

Partie : Ordres de grandeurs, mouvement planétaire, effets de marée.  
Contrôle continu - 29 novembre 2006.

---

Les exercices sont indépendants. Dans tous ces exercices,  $a$  représente le demi-grand axe de l'orbite considérée et  $e$  son excentricité.

On précisera toujours les unités. Il sera tenu compte de la clarté des calculs et de la présentation finale des résultats.

## 1 - Mouvement képlérien (question de cours)

a) Représenter schématiquement la trajectoire d'une planète en orbite autour du Soleil. Noter sur la figure les éléments géométriques nécessaires à la compréhension (par exemple : C pour le centre de l'orbite, S pour la position du Soleil, P pour le périhélie, etc.).

b) Démontrer la seconde loi de Kepler, la "loi des aires".

*Note* : la démonstration est très simple en utilisant le moment cinétique.

## 2 - Terre et Mars

On donne les valeurs suivantes pour les orbites respectives de la Terre et de Mars.

Terre :  $a_T = 149,6 \cdot 10^6$  km ;  $e_T = 0,0167$  ( $a$  et  $e$  avec l'indice T, pour Terre)

Mars :  $a_M = 227,9 \cdot 10^6$  km ;  $e_M = 0,0934$  ( $a$  et  $e$  avec l'indice M, pour Mars)

a) Définir la distance au périhélie, notée  $X$ , et la distance à l'aphélie, notée  $Y$ . Calculer  $X_T$  et  $Y_T$  pour la Terre,  $X_M$  et  $Y_M$  pour Mars. Exprimer le résultat en km et en ua (unité astronomique).

b) Faire un dessin et expliquer dans quelles circonstances la distance entre la Terre et Mars est minimale. On notera cette distance  $d$ .

c) En considérant que Mars est dans le plan de l'écliptique, calculer  $d$  en km et en ua.

d) Sachant que le rayon de la planète Mars est de 3 390 km, calculer son diamètre apparent (en secondes d'arc) maximal (lorsqu'on l'observe depuis la Terre).

## 3 - Amalthée, satellite de Jupiter

L'orbite d'Amalthée (nommé aussi Jupiter V) autour de Jupiter a les caractéristiques suivantes :  $a = 181,3 \cdot 10^3$  km,  $e = 0,003$ . Elle est dans le plan équatorial de Jupiter.

On donne pour Jupiter : rayon  $R = 71,5 \cdot 10^3$  km,  $J_2 = 0,01485$ ,  $\mu = 1,2669 \cdot 10^{17}$  u. SI.

- a) Donner la signification des termes  $J_2$  et  $\mu$ .
- b) Calculer le moyen mouvement  $n$ , et en déduire la période  $T$  du mouvement de révolution d'Amalthee. Exprimer  $T$  en jour.
- c) Expliquer ce qu'est la précession apsidale.

**Suppément.** *Points "bonus".*

La vitesse de précession apsidale est donnée par :

$$\dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{3}{4} n J_2 \left[ \frac{R}{a(1-e^2)} \right]^2 (5 \cos^2 i - 1)$$

Que représente  $i$ , et quelle est sa valeur ici ? Calculer  $\dot{\omega}$ , l'exprimer en u. SI puis en degrés par jour.