Université Pierre & Marie Curie,
LP210 Astronomie & Astrophysique
Année 2012-2013

Travaux Dirigés

Vents stellaires & Héliosphère

1. Vitesse d'échappement

On considère une étoile de masse M et de rayon R. Quelle est la vitessse d'échappement à sa surface ? Quelle est sa valeur pour le Soleil ? On donne $M_\odot \sim 2\ 10^{30}$ Kg et $R_\odot \sim 7\ 10^8$ m.

2. Equilibre hydrostatique isotherme

On considère une atmosphère en équilibre hydrostatique: les forces de pression sont équilibrées par la gravitation.

1. Ecrire la forme de la densité de force de pression et de la densité de force gravitationnelle.

2. On considère une gravitation uniforme (ce qui ne se justifie que très proche de l'étoile). Intégrer cette équation avec une fermeture isotherme $P = nk_BT$ et $T =$ const, pour obtenir la loi

$$P = P_0 e^{-(z-1)/H}$$

où vous expliciterez la hauteur d'échelle H. Dans cette expression, quelle est l'origine des z?

3. Que représente P_0. Calculez H dans les conditions du vent solaire à 1 UA. Quelle serait la valeur asymptotique de P ? Est-ce compatible avec l'existence d'un vent ?

4. On refait le même calcul en prenant en compte la sphéricité de l'étoile (à grande distance). La gravitation suit alors une loi de la forme

$$g = g_0 \left(\frac{r}{r_0}\right)^2$$

Quelle est alors la forme de la loi $P(z)$?

5. La forme trouvée est-elle compatible avec l'existence d'un vent ?

3. Equilibre hydrostatique polytrope

On se pose les mêmes questions que dans l'exercice précédent mais avec une hypothèse physique différente : On considère une loi polytrope pour la pression

$$P = P_0 \left(\frac{n}{n_0}\right)^\gamma$$

où γ est l'indice polytropique. Cette loi est une généralisation de la loi adiabatique avec $\gamma = 5/3$. Quelle est alors la loi $P(z)$. Ce résultat modifie-t-il la conclusion sur l'existence d'un vent ?

4. Théorie simple de l'expansion coronale: hypothèse isotherme

Pour déterminer un modèle simple d'expansion coronale, on va écrire les équations de conservation fluides avec les hypothèses suivantes:

— l'expansion est purement radiale et présente la symétrie sphérique.
— l'expansion est stationnaire.
— la force magnétique est négligeable devant les forces de pression et de gravitation.

1. Ecrire les équation de conservation de la matière et de l'impulsion.

2. Sous l'hypothèse isotherme, écrire l'équation d'évolution de la pression P.

3. Ecrire les 3 équations précédentes sous forme différentielle.

4. En déduire la forme différentielle de l'équation d'évolution de la vitesse V. Vous introduirez pour cela la vitesse du son isotherme A_s et le rayon critique r_C défini par

$$A_s^2 = \frac{k_B T}{m} \text{ et } r_C = \frac{mGM_\odot}{2k_B T}$$

Donner les valeurs de A_s et r_C dans le vent solaire à 1 UA. On donne $G = 6.67\ 10^{-11}$ N.m^2.Kg^{-2}, $k_B = 1.38\ 10^{-23}$ J.K^{-1}, $M_\odot = 2\ 10^{30}$ Kg, $m_p = 1.67\ 10^{-27}$ Kg, $\mu = 0.602$ et $T = 10^7$ K.

5. Théorie simple de l'expansion coronale: hypothèse adiabatique

On reprend les mêmes hypothèses que dans l'exercice précédent mais avec un vent adiabatique pour lequel $d_t(Pn^{-\gamma}) = 0$.

1. Ecrire dans le cas stationnaire et en géometrie sphérique cette équation sous forme differentielle.

2. En déduire la forme du terme $d_r P/nm$.

3. Ecrire l'équation differentielle sur la vitesse V.

6. Structure spiralée du champ magnétique interplanétaire

On cherche a à établir la forme des lignes de champ dans le plan de l'écliptique. On suppose pour cela que le vent solaire à une vitesse constante V_s dans la direction radiale. Il existe de plus une composante azimutale en raison de la rotation du soleil. Sa vitesse angulaire vaut $\Omega = 2.7\ 10^{-6}$ rad.s^{-1}. On considère que le problème est indépendant de l'angle polaire. On considère de plus que les lignes de champ sont colinéaires au lignes d'écoulement (tangentes à la vitesse fluide).

1. Ecrire l'équation differentielle des lignes d'écoulement.

2. Intégrer cette équation differentielle pour en déduire une loi $r(\phi)$. Qu'allez-vous choisir comme condition limite pour cette intégration.

3. On rappelle qu'une unité astronomique vaut $\sim 1.5\ 10^{11}$ m. Quelle angle font les lignes de champ avec la direction radiale à 1 UA.

7. Vitesse du son et vitesse d'Alfvén

Lorsque l'on étudie les cordes vibrantes, on montre que la vitesse de propagation des ondes C le long d'une corde dépend de la tension T et de la masse linéique μ de celle-ci comme

$$C^2 = \frac{T}{\mu}$$

Ceci n'est qu'une conséquence du principe fondamentale de la dynamique. Cela souligne aussi le fait que pour "faire" une onde, il faut un milieu avec une certaine inertie ainsi qu'une force de rappel.

1. Si on considère dans un gaz neutre un "tuyau" de fluide qui n'est soumi qu'à la force de pression, en déduire l'ordre de grandeur de la vitesse du son.

2. Faites le même calcul en considèrant maintenant la densité de force de Laplace $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$ dans un plasma. On obtient la vitesse d'Alfvén.

3. Quelle est la valeur de ces 2 vitesses dans le vent solaire à 1 UA.

8. Position du choc terminale

On sait qu'à 1 UA, le vent solaire est supersonique. On suppose que sa valeur $V_\infty = 400$ km.s^{-1} est constante dans toute l'héliosphère. De plus, à 1 UA, on prendra $n = 10^7$ m^{-3} et $T = 10^5$ K.

1. Ecrire l'équation de conservation de la matière et en déduire que la densité suit une loi en r^{-2} dans l'héliosphère.

2. Ecrire la relation entre densité et temperature pour un processus adiabatique. En déduire la loi par laquelle T dépend de r.

3. En déduire la loi d'évolution de la vitesse du son C_s dans l'héliosphère.

4. Le choc terminale se situe là où le vent solaire devient transonique. Sa position est à peu près 100 UA. Quelle est alors la vitesse du vent solaire?

9. Position de l'héliopause

La position de l'héliopause est donnée par l'équilibre de pression entre la pression totale dans l'héliosphère et la pression totale dans le milieu interstellaire.

1. Rappeler la nature et les expressions des 3 composantes possibles de la pression dans un plasma magnétisé.

2. A 1 UA, montrez que la pression cinétique et la pression magnétique sont négligeable devant la pression dynamique. On prendra $B = 4$ nT, $T = 4\ 10^4$ K et $V_\infty = 4\ 10^5$ m.s^{-1}.

3. Quelle est la pression totale dans le milieu interstellaire. La valeur de la permitivité magnétique dans le vide est $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}$ Kg.m.A^{-2}s^{-2}.

4. Ecrire l'équilibre de pression entre le vent solaire et le milieu interstellaire. A l'aide de la loi d'évolution de la densité n en r^{-2}, en déduire la position de l'équilibre.

10. Position du choc interstellaire

1. Quelle est la valeur de la vitesse du son dans le milieu interstellaire? Dans le réferentiel lié au Soleil, la vitesse du milieu interstellaire est-elle supersonique?

2. Comment évolue qualitativement la vitesse du vent solaire avec r. Même question pour la vitesse du son. Que pouvez-vous en conclure?

11. Perturbation de la vitesse du son à l'ordre 1

L'objet de cet exercice est de montrer que pour une onde sonore, si on néglige les effets dissipatifs, un front d'onde tend à se raidir.

1. Ecrire l'équation de conservation de la matière. En déduire que les perturbations de densité et de vitesse évoluent en opposition de phase. Tracez les courbes $n_1(r)$ et $V_1(r)$ de perturbation de densité et de vitesse en fonction de r.

2. Rappelez l'expression de la vitesse du son en fonction de la pression et de la densité. On considère un milieu de pression P_0 et de densité n_0. On veut étudier l'effet d'une petite perturbation de pression P_1 associée à une petite perturbation de densité n_1. Quelle est l'expression de la vitesse du son?

3. On note $\varepsilon_P = P_1/P_0$ et $\varepsilon_n = n_1/n_0$. Ecrire l'expression de C_s^2 et en calculer le développement limité à l'ordre 1.

4. En déduire l'expression de linéarisée de C_s^2 en fonction de P_1 et n_1.

5. Pour un processus adiabatique, $P_1 = K n_1^\gamma$ où K est une constante positive. Réécrire l'expression de C_s^2. Identifier l'ordre 0 et l'ordre 1 de C_s^2.

6. Comment évolue C_{s1}^2 avec n_1, puis avec V_1. En déduire qu'un profil de vitesse à tendance à se raidir.

12. Processus de Fermi d'ordre 1 & 2

On s'interesse à l'accélération d'un nuage de particules par un choc. On considère le cas non-relativiste d'un choc se déplacant à la vitesse $\mathbf{U}$ dans un réferentiel fixe (e.g. galactique).

1. Ecrire la variation d'énergie cinétique ΔE dans le réferentiel fixe en fonction de $\mathbf{V}_i$ et $\mathbf{V}_f$, vitesse de la particule avant et après la collision avec le choc dans le repère fixe.

2. Ecrire les vitesses $\mathbf{V}_i^\star$ et $\mathbf{V}_f^\star$ dans le repère lié au choc.

3. Pour un choc élastique frontale, $\mathbf{V}_f^\star = -\mathbf{V}_i^\star$. Exprimer de ΔE en fonction de $\mathbf{V}_i$ et $\mathbf{U}$.
4. Identifier le terme d'accéleration de Fermi de premier ordre, et celui de second ordre.