

Conversions de magnitudes cométaires en paramètre $Af\rho$

Nicolas Biver

LESIA, Observatoire de Paris-PSL, CNRS, SU, UdP; SAF, commission des comètes

17 fév. 2022

Abstract

Quelques outils et références pour convertir des magnitudes mesurées dans une ouverture donnée en photo astro couleur, dans la grandeur étalonnée $Af\rho$, couramment utilisée en physique cométaire.

1 Introduction

Ces informations sont fournies entre-autres pour l'exploitation d'images numériques avec APN du type Sony alpha 7s (ou autre) ou CCD. Les référence serviront à adapter au récepteur électronique et filtre utilisés.

2 Paramètre $Af\rho$

Le paramètre $Af\rho$ tel que défini par [A'Hearn et al. 1984] part de l'idée que pour une comète dont la densité volumique décroît comme $1/r^2$, r étant la distance au noyau (en cas de production continue de matériau), la densité colonne intégrée sur la ligne de visée va décroître comme $1/\rho$, où ρ est la distance projetée sur le ciel au noyau. Dans ce cas le flux moyen (flux intégré divisé par la surface du champ couvert) dans une ouverture de rayon ρ , multiplié par ρ devra être une constante indépendante de ρ . Pour les poussières émises par le noyau, ce flux moyen sera proportionnel au pouvoir réfléchissant (et diffusant) des poussières (albédo A), multiplié par le facteur de remplissage de l'ouverture (filling factor f), c'est à dire le rapport de la section efficace totale des poussières divisée par la section totale de l'ouverture. D'où la grandeur physique $Af\rho$. En pratique, le paramètre est évalué à partir de données étalonnées en intensité:

$$Af\rho = \frac{\text{flux}}{\text{flux} - \text{solaire} - \text{incident}} \times \rho \quad (1)$$

d'où l'expression:

$$Af\rho = \frac{4\pi\Delta^2 F}{\pi\rho^2 F_{sun}/r_h^2} \times \rho = \frac{(2\Delta r_h)^2 F}{\rho F_{sun}} \quad (2)$$

Pour une ouverture rectangulaire $x \times y$ centrée sur le noyau, on prendra le rayon moyen ρ donnant la même surface: $\rho = \sqrt{x \times y/\pi}$

Pour une ouverture décentrée à la distance (projetée) ρ' du noyau:

$$Af\rho \approx \frac{(2\Delta r_h)^2 F(\rho')/2}{x \times y/(\pi\rho')} \quad (3)$$

où Δ , r_h , ρ , ρ' , x , y sont en [m], F et F_{sun} (flux solaire à 1 UA) en [Wm^{-2}]; ρ' est l'écart à la position du noyau et $x \times y$ l'ouverture rectangulaire dans la formule approchée de [Storrs et al. 1992].

Dans le cas de l'ouverture circulaire, en prenant le flux solaire normalisé à 1 UA, et si on n'a pas converti les flux en Wm^{-2} , mais en magnitude, l'expression peut s'écrire plus simplement (r_h en UA,

Δ et ρ en cm pour avoir $Af\rho$ en cm):

$$Af\rho = \frac{(2\Delta r_h)^2}{\rho} 10^{0.4(m_{Sun} - m_{Comete}(\rho))} \quad (4)$$

sachant que les magnitudes sont définies comme un logarithme du flux: $m = -2.5 \times \log(\int F(\lambda)R(\lambda)d\lambda) + m_0$ avec $R(\lambda)$ transmission spectrale du filtre utilisé.

Pour l'application pratique, on utilisera la magnitude apparente du Soleil à 1 UA (m_{Sun}) dans la même bande ($R(\lambda)$) utilisée que pour la mesure de magnitude de la comète ($m_{Comete}(\rho)$) dans l'ouverture de rayon ρ .

3 Correction de phase et taux de production de poussières

Dans la réalité le paramètre A de $Af\rho$ couvre à la fois l'efficacité de diffusion de la particule et une fonction de phase, car suivant l'angle Soleil-comète-observateur (=phase), une particule donnée ne va pas diffuser autant de lumière [Fink & Rubin 2012]. Quand on voudra éventuellement convertir la grandeur $Af\rho$ en taux de production de poussières, il faudra tenir compte que cet effet de phase va dépendre aussi de la taille des particules (notamment dans le cas de la diffusion de type diffusion de Mie pour les plus grosses), comme de leur forme et composition. Donc la conversion de $Af\rho$ en taux de production de poussières n'est pas évidente car elle doit passer par l'intégrale sur une distribution de taille et de composition des poussières, pas forcément connue a priori.

On peut toujours faire une correction a priori de l'effet de phase moyen, en calculant $A(0)f\rho$ pour un angle de phase de 0° . La correction peut être appliquée sur la mesure de magnitude ([Pittichova et al. 2008]), mais valable sur un domaine limité d'angles de phase θ (en $^\circ$):

$$m(0) = m(\theta) - 0.035 \times \theta \Leftrightarrow Af\rho(0) = Af\rho(\theta) \times 10^{+0.014 \times \theta} \quad (5)$$

Valable en gros pour un domaine $\theta = 0-25^\circ$, et de 25 à 100° la correction pourrait être peu variable de l'ordre de -1 magnitude. [Schleicher 2007] propose une formule basé sur les mesures de 1P/Halley qui permet d'étendre la correction jusqu'à 50° :

$$Af\rho(0) = Af\rho(\theta) \times 10^{+0.01807\theta - 0.000177\theta^2} \Leftrightarrow m(0) = m(\theta) - 0.04518 \times \theta + 0.0004425 \times \theta^2 \quad (6)$$

Pour les grands angles de phase de 110 à 180° , l'effet de forward scattering peut devenir très important (2-3 magnitudes) et les corrections précédentes ne sont plus du tout bonnes (voir courbe dans [Kolokova et al. 2005] et [Markus 2007]). D'ailleurs [Markus 2007] propose une formule générale à partir de la fonction de Henyey-Greenstein, qui pour une coma dominée par des poussières donnerait la fonction suivante, normalisée à 90° (paramètres $k = 0.95, g_f = 0.8, g_b = -0.4$):

$$D(\theta) = 0.95 \times \left(\frac{1.64}{1.64 + 1.6 \cos(\theta)} \right)^{3/2} + 0.05 \times \left(\frac{1.16}{1.16 - 0.8 \cos(\theta)} \right)^{3/2} \quad (7)$$

Et donc comme correction de phase:

$$Af\rho(90^\circ) = Af\rho(\theta)/D(\theta) \quad (8)$$

Les 3 types de corrections (exprimées en magnitude) sont tracées sur la figure 3.

Le calcul du taux de production des poussières à partir de $Af\rho$ étant tellement dépendant de beaucoup de paramètres, on ne peut pas donner une formule générale. Cependant pour un ordre de grandeur très grossier (à un facteur 10 près), [A'Hearn et al. 1995] donne l'équivalence $Af\rho = 1 \text{ cm} < - > Q_{dust} = 1 \text{ kg.s}^{-1}$.

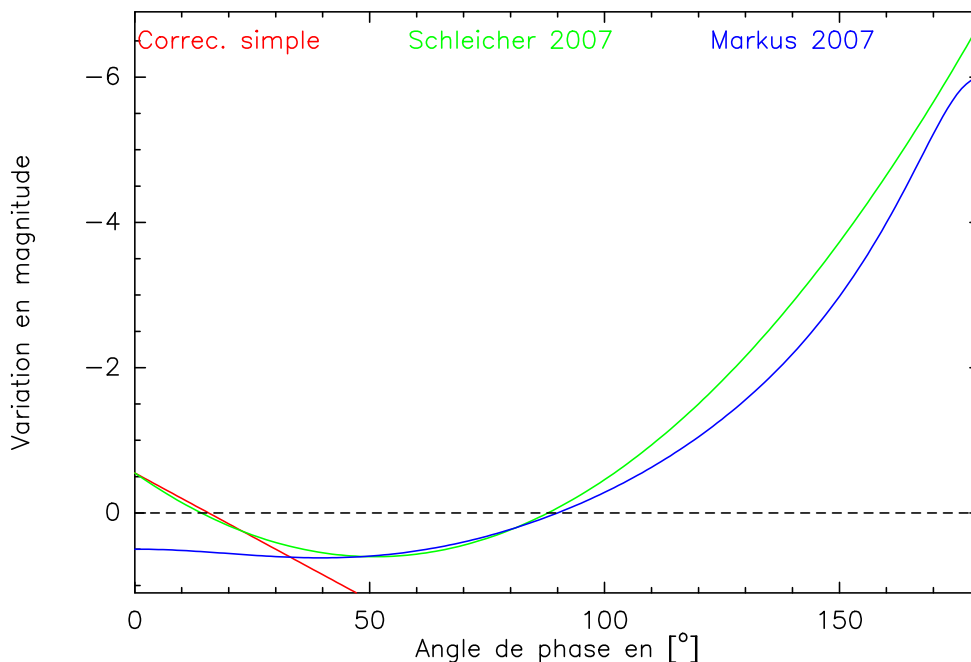


Figure 1: Courbes de correction de phase a priori: valables pour $\phi < 25^\circ$ (rouge, [Pittichova et al. 2008]), $\phi < 50^\circ$ (vert, [Schleicher 2007]) ou $\phi > 40^\circ$ (bleu, [Markus 2007]).

4 Bandes et transmission spectrales

Il existe un grand nombre de profils standard de filtres (<http://mips.as.arizona.edu/~cnaw/sun.html>), mais les plus communément utilisés sont le système UBVRI Johnson-Cousins, le système Bt, Vt du Catalogue Tycho, Hp du catalogue Hipparcos ou ceux de Gaia (G ou Bp, Rp étant trop dans l'infrarouge: Transmissions données sur les Figs.4,4)

Si on considère des photos couleurs numériques, la transmission de chaque couleur BVR de la matrice de Bayer (Fig 4) sera grossièrement comparable aux bandes Johnson-B, Johnson-V ou Cousins-R (tronque), quant à la somme des 3 quand on passe d'une image 3x16 bits à 16 bits Noir et Blanc, la transmission globale plus large sera comparable à la bande large Hipparcos-Hp ou Gaia-Bp. Pour les estimations de magnitudes visuelles la couche V correspond très bien au catalogue Tycho-Vt, mais la transmission N&B, un peu plus large n'est pas très différente, intermédiaire avec Hipparcos-Hp. Pour la mesure de $Af\rho$, la couche Rouge de l' $\alpha 7S$ aura l'avantage de mieux filtrer les bandes de C_2 qui piquent vers 515, 470 et 550nm dans l'ordre respectif de leur intensité, malgré un résidu de transmission. Comme cette couche R coupe beaucoup plus bas (650nm) dans le rouge que les standards R, utiliser un catalogue Tycho-Vt ou Hipparcos-Hp reste possible. Les courbes de transmission sont publiées dans [Mann & von Braun 2015, Riello et al. 2021].

L'important va être en fait de considérer la magnitude du soleil dans la même bande que celle utilisée pour étalonner la magnitude de la comète.

5 Magnitude apparente de référence du soleil

[Willmer 2018] a publié les magnitudes apparentes (à 1 UA) du Soleil dans les différentes bandes des filtres standards et pour plusieurs systèmes de référence: le système "vegamag" (standard de l'ESO) dans lequel la magnitude de référence de l'étoile Véga est $m \approx 0$ dans toutes les bandes, et le système "Type Solaire", "ST" où $(B-V, V-R)_{Vega} = (-0.606, -0.579)$ et $(B-V, V-R)_{Sun} = (+0.02, -0.19)$.

Si on étalonne les magnitudes des étoiles dans chaque couleur avec leur magnitudes dans la bande correspondante (magnitude R pour le filtre rouge et magnitude B pour le filtrage Bleu), il faudra pren-

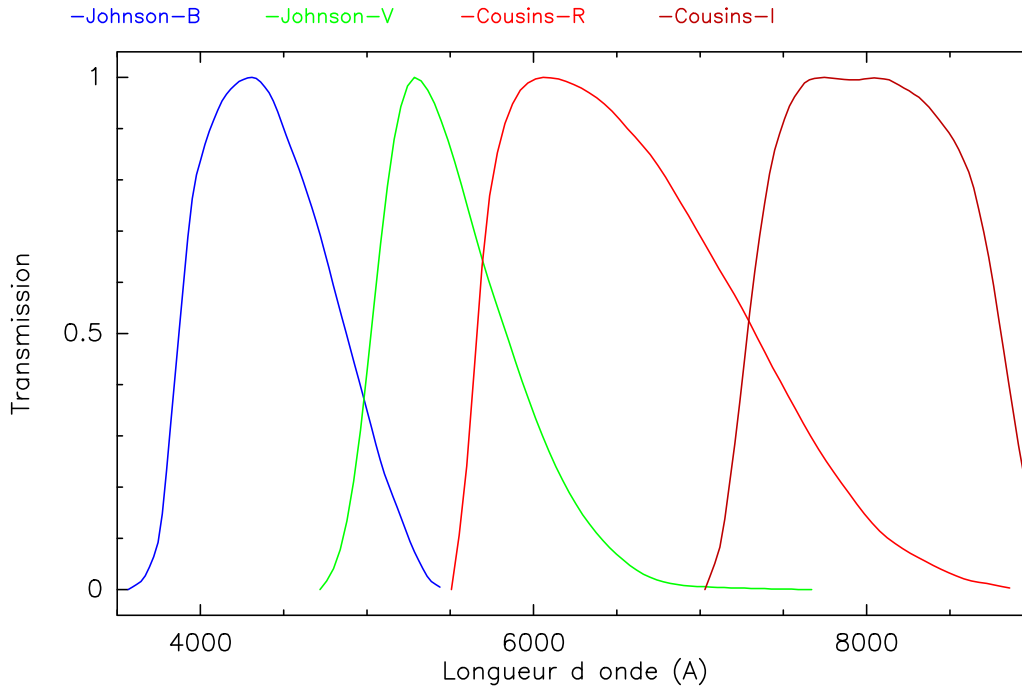


Figure 2: Courbes de transmission relative des filtres standards B, V, R, I [Mann & von Braun 2015].

dre les magnitudes de reference dans le système “vegamag”, mais si on utilise toujours les magnitudes tycho-Vt, Hipparcos-Hp, V d’un autre catalogue comme APASS, je pense que le système d’analogie solaire “ST” est celui adapté qui suppose qu’en moyenne les étoiles sont proches de $(B-V, V-R) = (0,0)$. Il faudra alors utiliser les magnitude du soleil correspondantes de la table 1 (Source: [Willmer 2018], <http://mips.as.arizona.edu/~cnaw/sun.html>)

Table 1: Magnitudes apparentes du Soleil

Bande	Magnitude “vegamag”	Magnitude “ST”
Johnson-B	-26.13	-26.74
Johnson-V	-26.76	-26.77
Cousins-R	-27.15	-26.57
Cousins-I	-27.47	-26.22
Tycho-Bt	-25.99	-26.66
Tycho-Vt	-26.69	-26.78
Hipparcos-Hp	-26.70	-26.69
Gaia-EDR3-G	-26.90	-26.52
Gaia-EDR3-Bp	-26.57	-26.72

En pratique, n’utiliser que les magnitudes V pour les couches B, V, R ou le mode Noir et Blanc, avec une magnitude moyenne du Soleil $m_{sun} = -26.7$ simplifie les choses avec une erreur relative de moins de 0.1 magnitude, précision des mesures cométaires et correspondant à 10% d’inertitude sur $Af\rho$.

6 Mesure pratique

On fera l’estimation du $Af\rho$, soit en utilisant toute la bande (mode N&B ou couche Verte) dans le cas d’une comète ne présentant pas d’activité gazeuse importante (coma sans dominante verte sur une image couleur), soit la couche Rouge pour s’affranchir des émissions de C_2 le cas échéant, à partir

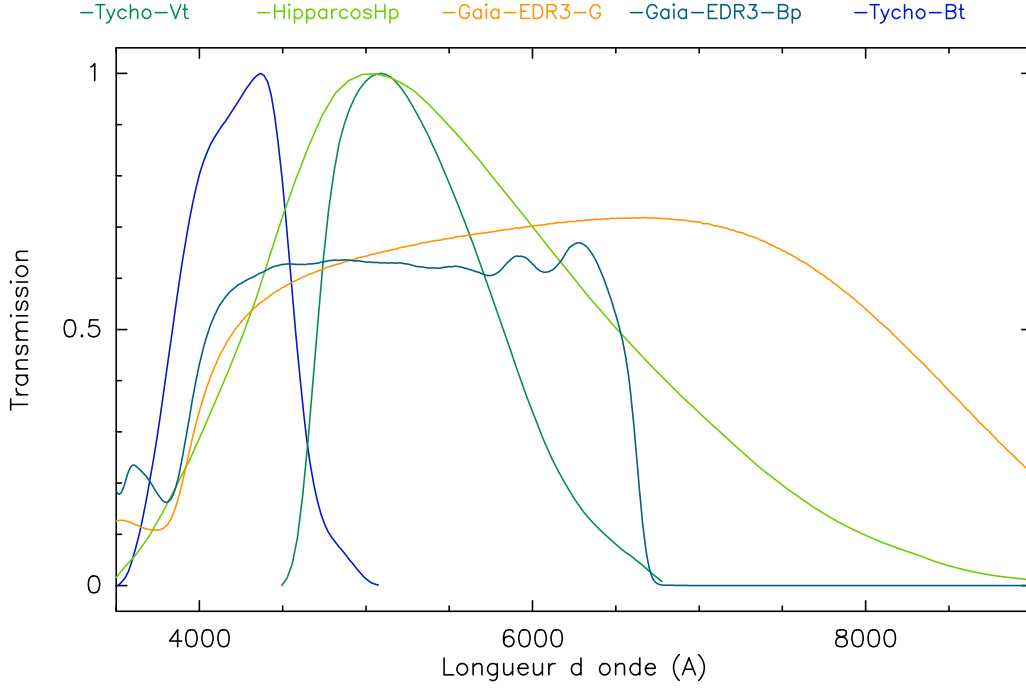


Figure 3: Courbes de transmission relative des catalogues couramment utilisés [Mann & von Braun 2015, Riello et al. 2021].

des mesures de magnitudes dans plusieurs ouvertures. Je suggère d'étalonner les magnitudes avec les étoiles de champ et leur magnitude V (catalogues Tycho-Vt, Hipparcos-Hp, APASS-V) dans tous les cas ce qui permet de convertir les magnitudes $m(\rho)$ suivant la formule ($m_{sun} = -26.7$):

$$Af\rho = \frac{(2\Delta r_h)^2}{\rho} 10^{0.4(m_{Sun} - m_{Comete}(\rho))} = 1.870 \times 10^{11} \frac{(\Delta r_h)^2}{\rho} 10^{-0.4m_{Comete}(\rho)} (cm) \quad (9)$$

avec Δ et r_h en UA, et ρ en km pour $Af\rho$ en cm (expression à droite)

Pour la couche R, une légère correction de magnitude du soleil peut être appliquée ($m_{sun} = -26.6$):

$$Af\rho_R = 2.050 \times 10^{11} \frac{(\Delta r_h)^2}{\rho} 10^{-0.4m_{Comete,R}(\rho)} (cm) \quad (10)$$

Le tracé des $Af\rho(\rho)$, n'étant pas plat (Fig.6), en raison de l'étalement par le seeing près du noyau, et de l'effet de la pression de radiation aux grandes échelles (> 100000 km), on prendra la valeur donnée par le plateau autour typiquement de $\rho=10000$ km.

7 Conclusion

Il est possible d'estimer le paramètre $Af\rho$ d'une comète à partir de photométrie d'ouverture sur une image numérique, en simplifiant avec quelques approximations (précision de 10%) le calcul. Si on n'utilise pas la méthodologie proposée ci-dessus, il faut utiliser la bonne valeur du flux solaire incident (magnitude apparente à 1 UA) en fonction de l'étalonnage des magnitudes (catalogue et bande spectrale).

References

[A'Hearn et al. 1984] A'Hearn, M.F., Schleicher, D.G., Feldman, P.D., Millis, R.L. Thompson, D.T., 1984, *Astron. J.*, **89**, 579

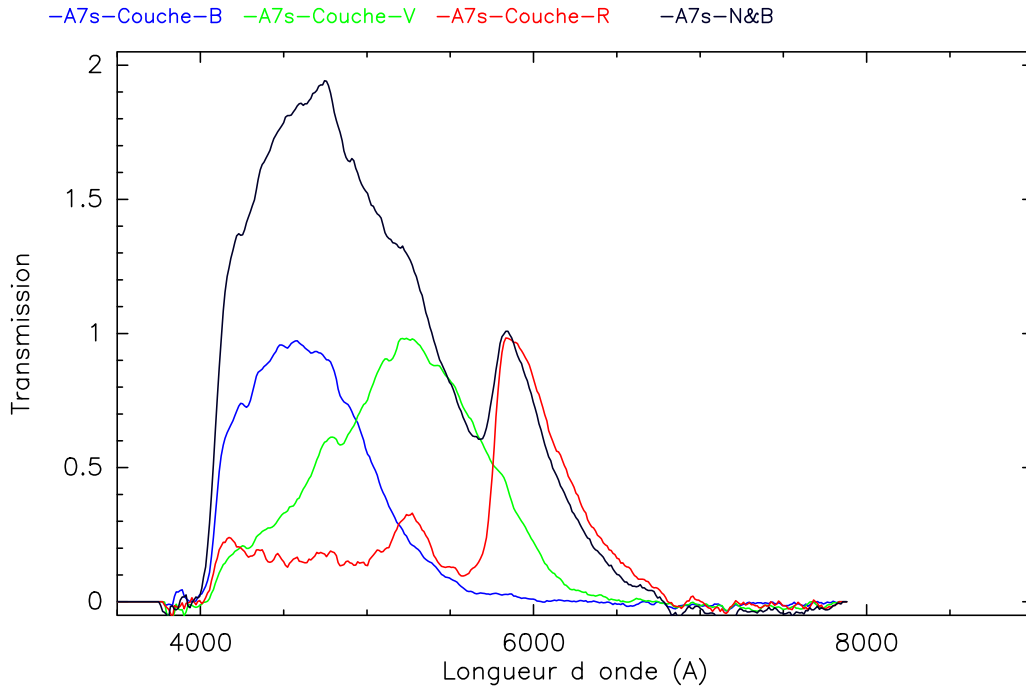


Figure 4: Courbes de transmission mesures des diffrentes couches couleur de la matrice du Sony Alpha7S.

- [A’Hearn et al. 1995] A’Hearn, M.F., Millis, R.L., Schleicher, D.G., Osip, D.J., Birch, P.V., 1995, *Icarus*, **118**, 223
- [Fink & Rubin 2012] Fink, U, and Rubin, M., 2012, *Icarus* **221**, 721-734
- [Kolokova et al. 2005] Kolokova, L., Hanner, M.S., Levasseur-Regourd, A.-C., Gustafson, B.A.S., 2004, in “*COMETS II*”: Eds. M. C. Festou, H. U. Keller, and H. A. Weaver, (University of Arizona Press), 577
(<https://www.lpi.usra.edu/books/CometsII/7008.pdf>)
- [Mann & von Braun 2015] Mann A.W., & von Braun, K., 2015, *Pub. Astron. Soc. of the Pacific* **127**,102
- [Markus 2007] Markus, J.N., 2007, *International Comet Quarterly*, **29-2**, 39
- [Pittichova et al. 2008] Pittichová, J., Woodward, C. E., Kelley, M. S., Reach, W. T., 2008, *The Astronomical Journal*, **136**, 1127
- [Riello et al. 2021] Riello, M., De Angeli, F., Evans, D.W., et al., 2021, *Astron. Astrophys.* **649**, A3
- [Schleicher 2007] Schleicher, D.G., 2007, *Icarus* **191**, 322
- [Storrs et al. 1992] Storrs, A.D., Cochran, A.L., Barker, E.S., 1992, *Icarus* **98**, 163
- [Willmer 2018] Willmer, C. N. A. Willmer, 2018, *ApJS* **236**, 47

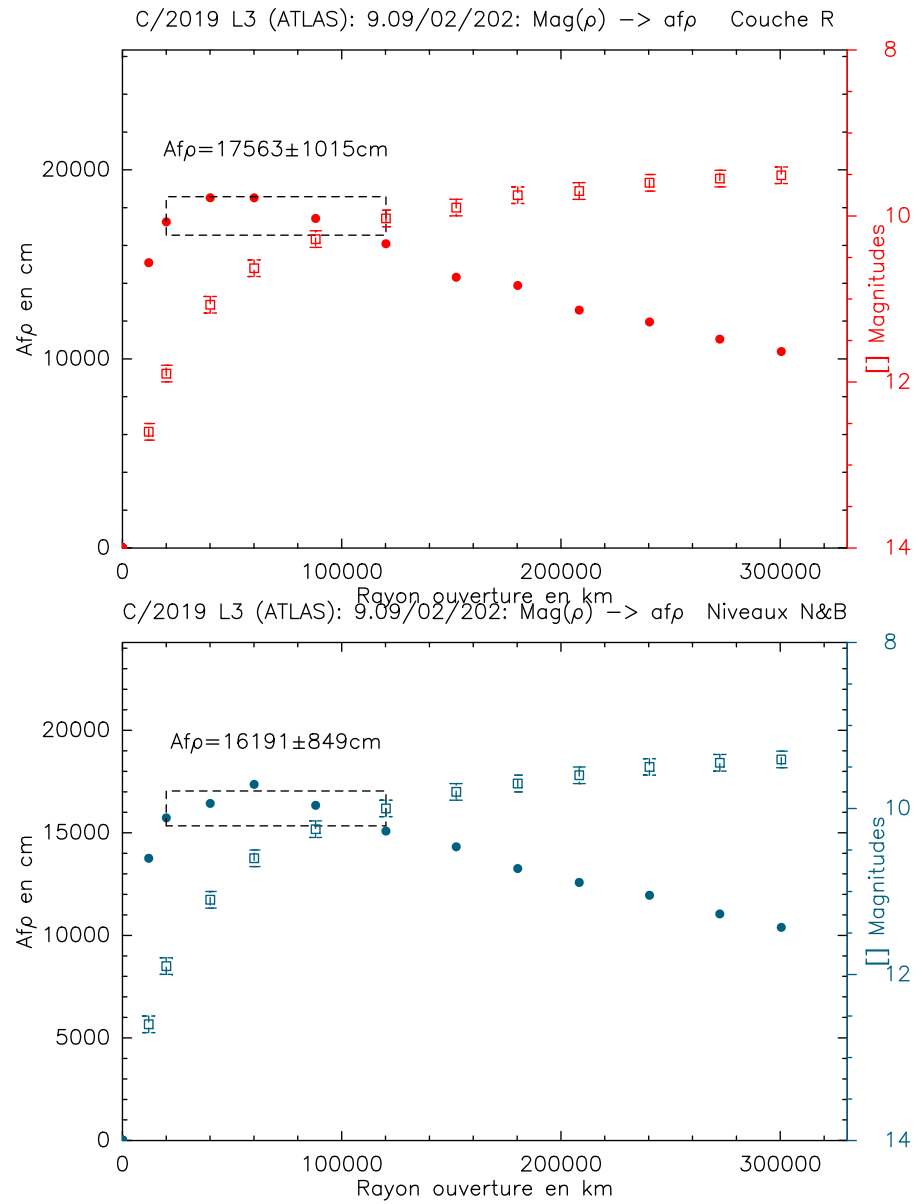


Figure 5: $\text{Af}\rho$ en fonction de l'ouverture mesuré à partir des magnitudes (carrés vides, échelle de droite).