

Examen - 10 juin 2011

**Partie: ordres de grandeur et physique stellaire**  
Sans documents, calculatrices de type collègue autorisées

---

**Constantes et quantités solaires :**

Unité Astronomique :  $1 \text{ UA} = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$

Constante de la gravitation :  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ sec}^{-2} \text{ kg}^{-1}$

Température de surface du Soleil = 5770 K

Luminosité du Soleil :  $L_{\odot} = 4 \times 10^{26} \text{ W}$

Magnitude absolue visuelle du Soleil :  $M_{\odot} = 4.83$

Masse du Soleil :  $M_{\odot} = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$

Rayon du Soleil :  $R_{\odot} = 7 \times 10^8 \text{ m}$

NB. Le symbole " $\odot$ " représente le Soleil.

---

Indications: plusieurs questions sont indépendantes. La plupart des questions ne demandent que des calculs simples. Pour toute application numérique de la partie 1, on donnera au préalable la forme littérale.

1- L'étoile Bételgeuse a une magnitude apparente de 0.45 à la longueur d'onde de  $0.85 \mu\text{m}$ . Sa parallaxe annuelle est de  $0.00655''$ . Dans cette exercice, nous allons déterminer les caractéristiques de cette étoiles.

1. A partir de la parallaxe, calculer la distance de cette étoile. On exprimera le résultat en parsec.
2. Calculer la magnitude absolue de cette étoile.
3. En déduire la luminosité de cette étoile que l'on exprimera en luminosité solaire (la magnitude absolue du Soleil est rappelée dans les données).
4. Rappeler la loi de Wien et donner en une phrase la relation entre la température et la couleur des étoiles. En déduire la température de surface de Bételgeuse (en Kelvin, puis en température solaire).
5. Rappeler la loi de Stefan. Calculer le rayon de l'étoile en rayon solaire. Les observations fournissent un rayon de l'étoile environ quatre fois plus grand soit  $1180 R_{\odot}$ . Quelles orbites planétaires de notre système solaire serait englobées dans un tel rayon ?
6. Estimer le diamètre angulaire apparent de Bételgeuse (en seconde d'arc). Ce diamètre est-il facilement observable ?
7. Estimer la masse volumique moyenne de cette étoile sachant que sa masse totale est de  $20 M_{\odot}$  (on l'exprimera en densité solaire). Qu'en pensez-vous ?
8. Où se situe cette étoile sur le diagramme H-R ? A quelle classe stellaire appartient cette étoile ?

2- Compression gravitationnelle au coeur d'une étoile

1. Montrer par des arguments physiques simples que la pression due à la gravité au centre d'une étoile de masse  $M$  et de rayon  $R$  est de l'ordre de  $P_g \sim GM^2/R^4$ . Calculer numériquement la densité au centre du Soleil dans ce cas.
2. En fait, la masse volumique d'une étoile est plus piquée vers le centre. On suppose une loi polynomiale du type  $\rho(r) = \beta r^{\alpha}$ . Donner la dimension de  $\beta$ .

3. On suppose une distribution de matière est sphérique  $M = \int_0^R 4\pi r'^2 \rho(r') dr'$ . En intégrant l'équation précédente, montrer que la masse totale  $M$  vaut  $M = \frac{4\pi\beta}{\alpha+3} R^{\alpha+3}$ . En déduire l'expression du coefficient  $\beta$  en fonction de ces grandeurs.
4. Calculer l'expression de la masse  $m(r) = \int_0^r 4\pi r'^2 \rho(r') dr'$  calculé au rayon  $r$ . En utilisant le résultat de la question 3, montrer que  $m(r)$  s'écrit  $m(r) = M \left(\frac{r}{R}\right)^{\alpha+3}$ .
5. Exprimer le champ gravitationnel  $g(r) = Gm(r)/r^2$  en un point de rayon  $r$  en fonction de  $M, r, R$ , et  $\alpha$ . Quelle condition sur l'exposant  $\alpha$  garantit que le champ ne diverge pas ?
6. La condition d'équilibre hydrostatique à l'intérieur d'une étoile donne le gradient de la pression sous la forme  $\frac{dP}{dr} = -\rho(r)g(r)$ . Que vaut la pression à la surface de l'étoile  $P(r = R)$ ? En intégrant l'équation précédente puis en utilisant l'expression de  $\beta$  calculé au 3, donnez la pression centrale de l'étoile  $P(r = 0) = P_c$ .
7. Discuter de la forme du résultat précédent. A quelle condition sur  $\alpha$ , la densité présente un profil homogène ? Que devient l'expression de la pression au centre ? Calculer numériquement la densité au centre du Soleil dans ce cas et comparer avec le résultat de l'analyse dimensionnelle de la question 1.