

## Exam LP210 Janvier 2011

### Partie cosmologie

Sans document, calculatrice type collège

---

On a montré dans le cours que le facteur d'expansion  $R(t)$  de l'univers obéit à l'équation différentielle suivante :

$$\dot{R} = +\sqrt{\frac{8\pi}{3} \cdot \frac{G\rho_0}{R} - k}$$

où  $\rho_0$  est la densité moyenne de l'univers à l'instant présent, et  $k$  une constante.

- 1) Rappeler sans démonstration, suivant la valeur de  $k$ , les trois types possibles de solution pour l'évolution de l'univers.
- 2) On s'intéresse maintenant au cas où  $k = 0$ . Comment appelle-t-on la solution pour  $R(t)$  dans ce cas ? Montrer que cette solution peut prendre la forme :

$$R(t) = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{2/3}$$

Exprimer  $t_0$  en fonction de  $G$  et  $\rho_0$ . Quel est le sens physique de  $t_0$  ? Quelle est sa valeur approximative (on ne demande pas de faire l'application numérique, juste de donner la valeur).

- 3) Le fond cosmologique diffus (CMB) a été émis à un redshift de  $z=1100$ . Rappeler la définition du redshift  $z$  et sa relation avec  $R(t)$ . Calculer l'instant  $t_1$ , auquel le CMB a été émis. Faire l'application numérique.
- 4) Etablir la relation d'entre la distance comobile (infinitésimale)  $dx$  parcourue par un photon et  $dt$  l'intervalle de temps,  $c$  la vitesse de la lumière et  $R(t)$ .
- 5) Etablir la distance comobile  $\Delta x_1$  parcourue à l'instant  $t_1$  par un photon, depuis son émission à l'instant du Big Bang ( $t=0$ ). Quel est le sens physique de cette distance  $\Delta x_1$ . Faire l'application numérique.
- 6) Etablir la distance comobile  $\Delta x_2$  parcourue par un photon entre l'instant  $t_1$  et l'instant  $t_0$ .
- 7) En déduire l'angle sous lequel la distance  $\Delta x_1$  est vue par un observateur à l'instant présent. Calculer cet angle en degré.

Comme on l'a vu en cours, cet angle correspond à échelle caractéristique à laquelle le CMB présente ses fluctuations maximales.