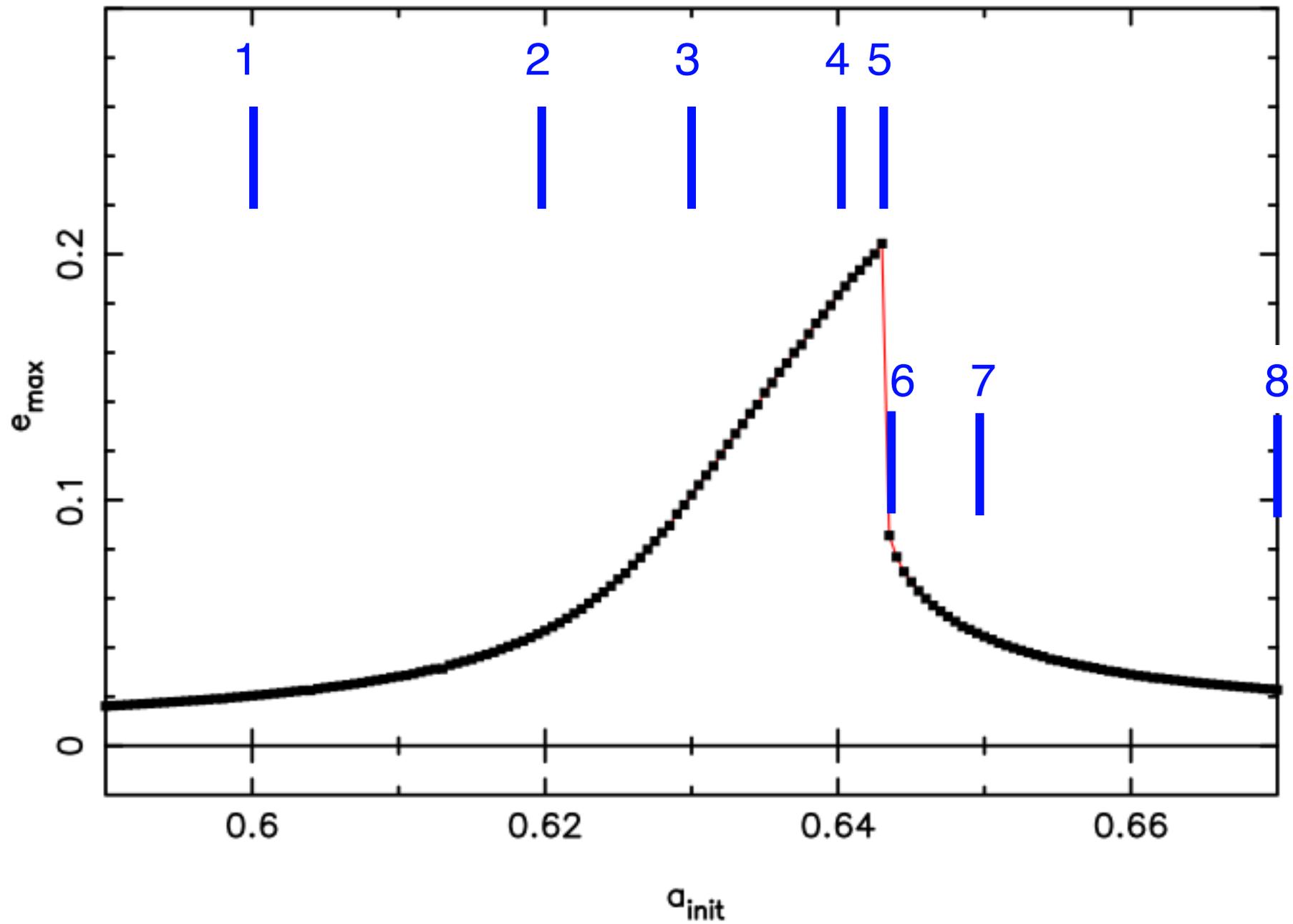


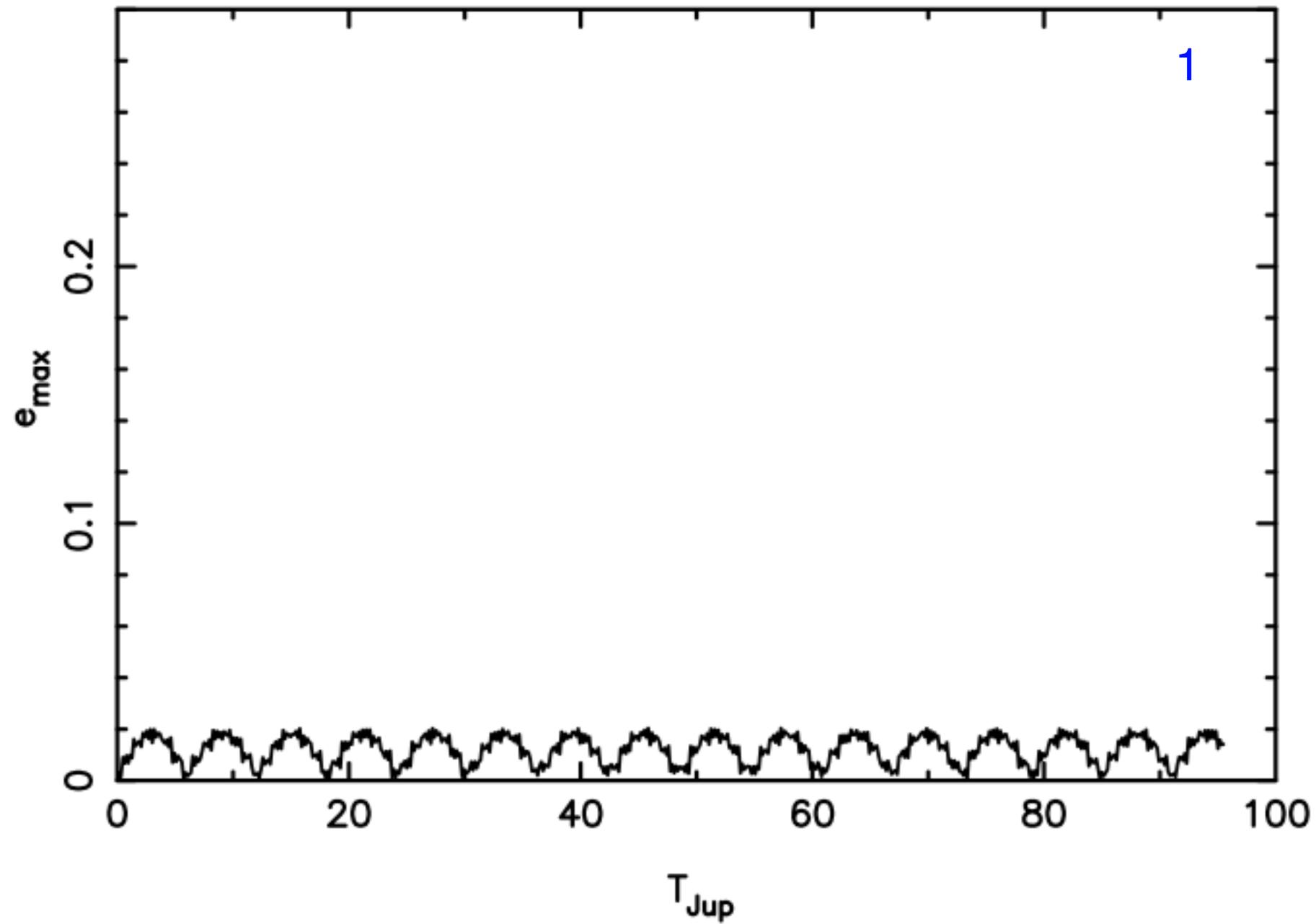


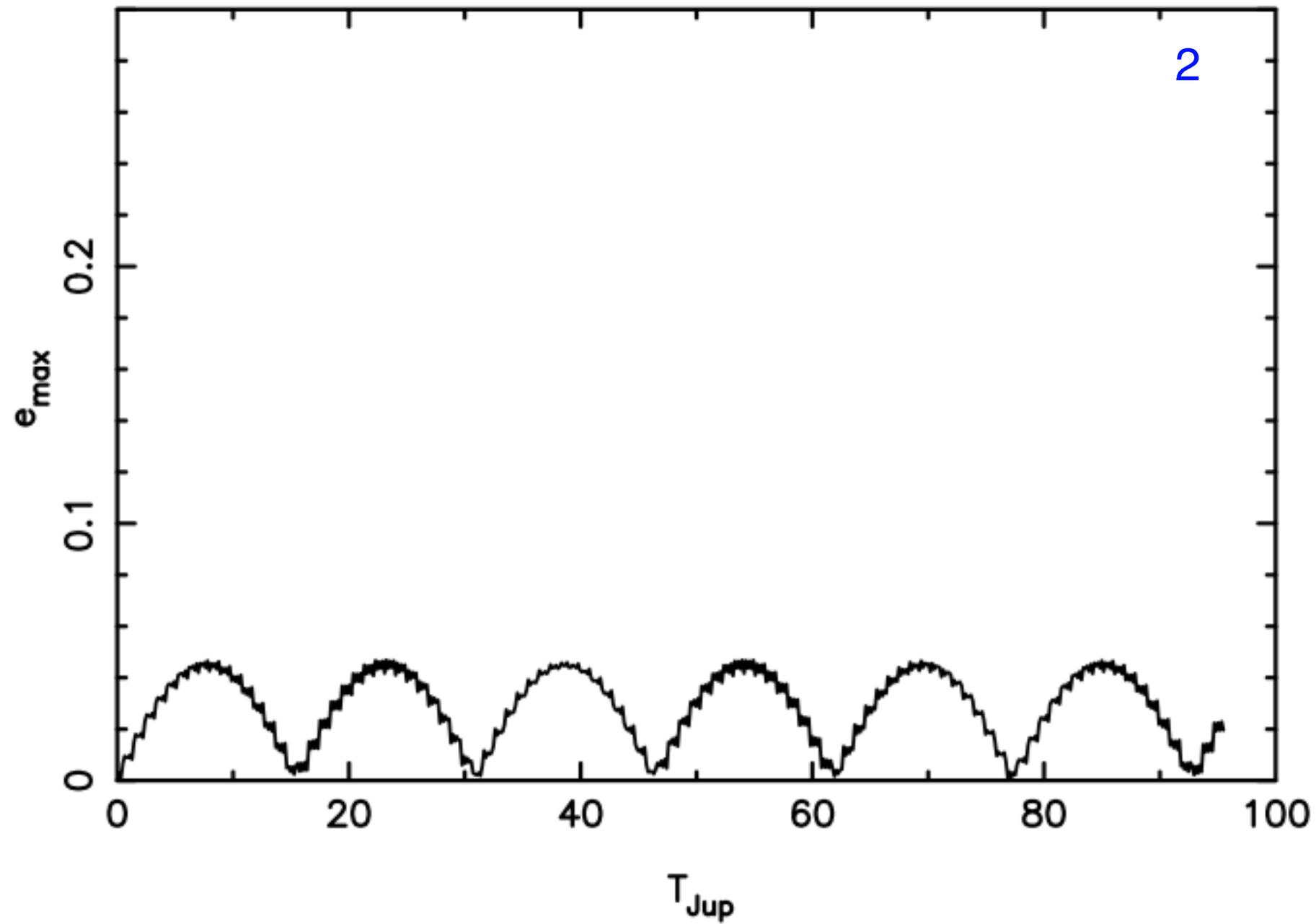






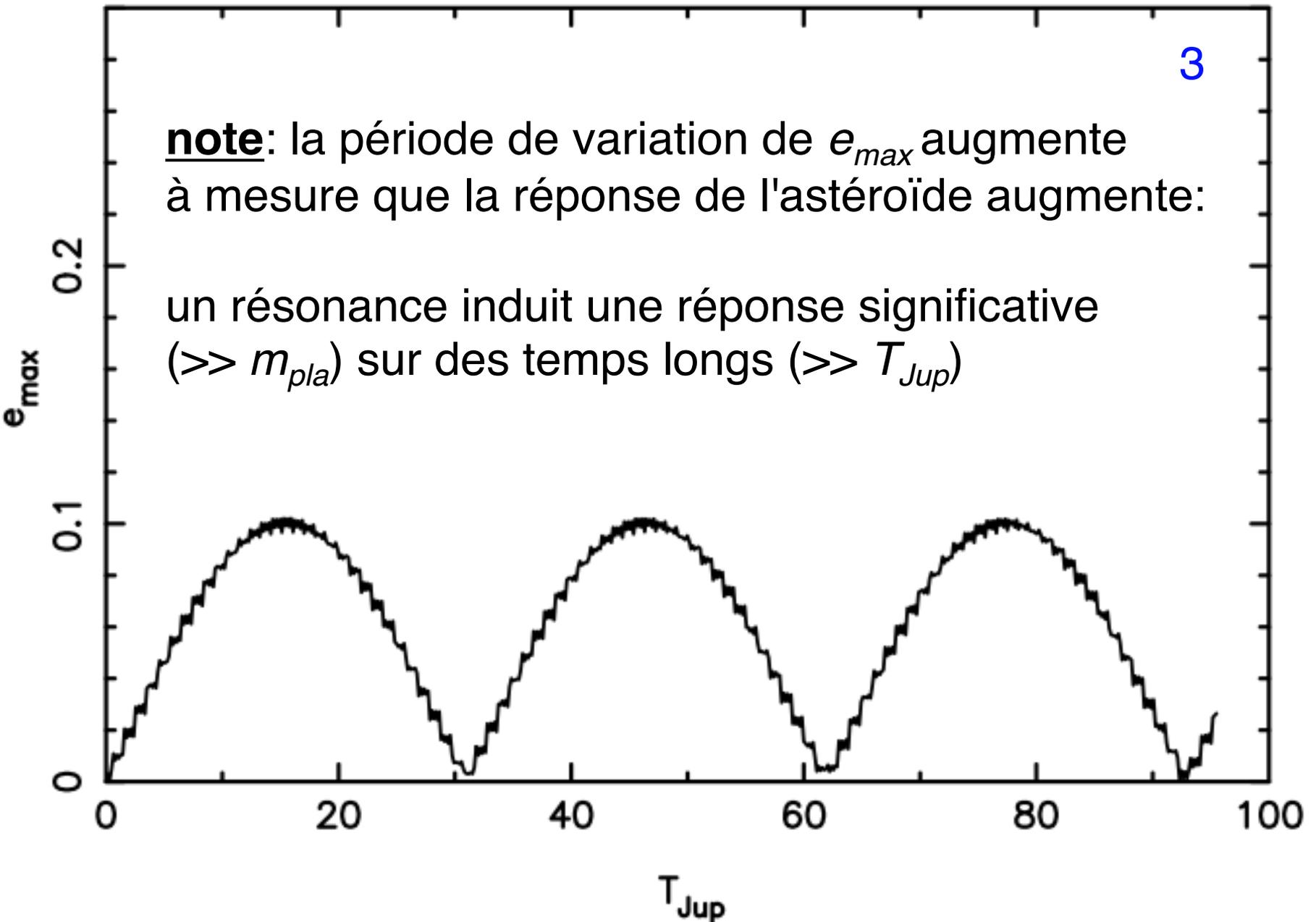




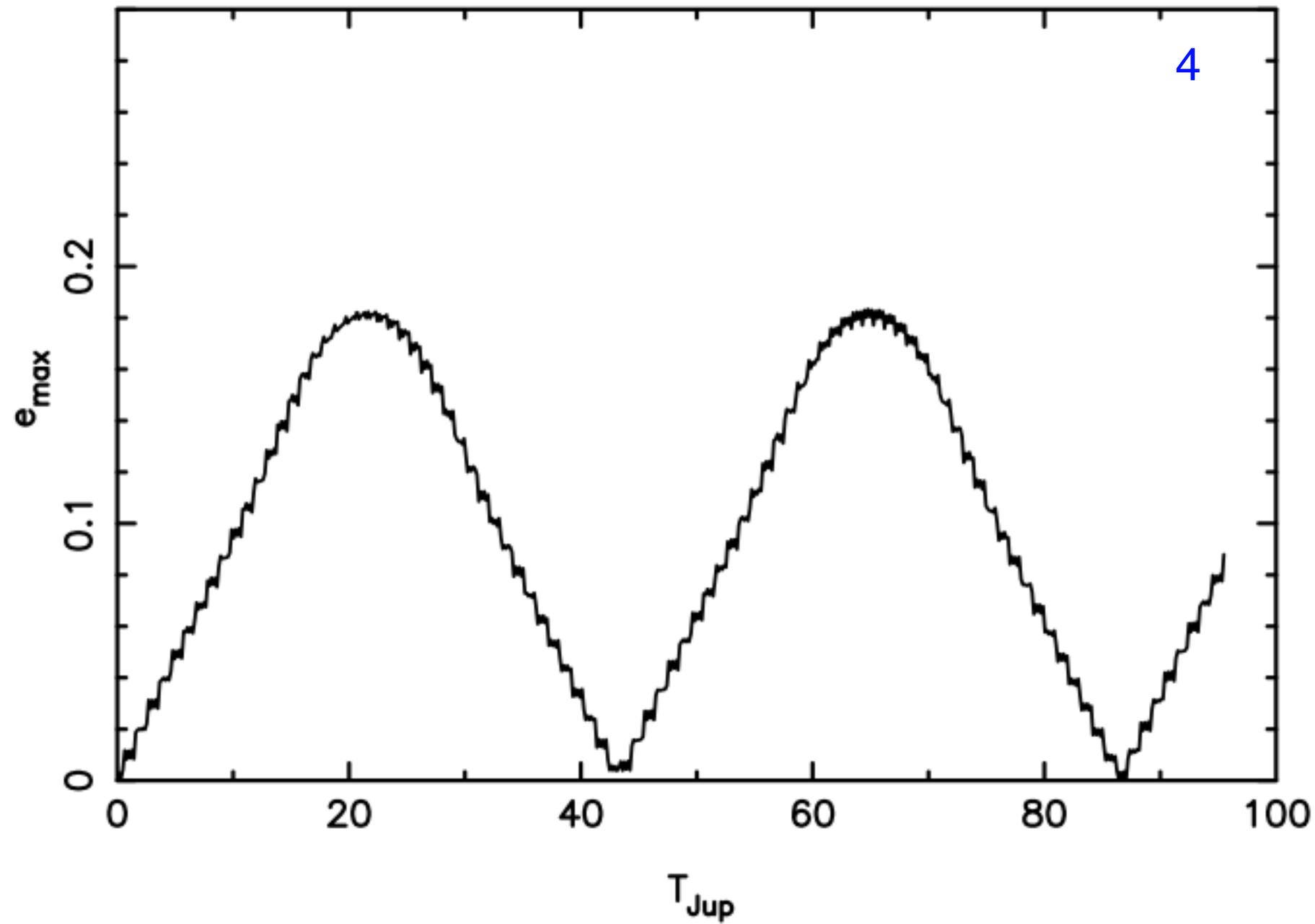


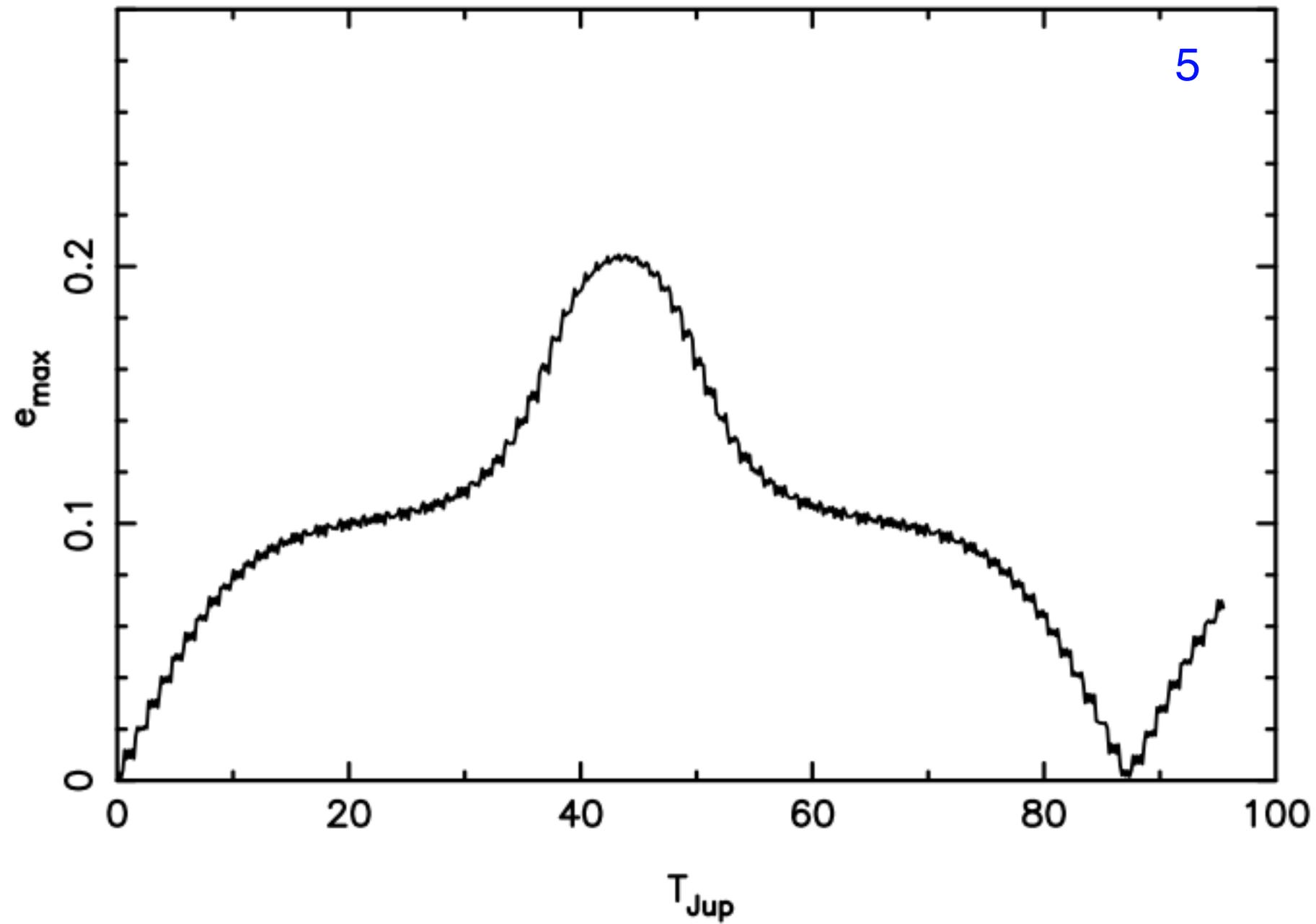
note: la période de variation de e_{max} augmente à mesure que la réponse de l'astéroïde augmente:

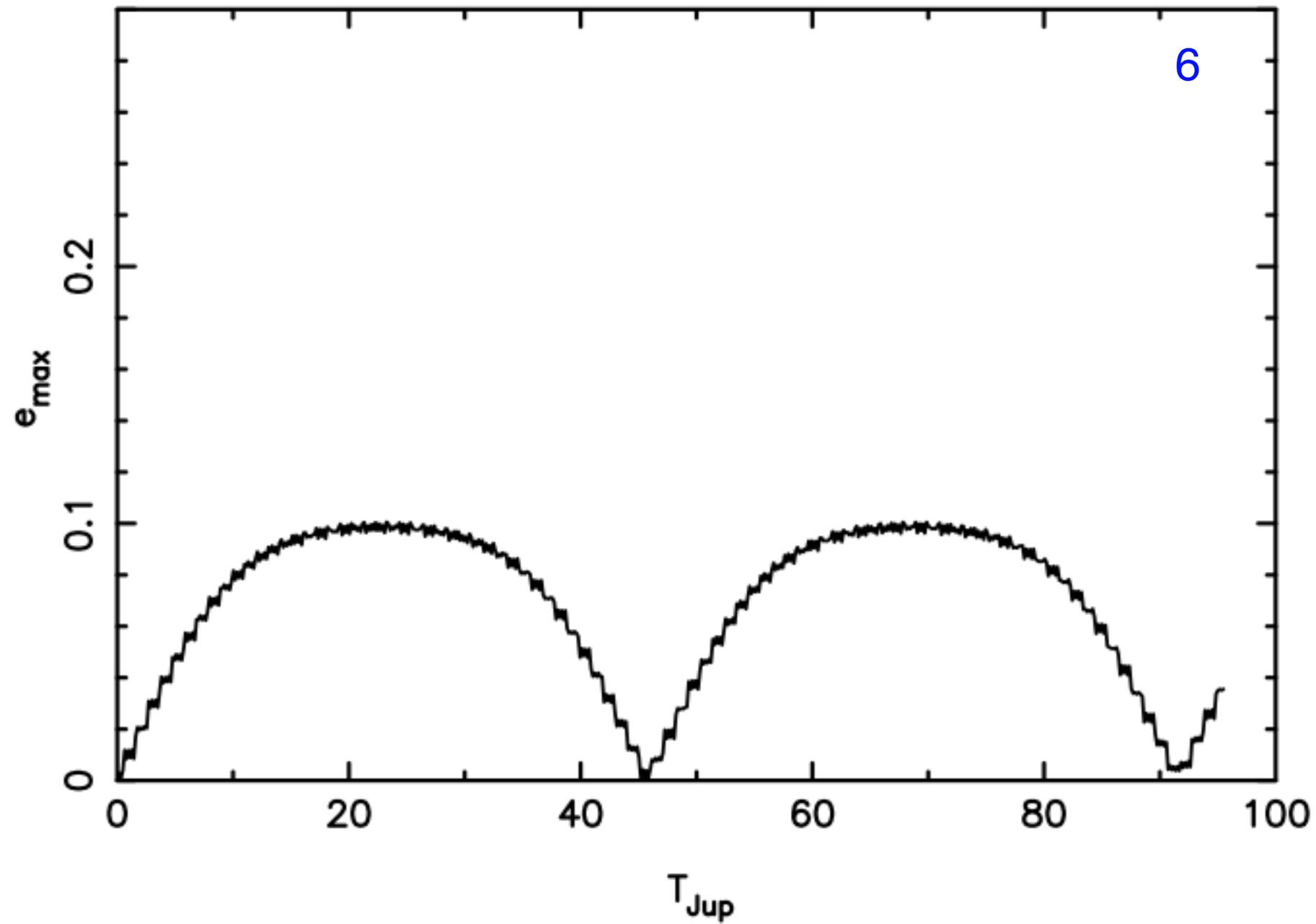
un résonance induit une réponse significative ($\gg m_{pla}$) sur des temps longs ($\gg T_{Jup}$)

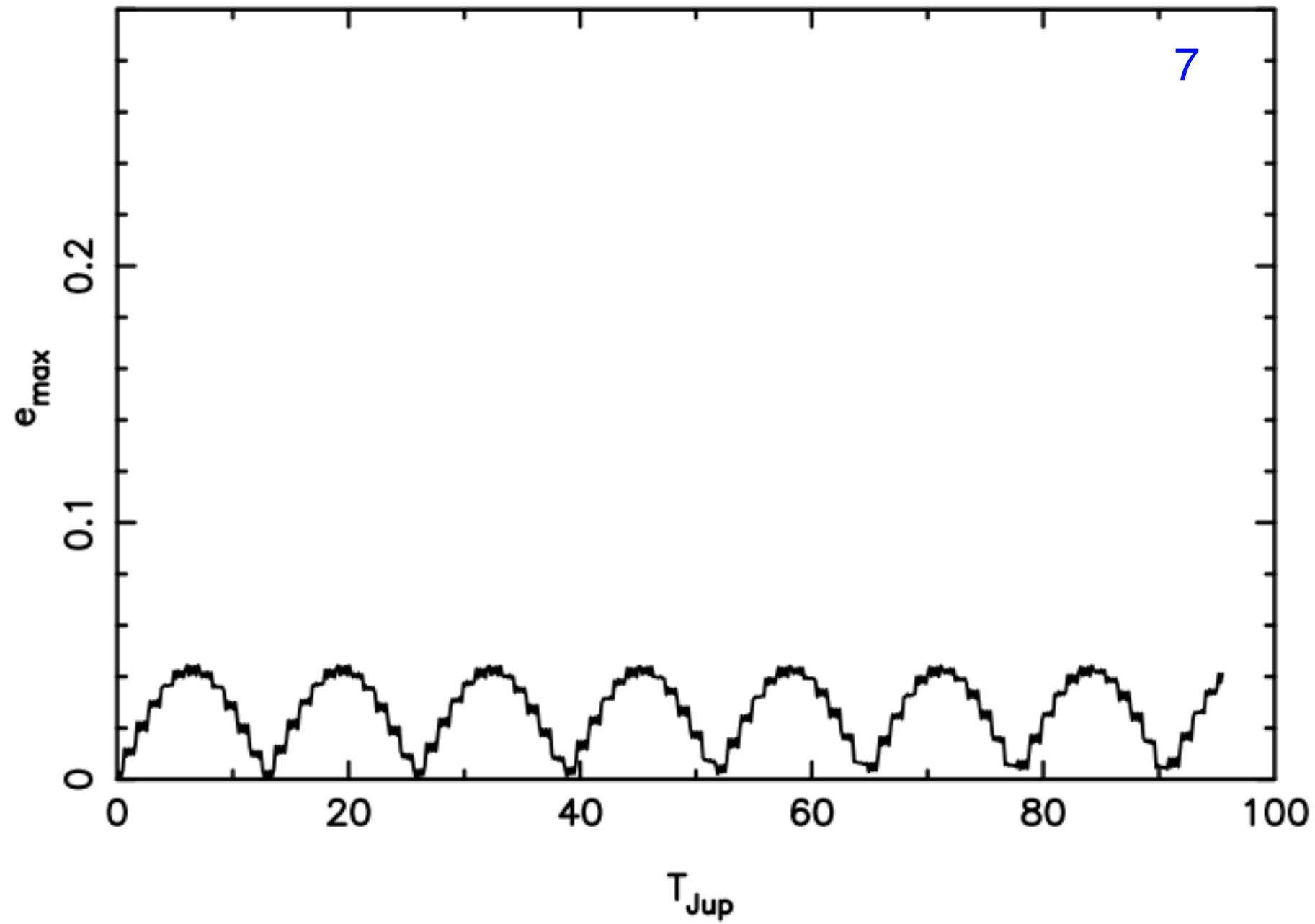


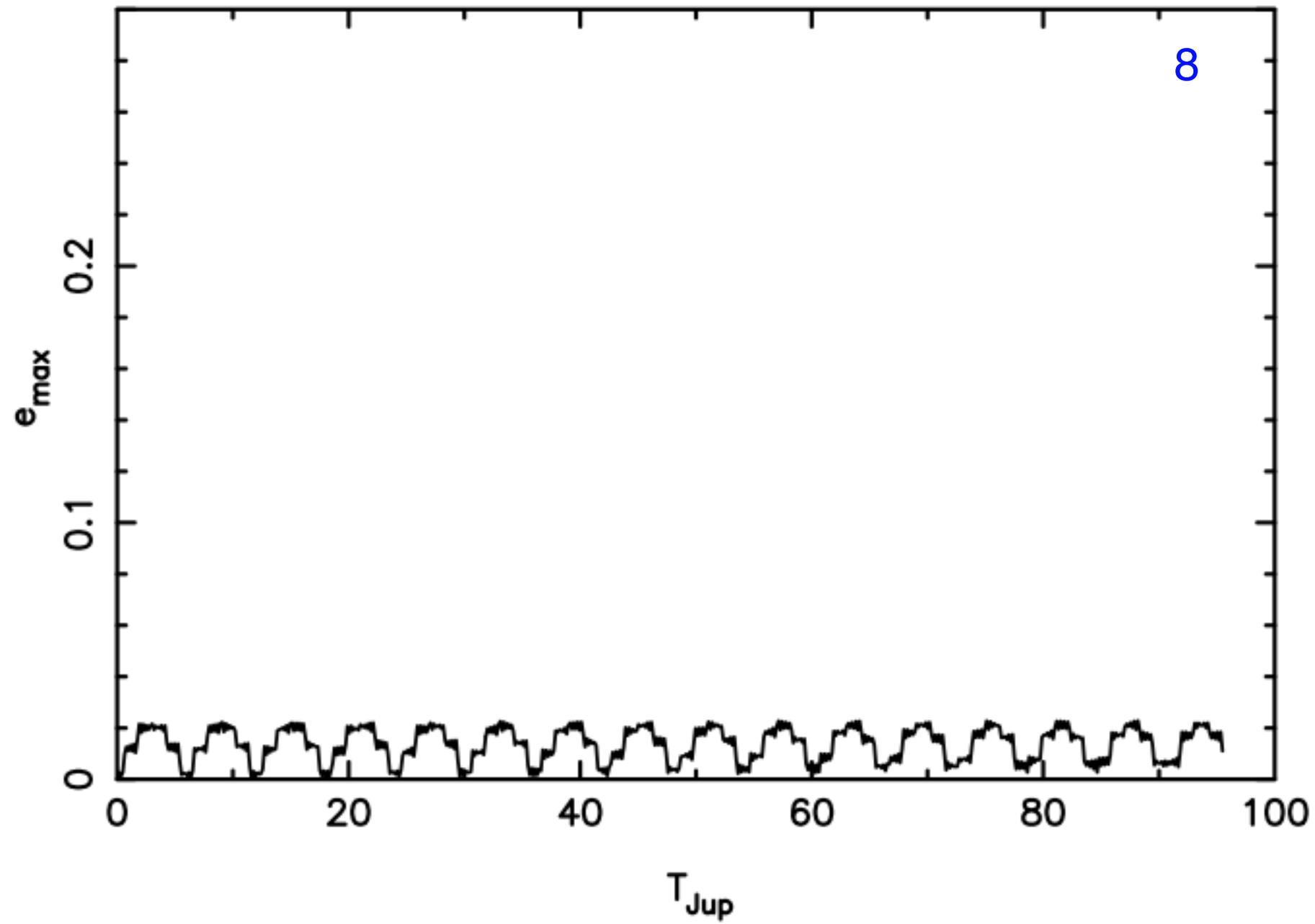
4





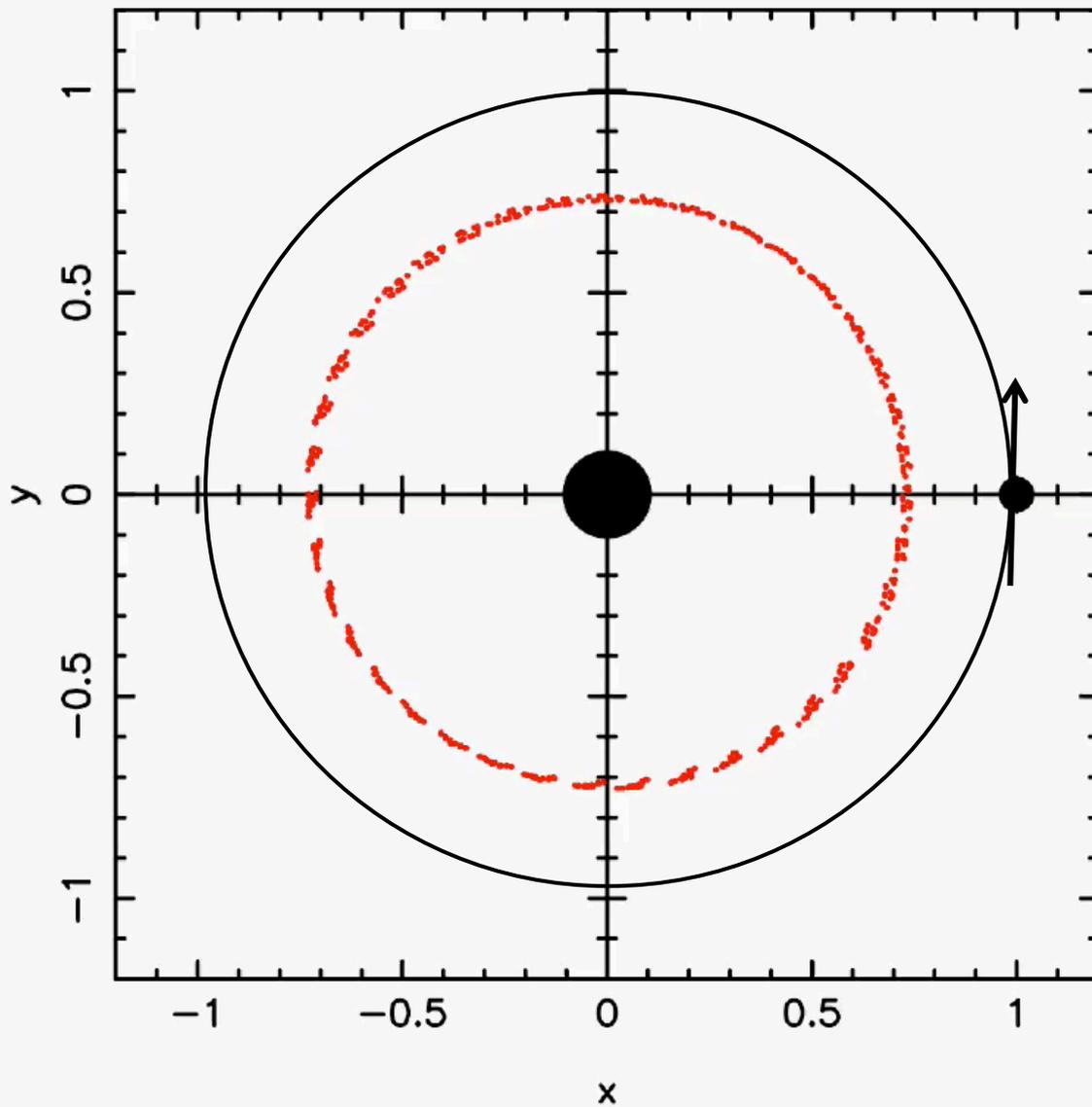






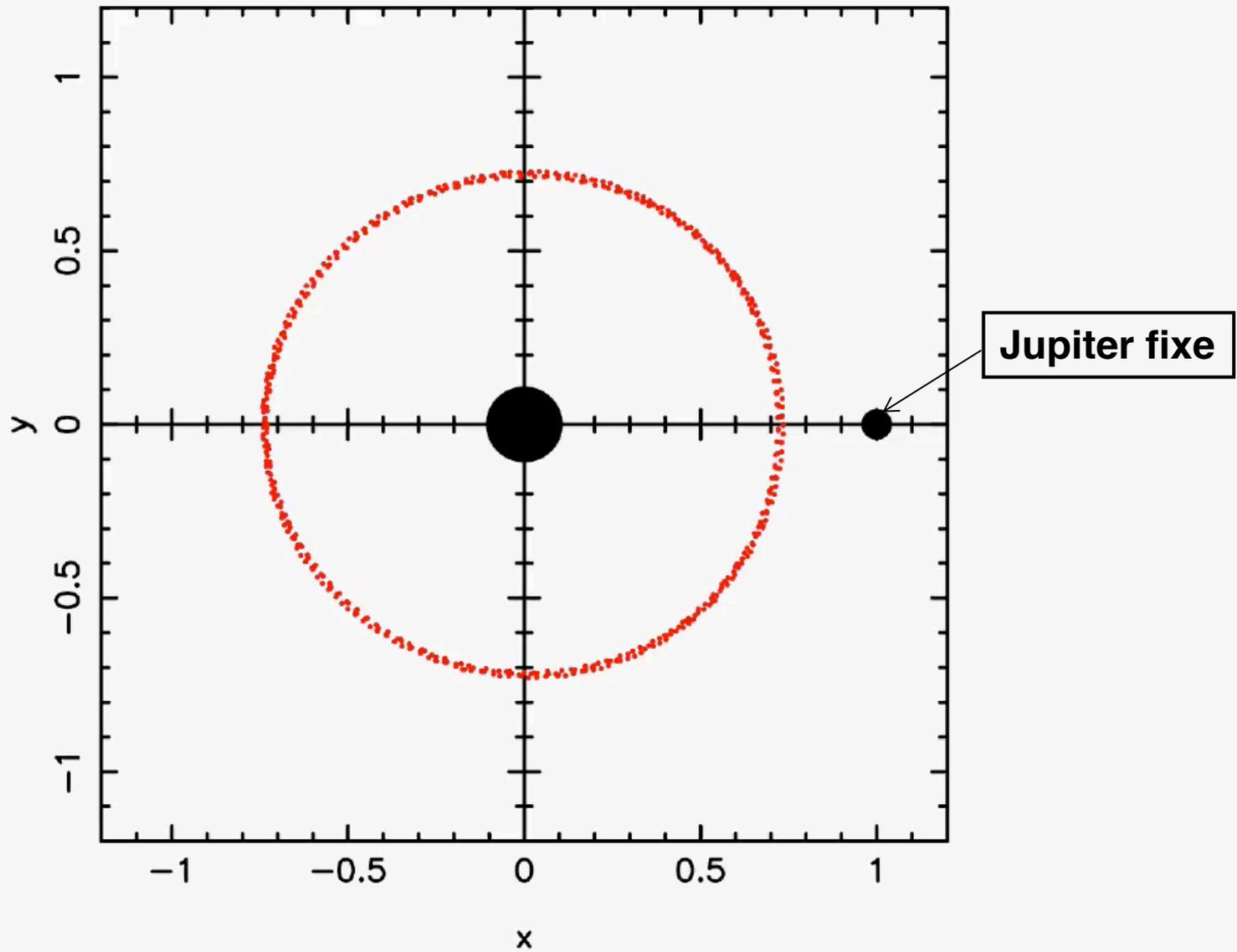
repère inertiel

$$m_{\text{sat}}=0.001$$



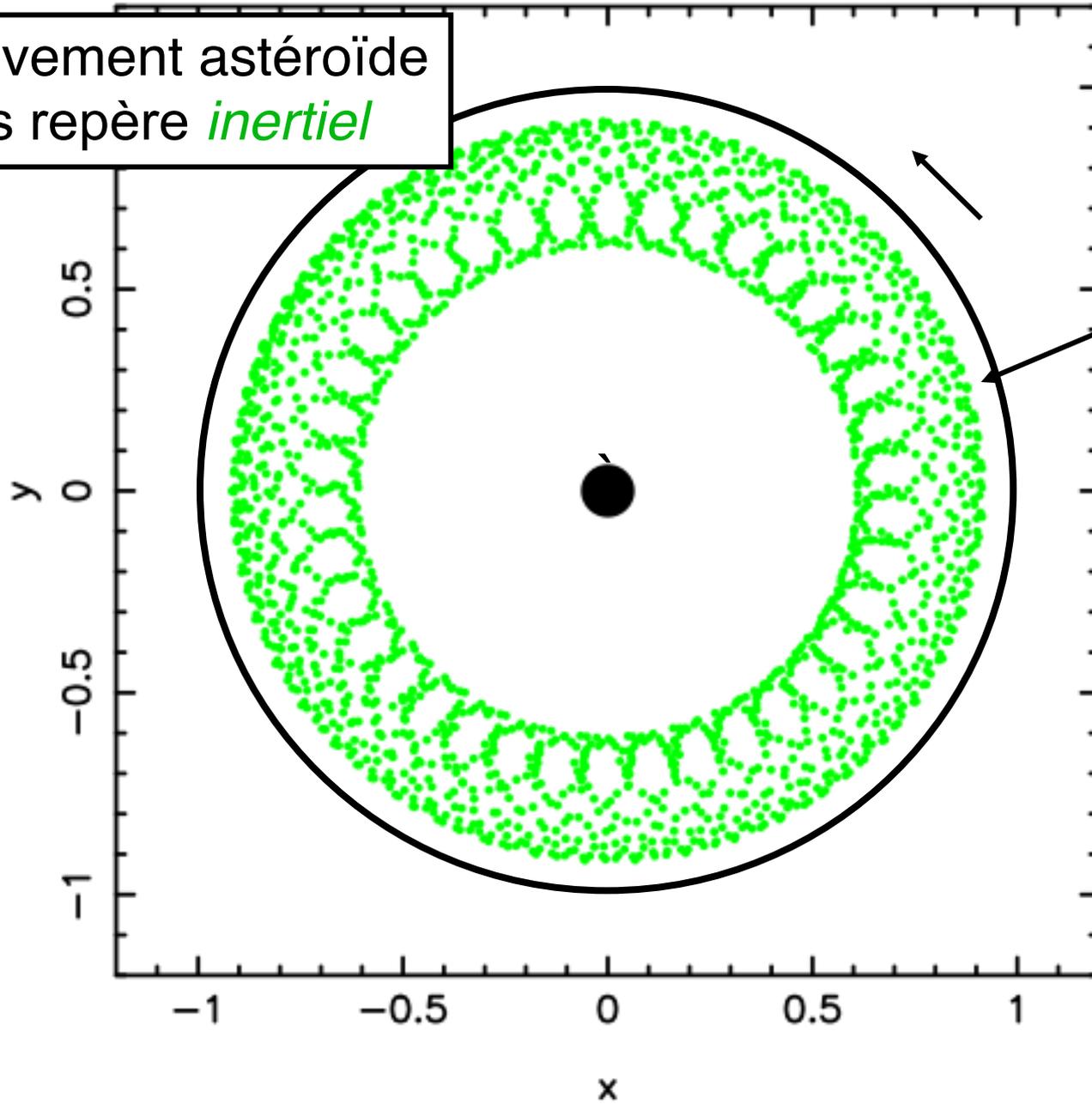
repère tournant

$$m_{\text{sat}}=0.001$$



$m_{\text{sat}}=0.001$, $a=0.765$ $e=0.2$

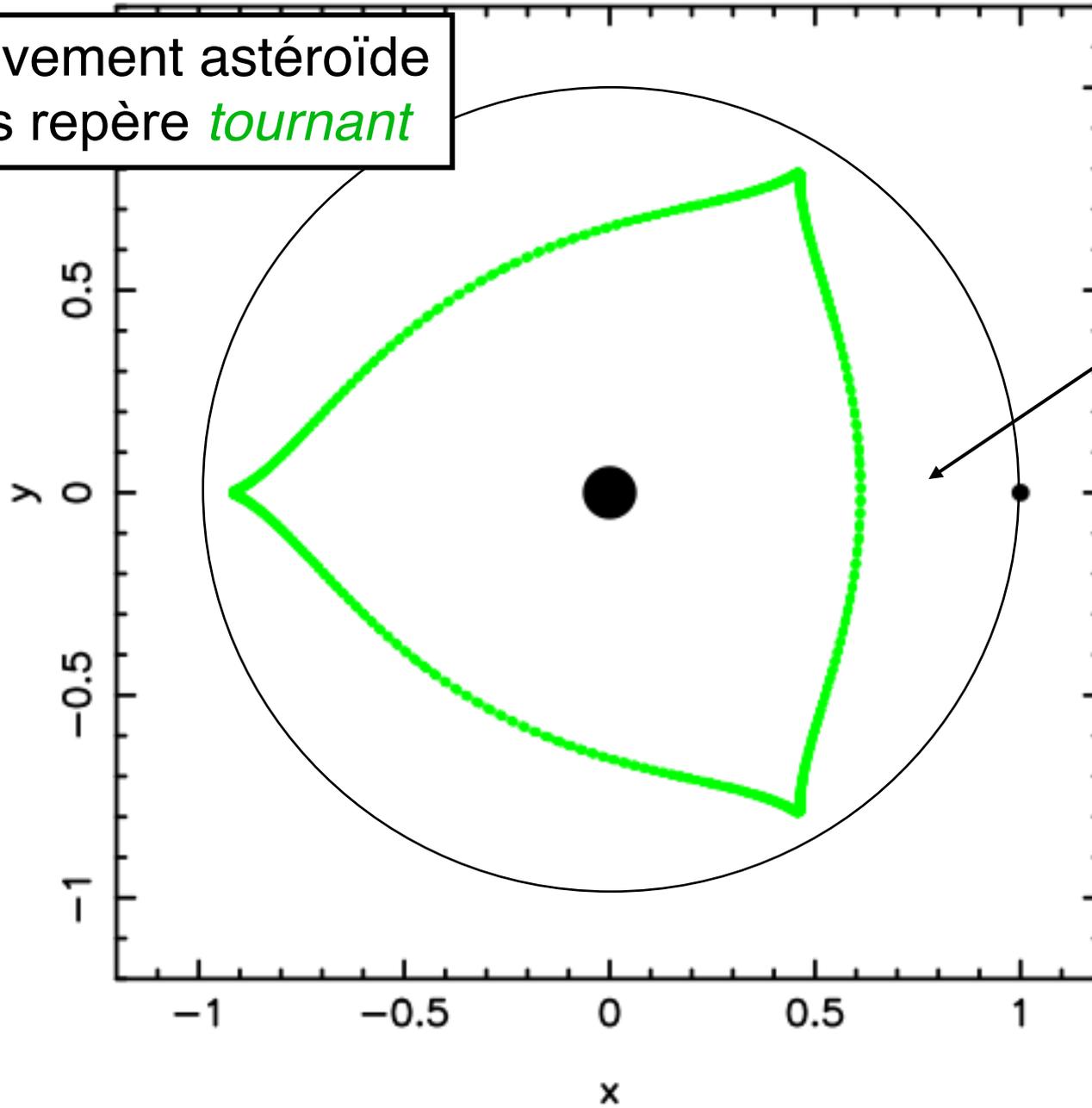
mouvement astéroïde
dans repère *inertiel*



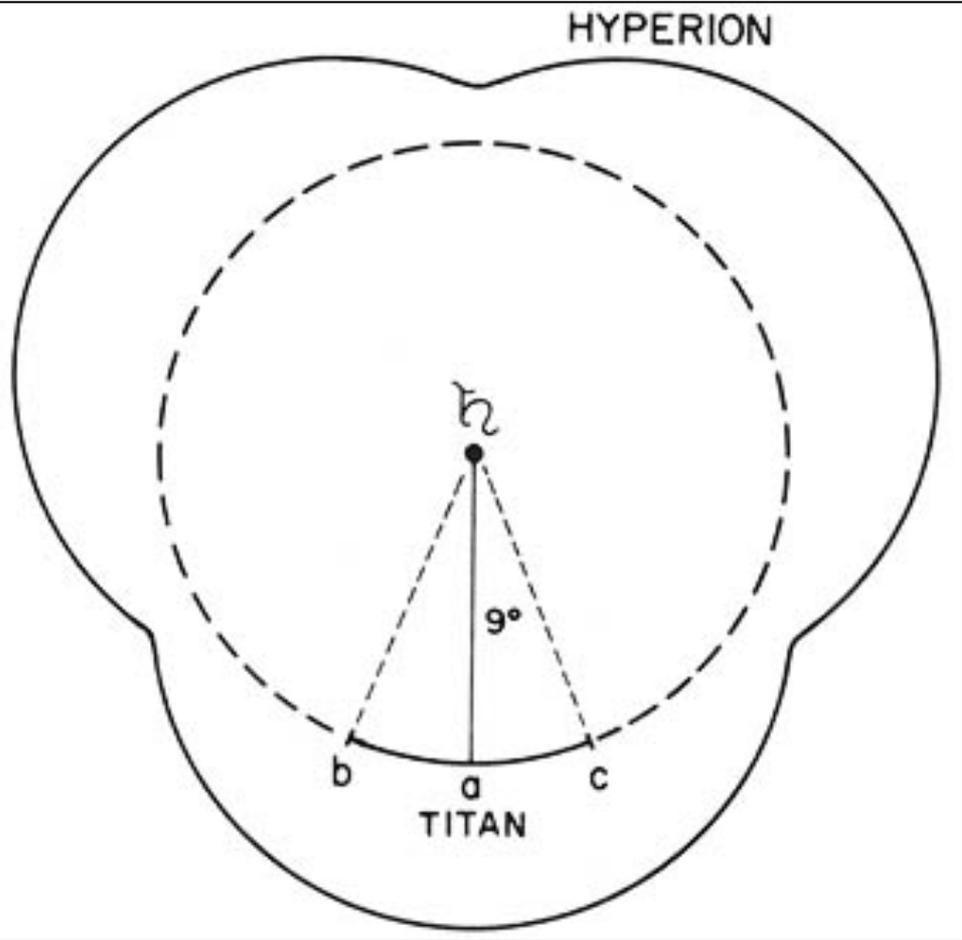
approche
astéroïde-Jupiter?

$m_{\text{sat}}=0.001$, $a=0.765$ $e=0.2$

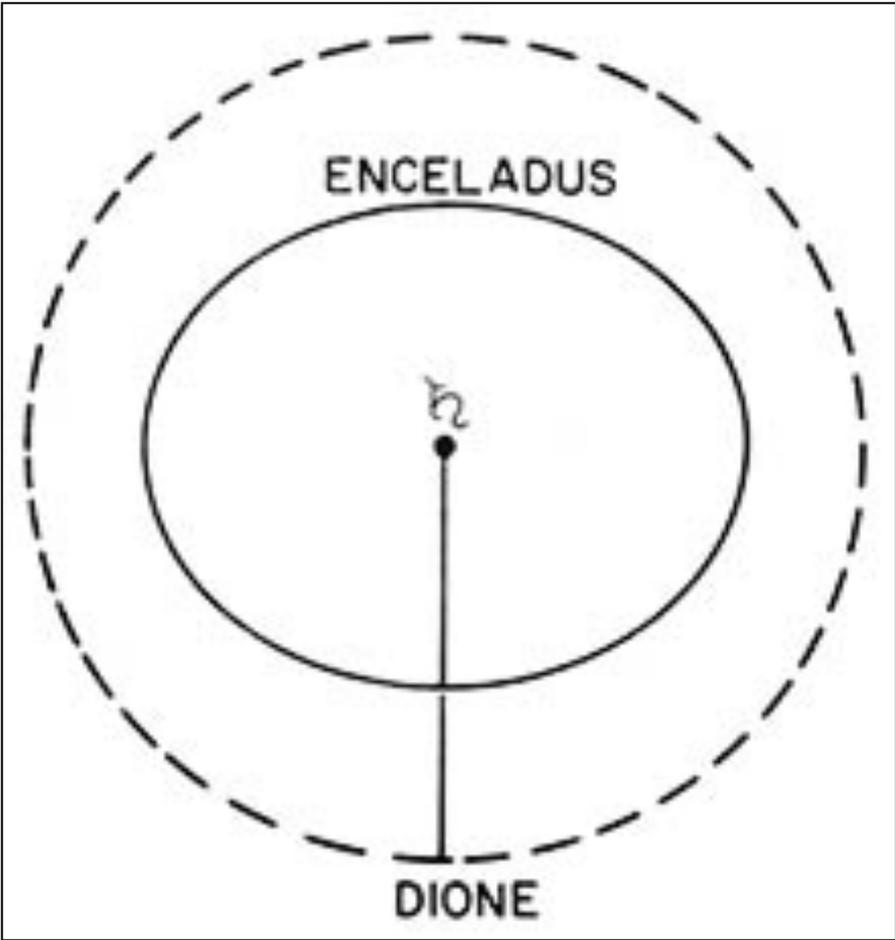
mouvement astéroïde
dans repère *tournant*



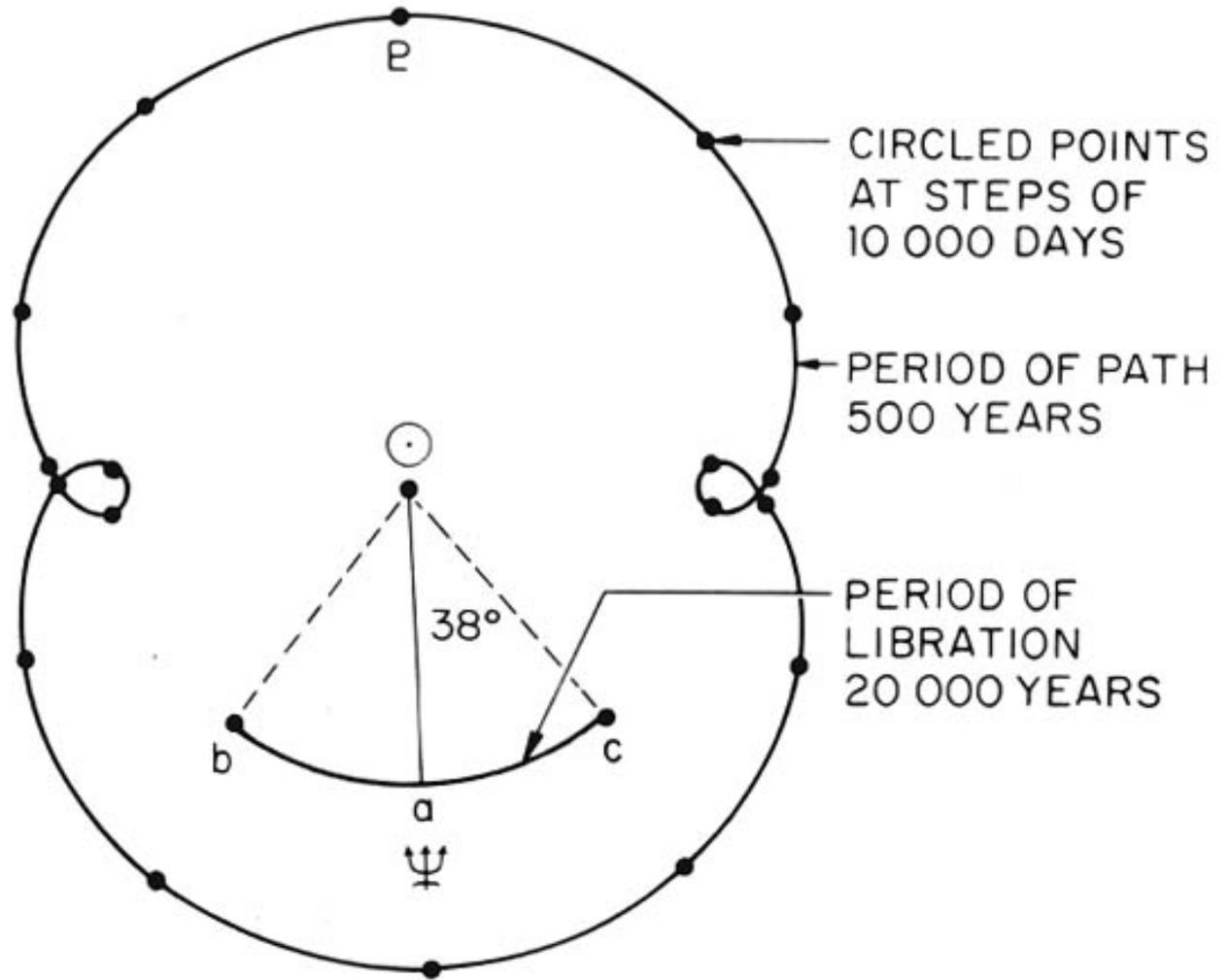
mécanisme de
protection



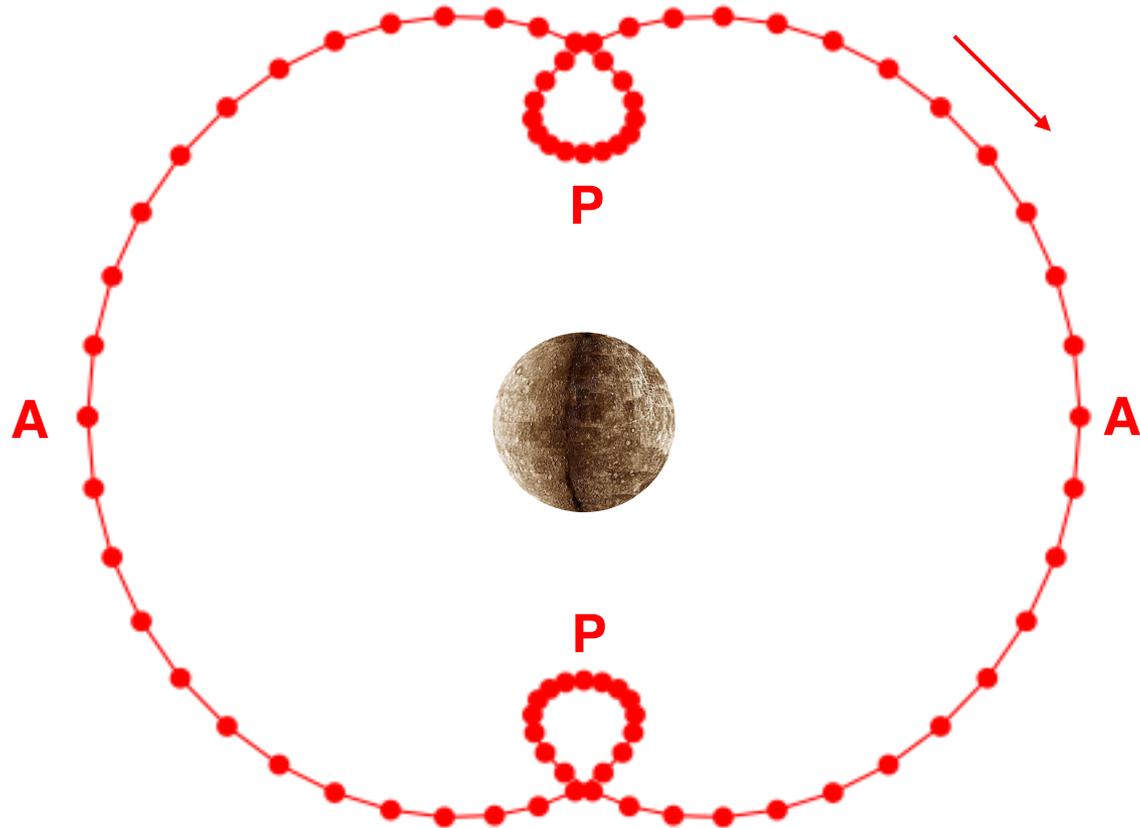
Titan-Hypérion 4:3



Encelade-Dioné 2:1



la résonance 3:2 Neptune-Pluton

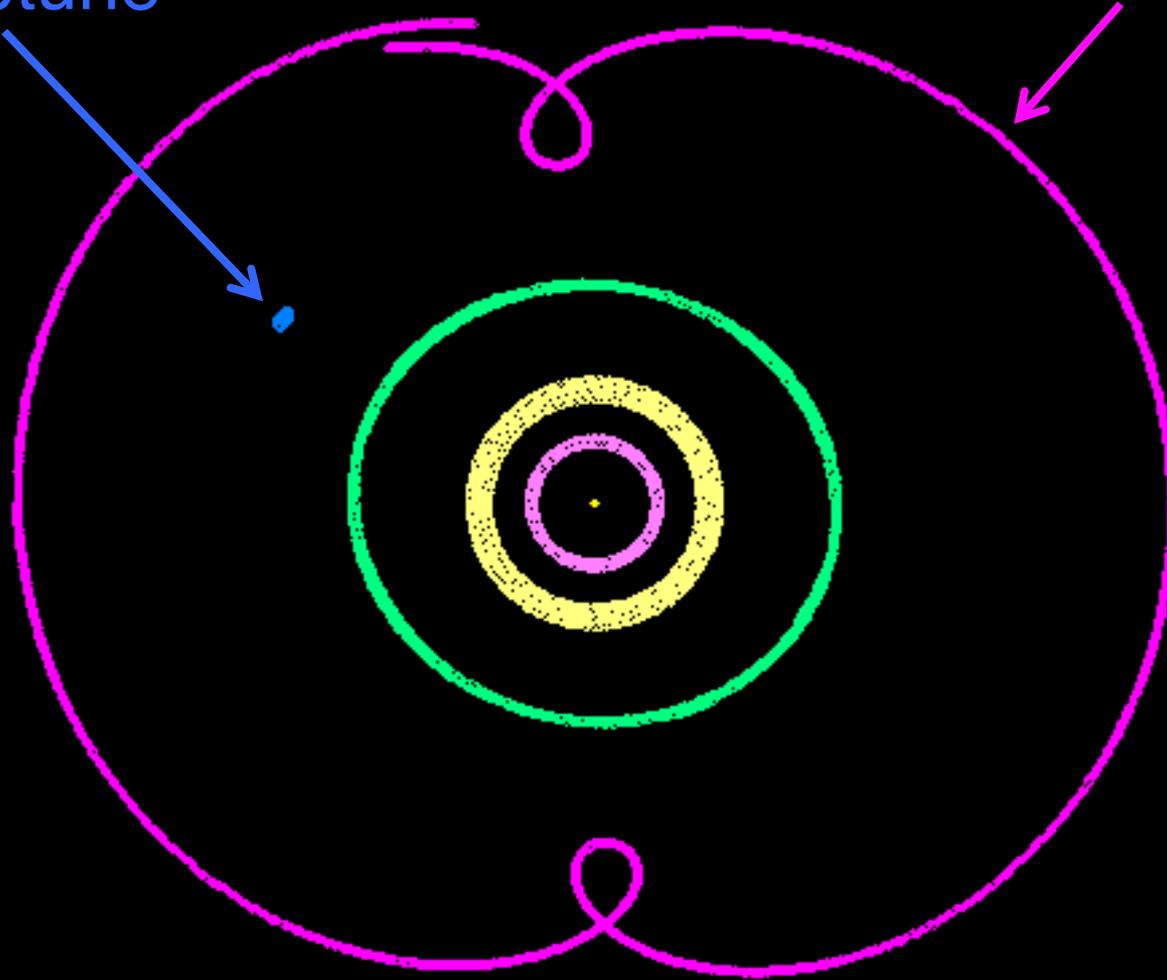


mouvement du Soleil vu du sol de Mercure

« mécanisme de protection »

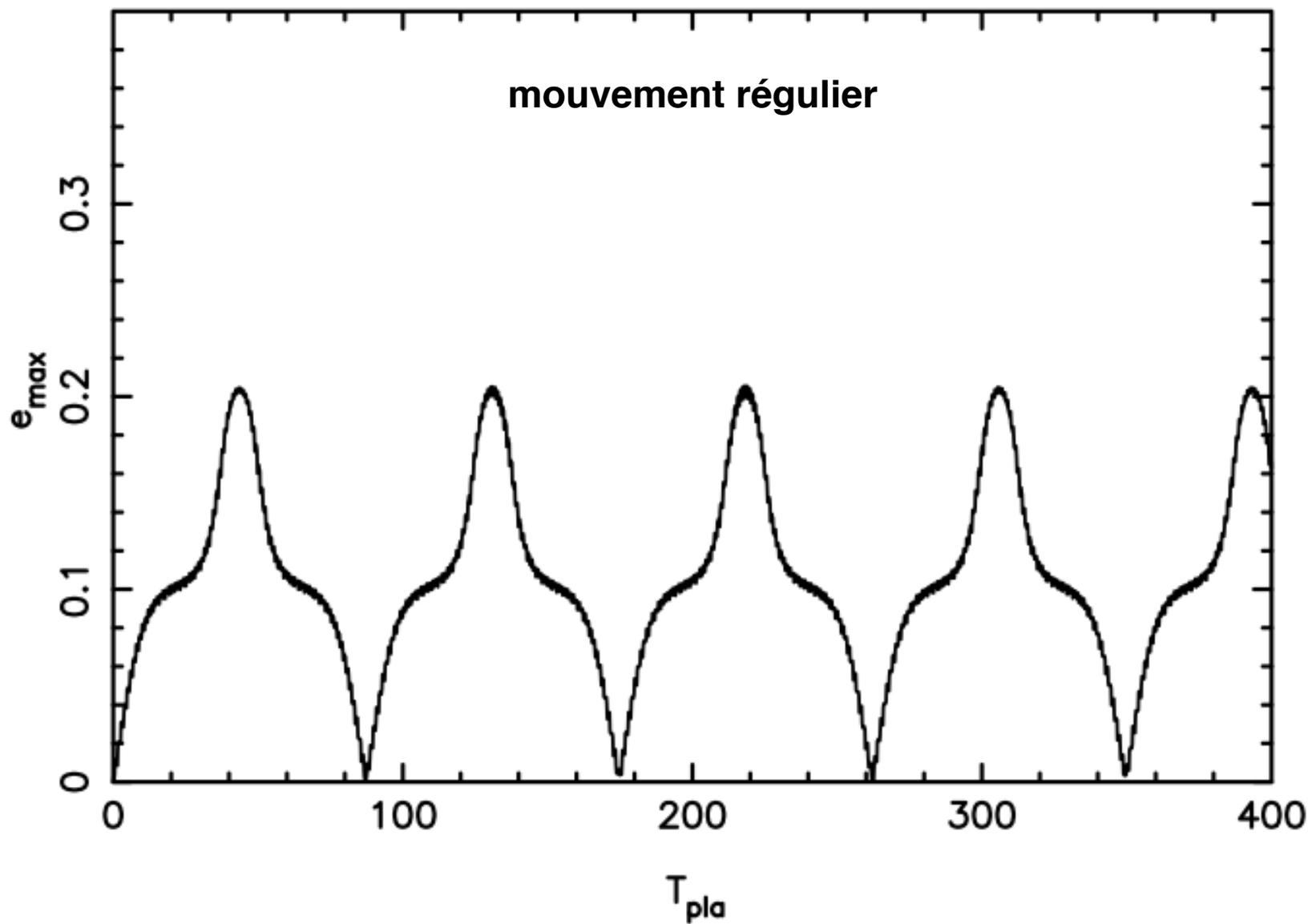
repère *tournant*
avec Neptune

Pluton



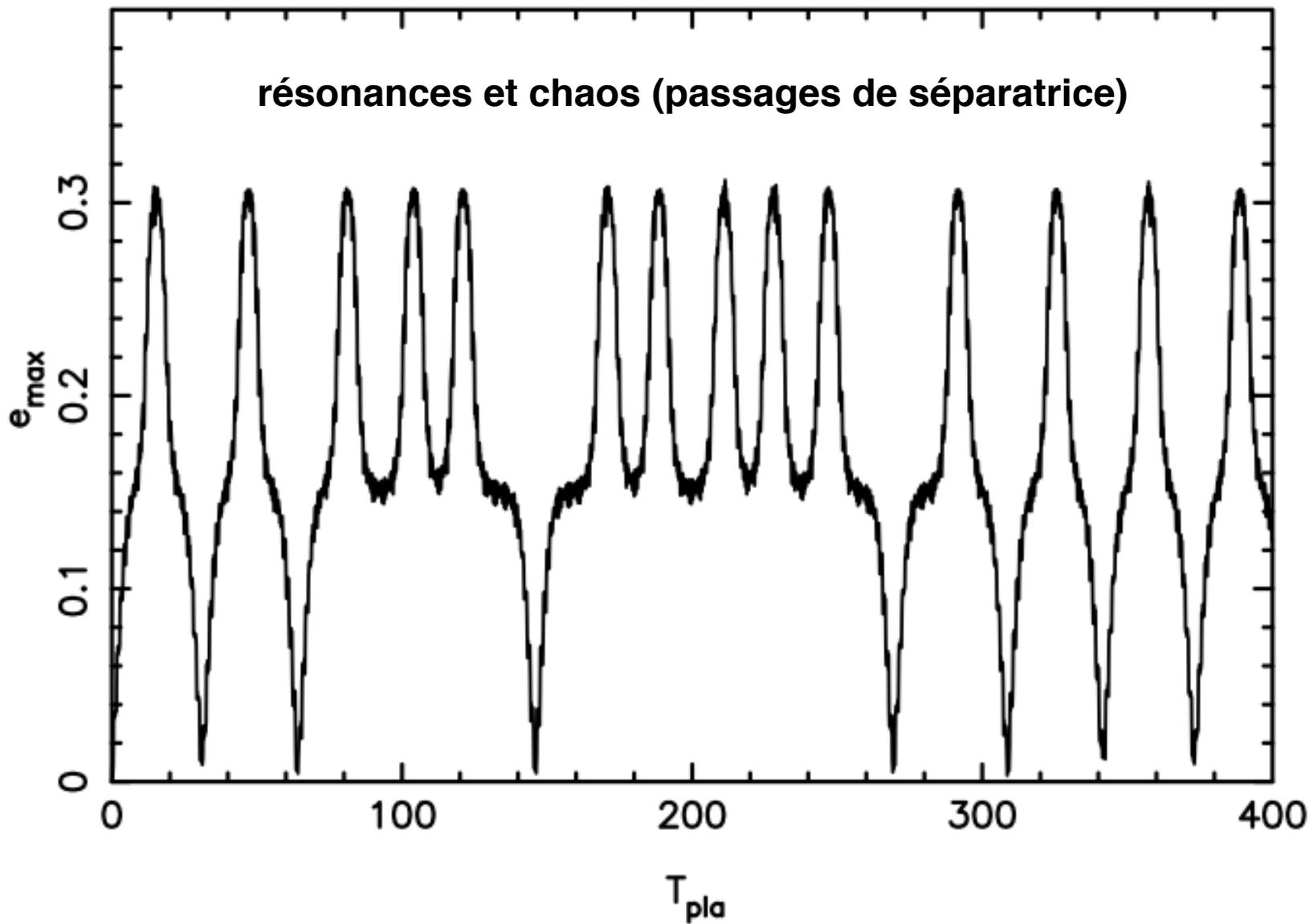
$$m_{\text{sat}} = 0.001, a_{\text{init}} = 0.64313$$

mouvement régulier



$$m_{\text{sat}} = 0.003, a_{\text{init}} = 0.6625$$

résonances et chaos (passages de séparatrice)



Difficultés:

grand nombre de degrés de liberté

non linéarité, chaos

Progrès:

puissance numérique des calculateurs

expériences pour →

progrès théoriques, et vice-versa...