

Exam LP210 Janvier 2011

Partie cosmologie

Sans document, calculatrice type collège

On a montré dans le cours que le facteur d'expansion $R(t)$ de l'univers obéit à l'équation différentielle suivante :

$$\dot{R} = +\sqrt{\frac{8\pi}{3} \cdot \frac{G\rho_0}{R} - k}$$

où ρ_0 est la densité moyenne de l'univers à l'instant présent, et k une constante.

- 1) Rappeler sans démonstration, suivant la valeur de k , les trois types possibles de solution pour l'évolution de l'univers.
- 2) On s'intéresse maintenant au cas où $k = 0$. Comment appelle-t-on la solution pour $R(t)$ dans ce cas ? Montrer que cette solution peut prendre la forme :

$$R(t) = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{2/3}$$

Exprimer t_0 en fonction de G et ρ_0 . Quel est le sens physique de t_0 ? Quelle est sa valeur approximative (on ne demande pas de faire l'application numérique, juste de donner la valeur).

- 3) Le fond cosmologique diffus (CMB) a été émis à un redshift de $z=1100$. Rappeler la définition du redshift z et sa relation avec $R(t)$. Calculer l'instant t_1 , auquel le CMB a été émis. Faire l'application numérique.
- 4) Etablir la relation d'entre la distance comobile (infinitésimale) dx parcourue par un photon et dt l'intervalle de temps, c la vitesse de la lumière et $R(t)$.
- 5) Etablir la distance comobile Δx_1 parcourue à l'instant t_1 par un photon, depuis son émission à l'instant du Big Bang ($t=0$). Quel est le sens physique de cette distance Δx_1 . Faire l'application numérique.
- 6) Etablir la distance comobile Δx_2 parcourue par un photon entre l'instant t_1 et l'instant t_0 .
- 7) En déduire l'angle sous lequel la distance Δx_1 est vue par un observateur à l'instant présent. Calculer cet angle en degré.

Comme on l'a vu en cours, cet angle correspond à l'échelle caractéristique à laquelle le CMB présente ses fluctuations maximales.