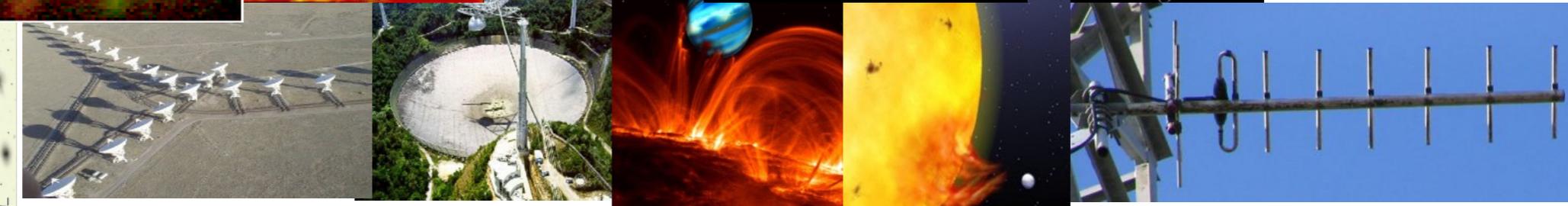
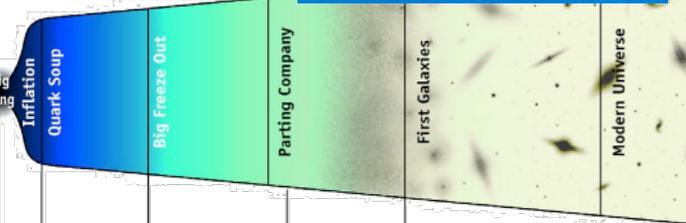
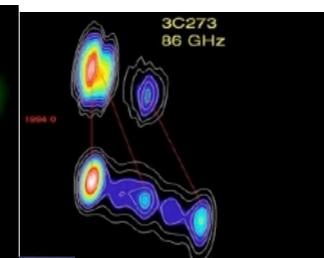
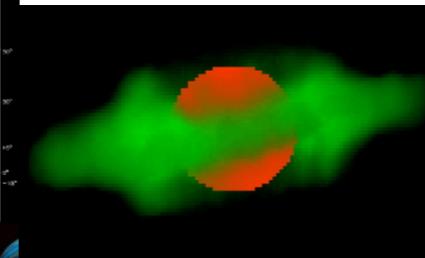
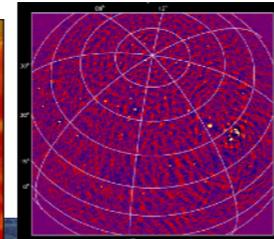
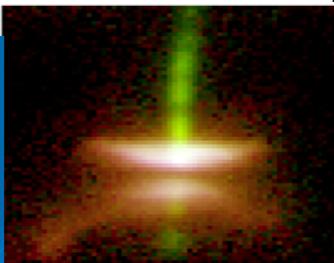
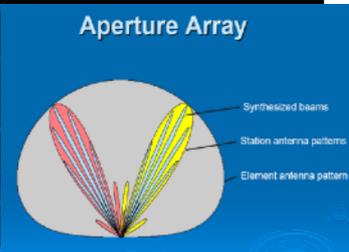
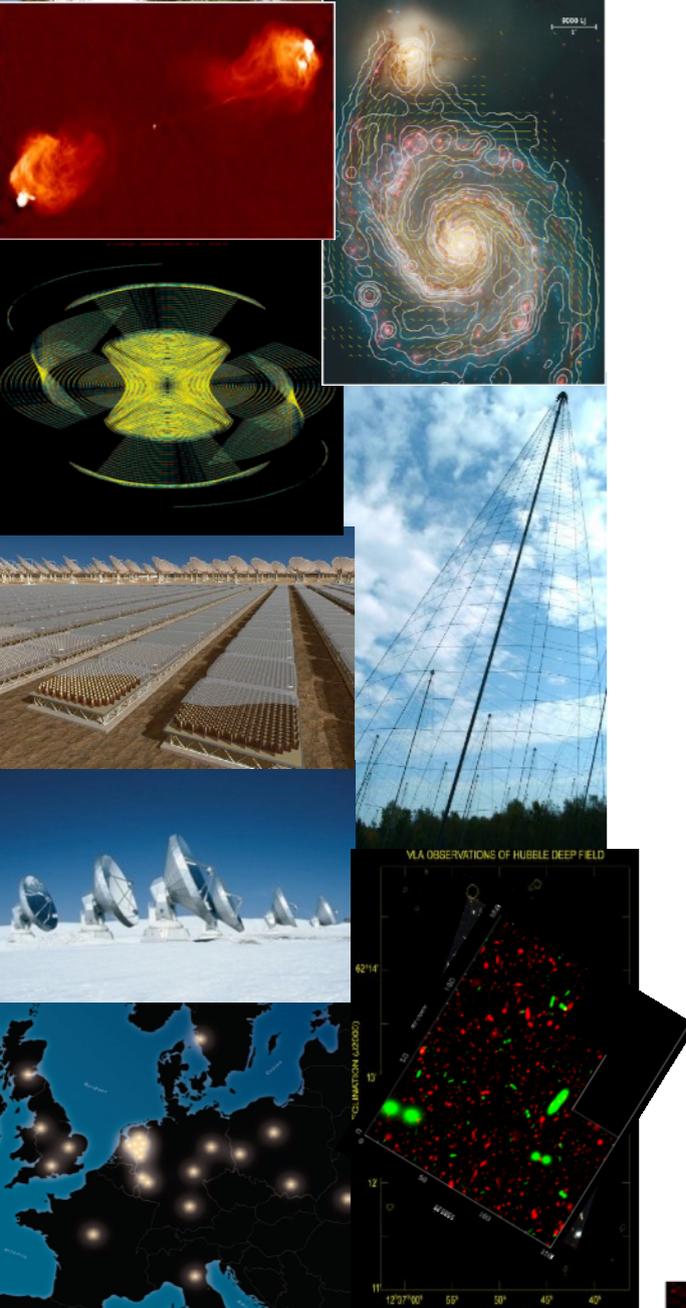
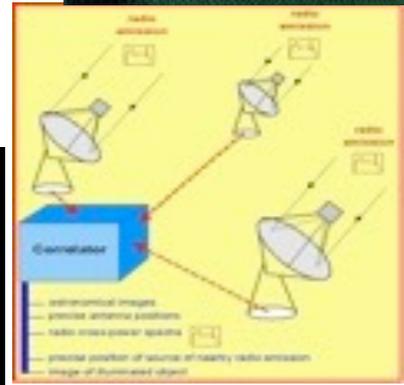
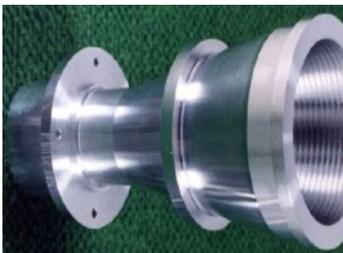
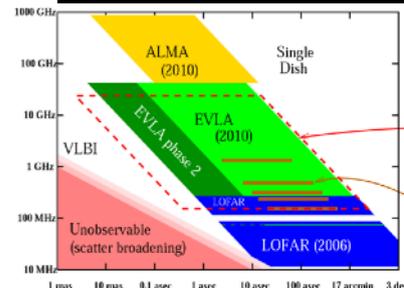
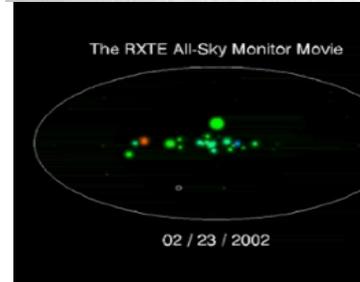
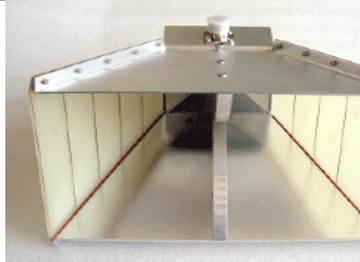


Introduction à la Radioastronomie

Philippe ZARKA

Plan :

- Introduction (historique, intérêt, spécificités)
- Onde & Polarisation
- Plasmas & Propagation (coupure, dispersion, effet Faraday, scintillations)
- Détection Cohérente du Signal (théorie de la mesure, température d'antenne, étalonnage, bruit)
- Récepteurs (hétérodyne, température de système, filtrage, gain, RFI mitigation)
- Notions sur les Antennes Radioastronomiques : Antennes uniques
- Interférométrie et Synthèse d'ouverture (réseaux phasés, pointage électronique, imagerie, corrélation, cohérence, VLBI)
- Méthodes d'Observation
- Grands instruments actuels et du Futur
- Notions de Radioastronomie Spatiale



Quelques references

- J. D. Kraus, *Radio Astronomy*, Mac Graw-Hill, 2nd Ed., 1986.
- K. Rohlfs & T. L. Wilson, *Tools of Radio Astronomy*, Astronomy&Astrophysics Library, Springer, 2nd Ed., 1996.
- B. Burke & F. Graham-Smith, *An Introduction to Radio Astronomy*, Cambridge University Press, 1997.
- N. E. Kassim, M. R. Perez, W. Junor, P. A. Henning (*Editors*), *From Clark Lake to the Long Wavelength Array*, ASP Conference series Vol. 345, 2005.
- R. G. Stone, K. W. Weiler, M. L. Goldstein & J.-L. Bougeret (*Editors*), *Radio Astronomy at Long Wavelengths*, Geophysical Monograph 119, American Geophysical Union, Washington, USA, 2000.
- N. E. Kassim & K. W. Weiler (*Editors*), *Low Frequency Astrophysics From Space*, Lecture Notes In Physics, Springer-Verlag, 1991.
- C.R. XXXth Goutelas school CNRS/INSU/SF2A, «*Radioastronomie Basses Frequences : Instrumentation, Thematiques scientifiques, Projets*», 2007. <http://www.lesia.obspm.fr/plasma/Goutelas2007/Goutelas-2007-Final.pdf>
- J. P. Hamaker, J. D. Bregman, & R. J. Sault (& permutations), *Understanding Radio Polarimetry I / II / III*, Astron. Astrophys. Suppl. Series, pp. 137-165, 1996.
- O. Smirnov, *Revisiting the radio interferometer measurement equation I / II / III / IV*, Astron. Astrophys., 527(A106-A108)+531(A159), 2011.
- G. Heald, J. McKean, R. Pizo (*Editors*), *Low Frequency Radio Astronomy and the LOFAR Observatory*, ASS Library 426, 2018. <https://www.astron.nl/radio-observatory/news/lofar-book/lofar-book>

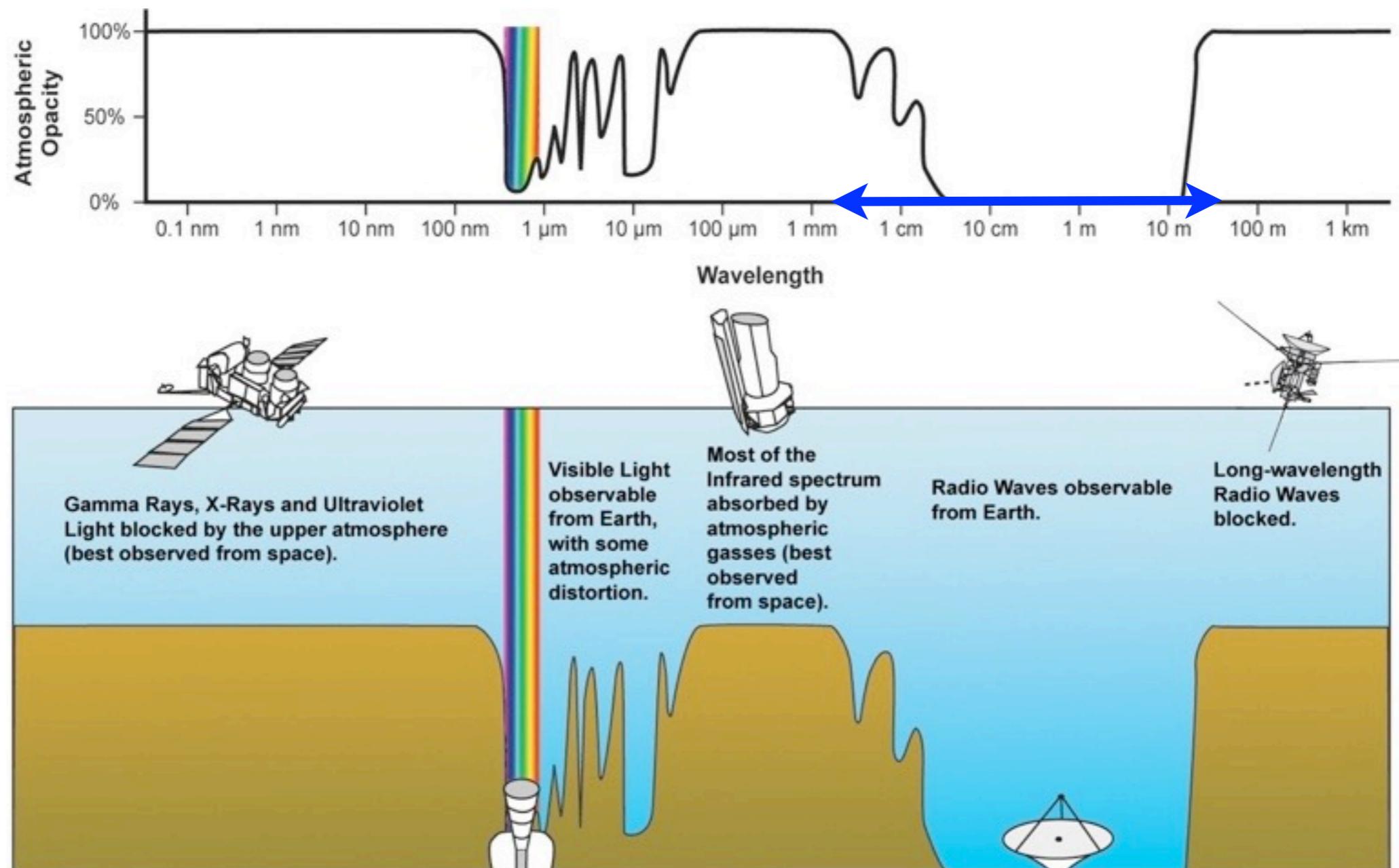
Sites internet:

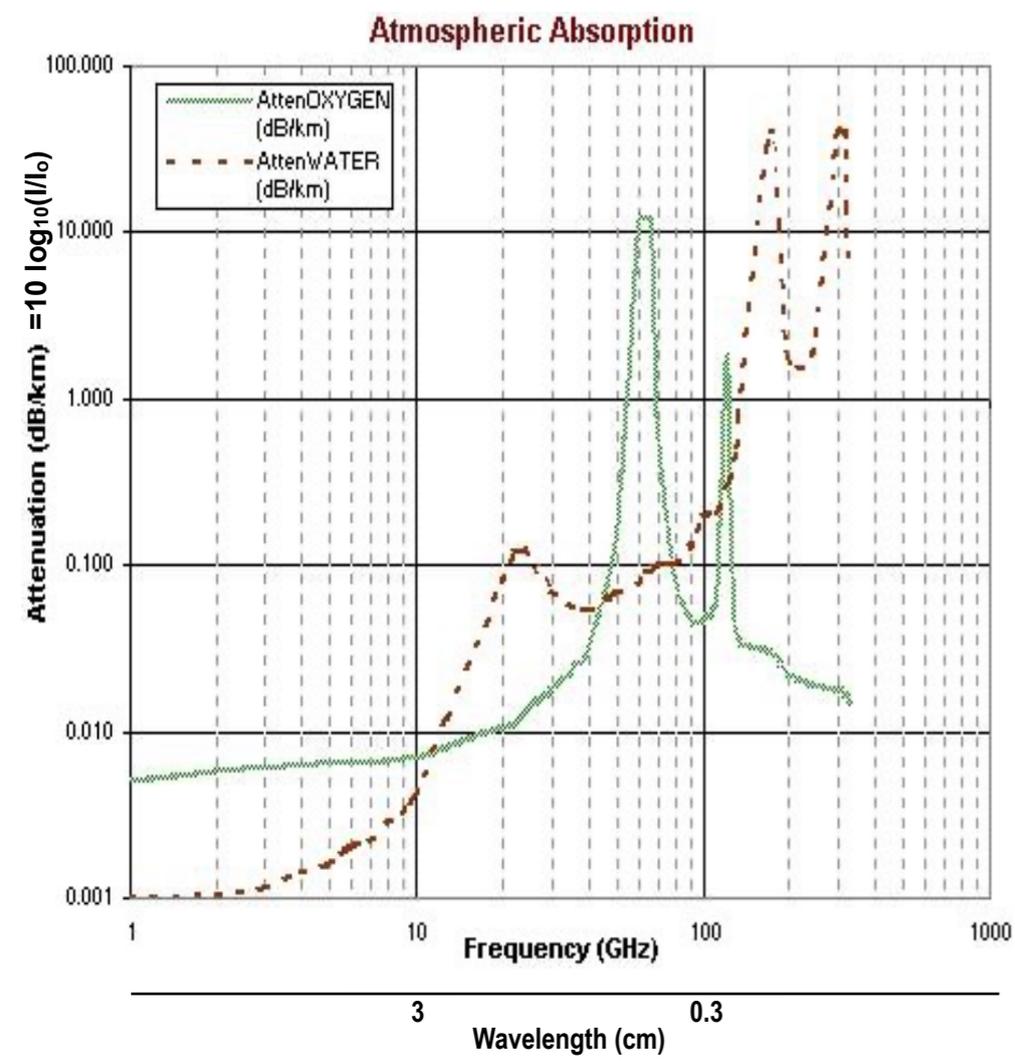
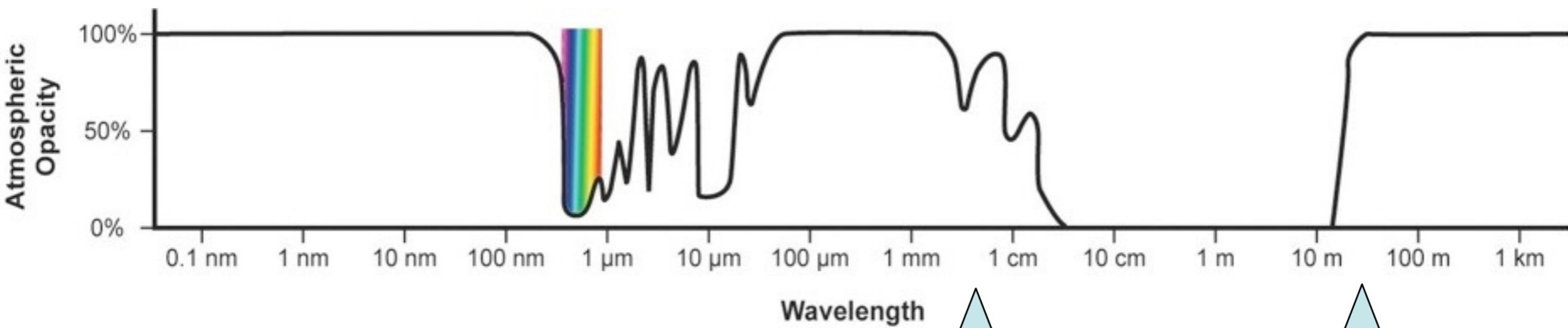
https://www.obs-nancay.fr/	(Observatoire de Nançay)
https://www.obs-nancay.fr/-LOFAR-.html	(LOFAR @ Nançay)
https://nenufar.obs-nancay.fr/	(NenuFAR)
http://www.lofar.org/	(LOFAR)
http://www.astron.nl/radio-observatory/astronomers/lofar-astronomers	(LOFAR astronomes)
http://www.phys.unm.edu/~lwa/index.html	(LWA)
http://www.ece.vt.edu/swe/lwa/	(LWA memos)
http://www.haystack.mit.edu/ast/arrays/mwa/	(MWA)
https://www.skatelescope.org	(SKA)
http://www.iram-institute.org/	(IRAM)
http://www.iram-institute.org/EN/content-page-109-7-67-109-0-0.html	(écoles d'été d'interférométrie millimétrique de l'IRAM)
https://www.almaobservatory.org/	(ALMA)
https://science.nrao.edu/facilities/alma/aboutALMA/Technology/ALMA_Memo_Series	(ALMA memos)
https://www.sarao.ac.za/gallery/meerkat/	(MeerKAT)
https://ngvla.nrao.edu/	(ngVLA)
https://salfconference.org	(conférences Science at Low Frequencies)
https://launchpad.net/apsynsim	(Aperture Synthesis Simulator)

- **Introduction (historique, intérêt, spécificités)**
- Onde & Polarisation
- Plasmas & Propagation (coupure, dispersion, effet Faraday, scintillations)
- Détection Cohérente du Signal (théorie de la mesure, température d'antenne, étalonnage, bruit)
- Récepteurs (hétérodyne, température de système, filtrage, gain, RFI mitigation)
- Notions sur les Antennes Radioastronomiques : Antennes uniques
- Interférométrie et Synthèse d'ouverture (réseaux phasés, pointage électronique, imagerie, corrélation, cohérence, VLBI)
- Méthodes d'Observation
- Grands instruments actuels et du Futur
- Notions de Radioastronomie Spatiale

Introduction

- Ondes e.m. = principal vecteur d'information en astronomie
(+ rayons cosmiques, poussières, neutrinos, ondes gravitationnelles ...)
- Observation = Collecte d'énergie (de photons) + Mesure
- Transparence atmosphérique : Fenêtre Radio = 2^{ème} fenêtre transparente de l'atmosphère





$\lambda = 0.1 - 1 \text{ cm}$

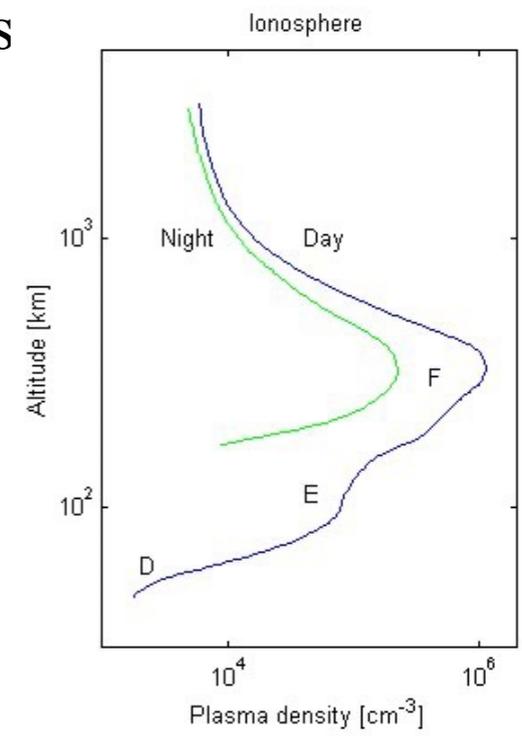


$\sim 30 \text{ m}$

nombreuses raies
atmosphériques
⇒ extinction
quasi-totale

absorption
partielle par
 $\text{O}_2, \text{H}_2\text{O} \dots$
atmosphériques

réflexion par
l'ionosphère
($z \approx 80-10^3 \text{ km}$)



• Accès à : $\lambda \leq 0.1 \text{ cm}$ & $\lambda \geq 30 \text{ m}$ ⇒ Spatial

- Quelques définitions & rappel : Transformées de Fourier ...

Signal (champ électrique) : $E(t)$

Spectre : $\bar{E}(v) = \int_{-\infty}^{\infty} E(t) \exp(-i2\pi vt) dt = TF[E(t)]$

d'où réciproquement : $E(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{E}(v) \exp(+i2\pi vt) dv = TF^{-1}[\bar{E}(v)]$

Composante spectrale : $\bar{E}(v_0) = \int_{-\infty}^{\infty} E(t) \exp(-i2\pi v_0 t) dt$

\Rightarrow *calcul en pratique :* $\bar{E}(v_0) = (1/\Delta T) \int_{\Delta T} E(t) \exp(-i2\pi v_0 t) dt \quad (\Delta T \gg 1/2\pi v_0)$

$$\bar{E}(v_0) = |\bar{E}(v_0)| \exp(i\varphi) = |\bar{E}(v_0)| (\cos\varphi + i \sin\varphi)$$

Signal à la fréquence v_0 : $E(t)|_{v_0} = \left| \int_{-\infty}^{\infty} \bar{E}(v) \exp(+i2\pi vt) \delta(v-v_0) dv \right|$

$$= \left| \bar{E}(v_0) \exp(+i2\pi v_0 t) \right|$$

$$= |\bar{E}(v_0)| \cdot \left| \exp[+i(2\pi v_0 t + \varphi)] \right| \quad (E(t)|_{v_0} \text{ réel})$$

$$\Rightarrow E(t)|_{v_0} = |\bar{E}(v_0)| \cos(2\pi v_0 t + \varphi)$$

Puissance spectrale : $P(v) = |\bar{E}(v)|^2 \quad (\text{souvent improprement appelée « spectre »})$

$\Rightarrow \bar{E}(v)$ noté par la suite $E(v)$

t & v = variables conjuguées

$E(t)$ & $E(v)$ = paires de Fourier

- Quelques définitions & rappel : Transformées de Fourier ...

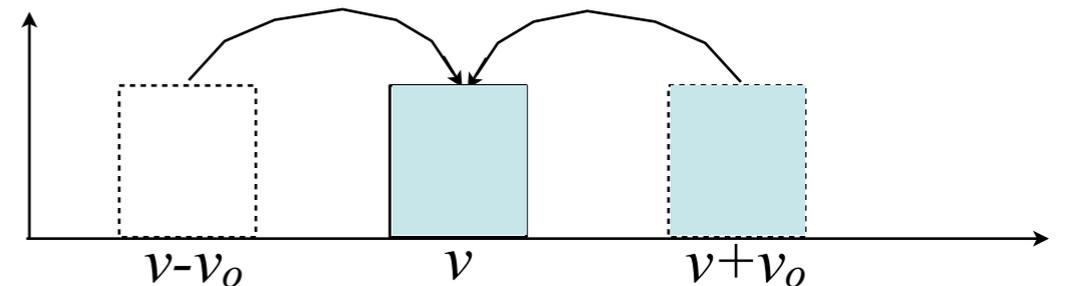
$$E(t) \text{ réelle} \Rightarrow E(-\nu) = E(\nu)^*$$

$$\begin{aligned} \text{Produit de Convolution : } h(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(y).g(x-y) dy = f \otimes g \\ \Rightarrow TF(h) &= TF(f \otimes g) = TF(f) \times TF(g) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Fonction d'auto-corrélation : } C(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} E(t).E(t+\tau) dt \\ \Rightarrow TF[C(\tau)] &= C(\nu) = E(\nu) \times E(-\nu) = E(\nu) \times E(\nu)^* = |E(\nu)|^2 = P(\nu) \\ &= \textit{Théorème de Wiener-Khintchine} \end{aligned}$$

$$\text{La Transformée de Fourier conserve l'énergie : } \int_{-\infty}^{\infty} |E(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |E(\nu)|^2 d\nu$$

$$\begin{aligned} \text{Translation et Modulation : } E(t) \times \cos(2\pi\nu_0 t) &= E(t) \times \frac{1}{2}(\exp(i2\pi\nu_0 t) + \exp(-i2\pi\nu_0 t)) = E'(t) \\ \Rightarrow TF[E(t) \times \cos(2\pi\nu_0 t)] &= E'(\nu) = \frac{1}{2} [E(\nu-\nu_0) + E(\nu+\nu_0)] \end{aligned}$$



$E(t)$	1	$\cos(2\pi\nu_0 t)$	$\sin(2\pi\nu_0 t)$	$\Pi(t)$ =1 si $ t \leq \frac{1}{2}$, =0 sinon	$\exp(-\pi^2 t^2)$	Aléatoire Gauss / Uniforme
$E(\nu)$	δ	$\frac{1}{2}[\delta(\nu_0) + \delta(-\nu_0)]$	$\frac{1}{2}i[\delta(\nu_0) - \delta(-\nu_0)]$	sinc(ν) = $\sin(\pi\nu) / \nu$	$\exp(-\nu^2)$	\sim Plat Aléa. Gauss. / + δ

- Domaine de la détection cohérente = Domaine "Radio"

Détection incohérente	Détection cohérente
<p>Mesure de $\langle E(t)^2 \rangle$ ou $\langle E(t) _{\nu^2} \rangle$ \Rightarrow flux total seulement</p> <p>\Rightarrow HF ($\nu \geq \nu_{IR}$)</p> <p>\Rightarrow bolomètres (imagerie à 1 pixel), matrices de micro-bolomètres, CCD, micro-canaux...</p>	<p>Mesure directe de $E(t)$ ou $E(t) _{\nu}$, i.e. de E & ϕ</p> <p>$\Rightarrow \nu \leq \nu_{\text{sub-mm}}$</p> <p>$\Rightarrow$ Récepteurs radio</p> <ul style="list-style-type: none"> - en bande de base: CAN pour $\nu \leq \sim 1$ GHz - hétérodyne: $E(t) \rightarrow E'(t) = E(t) \times \cos(2\pi\nu_{\text{OLT}}t)$ <p>\Rightarrow translation en fréquence du spectre, requiert oscillateurs et mélangeurs conservant la phase</p>

- Techniques adaptées du Radar et des télécommunications
- Limite entre détection incohérente / cohérente = limite technologique

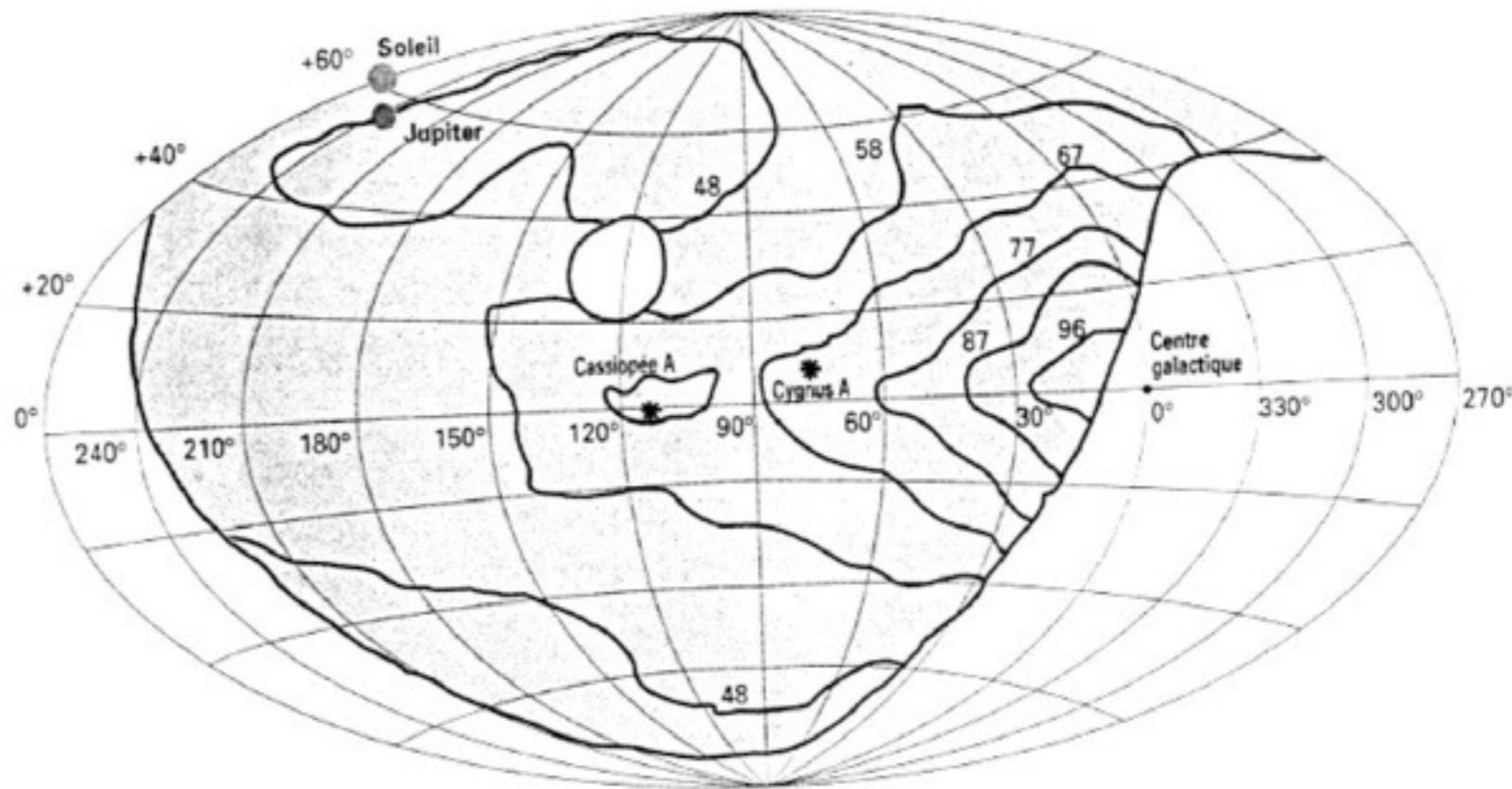
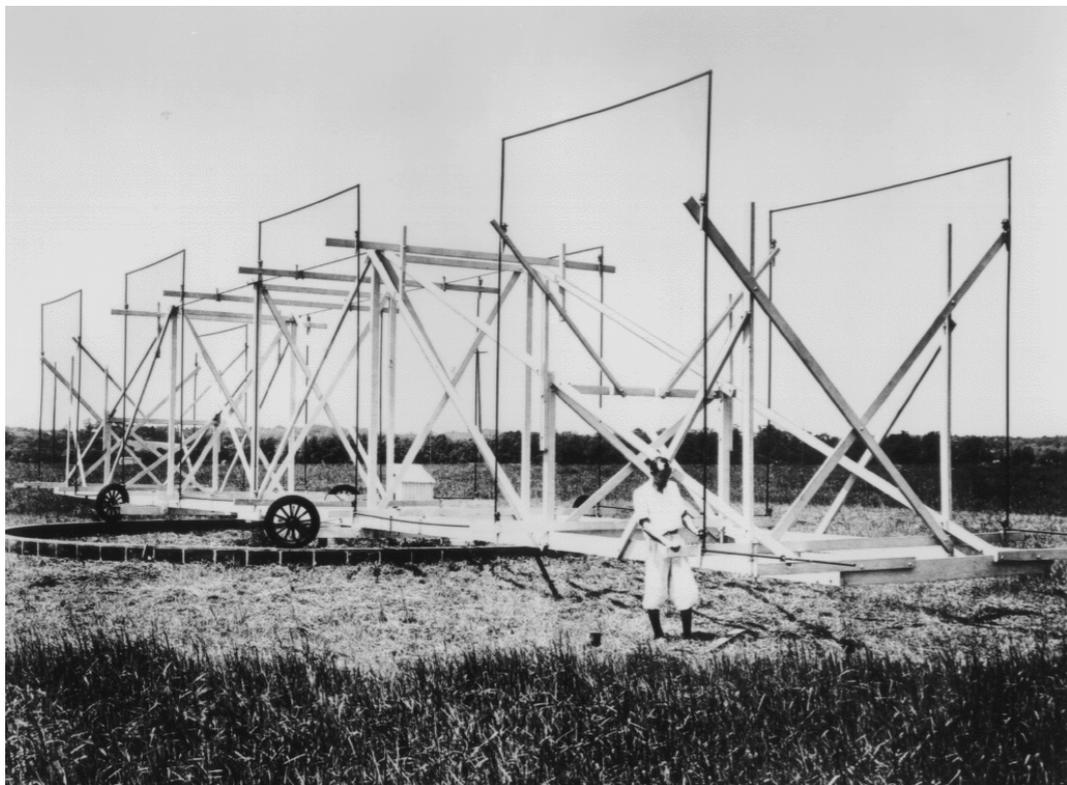
"Visible", IR ... / Radio

monte en fréquence avec le temps (e.g. Lasers comme O.L. ...)

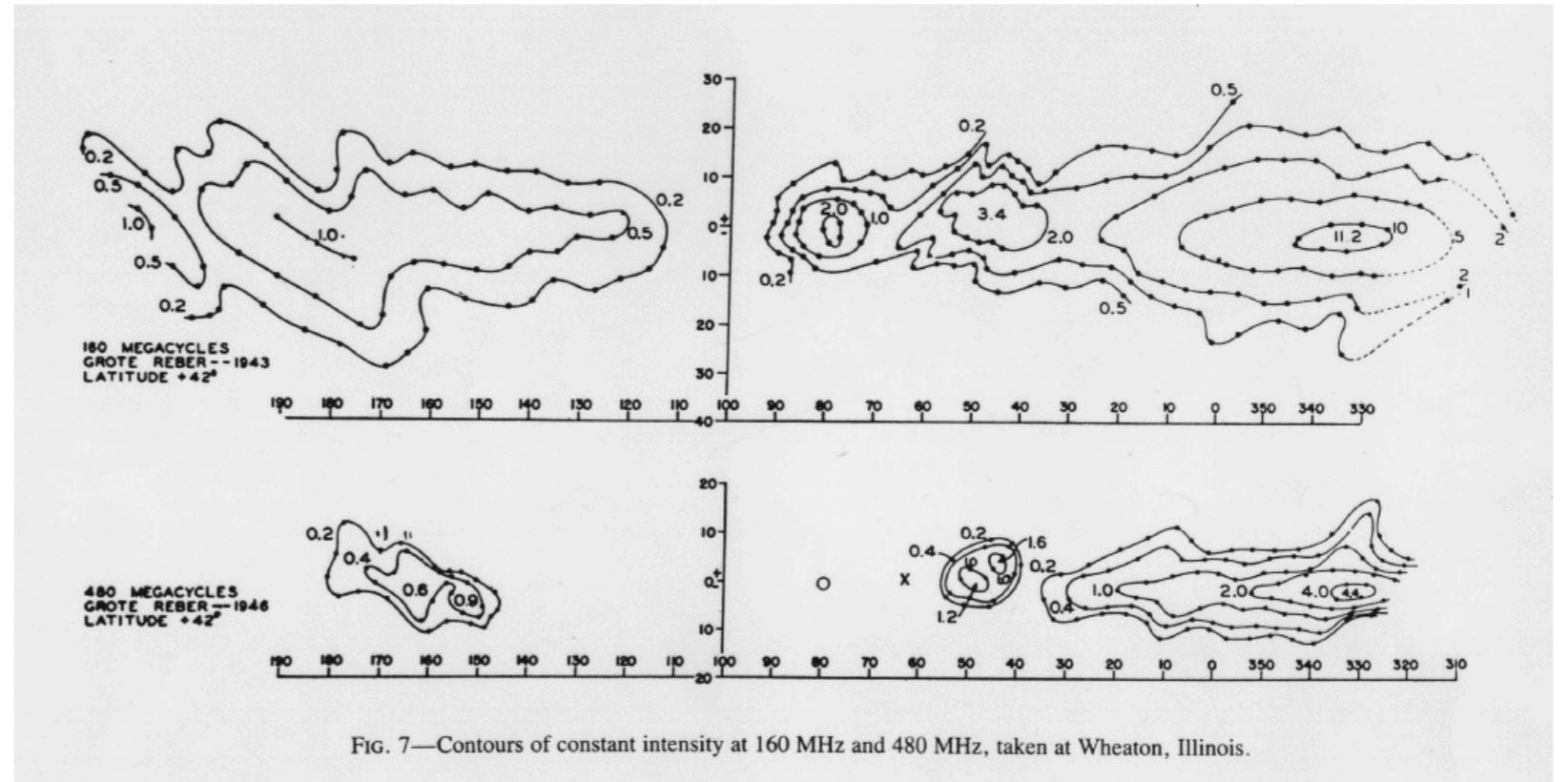
\rightarrow Frontière actuelle \approx quelques THz = ($\lambda \leq 0.1$ mm)

Historique

1800	Existence de lumière invisible	William Herschel
1889	Onde radio = onde e.m. = onde de lumière : propagation en ligne droite à c dans le vide, 1 ^{ère} émission/réception \exists ? ondes radio cosmiques ? (mais pas de technique radio disponible)	Heinrich Hertz Henri Deslandres
1900-5	1 ^{ers} essais de détection radio du Soleil (antenne fil de 175m + galvanomètre) → échec (sensibilité, minimum solaire...)	Oliver Lodge Charles Nordmann
1930-33	Naissance de la radioastronomie : $\nu = 20.55$ MHz ($\lambda=14.6$ m) → éclairs d'orages + émission du centre galactique (fixe en TS)	Karl Jansky



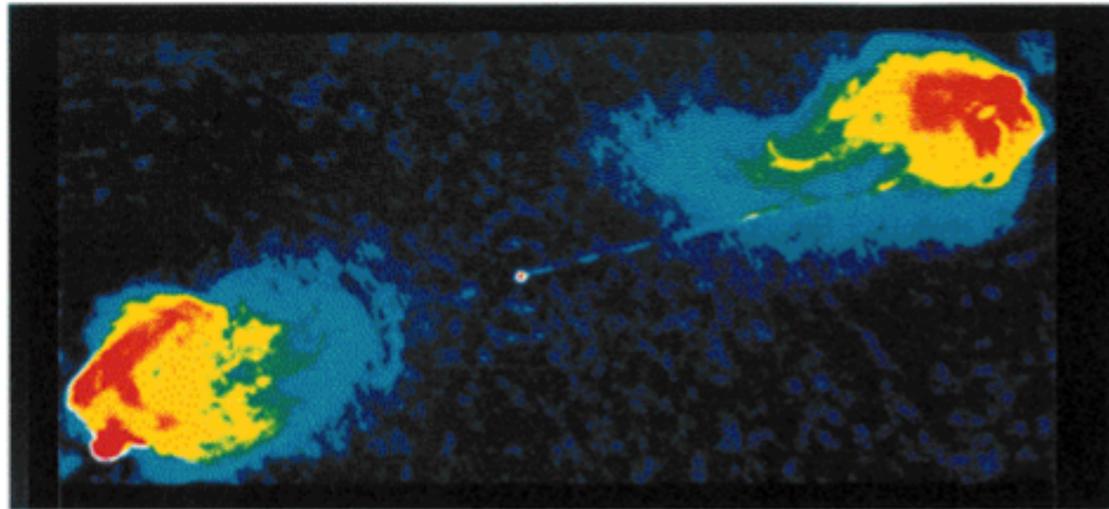
1936	Carte du ciel à $\nu = 160$ MHz ($\lambda = 1.87$ m) avec une parabole de $\varnothing = 10$ m Maximum solaire \rightarrow bruit radio ... non identifié !	Grote Reber
------	--	-------------



1940-45	Développement de la technologie des antennes et récepteurs pour le Radar	
1942-45	Détection du Soleil à $\nu = 150$ MHz ($\lambda = 2$ m – brouillage radar \rightarrow publié en 1945 !) et à 3 & 10 GHz ($\lambda = 3$ & 10 cm)	James Hey
1946	Emission radio thermique de la Lune	US, Australie
1946	Création du 1 ^{er} labo de radioastronomie en France	Yves Rocard

1947	RADAR-astronomie (meteorites ...)	J. Hey & G. S. Stewart
1949-60	Radiogalaxies	James Hey
1951-63	<p>Raie H_I à $\lambda \sim 21$ cm ($\nu = 1420$ MHz) → présente partout</p> <p>→ essor de la Radioastronomie</p> <p>→ structure galactique spirale</p>	<p>(Hendrik van de Hulst)</p> <p>Harold Ewen & Edward Purcell</p> <p>Jan Oort</p>

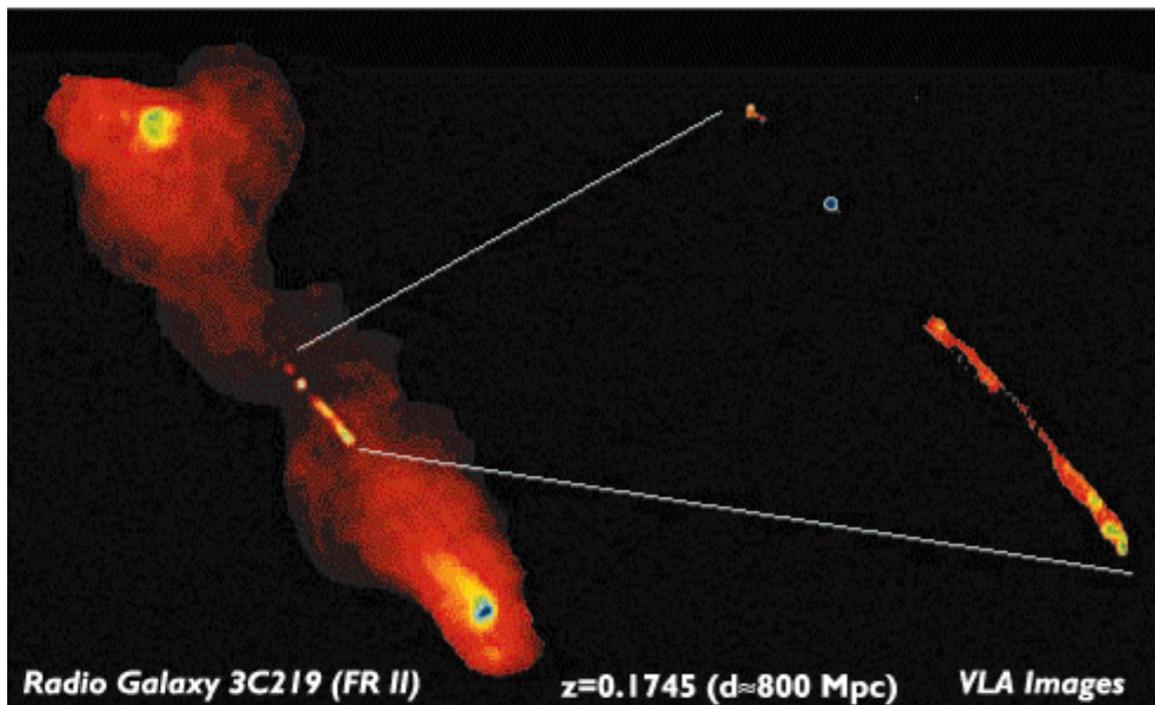
Radio Image of Cygnus-A (FR-II)



$z=0.056$ ($d \approx 300$ Mpc)

5 GHz Image ; \varnothing 200 kpc

Radio Image of 3C219 (FR-II)



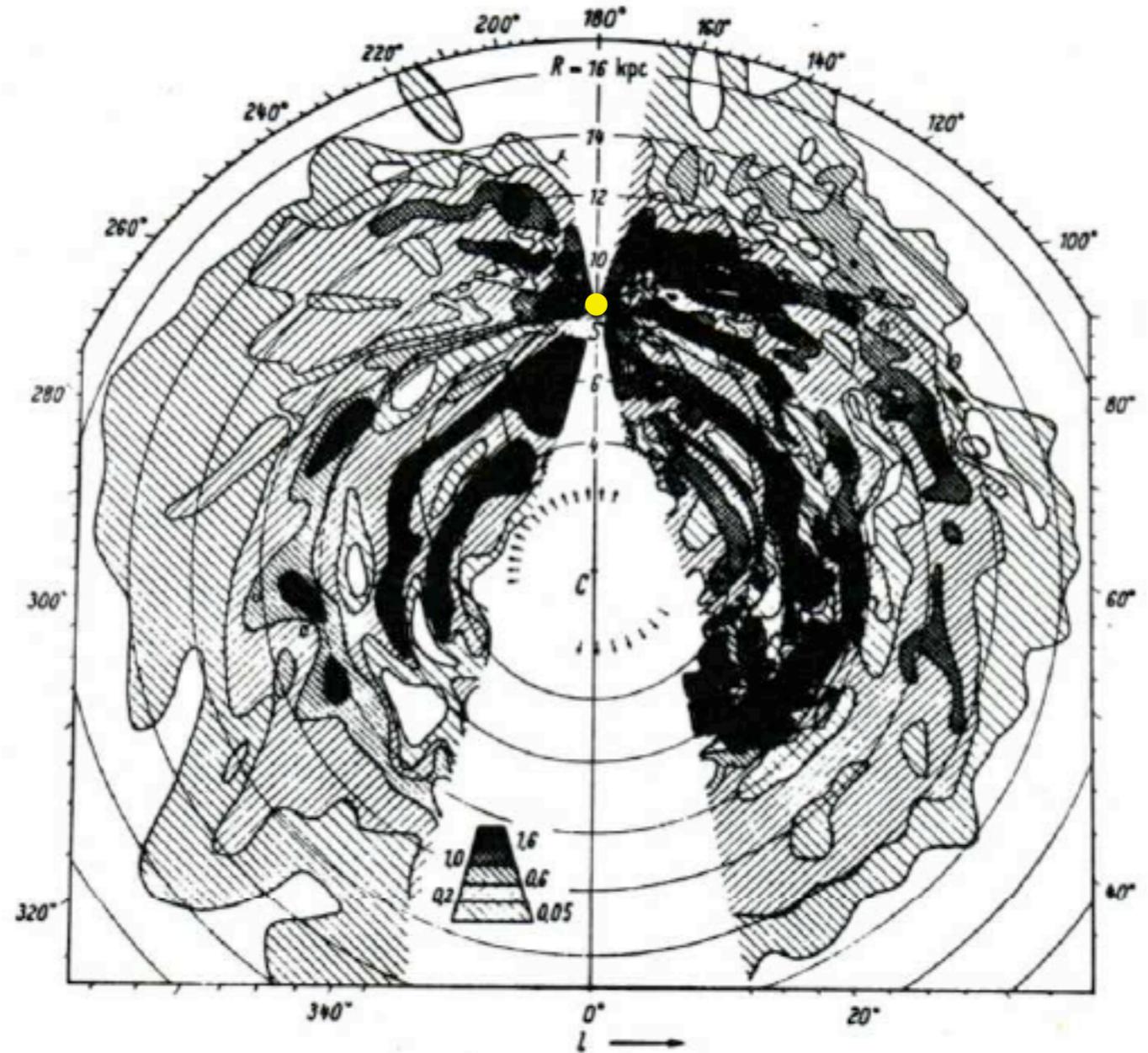
Radio Galaxy 3C219 (FR II)

$z=0.1745$ ($d \approx 800$ Mpc)

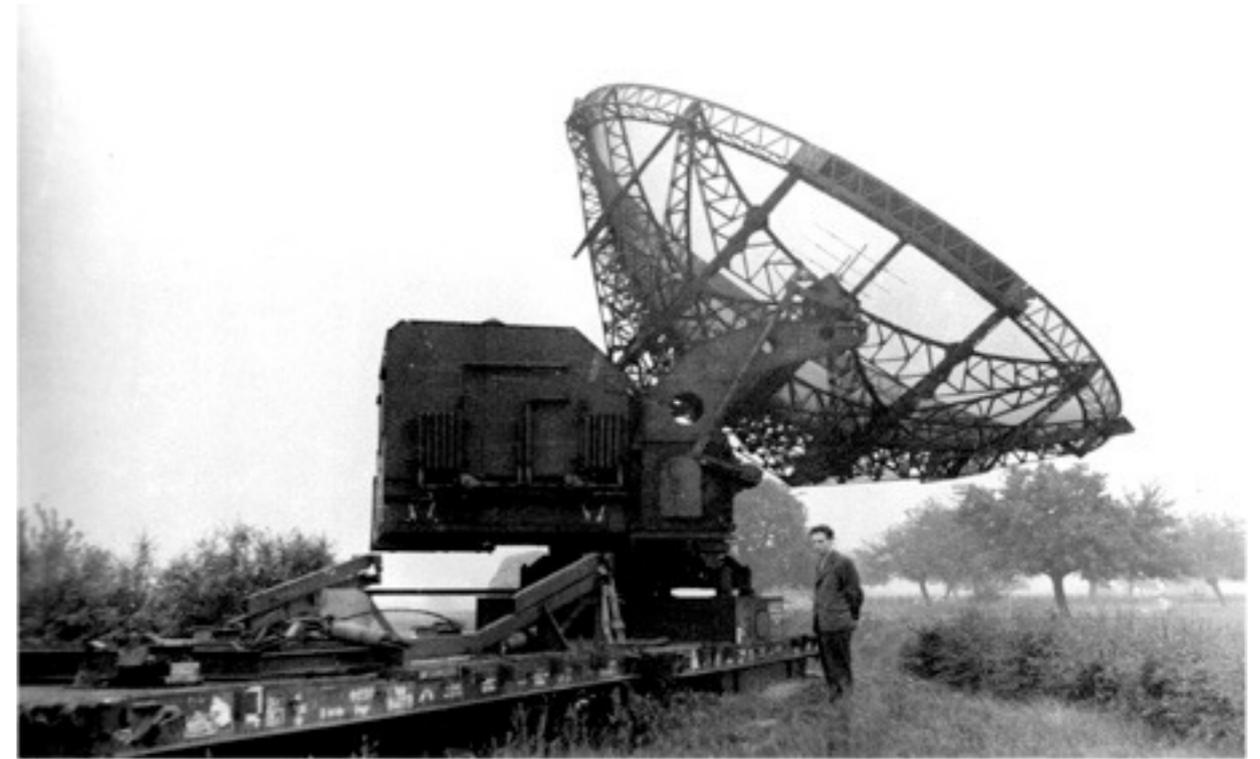
VLA Images

1.4+1.6 GHz combined image at 1.4 arcsec resolution

8 GHz image of jets at 0.1 arcsec resolution



Leiden survey of HI (Oort 1958)



1950's	Observatoires Radio: Cambridge, Jodrell Bank, Westerbork, Parkes, Greenbank, Arecibo ...	
<i>1953</i>	Fondation de l'Observatoire Radioastronomique de Nançay (initialement "Station ...")	<i>Jean-Louis Steinberg, Jean-François Denisse</i>

1955	Premiers instruments solaires à Nançay	<i>Emile-Jacques Blum, André Boischot ...</i>
------	--	---



1955	Rayonnement décimétrique de Jupiter ($\nu = 22$ MHz, $\lambda = 13.6$ m) \Rightarrow Existence et amplitude de $ B $ Jupiter ?	Bernard Burke & Kenneth Franklin
1958	Rayonnement décimétrique de Jupiter ($\nu = 3$ GHz, $\lambda = 10$ cm) \Rightarrow Preuve de l'existence de B Jupiter, angle $(\Omega, B) \sim 10^\circ$	Russell Sloanaker

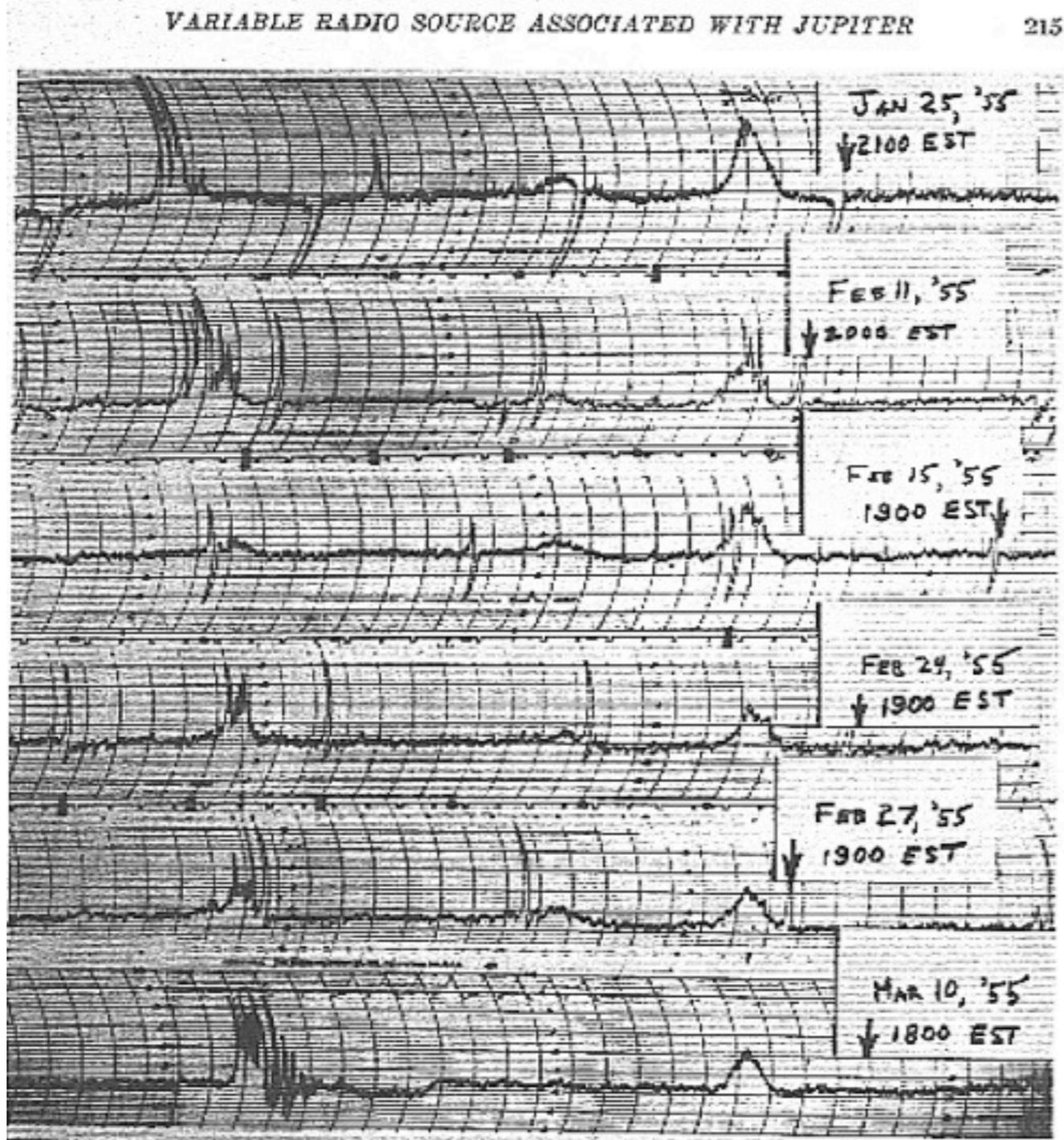
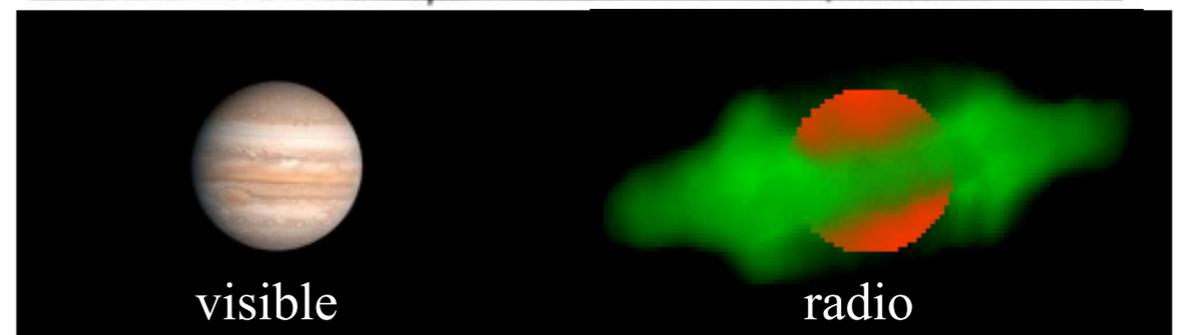
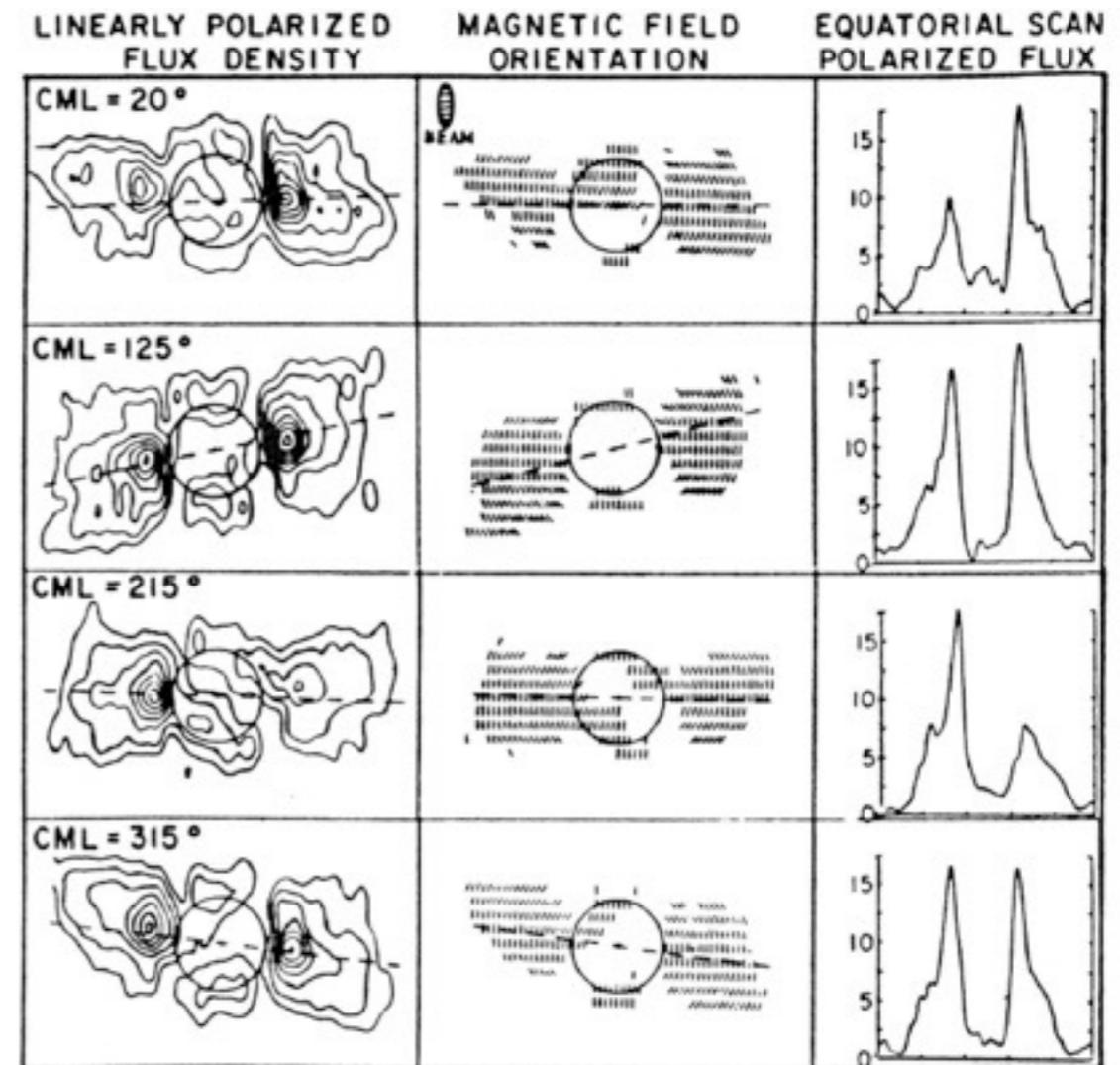


FIG. 2—Phase-switching records showing the appearance of the variable source



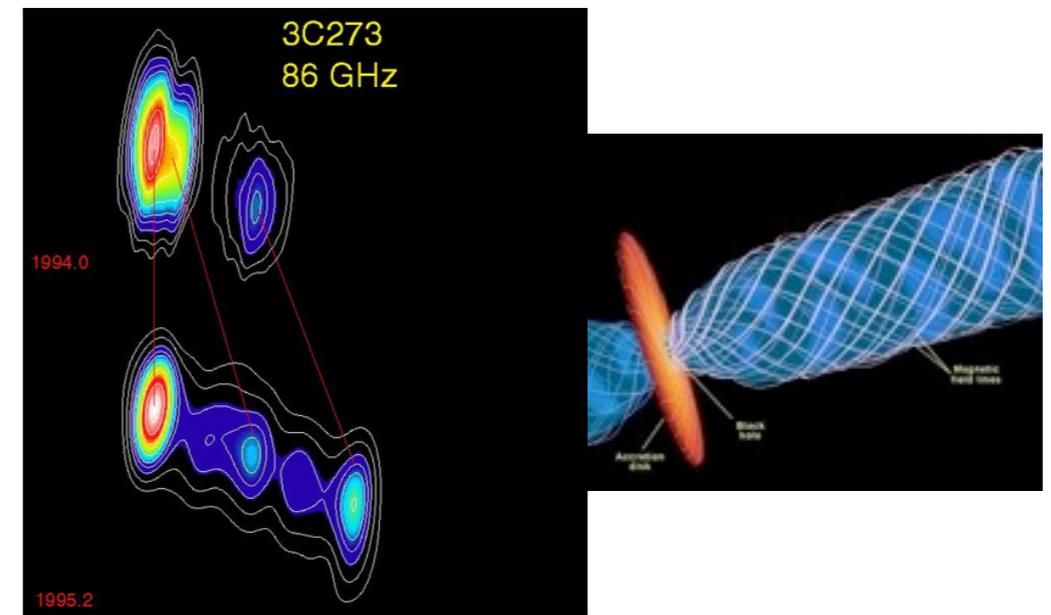
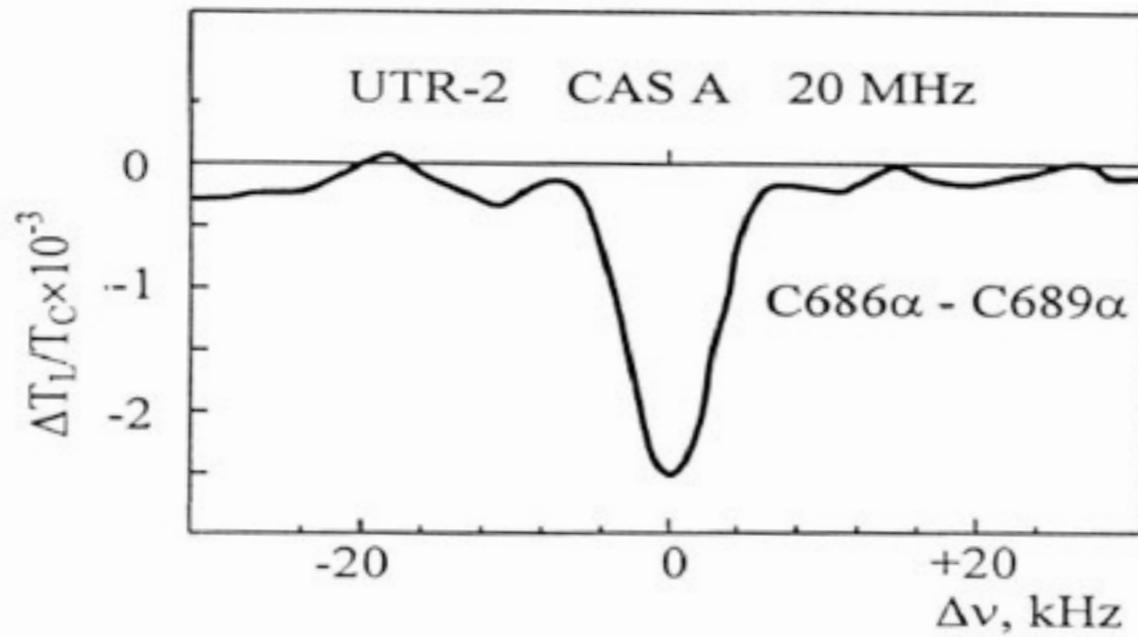
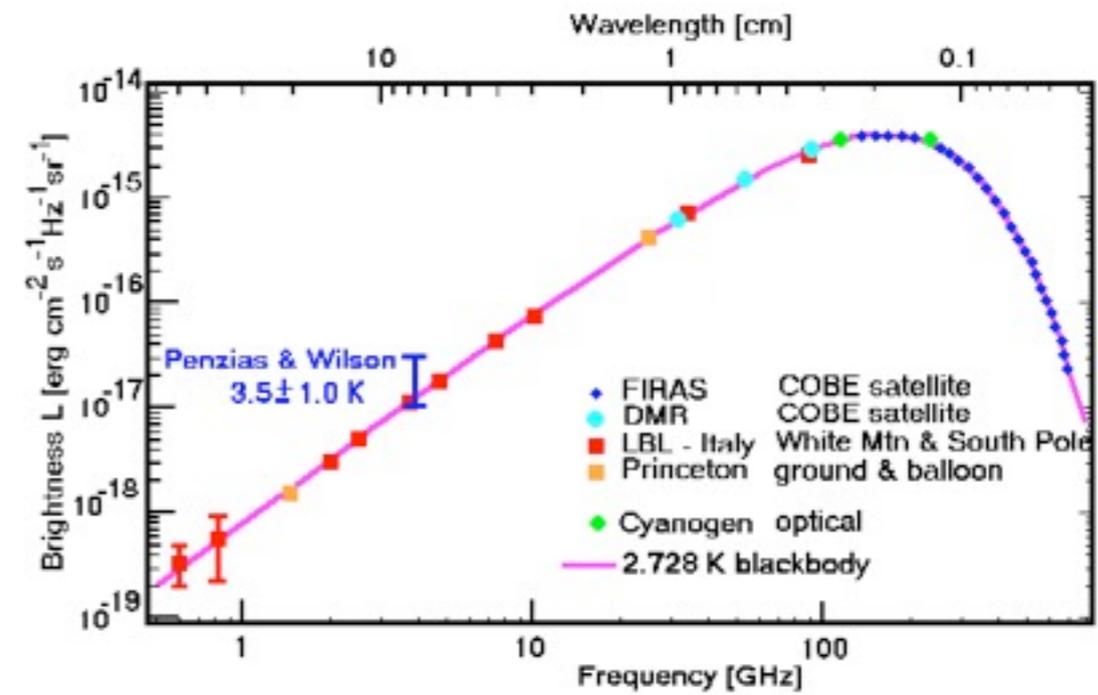
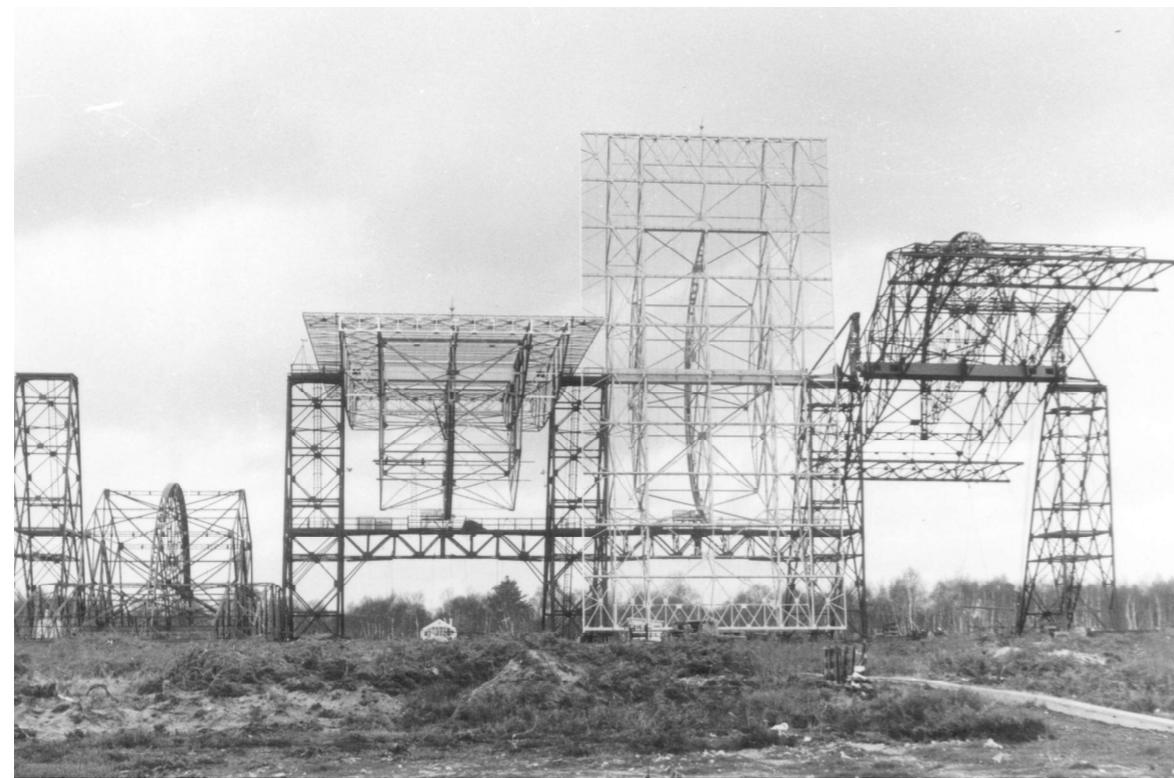


Figure 6. Carbon recombination spectral lines with most high principal quantum numbers detected on UTR-2.

1960	Atomes "de Rydberg" : $\Delta E = (1/n_i^2 - 1/n_f^2) \times E_i$	Nikolai Kardashev
1963	Quasars (3C273)	
1963-68	OH & molécules complexes	
1964	TKR (rayonnement kilométrique terrestre) à $\nu=300$ kHz ($\lambda=1$ km) → Radioastronomie spatiale (satellite Elektron)	E. A. Benediktov
1965	Rotation de Mercure par RADAR depuis Arecibo (88 59 jours)	Gordon Pettengill & Rolf Dyce
1965	Rayonnement cosmologique à 3 °K ($\lambda \approx$ mm)	Arno Penzias & Robert Wilson





1965	Inauguration du RadioTélescope Décimétrique de Nançay	
1960's	Synthèse d'ouverture	Martin Ryle
1967-68	Pulsars	Antony Hewish & Jocelyn Bell

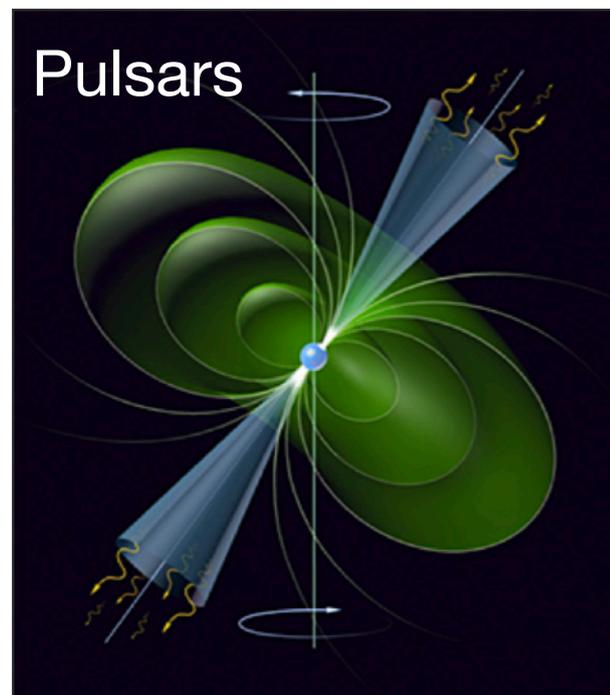
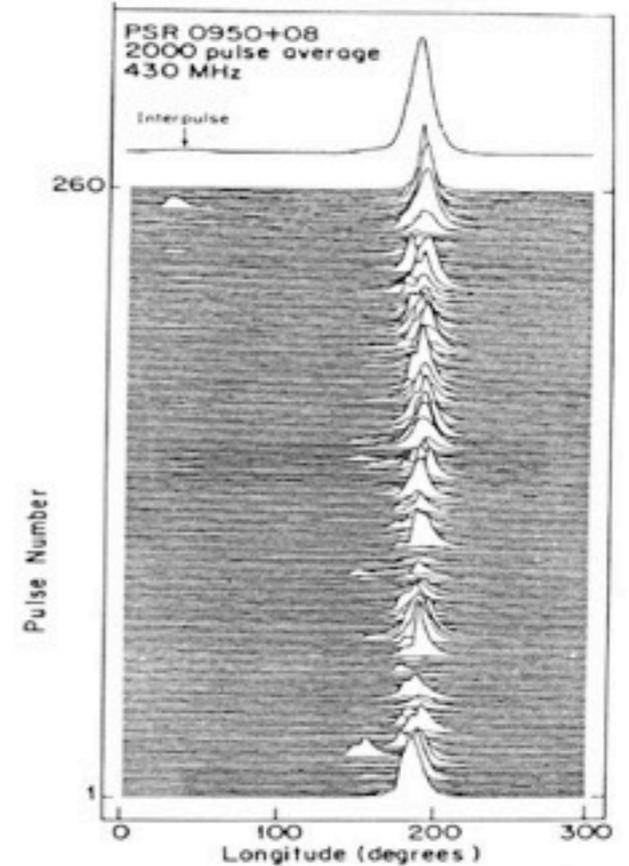
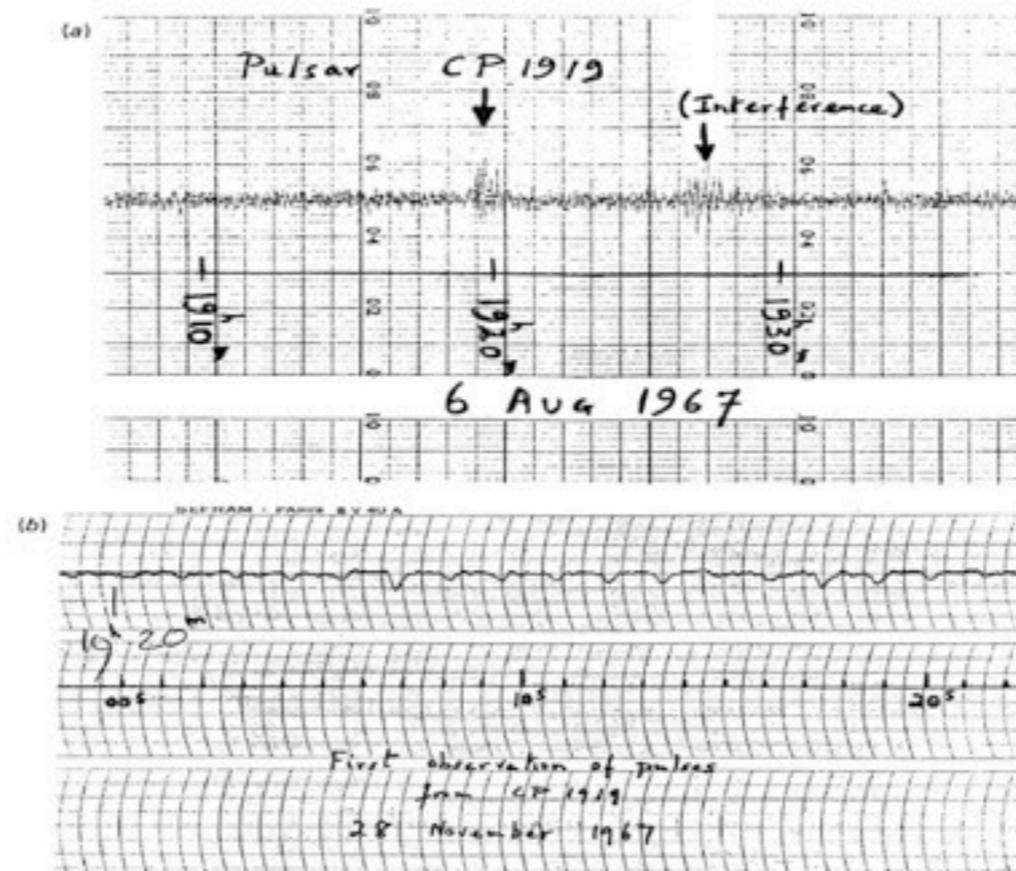
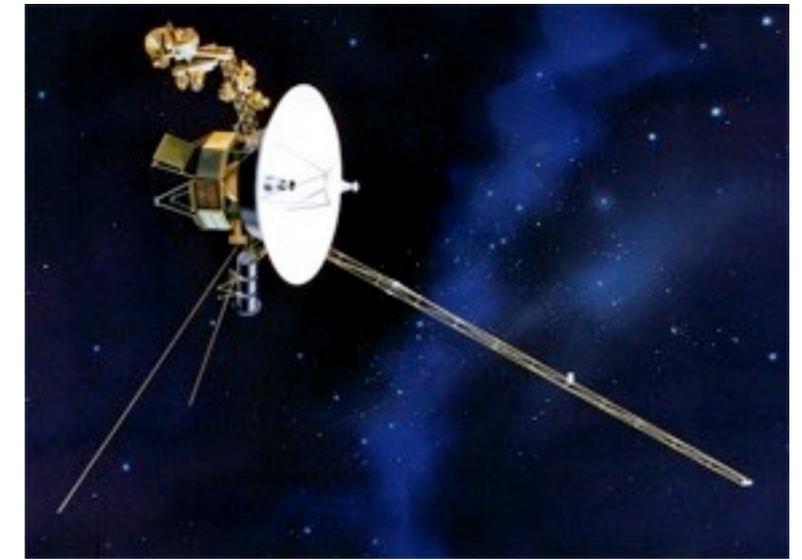
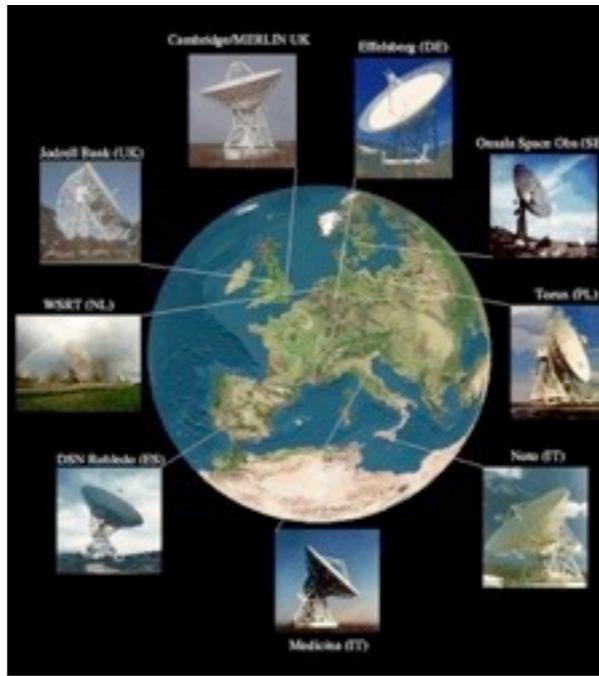
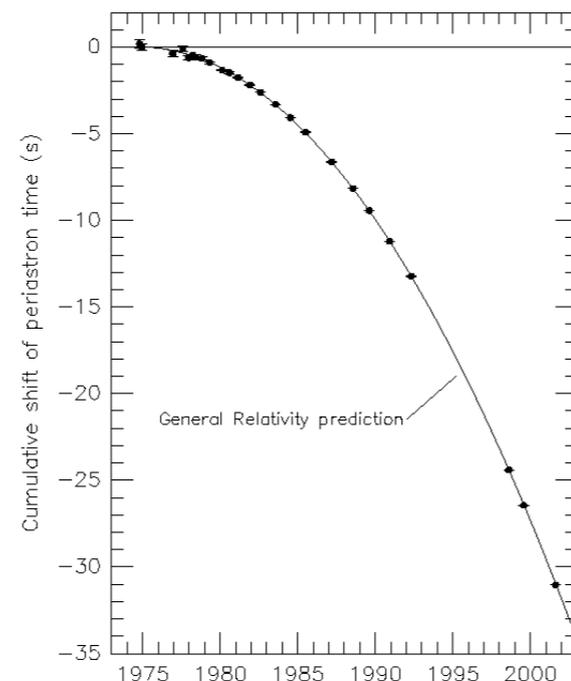


Fig. 1.1. Discovery observations of the first pulsar. (a) The first recording of PSR 1919+21; the signal resembled the radio interference also seen on this chart: (b) Fast chart recording showing individual pulses as downward deflections of the trace.





1970	VLBI BF de Jupiter : Source décamétrique instantanée ≤ 400 km	George Dulk
1970's	Réseaux d'antennes BF (Nançay, Kharkov, Boulder, Floride) ... VLBI	
1980's	Voyager (radioastronomie planétaire spatiale BF) IRAM	
1974-93	Pulsar milliseconde & rayonnement gravitationnel	Russell Hulse & Joseph Taylor
1990's	Ulysses, Galileo, Cassini	Taylor
	VLA, GMRT	



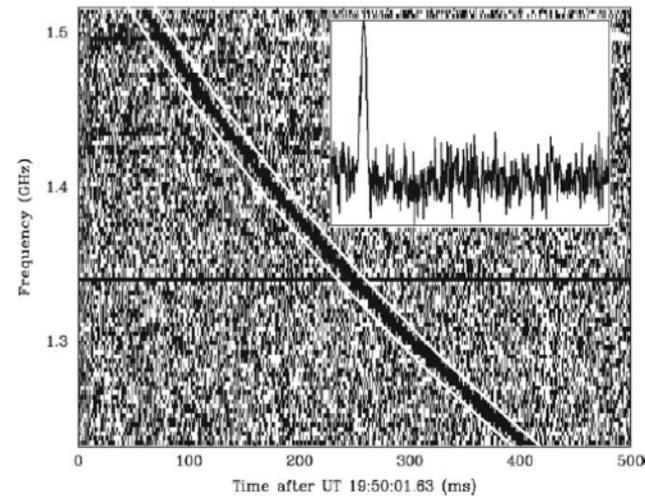
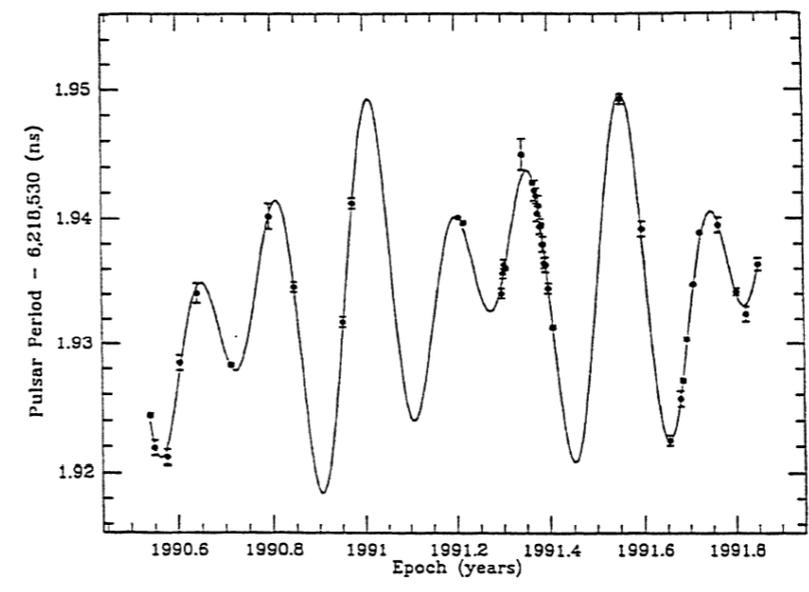
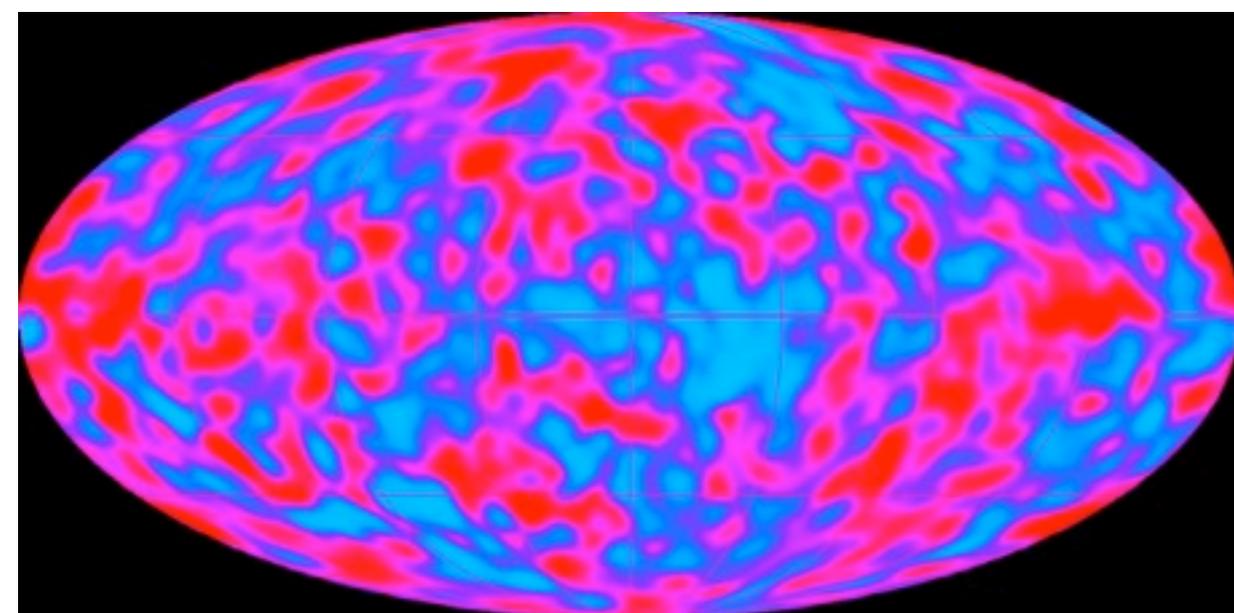
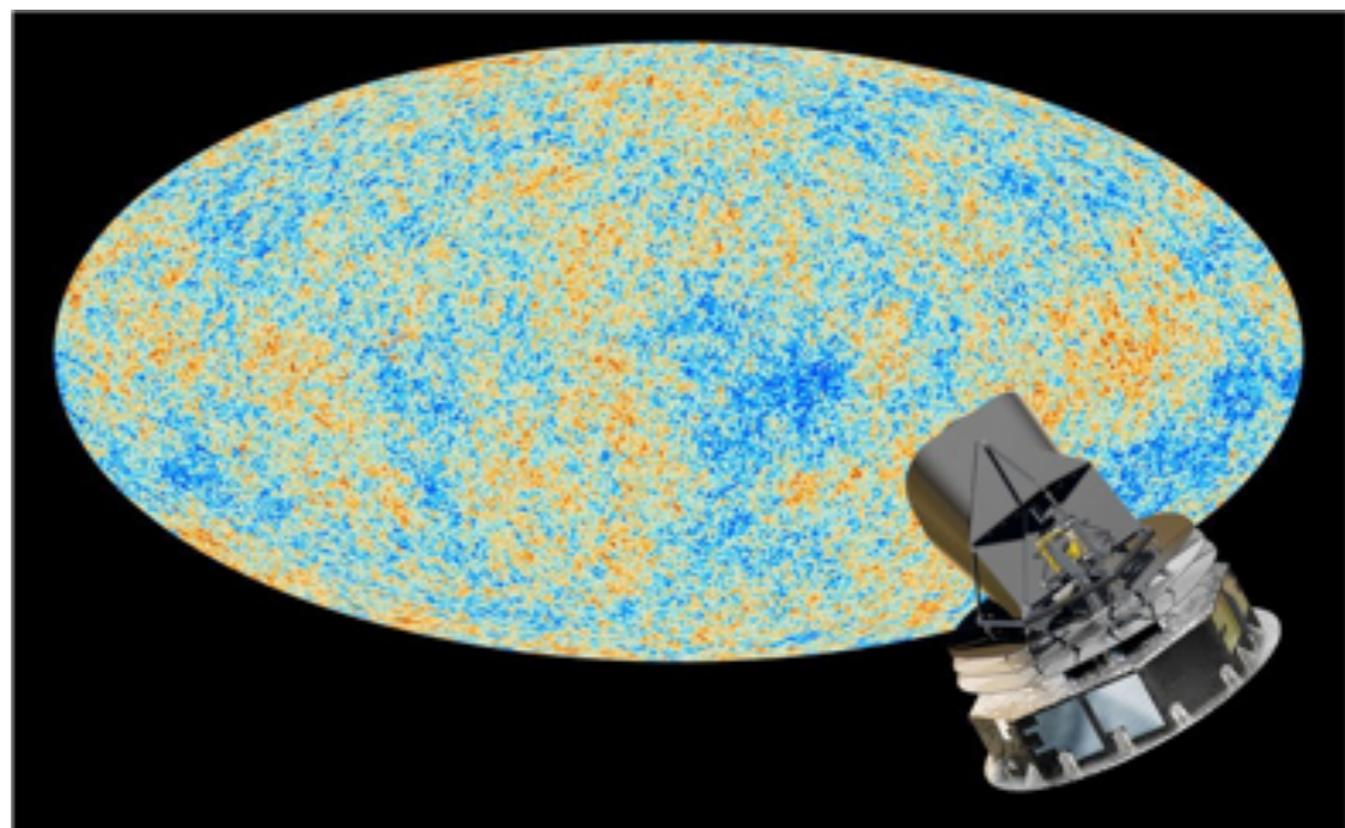
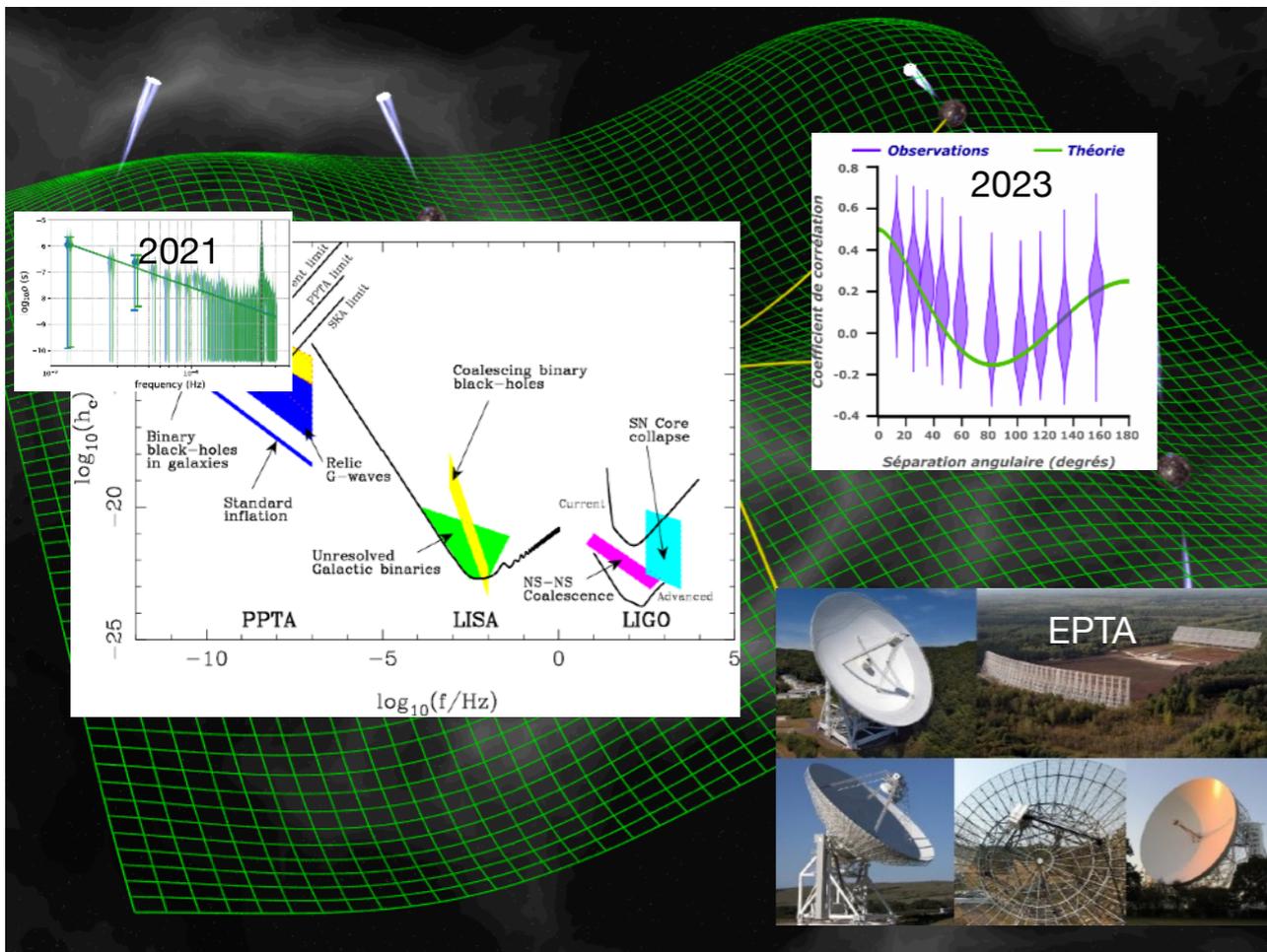


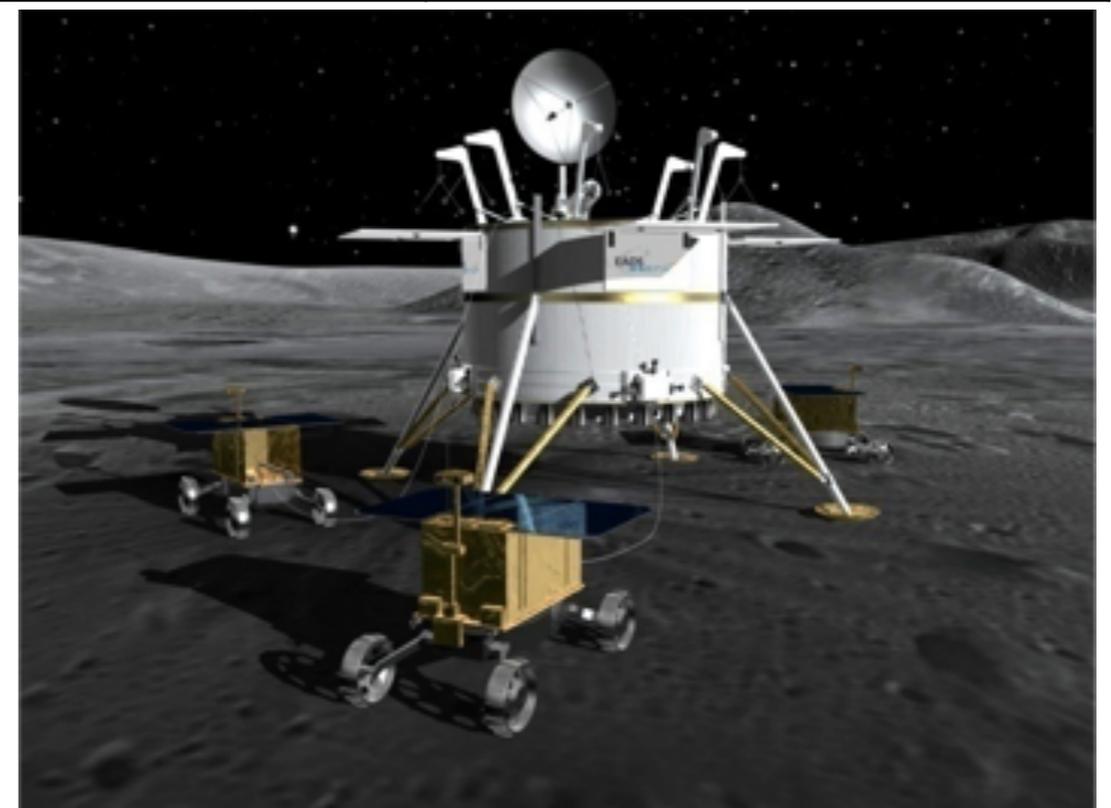
Figure 2. A comparison of period variations of PSR1257+12 (filled circles) with a two-planet model prediction (solid line).

1990's	COBE : fluctuations du fond cosmologique	George Smoot & John Mather
1992	Première exoplanète autour d'un pulsar	Alexander Wolszczan
2000's	Radio astronomy spatiale: Cassini, Stereo ...	
2006-7	RRATs, FRBs	Moira McLaughlin, Duncan Lorimer
2010's	ALMA, LOFAR, Planck	





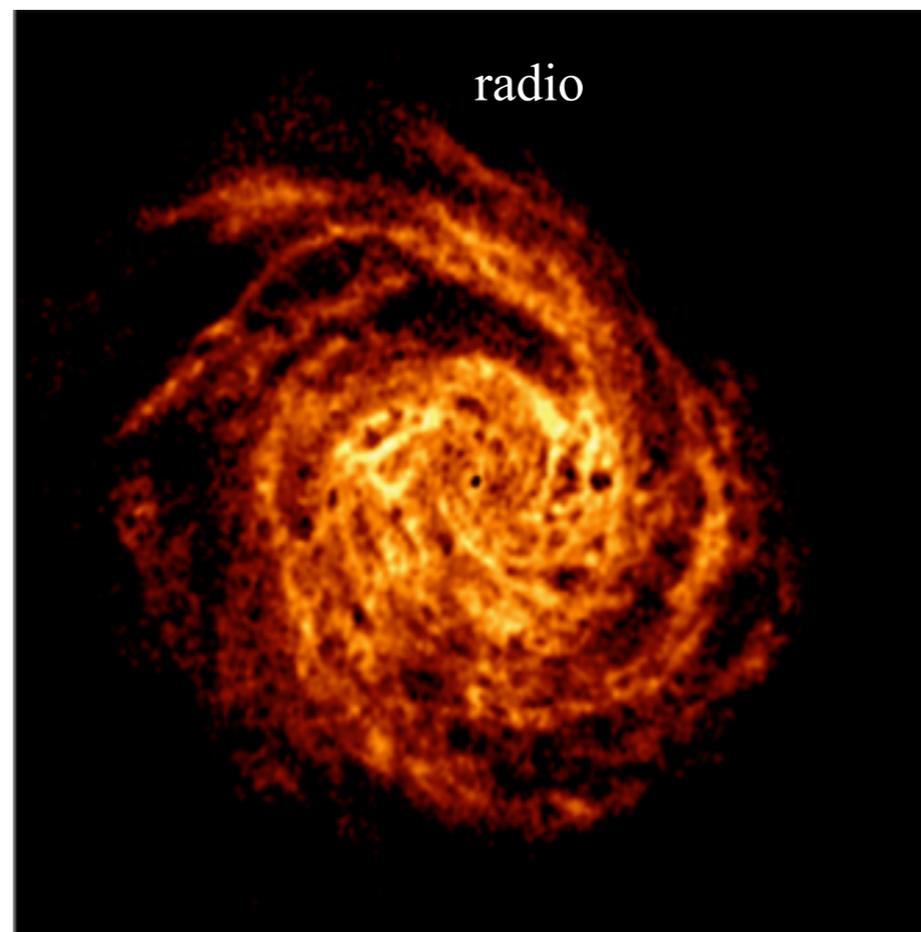
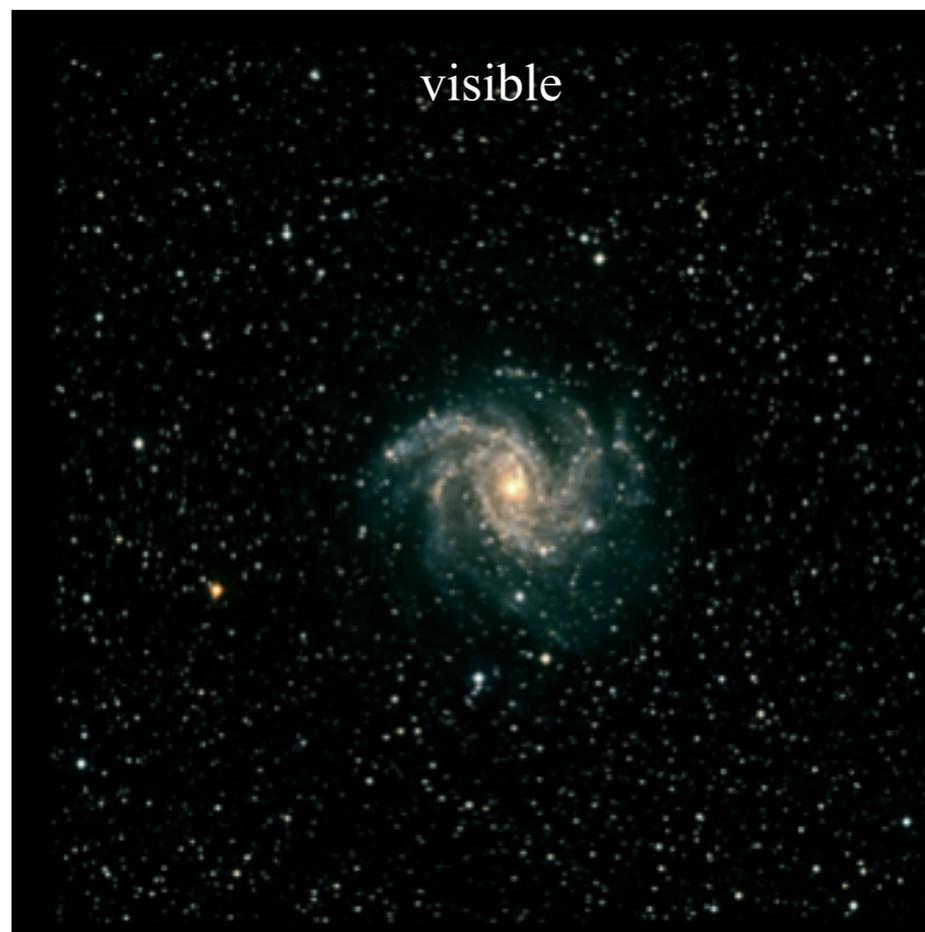
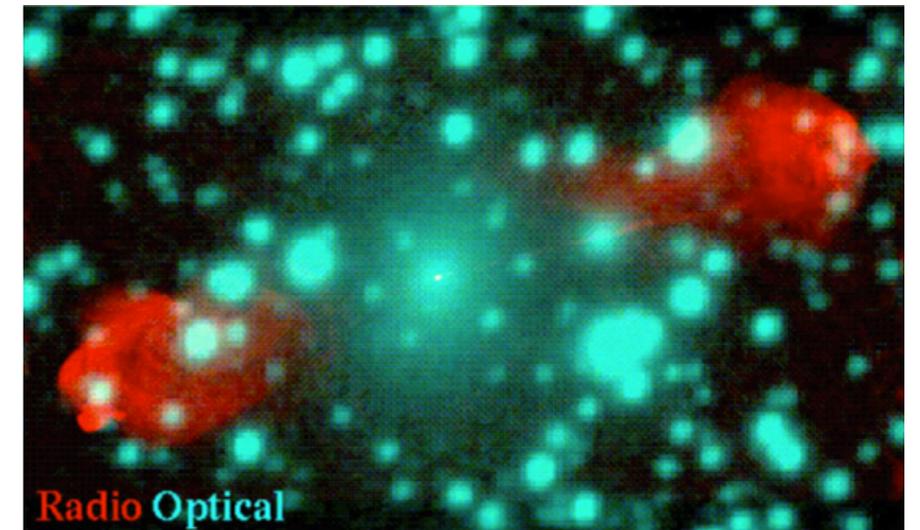
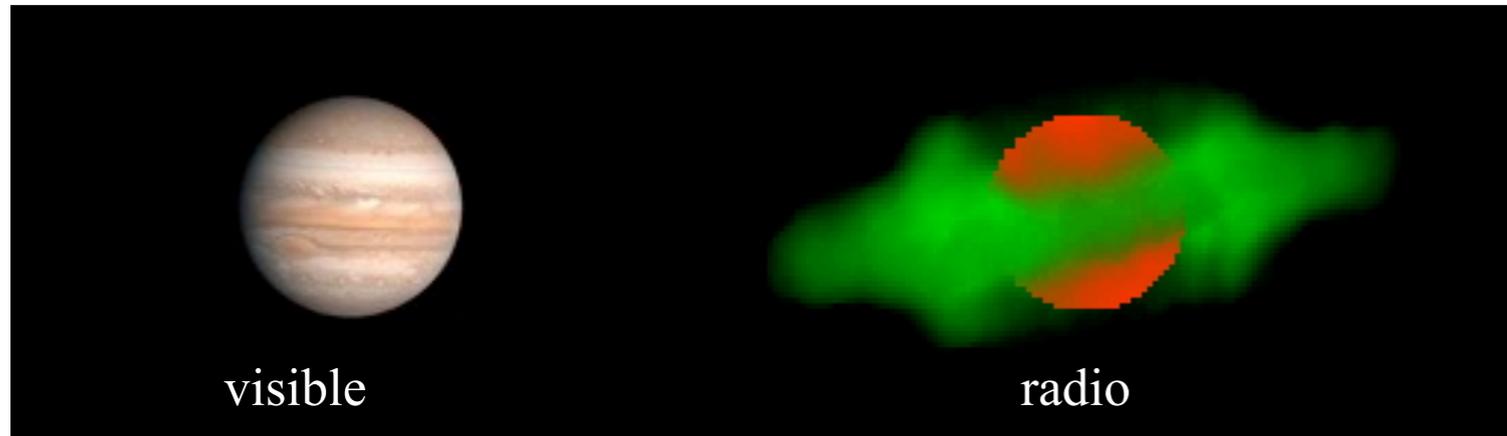
2023	Ondes Gravitationnelles des trous noirs géants galactiques	EPTA, IPTA
2020's	SKA, Constellations de microsattellites ?	
2030's	Radioastronomie depuis la Lune ? ...	



Spécificités de la Radioastronomie

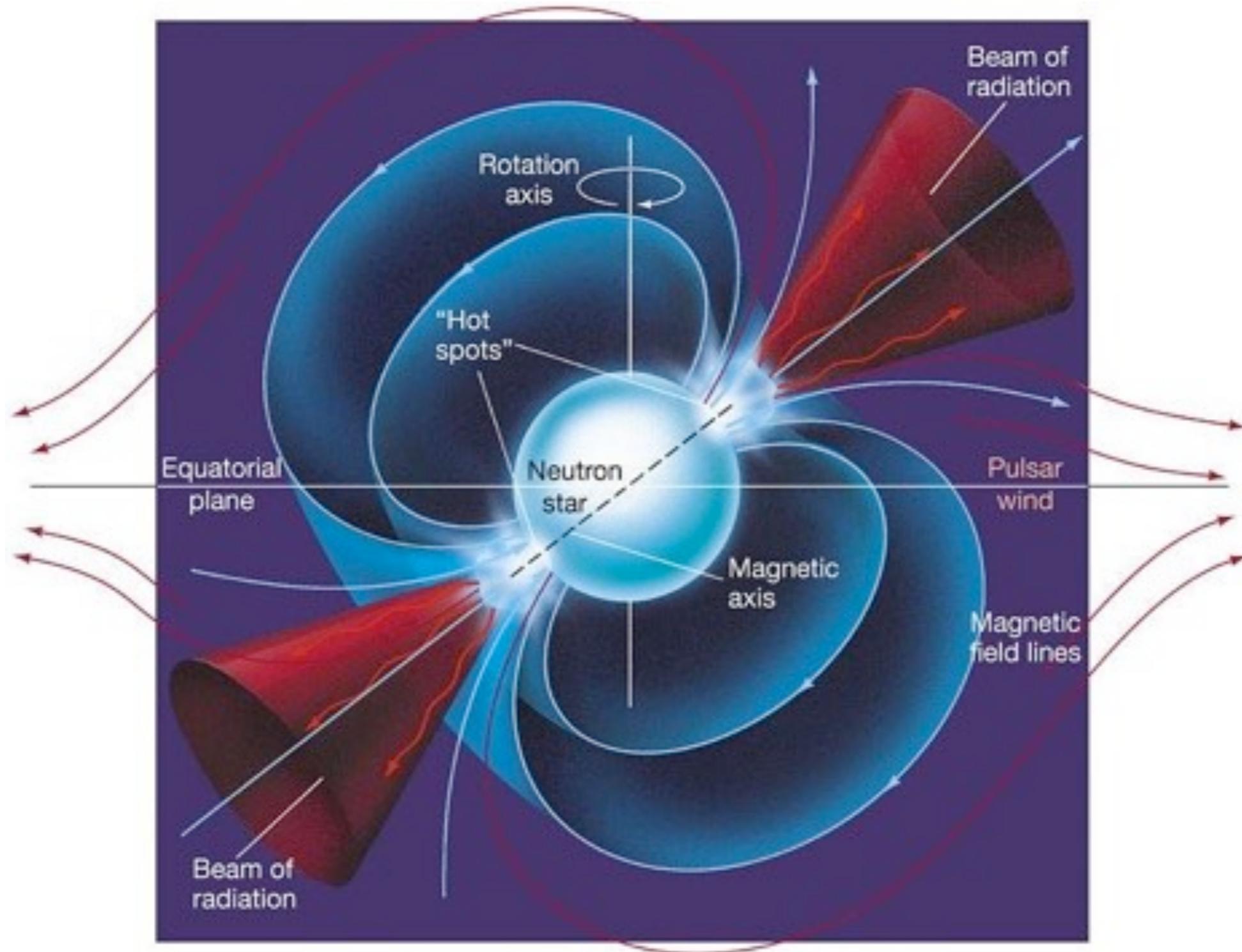
- "Physiques"

→ Aspect des sources \neq du "visible" (Jupiter DIM, RadioGalaxies...)



→ Astres nouveaux :

- Pulsars (3758 aujourd'hui : <http://www.atnf.csiro.au/research/pulsar/psrcat/>)
- Radio-galaxies
- Quasars ...



→ Emission thermique des objets froids

Loi de Planck (corps noir) :

$$B(\nu) = (2h\nu^3/c^2)/(exp(h\nu/kT)-1) [W m^{-2} Hz^{-1} sr^{-1}]$$

\Downarrow \Downarrow
 de source depuis la source

$B(\nu)$ = Brillance (Luminance en photométrie optique)

$T = T_B$ = Température de brillance

Aux basses fréquences : $h\nu \ll kT$

$$(h\nu/kT = 4.7 \times 10^{-11} \nu/T \Rightarrow \nu \ll 2 \times 10^{10} T)$$

$$\Rightarrow B(\nu) = 2 k T_B \nu^2 / c^2 = 2 k T_B / \lambda^2 \text{ (Rayleigh-Jeans)}$$

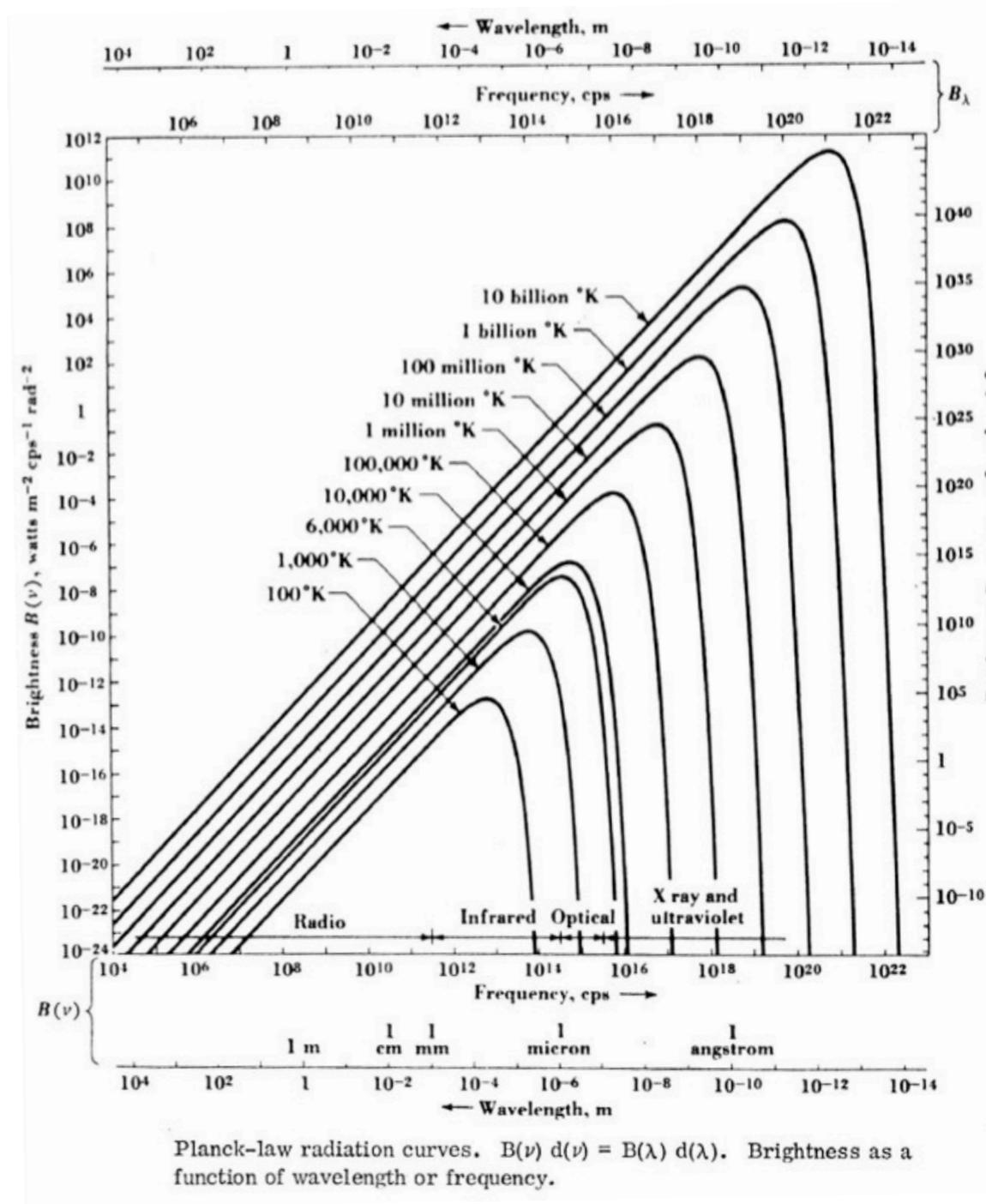
$$\lambda(B_{max}) = 3 \times 10^{-3} / T [m] \text{ (loi de Wien)}$$

Pour $T \leq 100$ K (MIS), ~ aucune émission thermique à $\nu \geq 10^{14}$ Hz

⇒ objet invisible en optique, mais brillant en IR & Radio

NB : Unité de flux = **Jansky (Jy)** = f.u. = $10^{-26} Wm^{-2}Hz^{-1}$

En radioastronomie solaire, on trouve : Solar Flux Unit = s.f.u. = $10^{-22} Wm^{-2}Hz^{-1}$



→ Processus d'émission différents de l'optique

- Continuum non seulement thermique : \exists nombreux processus d'émission non-thermiques
 \Rightarrow spectre $\neq \nu^2$ ($\nu^{-\alpha}$ notamment)

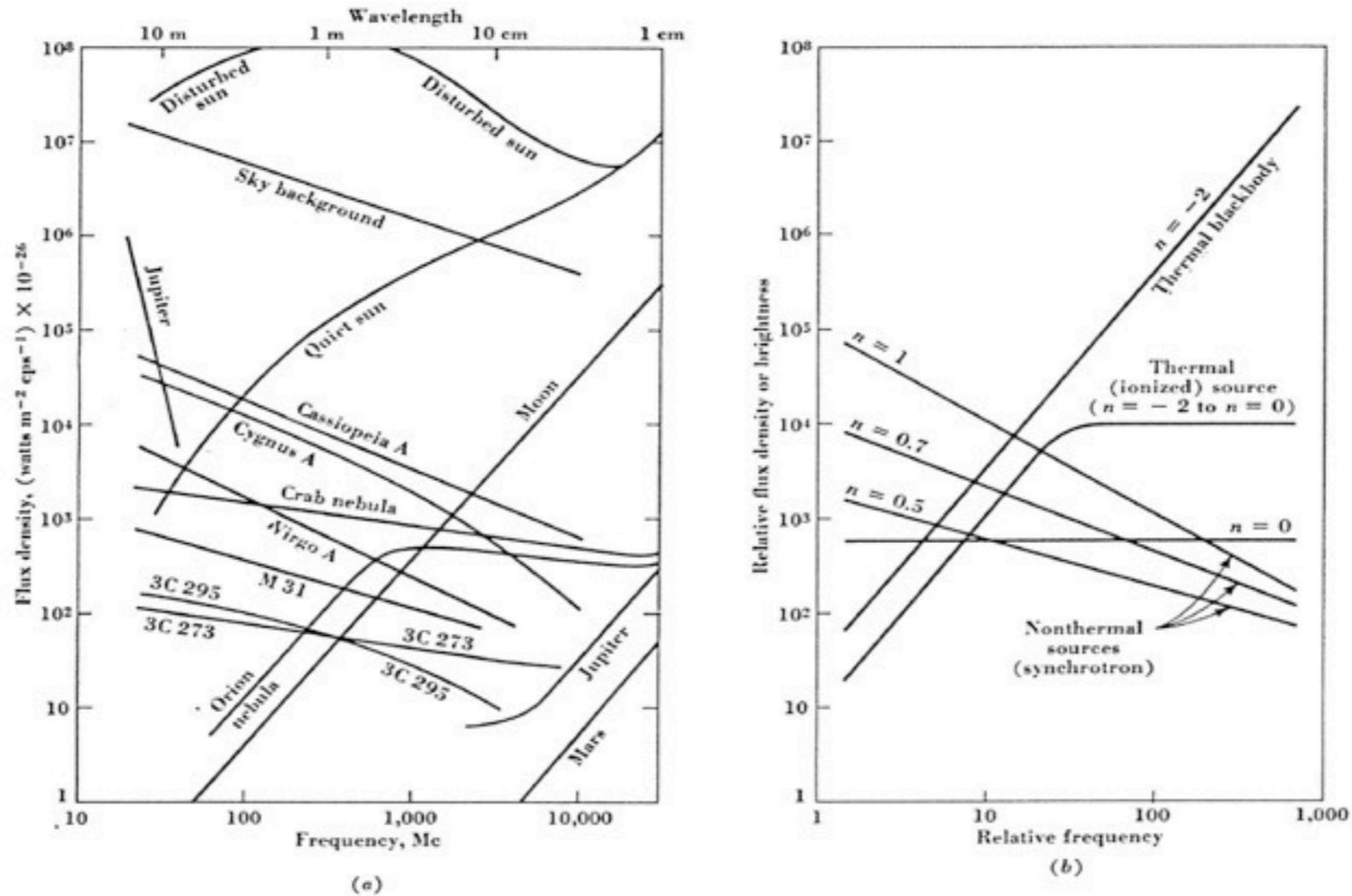
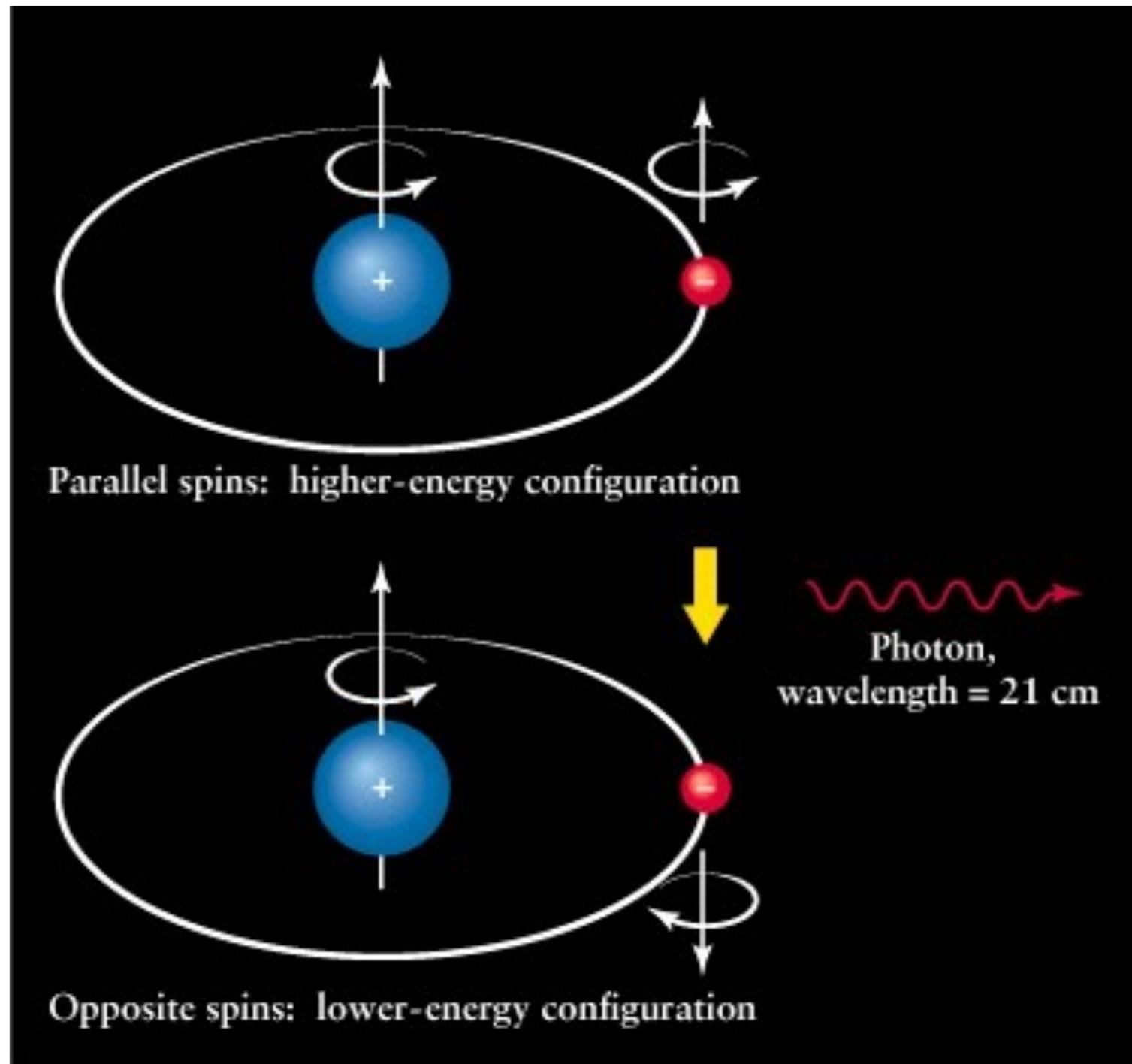


Fig. 8-6. (a) Spectra of typical radio sources; (b) calculated spectra for various values of spectral index n .

$T_B = B(\nu) \lambda^2 / 2k$ toujours utilisable dans une bande spectrale $\Delta\nu$ restreinte
 = température du corps noir émettant la même brillance $B(\nu)$ à cette fréquence
 $\neq T_{\text{physique}}$ de la source si elle n'est pas un corps noir

Ex: $T_B \geq 10^{12}$ K pour les émissions radio solaires, $T_B \geq 10^{18}$ K (Jupiter), $T_B \geq 10^{22}$ K (Pulsars)

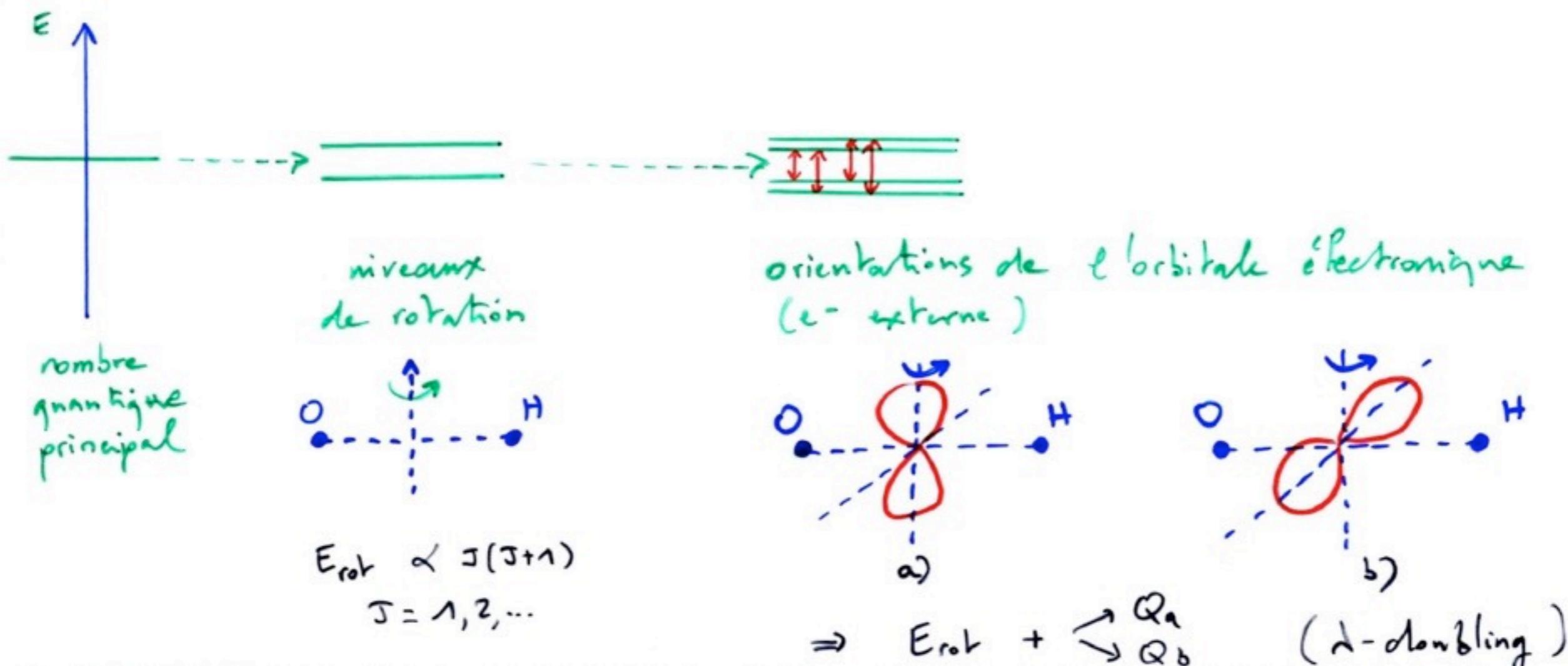
- Raie de H_I à **21.2 cm** (**1420 MHz** - 5×10^{-6} eV)
 - = structure "hyperfine" de l'atome d'hydrogène (prépondérant dans l'Univers)
 - transition "interdite" ($P \sim 3 \times 10^{-15} \text{ s}^{-1}$, durée de vie $\tau \sim 1/P$)
 - \Rightarrow raie très fine (largeur naturelle $\Delta\omega = 2\pi\Delta\nu \sim P$)
 - \Rightarrow témoin des conditions physiques dans la source



- Nombreuses raies moléculaires en radio

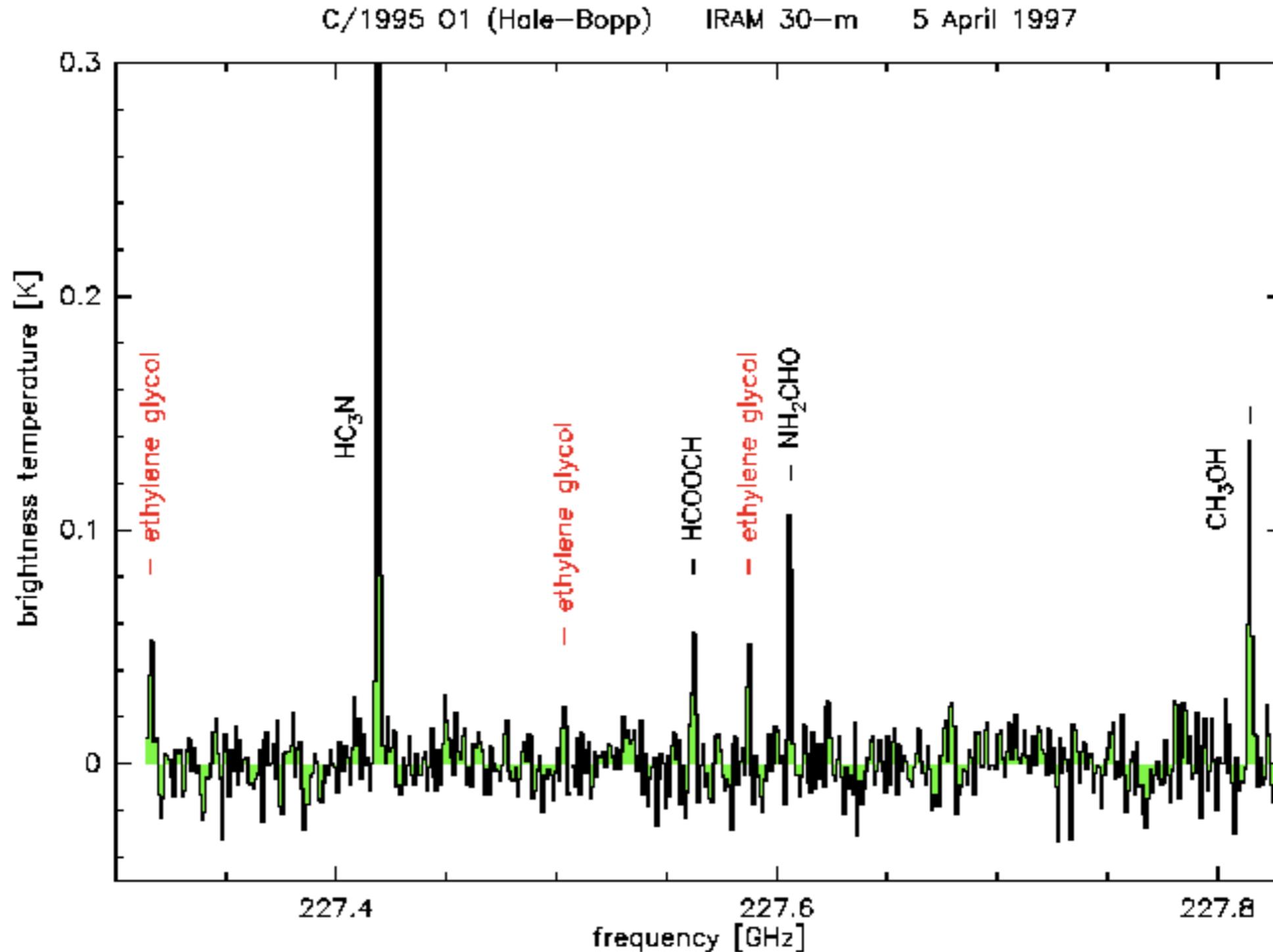
(calculées / mesurées en laboratoire / observées dans l'espace depuis $\geq 1965-70$)

Niveaux d'énergie	Domaine (spectral) des transitions
Orbitales électroniques	Optique, UV
Vibrations atomiques	IR
Rotations moléculaires	Radio (mm \rightarrow
Structure hyperfine	Radio \rightarrow dm)



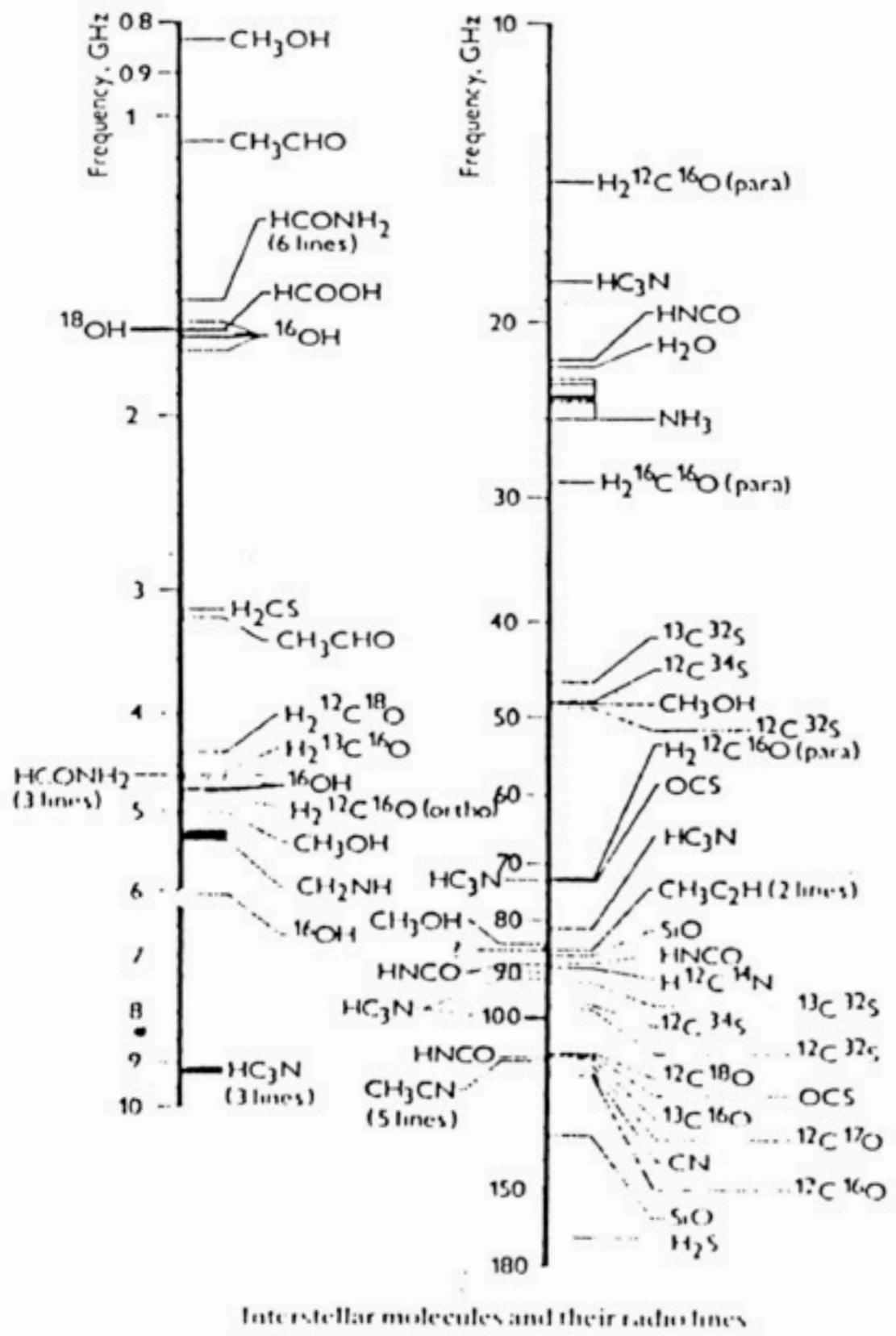
Ex: Radical OH (comètes, enveloppes stellaires ...)

*→ ∃ 4 transitions possibles entre 1600 et 1670 MHz ($\lambda \sim 18$ cm),
= raies "interdites" avec rapports d'intensité 1-5-9-1*

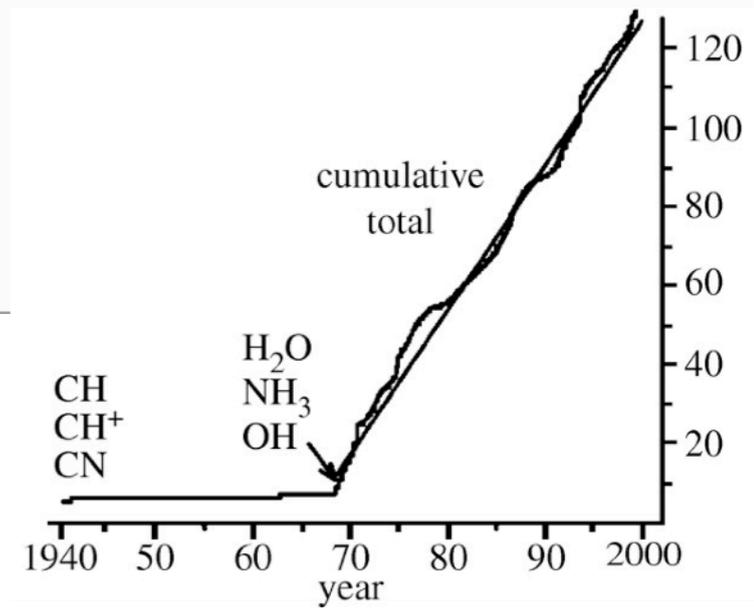


Comète Hale-Bopp observée par l'antenne de 30m de l'IRAM en Espagne

~200 molécules organiques détectées (CO, CN, H₂CO, alcools, acides...) ⇒ astrochimie



Number of Atoms										
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12+
H ₂	C ₃	c-C ₃ H	C ₅	C ₃ H	C ₆ H	CH ₃ C ₃ N	CH ₃ C ₄ H	CH ₃ C ₃ N?	HC ₉ N	C ₆ H ₆
AlF	C ₂ H	l-C ₃ H	C ₄ H	l-H ₂ C ₄	CH ₂ CHCN	HCOOCH ₃	CH ₃ CH ₂ CN	(CH ₃) ₂ CO		HC ₁₁ N
AlCl	C ₂ O	C ₃ N	C ₄ Si	C ₂ H ₄	CH ₃ C ₂ H	CH ₃ COOH?	(CH ₃) ₂ O	NH ₂ CH ₂ COOH?		PAHs
C ₂	C ₂ S	C ₃ O	l-C ₃ H ₂	CH ₃ CN	HC ₃ N	C ₂ H	CH ₃ CH ₂ OH			C ₆₀ ??
CH	CH ₂	C ₃ S	c-C ₃ H ₂	CH ₃ NC	HCOCH ₃	H ₂ C ₆	HC ₃ N			
CH ⁺	HCN	C ₂ H ₂	CH ₂ CN	CH ₃ OH	NH ₂ CH ₃	HOCH ₂ CHO	C ₈ H			
CN	HCO	CH ₂ D*?	CH ₄	CH ₃ SH	c-C ₂ H ₄ O					
CO	HCO ⁺	HCCN	HC ₃ N	HC ₂ NH ⁺						
CO ⁺	HCS ⁺	HCNH ⁺	HC ₂ NC	HC ₂ CHO						
CP	HOC ⁺	HNCO	HCOOH	NH ₂ CHO						
CSi	H ₂ O	HNCS	H ₂ CHN	C ₂ N						
HCl	H ₂ S	HOCO ⁺	H ₂ C ₂ O							
KCl	HNC	H ₂ CO	H ₂ NCN							
NH	HNO	H ₂ CN	HNC ₂							
NO	MgCN	H ₂ CS	SiH ₄							
NS	MgNC	H ₃ O ⁺	H ₂ COH ⁺							
NaCl	N ₂ H ⁺	NH ₃								
OH	N ₂ O	SiC ₂								
PN	NaCN	CH ₃								
SO	OCS									
SO ⁺	SO ₂									
SiN	c-SiC ₂									
SiO	CO ₂									
SiS	NH ₂									
CS	H ₃ ⁺									
HF	H ₂ D ⁺									



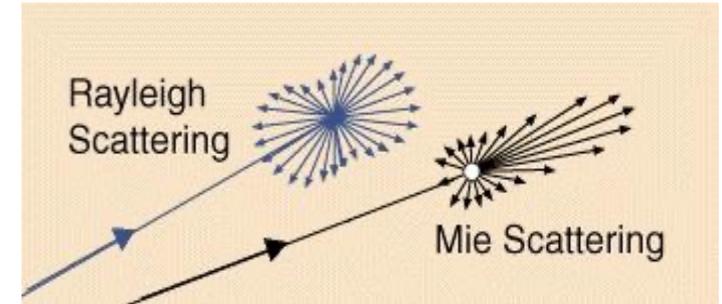
- Masers (OH, NH₃, H₂O) :
 1 raie très intense, traduisant l'existence d'un processus de "pompage" (rayonnement IR d'étoiles proches ...) + désexcitation induite

→ Diffusion & Opacité : le Milieu InterStellaire contient des poussières ($r \sim 0.1 \mu\text{m}$) + H_I

Probabilité de diffusion d'un photon λ (& fraction de la lumière incidente déviée)

$P(\lambda) \propto 1/\lambda^4$ ($r \ll \lambda$) ~isotrope (diffusion de Rayleigh)

$P(\lambda) \propto 1/\lambda^2$ ($r \sim \lambda$) majoritairement vers l'avant (diffusion de Mie)



Diffusion \neq Absorption, mais l'allongement du trajet des photons augmente la probabilité d'être absorbé par d'autres processus

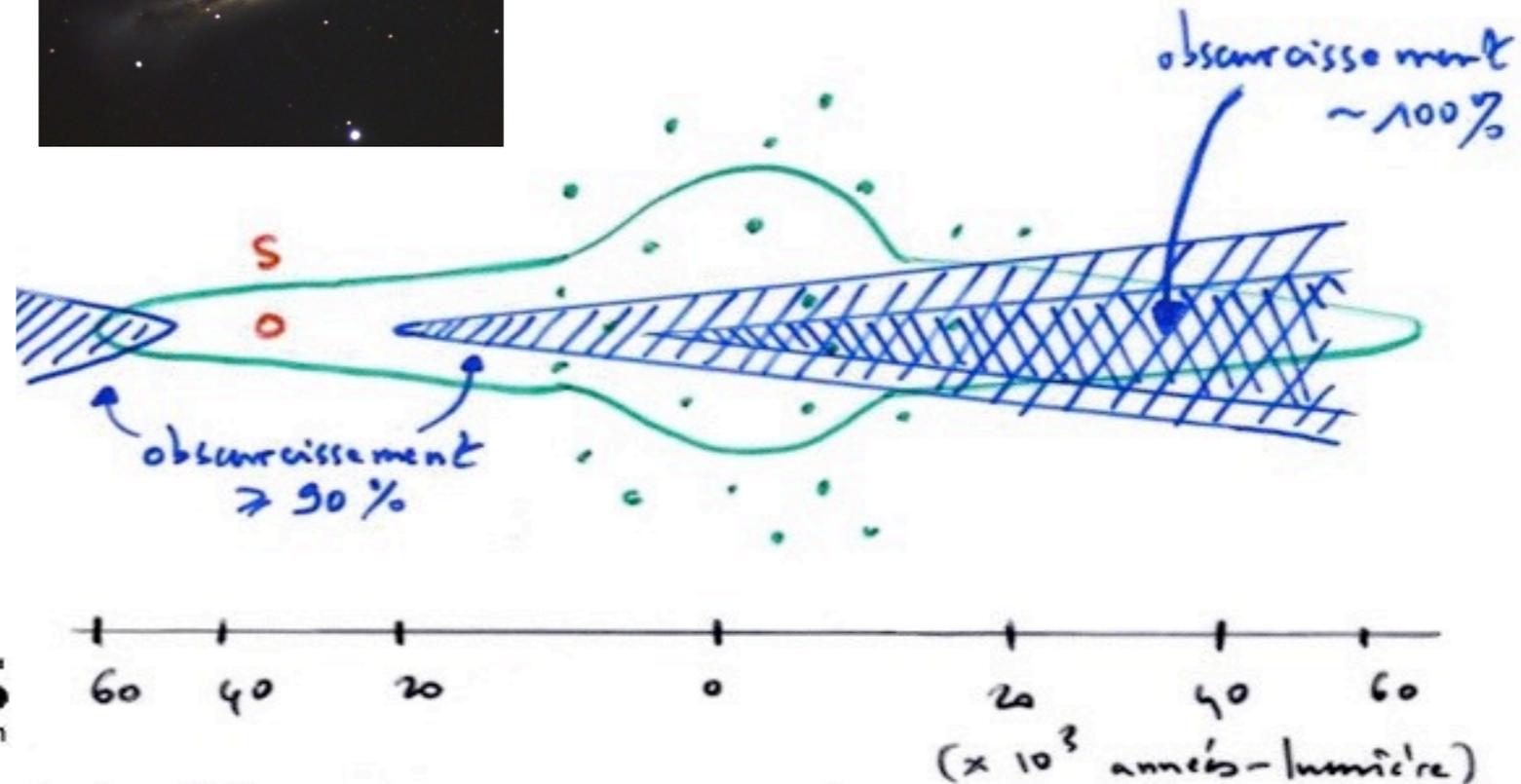
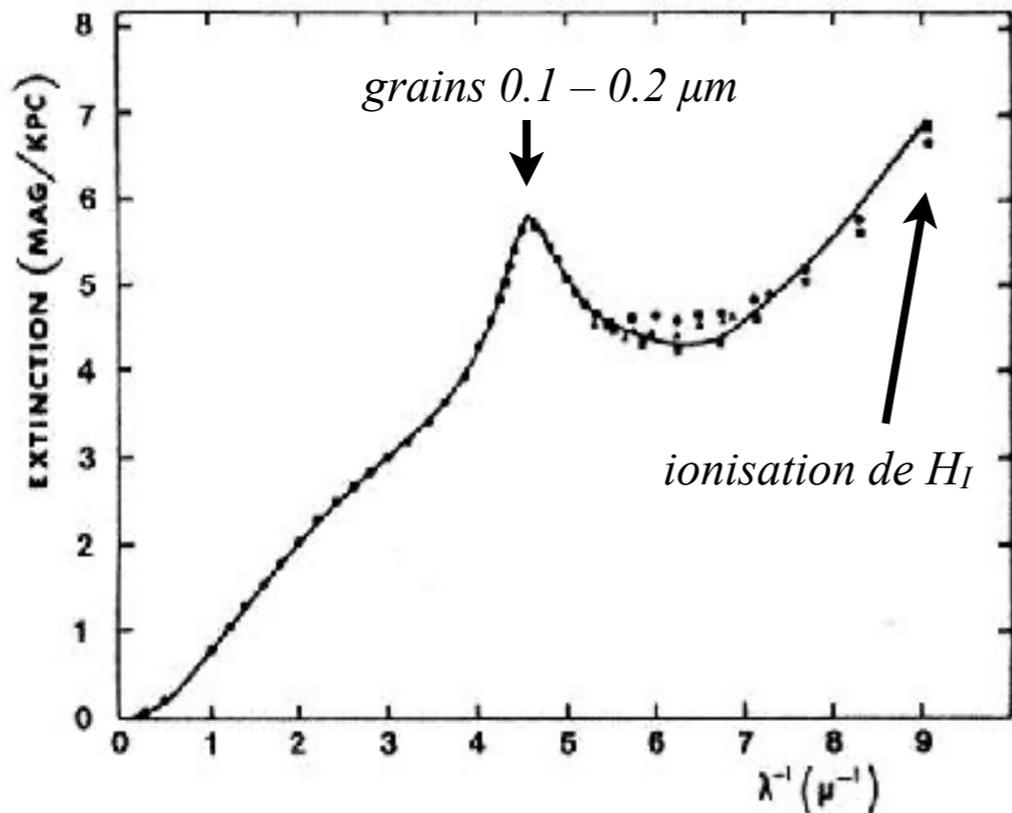
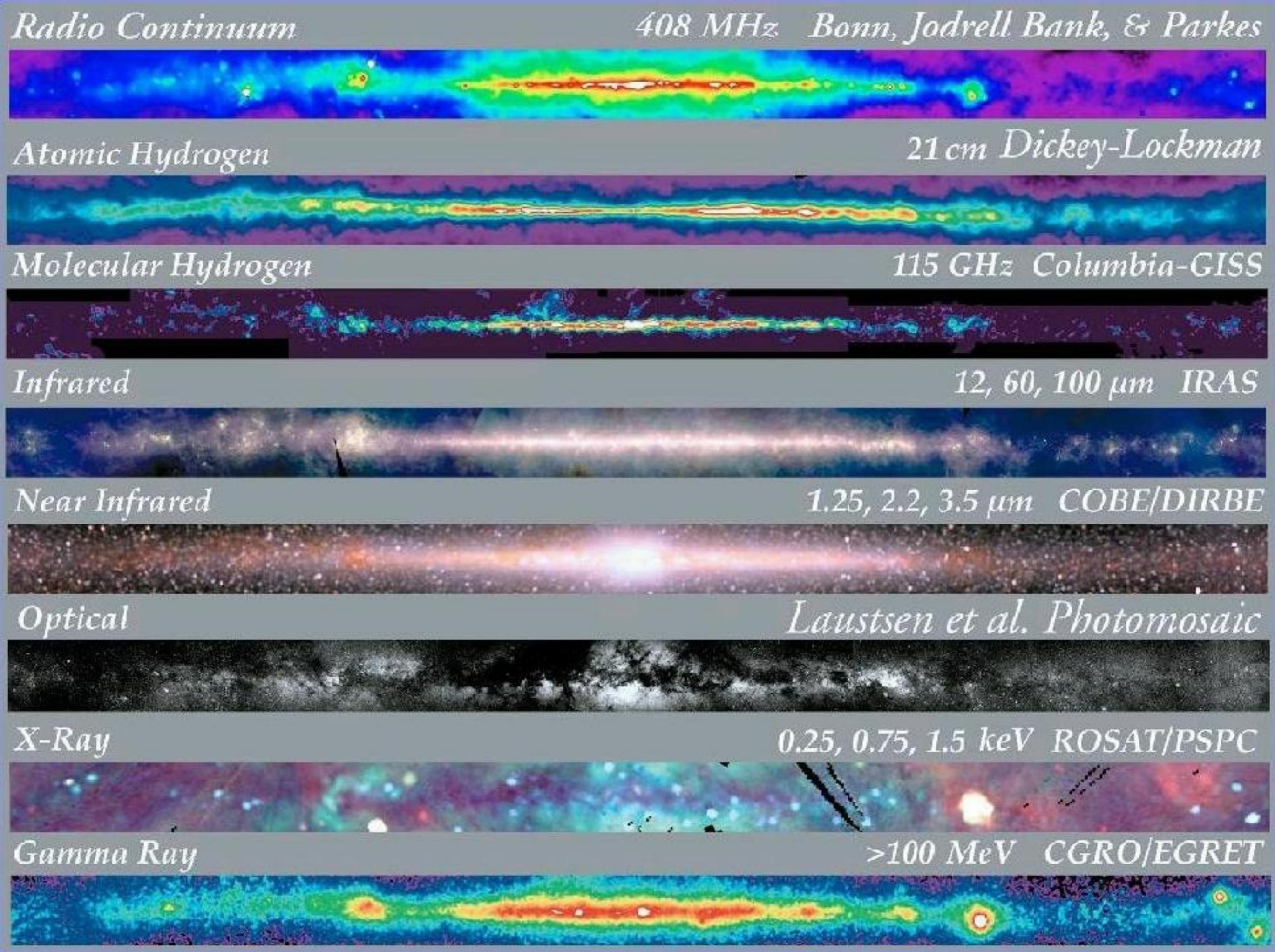


Fig. 1. Wavelength dependence of interstellar extinction normalised to 1.8 mag/kpc at $\lambda^{-1} = 1.8 \mu\text{m}^{-1}$. Points are astronomical observations; solid curve is for the grain model proposed here. (● average extinction data compiled from many sources by Sapar and Kuusik (1979). ▲ ESA data from Jamar et al. (1976). ■ OAO II data from Bless and Savage (1972).

⇒ Opacité du MIS / lumière visible au-delà de ~ 3 kpc ($\ll \varnothing$ disque galactique)

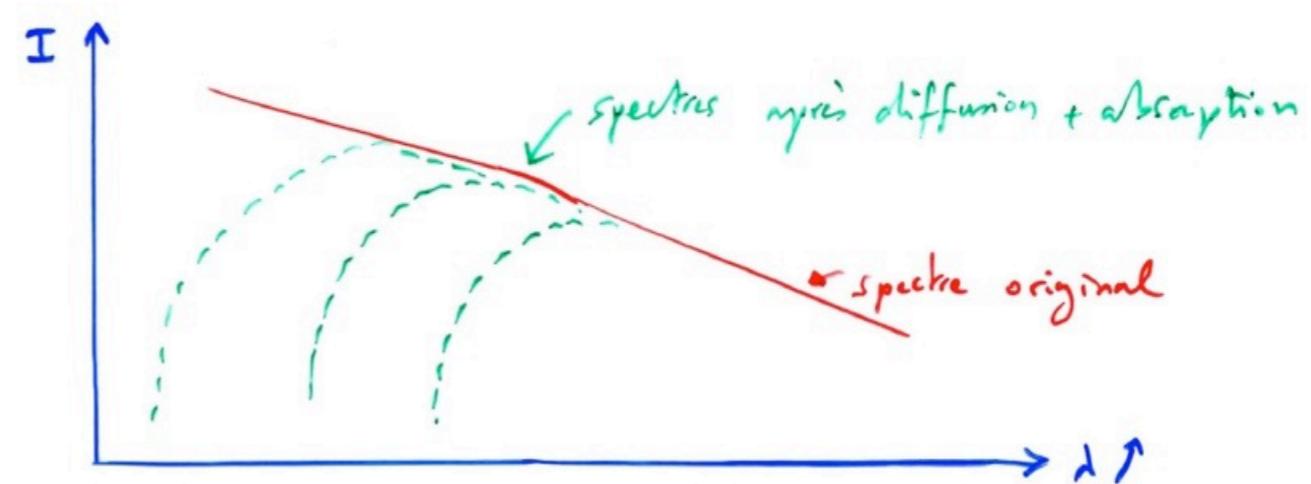


⇒ Rougissement du spectre des objets lointains → fausse l'évaluation de T(source)

En Radio, $\lambda \gg \Rightarrow P(\lambda) \ll \Rightarrow$ le disque galactique est \sim transparent

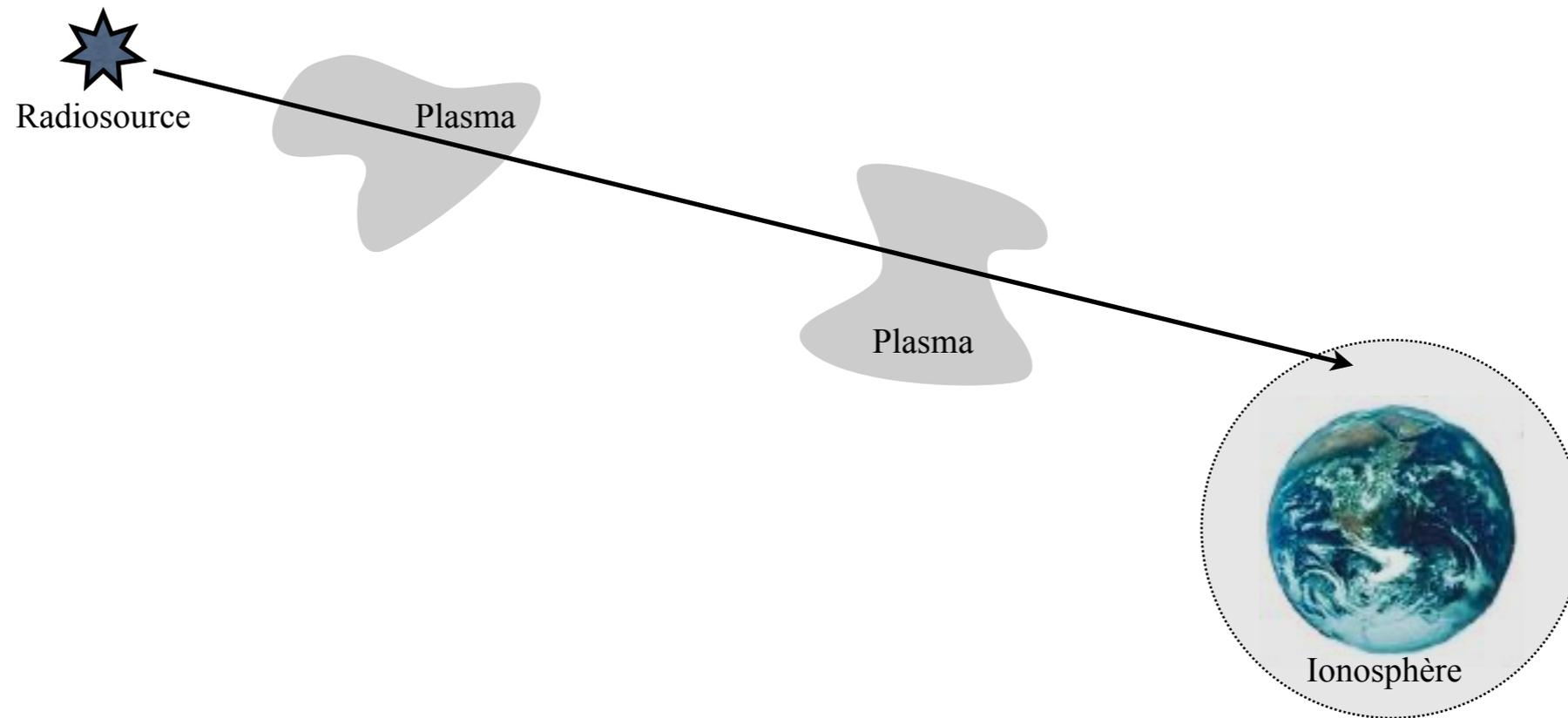
→ structure galactique

→ étude radio des nébuleuses sombres (poussières)



→ Propagation d'une onde radio fonction de la densité électronique N_e
(et du champ magnétique \mathbf{B}) du milieu traversé

⇒ sondage des plasmas cosmiques (couronne solaire, MIS...) inaccessibles en optique & IR



Spécificités de la Radioastronomie

- "Techniques"

☺ Détection cohérente : mesure directe de l'amplitude E , $|E|$ ou $|E^2|$, et de la phase ϕ (électronique rapide)

☺ Bruit de photons faible

$$n_{\text{photons}} = E / h\nu$$

⇒ le bruit statistique du comptage de photons

(auquel se ramène in-fine toute mesure de flux) est $\propto \sqrt{n}/n \propto 1/\sqrt{n}$

Comparaison Radio / Optique (à flux équivalent) :

$$1/\sqrt{n_{\text{optique}}} / 1/\sqrt{n_{\text{radio}}} = (\lambda_{\text{radio}}/\lambda_{\text{optique}})^{1/2} \geq (1 \text{ mm} / 0.5 \mu\text{m})^{1/2} \approx 45$$

Exemple 1 : Pour une radiosource très faible :

$$S = 10^{-30} \text{ Wm}^{-2}\text{Hz}^{-1} \text{ à } 100 \text{ MHz} \quad \Rightarrow \quad S / h\nu = 1.5 \times 10^{-5} \text{ photons/m}^2.\text{s.Hz}$$

$$\text{Avec } b = 10 \text{ kHz} \ \& \ A_{\text{eff}} = 1000 \text{ m}^2 \quad \Rightarrow \quad n = 150 \text{ photons/s}$$

⇒ statistique à ~8% près en 1 seconde (acceptable même avec $\tau < 1 \text{ s}$)

Exemple 2 : Pour une source optique faible :

$m_v = 21$ (limite pour un télescope de $\varnothing = 4\text{-}5 \text{ m}$), $\lambda = 0.55 \mu\text{m}$ (jaune),

& filtre $\Delta\lambda = 0.1 \mu\text{m}$ ⇒ $\int_{\text{filtre}} S.d\lambda = 10^{-21} \text{ W/m}^2 = 3 \times 10^{-3} \text{ photons/m}^2.\text{s}$

Avec $A_{\text{eff}} \leq 100 \text{ m}^2$ ⇒ $n \leq 0.3 \text{ photons/s}$ (+ pertes atm. & dans le détecteur)

⇒ $\tau > 500 \text{ s}$ nécessaire pour une statistique à ~8% près ($1/\sqrt{n\tau} \leq 8\%$)

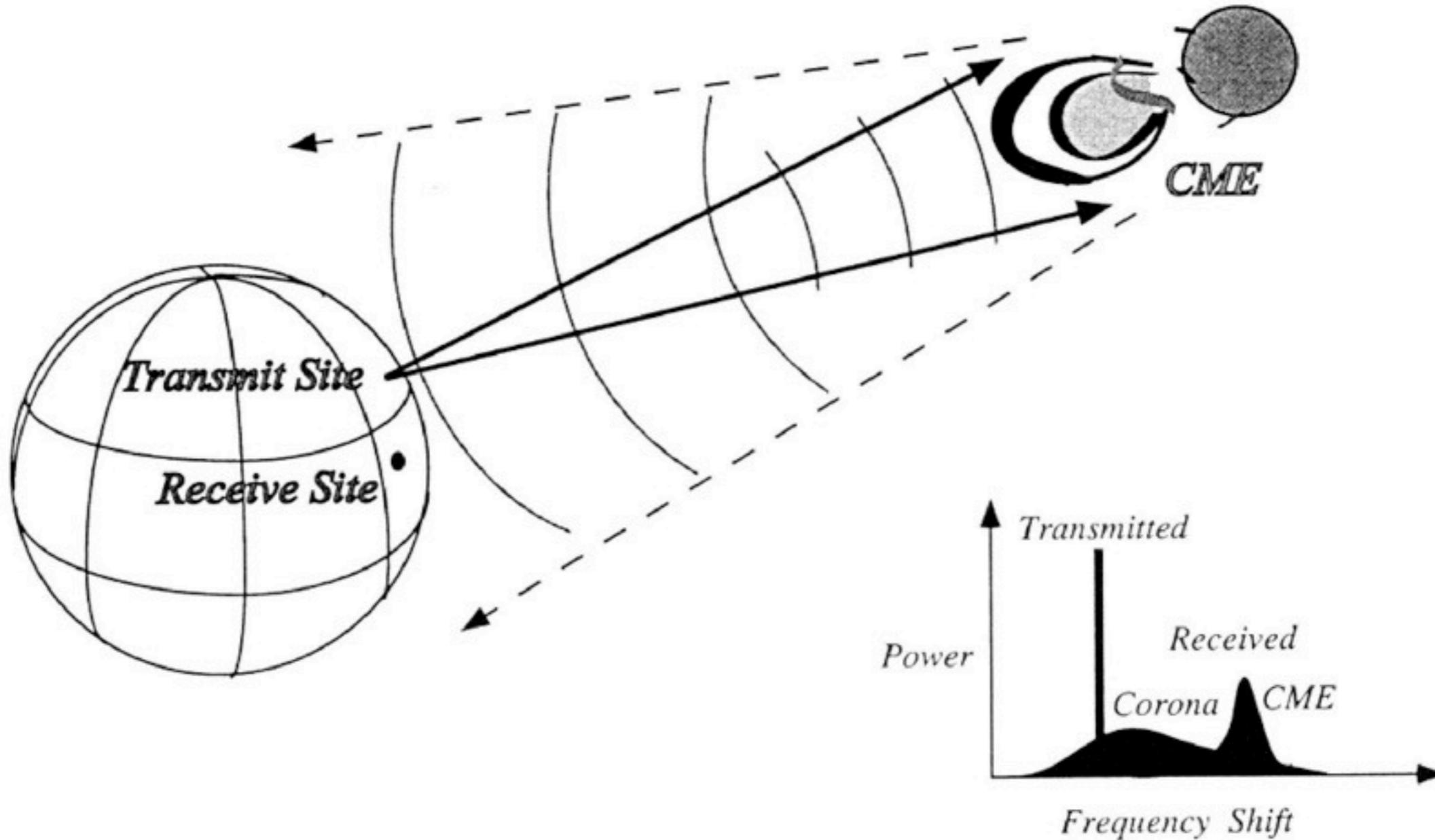
⇒ mesures optiques moins sensibles aux variations rapides de flux

☺ RADAR astronomie = Radioastronomie active (télédétection)

Echo / t \Rightarrow Relief

Echo / v \Rightarrow Surface (texture)

Exemple: Magellan/Vénus, anneaux de Saturne, couronne solaire ...



[seule comparaison en optique = Laser-Lune]



Résolution angulaire

- Rappel : diffraction à l' ∞ par une ouverture rectangulaire (1D)

Le déphasage d'un rayon passant par l'ouverture à distance x de O, dans la direction θ , est :

$$\varphi = \mathbf{k} \cdot \mathbf{x} = k \Delta s = 2\pi x \sin\theta / \lambda \quad (\approx 2\pi x \theta / \lambda \quad \text{pour } \theta \text{ petit})$$

L'onde correspondante (passant par M) s'écrit : $E = E_o \exp[i(\omega t - \varphi)] = E_o \exp(i2\pi\nu t) \exp(-i2\pi x \theta / \lambda)$

L'amplitude reçue dans la direction θ (en P) est :

$$\begin{aligned} \bar{E}(\theta) &= \int_{-D/2}^{+D/2} E_o \exp(i2\pi\nu t) \exp(-i2\pi x \theta / \lambda) dx \\ &= E_o \exp(i2\pi\nu t) \int_{-D/2}^{+D/2} f(x) \exp(-i2\pi x \theta / \lambda) dx \\ &\text{avec } f(x) = 1 \text{ pour } x \in [-D/2, +D/2], f(x) = 0 \text{ ailleurs} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{E}(\theta) &= TF(E(x)) \quad \text{où } E(x) \text{ est la distribution des amplitudes sur l'ouverture} \\ & \quad (= \text{constante pour une onde plane de l}'\infty \text{ près de l'axe}) \\ & \quad \theta \text{ et } x/\lambda \text{ sont des variables conjuguées} \end{aligned}$$

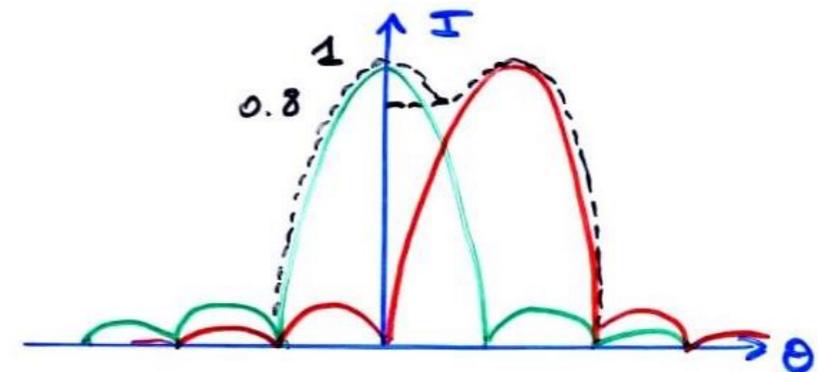
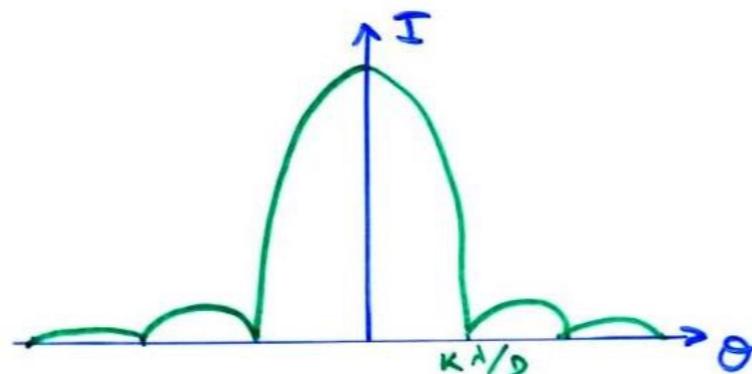
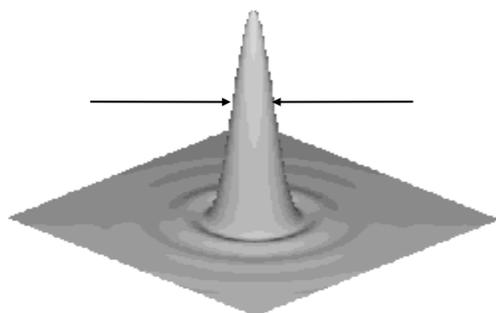
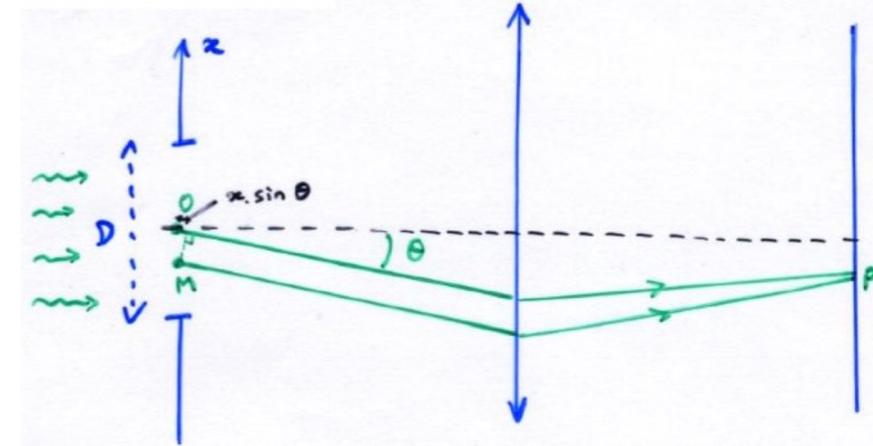
$$\rightarrow \bar{E}(\theta) = E_o \exp(i2\pi\nu t) \left[\exp(-i2\pi x \theta / \lambda) / (-i2\pi \theta / \lambda) \right]_{-D/2}^{D/2}$$

$$\bar{E}(\theta) = D E_o \exp(i2\pi\nu t) \operatorname{sinc}(\pi D \theta / \lambda)$$

$$\operatorname{sinc}(x) = \sin x / x \quad (\text{ou version normalisée: } \operatorname{sinc}(x) = \sin(\pi x) / \pi x = \text{« fonction d'Airy 1D »})$$

$$I(\theta) \propto \bar{E}^2(\theta) \propto \operatorname{sinc}^2(\pi D \theta / \lambda) \quad [4J_1^2(\pi D \theta / \lambda) / (\pi D \theta / \lambda)^2 \text{ pour une ouverture 2D circulaire }]$$

\rightarrow Critère de séparation de 2 sources ponctuelles: $\theta \geq K \lambda / D$ [K = 1.22 pour une fonction d'Airy]



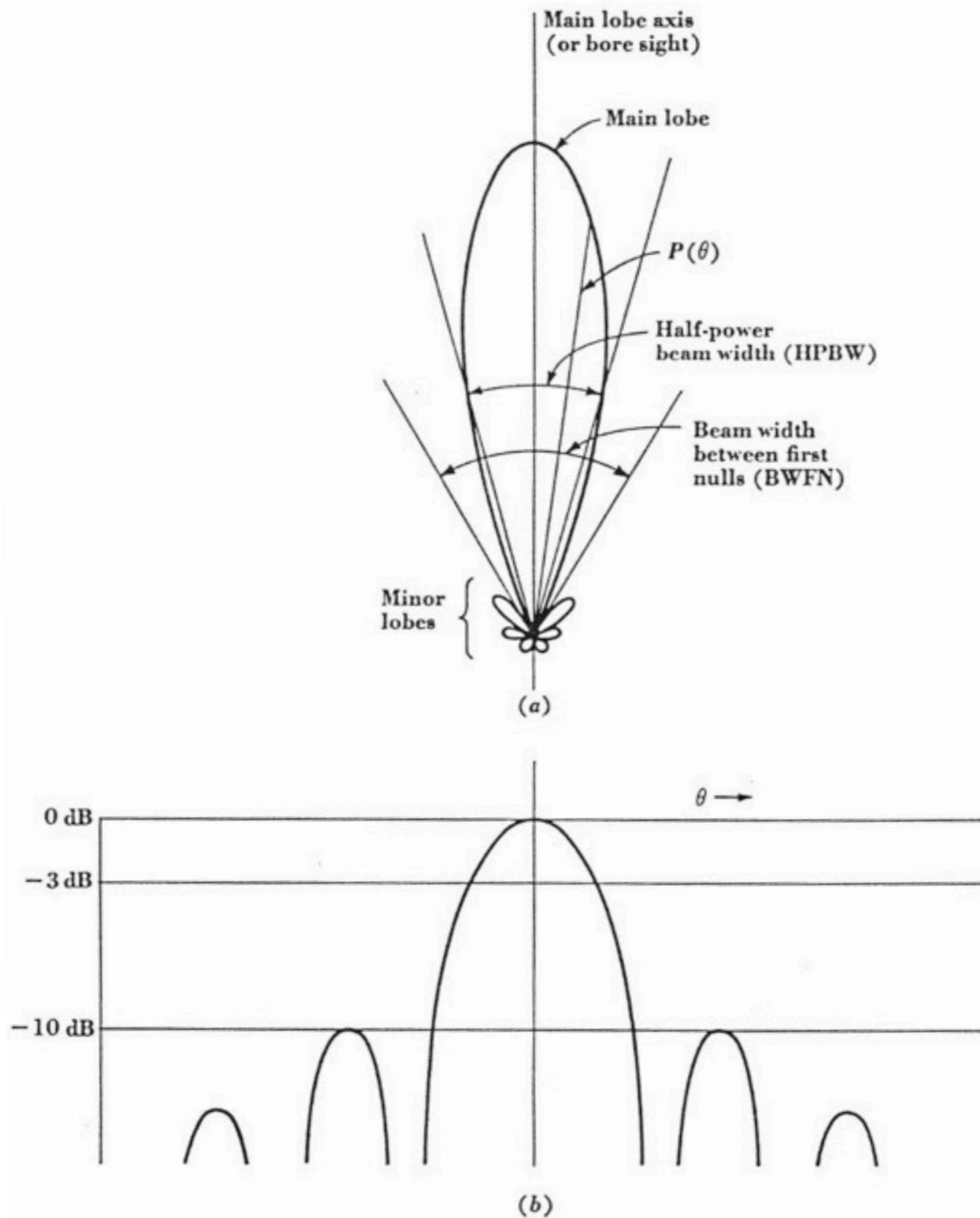


Fig. 6-1. (a) Antenna pattern in polar coordinates and linear power scale; (b) antenna pattern in rectangular coordinates and decibel power scale.

- ☹️ Résolution angulaire d'un instrument de $\varnothing D \sim \lambda/D \Rightarrow 10^7 \times <$ à $10\text{m} / 1 \mu\text{m}$
 \Rightarrow les instruments radio doivent avoir de grandes dimensions,
 \Rightarrow transport du signal sur de grandes distances



*Ex: Œil humain : $\varnothing(\text{pupille}) = 2\text{-}8 \text{ mm}$ (jour/nuit) $\Rightarrow \lambda/D = 0.25' - 1'$ à $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$
Même résolution à $\lambda = 1 \text{ cm} \Rightarrow D = 40 - 160 \text{ m}$
Avec $D = 100 \text{ m}$ à $\lambda = 21 \text{ cm} \Rightarrow \lambda/D = 7'$
à $\lambda = 10 \text{ m} \Rightarrow \lambda/D = 6^\circ$ ($\varnothing\text{Soleil} = 30'$, $\varnothing\text{Jupiter} = 40''$)*

- \Rightarrow très grandes surfaces collectrices / instruments très étendus nécessaires,
mais avec une précision de surface modeste ☺️
(critère de Rayleigh $\sim \lambda/10 \rightarrow$ maillage à trous de 1 cm Ok à $\lambda = 21 \text{ cm}$)



- \Rightarrow Interférométrie nécessaire (et "aisée" : détection cohérente + beaucoup de lignes de bases généralement disponibles) pour obtenir une résolution angulaire correcte
($\sim \lambda/d$, avec d la distance entre les antennes)

- \Rightarrow en VLBI, on atteint $\lambda/d \sim 10^{-3}''$ (10^4 km à $\lambda = 21 \text{ cm}$)

- ☹️ Perturbations par l'ionosphère (\sim atmosphère en optique - cf. + bas)



Pas de lentille radio (réflecteur obligatoire)

Pas de surface sensible : antenne focale = cornet ou dipôle

⇒ Peu de pixels focaux (plan image) : souvent 1 seul

(récemment réseaux de cornets ou de dipôles = Focal Plane Arrays)

⇒ imagerie instantanée difficile (impossible avec une antenne unique)

⇒ réseau phasé ou interféromètre → synthèse d'image



Température du "ciel" élevée aux basses fréquences :

$$T(K) \sim 1.15 \times 10^8 / f^{2.5} \quad (f \sim 3 - 300 \text{ MHz})$$

f (MHz)	λ (m)	T (K)
1	300	$> 10^7$
10	30	$\sim 3 \times 10^5$
100	3	$\sim 10^3$
1000	0.3	~ 5

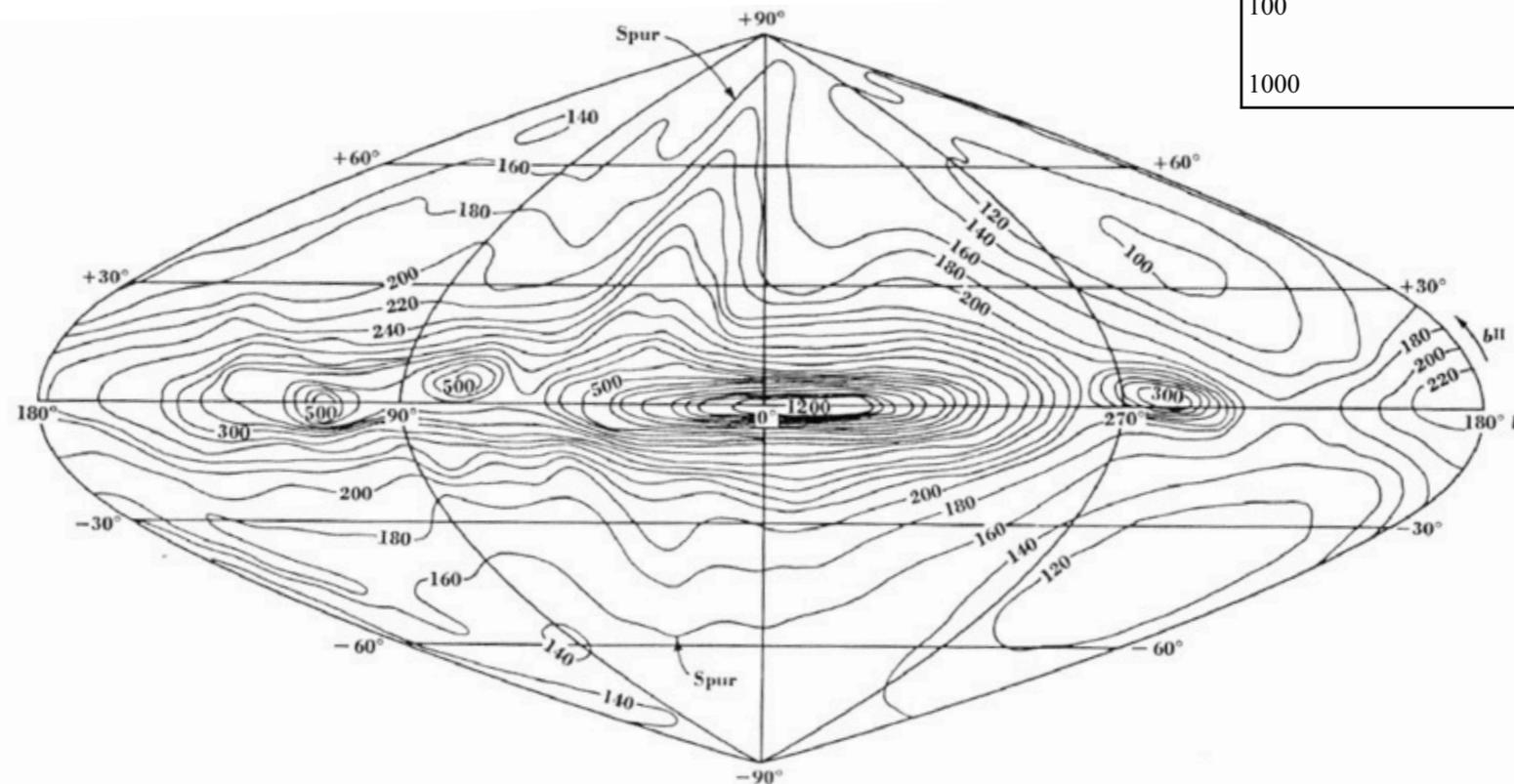


Fig. 8-51. Radio emission from the sky at 200 Mc in new galactic coordinates. Temperatures are indicated in degrees Kelvin. (After Dröge and Priester, 1956.)

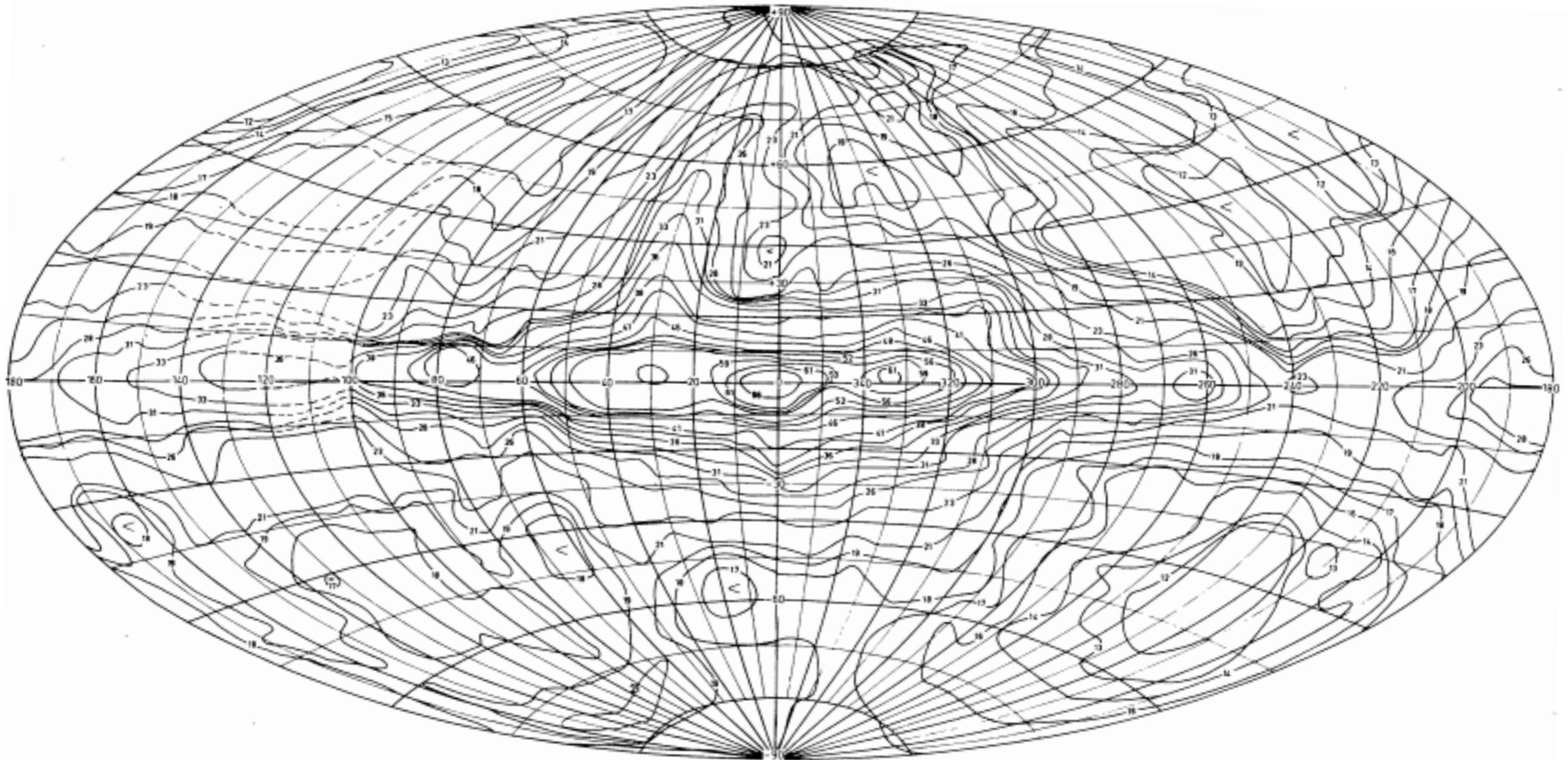


Fig. 1. Contour map of 30 MHz brightness temperatures plotted on a Hammer equal-area projection in galactic coordinates. The contour unit is 1000 K.
 $T_{B,\min} \sim 10^4$ K, $T_{B,\max} \sim 6.6 \times 10^4$ K

⇒ le ciel Radio BF, même nocturne, est plus brillant que le ciel optique diurne

☹ Parasites (RFI = Radio Frequency Interference)

- Naturels = éclairs d'orages (large bande: <10 kHz \rightarrow >10 MHz, été, basses latitudes)
- Artificiels = activités industrielles, militaires, télécommunications [4G!] (prépondérants)

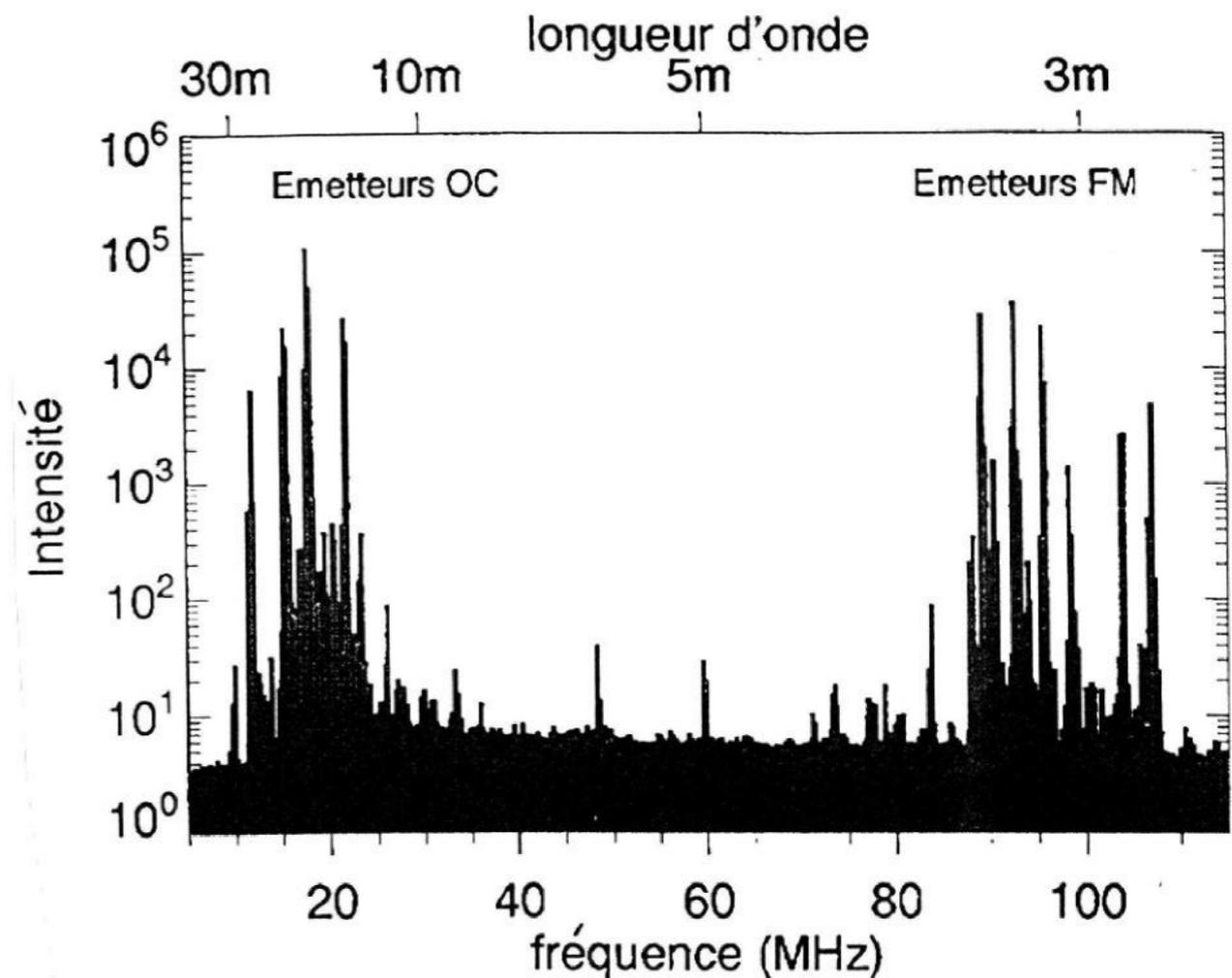
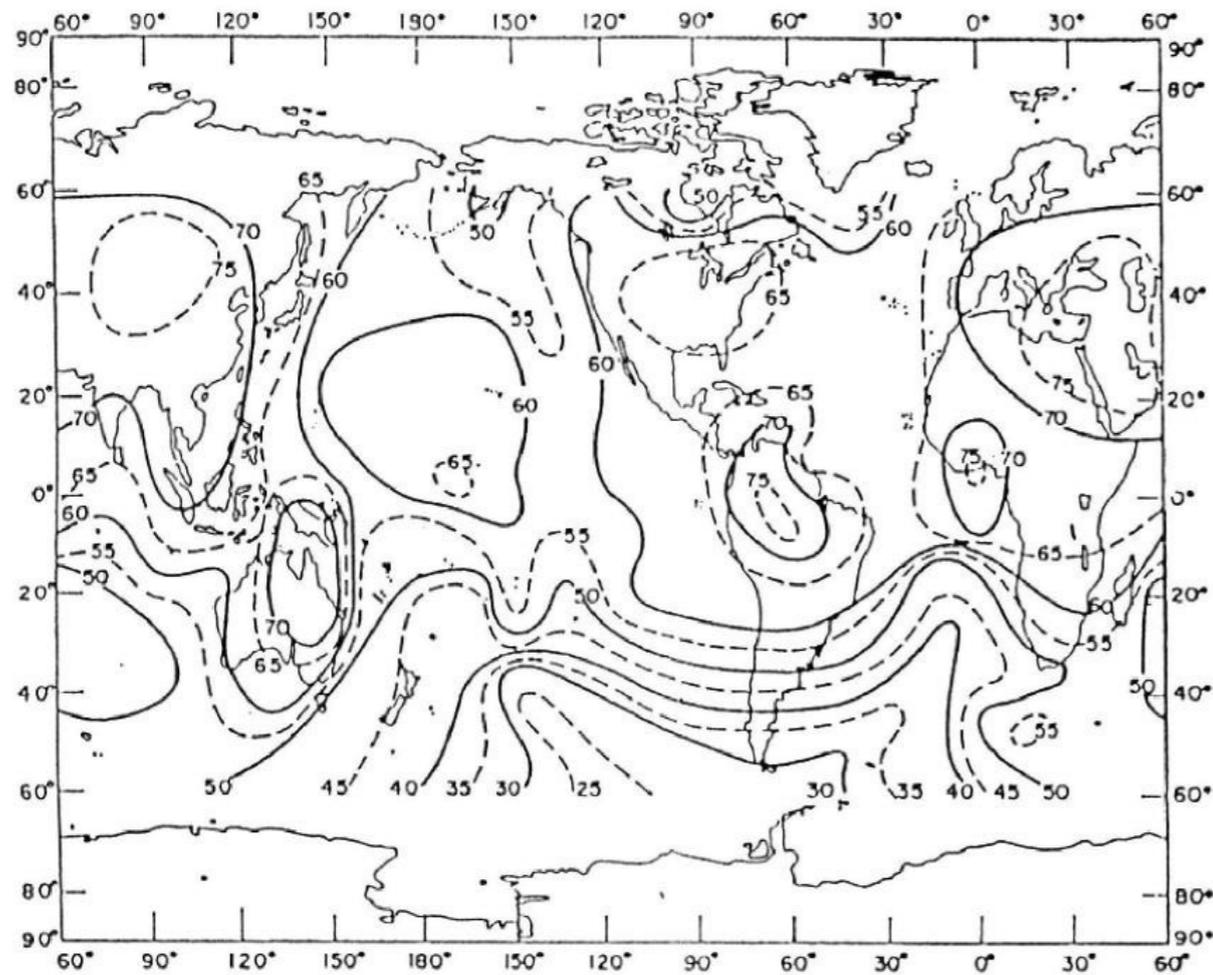


Figure 2. The terrestrial radio noise distribution derived from the RAE-1 (height 6000 km) lower "V" data at 9.18 MHz for December 2-6, 19-68. The secondary peaks in activity over the mid-Pacific and northern Australia are believed to be correlated with local thunderstorm activity. Contour levels are db above 288 K. The Galactic background on this scale would be about 31 db and the receiver saturated at 75 db. (from Herman et al, 1973)

⇒ Sites isolés, localement protégés (forêt)

⇒ Bandes de fréquences protégées (H_I, OH ...) où toute émission est interdite

["primaire passif" ITU = International Telecommunications Union, conf. mondiales régulières]

= problème croissant dû à l'augmentation de la sensibilité des observations,

et aux pressions économiques (TV, téléphone, radiodiffusion, radiocommunications...)

I) - Bandes de fréquence allouées au service de radioastronomie (allocations CAMR 1979) entre 10 MHz et 25 GHz.

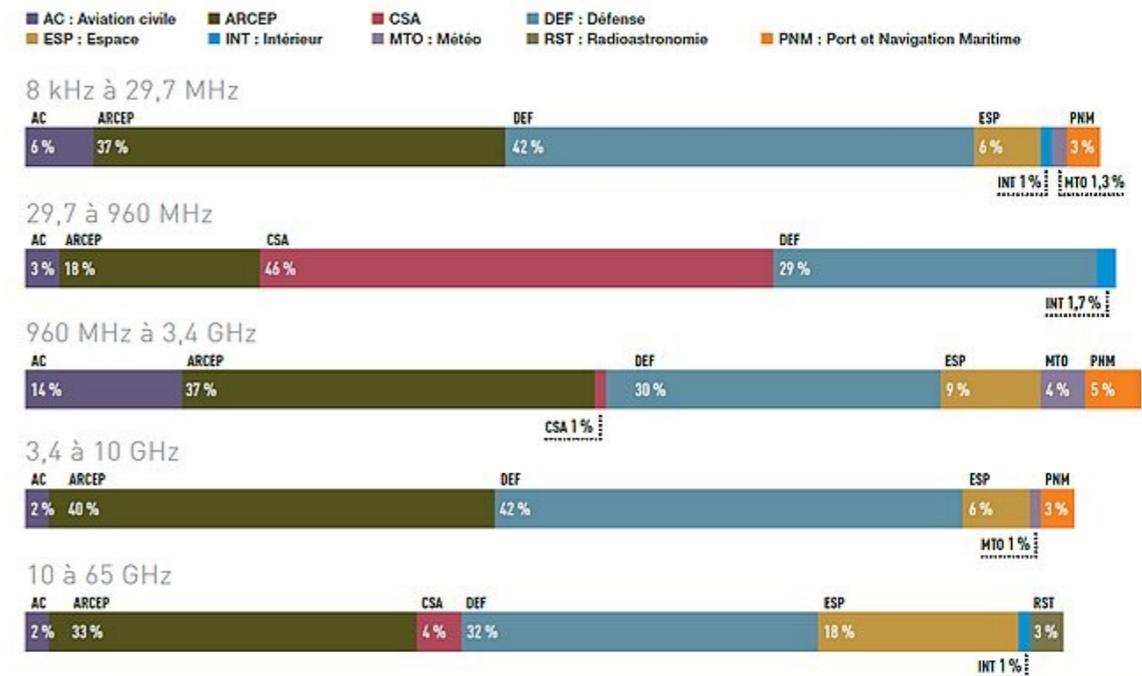
N°	Allocation	Statut
1	13.36 - 13.41 MHz	primaire/actif
2	25.55 - 25.67 MHz	primaire exclusif
3	37.50 - 38.25 MHz	secondaire
4	73.00 - 74.60 MHz	primaire en région 2
5	79.25 - 80.25 MHz	primaire/actif
6	150.50 - 153.00 MHz	primaire/actif
7	322.00 - 328.60 MHz	primaire/actif
8	406.10 - 410.00 MHz	primaire/actif
9	608.60 - 614.00 MHz	prim. en R2, sec. en R1/ R3
10	1330.00 - 1400.00 MHz	note d'utilisation
11	1400.00 - 1427.00 MHz	primaire passif
12	1610.60 - 1613.80 MHz	secondaire
13	1660.00 - 1660.50 MHz	primaire/actif
	1660.50 - 1668.40 MHz	primaire/actif
	1668.40 - 1670.00 MHz	primaire/actif
14	1718.80 - 1722.20 MHz	secondaire
15	2655.00 - 2690.00 MHz	secondaire
	2690.00 - 2700.00 MHz	primaire/passif
16	3260.00 - 3267.00 MHz	note d'utilisation
17	3332.00 - 3339.00 MHz	note d'utilisation
18	3345.80 - 3352.50 MHz	note d'utilisation
19	4800.00 - 4990.00 MHz	secondaire
	4990.00 - 5000.00 MHz	primaire/actif
20	10.60 - 10.68 GHz	primaire/actif
21	10.68 - 10.70 GHz	primaire/actif
22	14.47 - 14.50 GHz	secondaire
	15.35 - 15.40 GHz	primaire passif
23	22.01 - 22.21 GHz	note d'utilisation
	22.21 - 22.50 GHz	primaire/actif
24	22.81 - 22.86 GHz	note d'utilisation
25	23.07 - 23.12 GHz	note d'utilisation
26	23.60 - 24.00 GHz	primaire passif

II) - Bandes de fréquence réellement utilisées par les radioastronomes français (F) et européens (E) depuis 1979, entre 10 MHz et 22.5 GHz.

N°	Fréquences	Intérêt astrophysique	Raie ou Continuum
1	20 - 70 MHz (F)	Soleil et planètes (Jupiter)	C
2	150 - 450 MHz (F,E)	Soleil	C
3	242 - 246 MHz (E)	Pulsars	C
4	322 - 328 MHz (E)	Interférométrie	C
5	406 - 410 MHz (E)	Pulsars, VLBI	C
6	608 - 614 MHz (E)	VLBI	C
7	926 - 940 MHz (E)	Pulsars	C
8	1330 - 1400 MHz (F,E)	Hydrogène	R
9	1400 - 1427 MHz (F,E)	Hydrogène	R
10	1550 - 1667 MHz (F,E)	Hydroxyle	R
11	1610 - 1722 MHz (F,E)	Hydroxyle	R
12	2290 - 2300 MHz (E)	VLBI	C
13	2655 - 2700 MHz (E)	Galactique et extra-gal.	C
14	3200 - 3450 MHz (F,E)	CH	R
15	4800 - 4990 MHz (E)	VLBI	R
16	4990 - 5000 MHz (E)	Galactique et extra-gal.	R
17	8387 - 8843 MHz (E)	VLBI	C
18	9600 - 9620 MHz (F)	Soleil	C
19	9.7 - 10.7 GHz (E)	Fonds cosmique	C
20	14.5 - 15.5 GHz (E)	Fonds cosmique	C
21	22.2 - 22.5 GHz (E)	VLBI	C

Il faut ajouter à cette liste de nombreuses observations de raies de recombinaison sur des fréquences comprises notamment entre 1425 et 1550 MHz.

• Affectataires en France



- Observations spatiales protégées par l'ionosphère terrestre pour $\nu \leq 5$ MHz
- Lune = bouclier radio

WIND/WAVES November 17, 1994

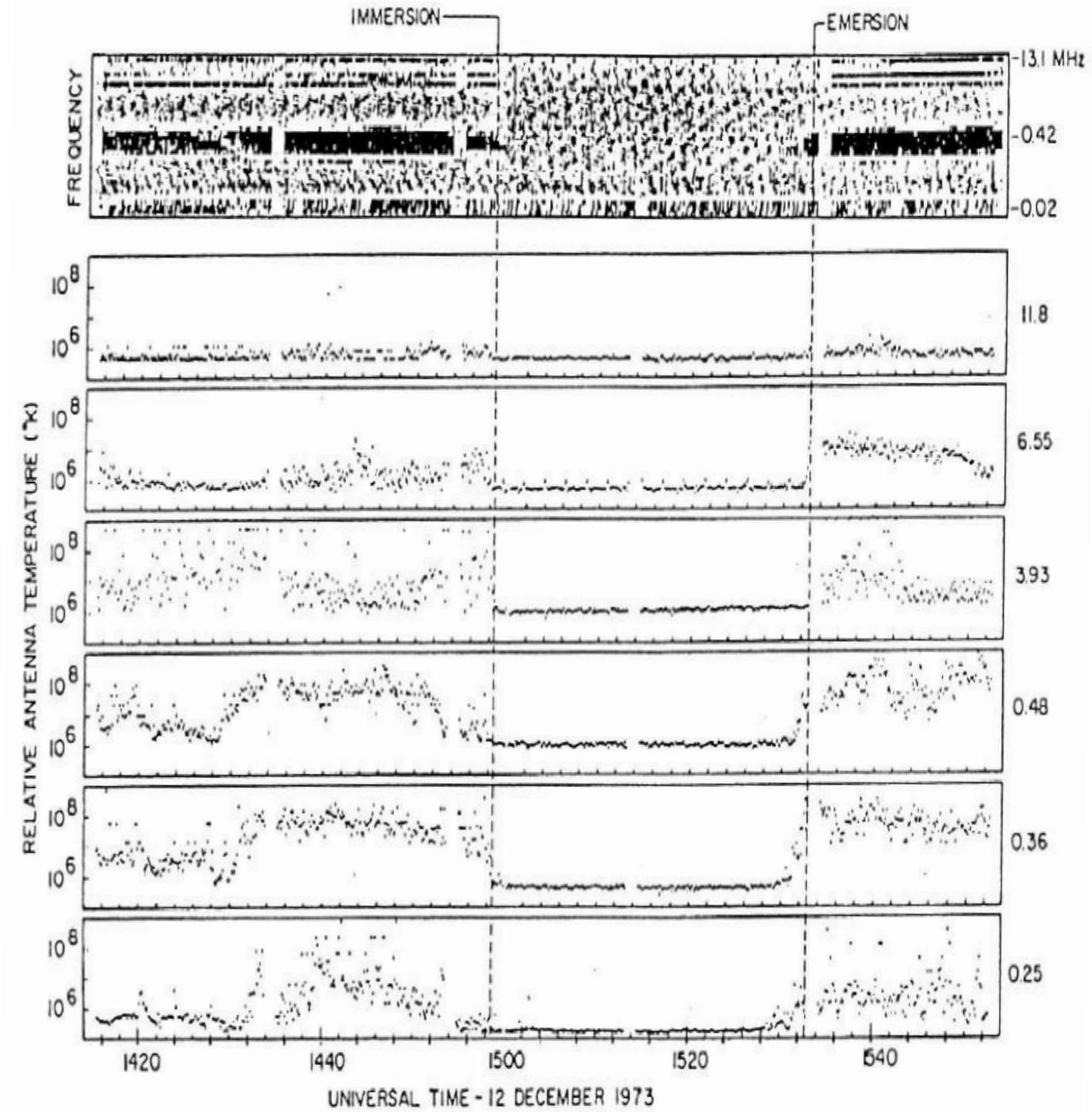
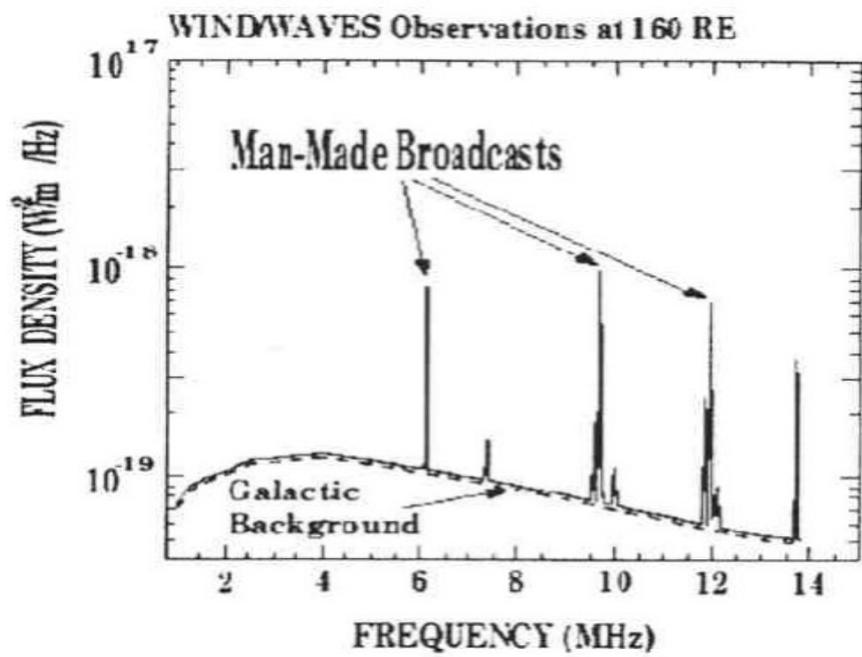
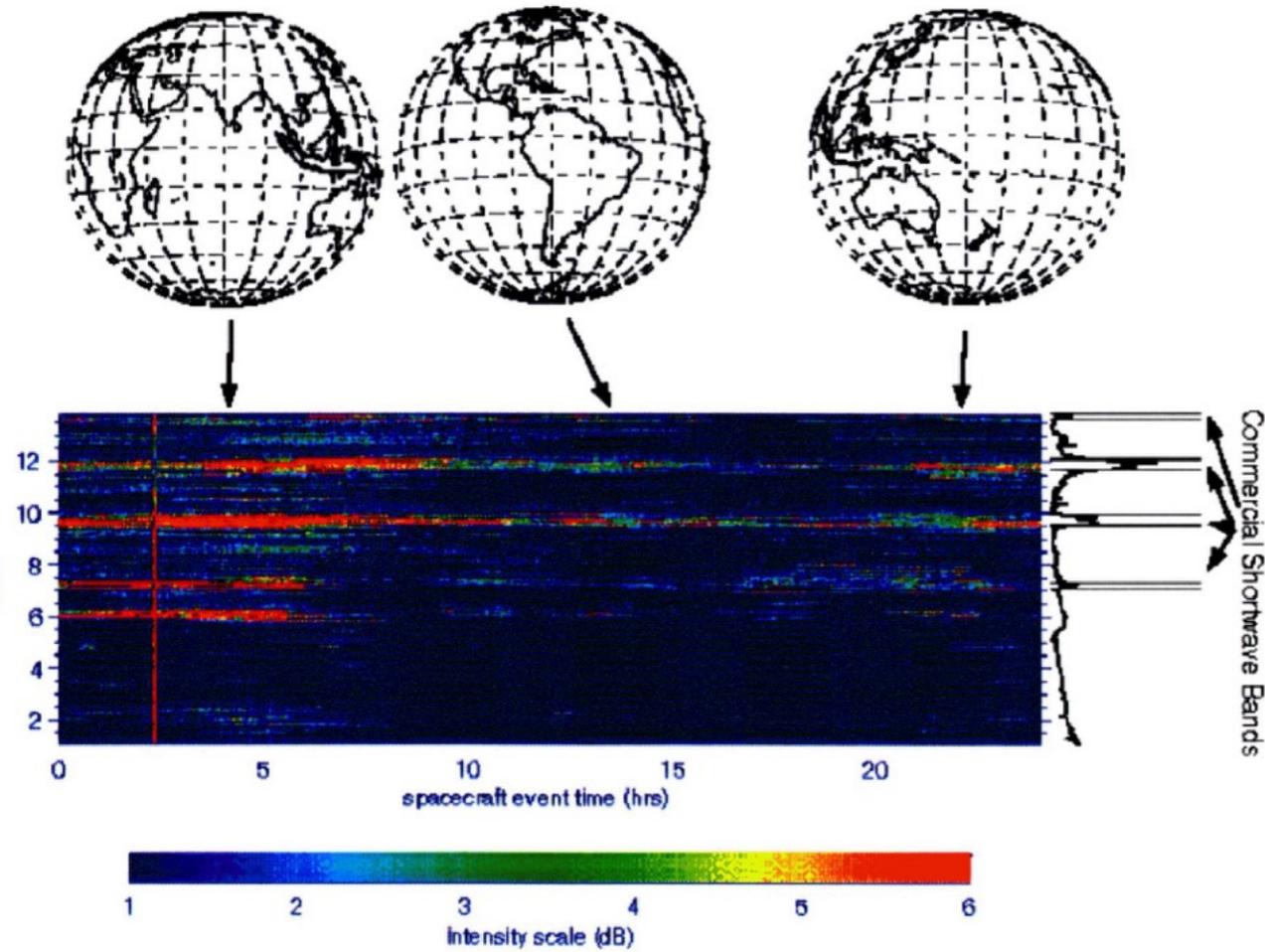


Figure 8. Data from RAE-2 in lunar orbit showing the dramatic disappearance and reappearance of interference from the Earth [Alexander, et al., 1975].

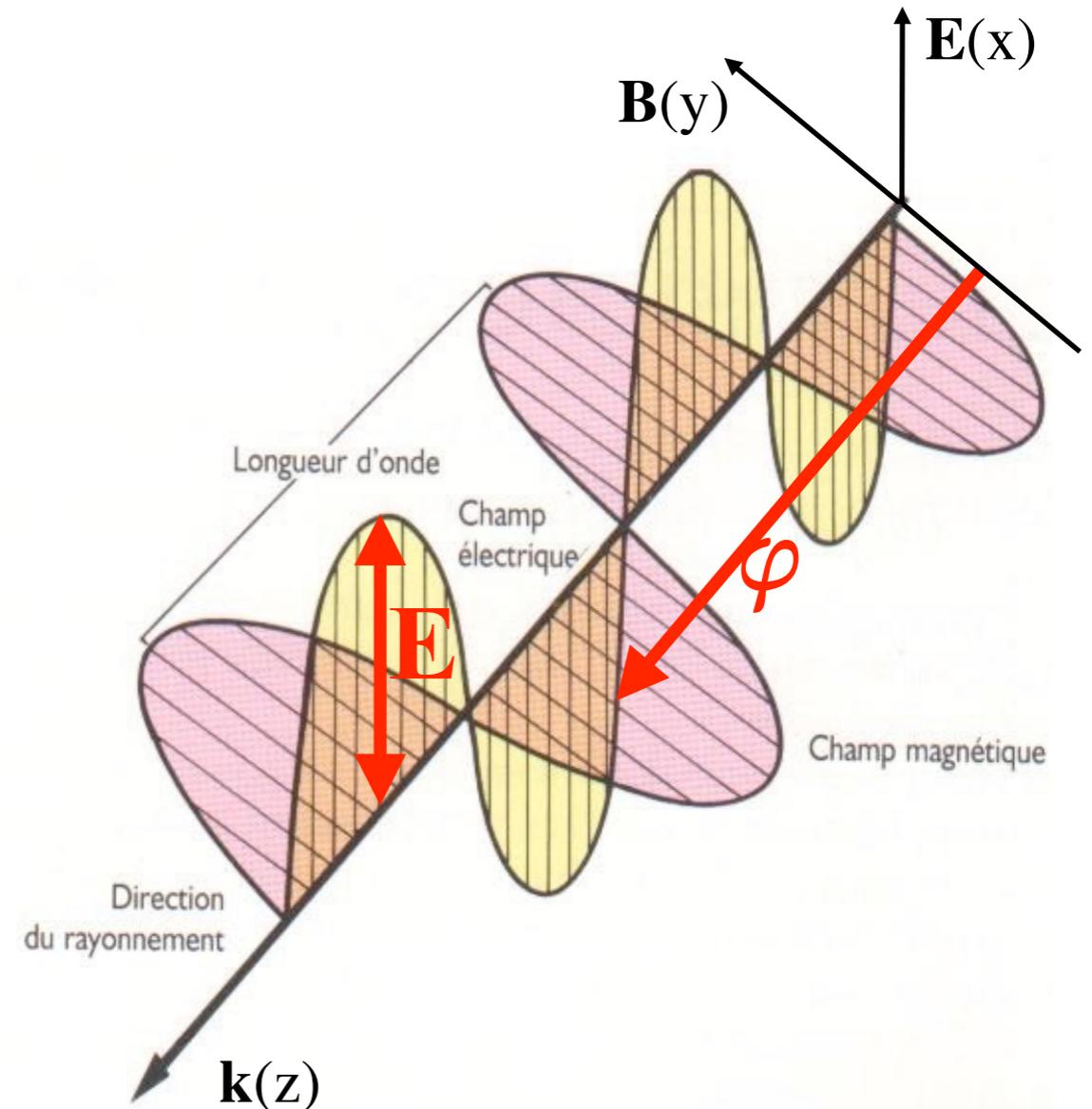
- Introduction (historique, intérêt, spécificités)
- **Onde & Polarisation**
- Plasmas & Propagation (coupure, dispersion, effet Faraday, scintillations)
- Détection Cohérente du Signal (théorie de la mesure, température d'antenne, étalonnage, bruit)
- Récepteurs (hétérodyne, température de système, filtrage, gain, RFI mitigation)
- Notions sur les Antennes Radioastronomiques : Antennes uniques
- Interférométrie et Synthèse d'ouverture (réseaux phasés, pointage électronique, imagerie, corrélation, cohérence, VLBI)
- Méthodes d'Observation
- Grands instruments actuels et du Futur
- Notions de Radioastronomie Spatiale

Onde

- Onde radio = Onde e.m. (électromagnétique) transverse ($\mathbf{E}, \mathbf{B} \perp \mathbf{k}$)
→ propagation en ligne droite à c dans le vide

Pulsation : $\omega = 2\pi f$

Vecteur d'onde : $k = 2\pi/\lambda$

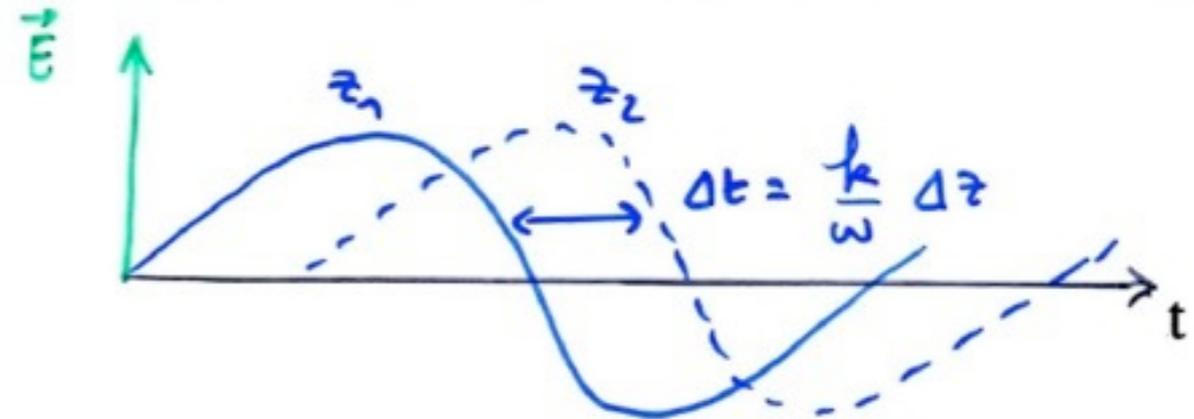
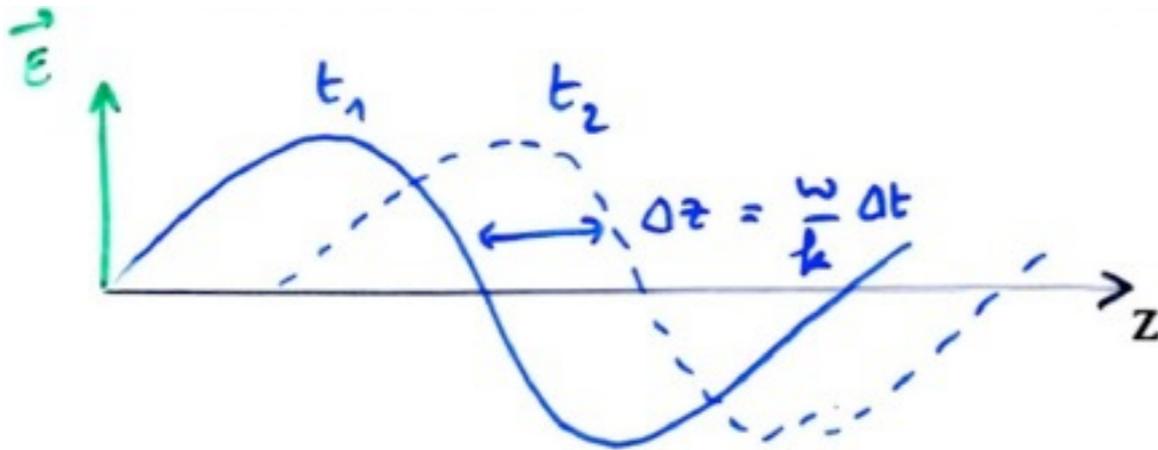


- NB: \exists ondes de "plasma", e.s. (électrostatiques), longitudinales : $\mathbf{B} = \mathbf{0}, \mathbf{E} // \mathbf{k}$
→ excitées au voisinage des fréquences de résonance du milieu
 $\sim f_{pe}, f_{ce}$ (en général TBF / fréquences radio)
→ non propagation hors de leur milieu d'origine
→ distinction e.m. / e.s. par ex. via antennes magnétiques

• Champ électrique $\rightarrow \mathbf{E} = E_0 \mathbf{x} \cos(kz - \omega t) = E_0 \mathbf{x} \cos \psi$

$$T = 2\pi/\omega \quad f = \omega/2\pi \quad k = 2\pi/\lambda \quad \lambda f = c \text{ (dans le vide)}$$

\mathbf{E} inchangé pour $\psi = (kz - \omega t) = C^{te} \Rightarrow k dz - \omega dt = 0 \Rightarrow v_\phi = dz/dt = \omega / k$



$\Rightarrow E_0 \mathbf{x} \cos(kz - \omega t)$ représente une onde harmonique monochromatique se propageant sans déformation à la vitesse $v_\phi = \omega / k$

[v_ϕ est déterminée par les caractéristiques physiques du milieu (= $c = C^{te}$ dans le vide)]

\rightarrow Dans un milieu \neq vide, ω est en général fonction de k

\rightarrow Énergie transportée par une onde (= intensité = module du vecteur de Poynting)

- instantané : $|\mathbf{P}| = |\mathbf{E} \wedge \mathbf{B}| / \mu_0 = |\mathbf{E}(t,z)|^2 / Z \quad [\mathbf{B} = \mathbf{E} / c = \mathbf{E} / (\epsilon_0 \mu_0)^{1/2}]$

- moyen : $\langle |\mathbf{P}| \rangle = E_0^2 / 2Z$

dans le vide, $Z = Z_0 = (\mu_0/\epsilon_0)^{1/2} = 120 \pi = 377 \Omega$ (impédance du vide)

- Équation d'onde complexe

$$U = E_0 \exp[i(kz - \omega t)] = E_0 \exp(i\psi) = E_0 [\cos\psi + i \sin\psi]$$

→ seule $\text{Re}(U)$ représente l'amplitude de l'onde

→ l'énergie transportée est alors $\langle |\mathbf{P}| \rangle = U \cdot U^* / 2Z$

L'énergie est transportée à la vitesse de groupe $v_g = \partial\omega / \partial k$

$v_g \neq v_\phi$ (vitesse des composantes monochromatiques individuelles)

→ un détecteur réagit à l'énergie de l'onde

Le milieu est non dispersif si $v_g = C^{te} \Rightarrow \partial^2\omega / \partial k^2 = 0$ (ex: $\omega/k = C^{te} = v_\phi = c$ dans le vide)

ou $\Delta k = 0$ (onde monochromatique $\Rightarrow v_g = \partial\omega / \partial k |_{k=k_0}$)

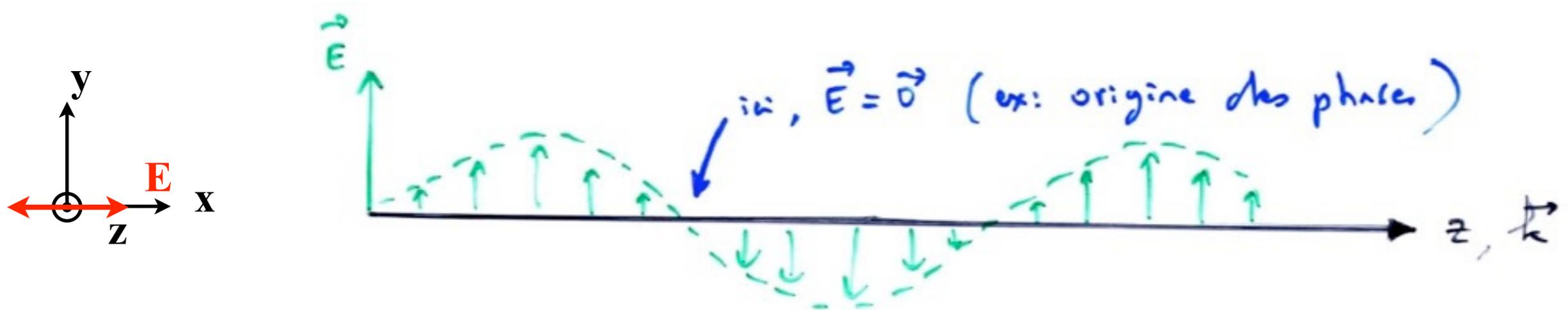
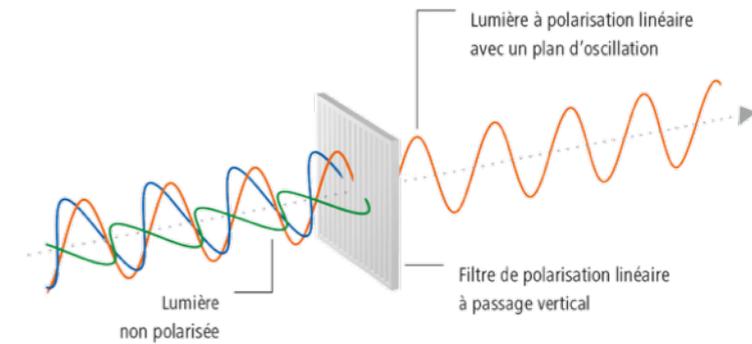
Si $v_g(k) \neq C^{te} \Rightarrow$ dispersion d'une impulsion étroite au cours de la propagation



(inversement, l'étalement du signal permet de remonter aux caractéristiques de dispersion du milieu)

Polarisation

→ **Polarisation Linéaire** : \mathbf{E} conserve une direction constante
(p. ex. // Ox) Plan de polarisation = trace de \mathbf{E} dans xOy



Ex: Pulsars, émission décimétrique (synchrotron) de Jupiter ...

Σ 2 polarisations linéaires en phase = polar. linéaire

$$U_1 + U_2 = \mathbf{E}_1 \exp(i\psi) + \mathbf{E}_2 \exp(i\psi) = (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2) \exp(i\psi)$$

Σ 2 polarisations linéaires déphasées de $\pm\pi/2$:

$$U_1 + U_2 = \mathbf{E}_1 \exp(i\psi) + \mathbf{E}_2 \exp[i(\psi \pm \pi/2)]$$

$$\text{Si } |\mathbf{E}_1| = |\mathbf{E}_2| = E_0 \quad (\mathbf{E}_1 = E_0 \mathbf{x} ; \mathbf{E}_2 = E_0 \mathbf{y})$$

$$U_1 + U_2 = E_0 \exp(i\psi) (\mathbf{x} \pm i\mathbf{y})$$

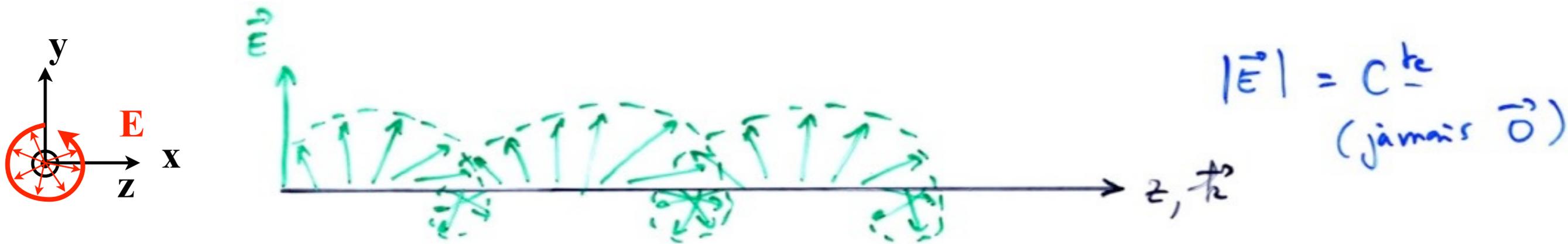
$$\Rightarrow \text{Re}(U_1 + U_2) = E_0 (\mathbf{x} \cos\psi \mp \mathbf{y} \sin\psi)$$

$\Rightarrow U_1 + U_2$ est une **onde polarisée circulairement**

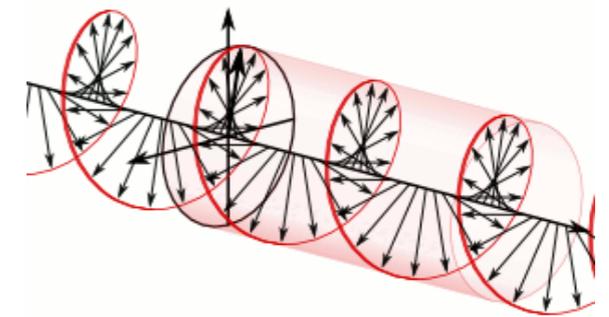
(amplitude constante & direction tourne avec t ou z)

→ Polarisation Circulaire : \mathbf{E} tourne / \mathbf{k} au cours de la propagation, d'un tour par période ou longueur d'onde

Origine des phases = direction de \mathbf{E} dans xOy à z fixé



Ex: Émission radio aurorale des planètes ...



Sens de rotation : convention IRE (international radio-electricity) [1942]

(G)auche (LHC) → rotation de \mathbf{E} dans le sens direct en regardant dans le sens de \mathbf{k} (\otimes) 

(D)roite (RHC) → sens inverse (= sens de gyration des électrons autour de $\mathbf{B} // \mathbf{k}$) 

NB: la convention des opticiens est inverse.

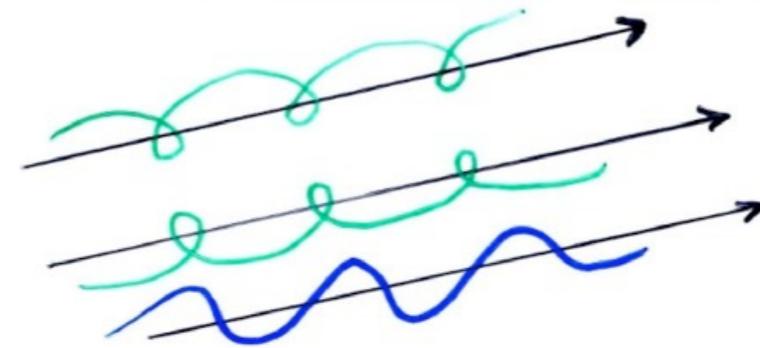
On peut décomposer toute **onde circulaire** en Σ de **2 linéaires** (ci-dessus)
 ou inversement, toute onde linéaire en **2 circulaires opposées (G + D)** de même amplitude

Si leur déphasage $\phi = 0 \Rightarrow$ trivial :

$$U_D = U_+ = E_0 (\mathbf{x} + i\mathbf{y}) \exp(i\psi)$$

$$U_G = U_- = E_0 (\mathbf{x} - i\mathbf{y}) \exp(i\psi)$$

$$\Rightarrow U_D + U_G = 2E_0 \mathbf{x} \exp(i\psi) \quad \text{linéaire !}$$



Si $\phi \neq 0$:

$$U_D = U_+ = E_0 (\mathbf{x} + i\mathbf{y}) \exp(i\psi)$$

$$U_G = U_- = E_0 (\mathbf{x} - i\mathbf{y}) \exp[i(\psi + \phi)] = E_0 [\mathbf{x} \cos \phi + \mathbf{y} \sin \phi + i(\mathbf{x} \sin \phi - \mathbf{y} \cos \phi)] \exp(i\psi)$$

$$\Rightarrow U_D + U_G = E_0 [\mathbf{x}(1 + \cos \phi) + \mathbf{y} \sin \phi + i(\mathbf{x} \sin \phi + \mathbf{y}(1 - \cos \phi))] \exp(i\psi)$$

Amplitude de l'onde

$$\text{Re}(U_D + U_G) = E_0 \mathbf{x} [(1 + \cos \phi) \cos \psi - \sin \phi \sin \psi] + E_0 \mathbf{y} [\sin \phi \cos \psi - (1 - \cos \phi) \sin \psi]$$

$$= E_0 [\mathbf{x} (\cos \psi + \cos(\psi + \phi)) + \mathbf{y} (\sin(\psi + \phi) - \sin \psi)]$$

$$= 2E_0 [\mathbf{x} \cos(\phi/2) \cos(\psi + \phi/2) + \mathbf{y} \sin(\phi/2) \cos(\psi + \phi/2)]$$



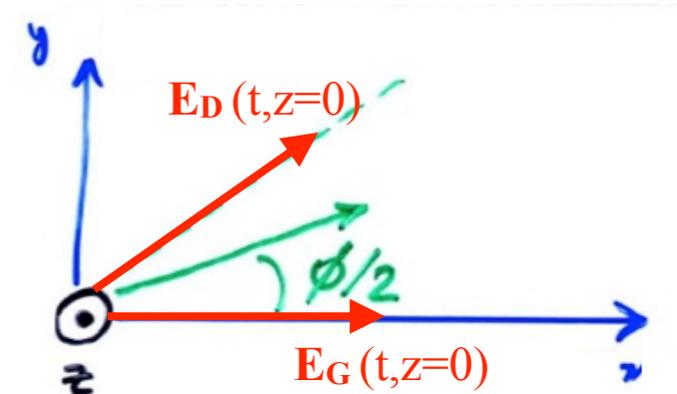
les 2 composantes variables sont en phase

$\cos a \cos b + \sin a \sin b = \cos(a-b)$ $\sin a \cos b + \cos a \sin b = \sin(a+b)$ $\cos a + \cos b = 2 \cos((a+b)/2) \cos((a-b)/2)$ $\sin a + \sin b = 2 \sin((a+b)/2) \cos((a-b)/2)$
--

$\Rightarrow (U_D + U_G)$ est polarisée linéairement

Les amplitudes sont différentes sur \mathbf{x} & \mathbf{y}

\rightarrow le plan de polarisation linéaire fait un angle de $\phi/2$ avec l'origine des phases ($O\mathbf{x}$), i.e. est à la bissectrice de \mathbf{E}_D et \mathbf{E}_G



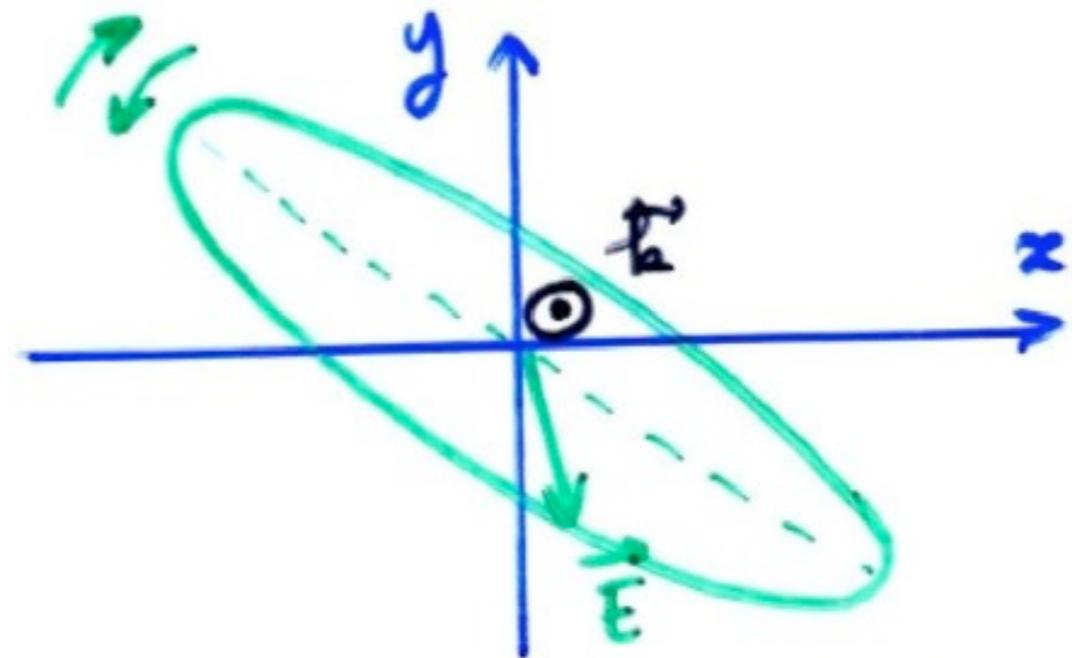
La somme de 2 ondes circulaires de même amplitude et de sens opposés, déphasées de ϕ , est une onde polarisée linéairement dont le plan de polarisation est à $\phi/2$ de l'origine des phases

NB: 2 ondes circulaires opposées, ou 2 ondes linéaires \perp = bases orthogonales sur lesquelles la décomposition d'une onde de polarisation quelconque (elliptique) est unique

→ Polarisation Elliptique = Σ 2 ondes circulaires G & D d'amplitudes \neq
= Σ 2 ondes linéaires déphasées de $\phi \neq 0, \pm\pi/2$, ou non \perp
= Σ 1 onde linéaire & 1 onde circulaire

Caractérisée par : sens (G ou D)
ellipticité (ou proportion circulaire/linéaire)
direction du grand axe

Ex: Émission radio décamétrique de Jupiter ...



→ Paramètres de Stokes : S, Q, U, V

polarisation complète d'une onde	$U_x = E_x \exp[i(kz-\omega t)] = E_x \exp(i\psi)$ $U_y = E_y \exp[i(kz-\omega t+\phi)] = E_y \exp[i(\psi+\phi)]$
S = intensité totale (flux)	$S = (E_x^2 + E_y^2)/2Z_0 = (U_x \cdot U_x^* + U_y \cdot U_y^*)/2Z_0$
Q, U : polarisation linéaire	$Q = (E_x^2 - E_y^2)/2Z_0 = (U_x \cdot U_x^* - U_y \cdot U_y^*)/2Z_0$
V = taux de polarisation circulaire (G → V > 0 ; D → V < 0)	$U = (E_x E_y \cos\phi)/Z_0 = \text{Re}(U_x^* \cdot U_y)/Z_0$ $V = (E_x E_y \sin\phi)/Z_0 = \text{Im}(U_x^* \cdot U_y)/Z_0$

Onde monochromatique totalement polarisée : $(Q^2+U^2+V^2)^{1/2} = S$

partiellement polarisée : $(Q^2+U^2+V^2)^{1/2} < S$

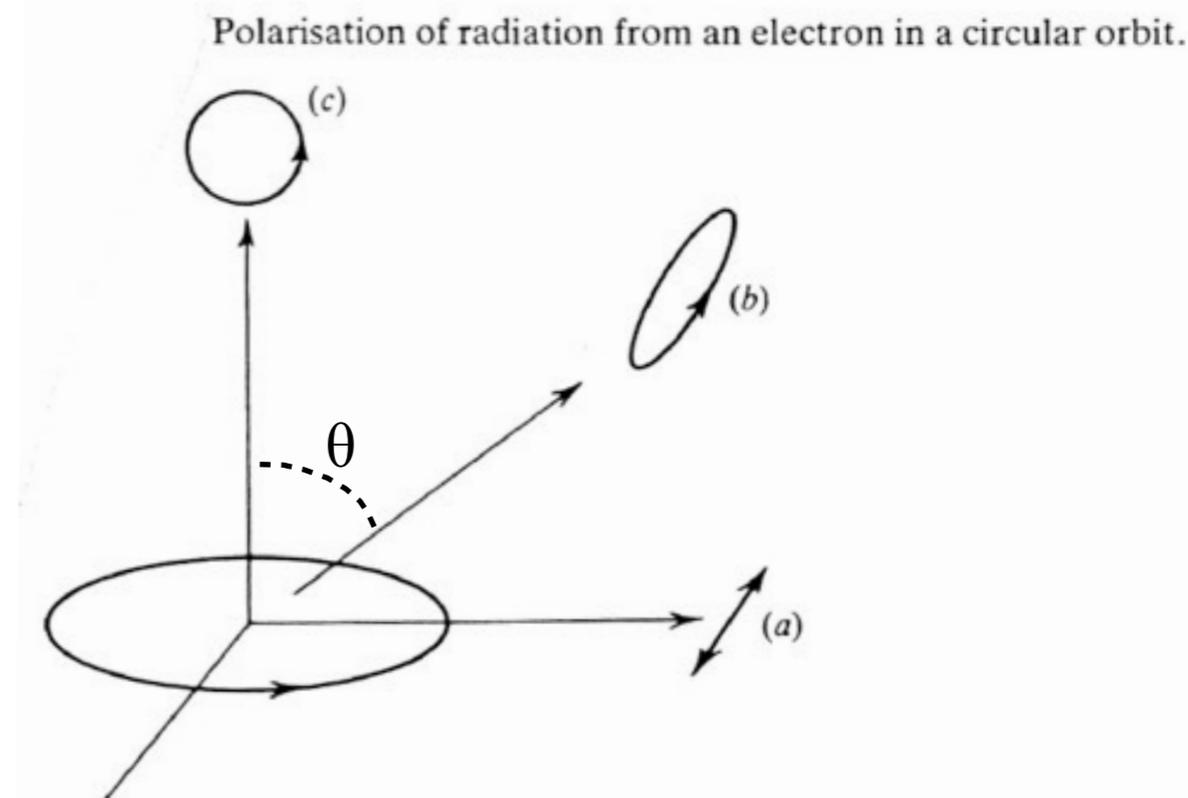
$(Q^2 + U^2 + V^2)^{1/2}$ = fraction polarisée de l'onde

$(Q^2 + U^2 + V^2)^{1/2}/S$ = taux de polarisation

$S - (Q^2+U^2+V^2)^{1/2}$ = fraction non polarisée (ou polarisée aléatoirement)

T défini par $V = 2T/(1+T^2)$ caractérise l'ellipticité

$$T = \cos\theta = (1 - (1-V^2)^{1/2})/V$$



→ Paramètres de Stokes : S, Q, U, V en polarisations circulaires

polarisation complète d'une onde	$U_D = E_D (\mathbf{x} + i\mathbf{y}) \exp(i\psi)$ $U_G = E_G (\mathbf{x} - i\mathbf{y}) \exp[i(\psi+\phi)]$
S = intensité totale (flux)	$S = (E_D^2 + E_G^2)/2Z_0 = (U_D \cdot U_D^* + U_G \cdot U_G^*)/2Z_0$
Q, U : polarisation linéaire	$Q = (E_D E_G \cos\phi)/Z_0 = \text{Re}(U_D^* \cdot U_G)/Z_0$
V = taux de polarisation circulaire (G → V > 0 ; D → V < 0)	$U = (E_D E_G \sin\phi)/Z_0 = \text{Im}(U_D^* \cdot U_G)/Z_0$ $V = (E_D^2 - E_G^2)/2Z_0 = (U_D \cdot U_D^* - U_G \cdot U_G^*)/2Z_0$

} permutation circulaire de Q, U, V

$$U_D = E_D (\mathbf{x} + i\mathbf{y}) e^{i\psi} \quad U_G = E_G (\mathbf{x} - i\mathbf{y}) e^{i(\psi+\phi)}$$

$$U_D + U_G = (E_D \mathbf{x} + iE_D \mathbf{y} + E_G \mathbf{x} e^{i\phi} - iE_G \mathbf{y} e^{i\phi}) e^{i\psi}$$

$$= \mathbf{x} (E_D + E_G e^{i\phi}) e^{i\psi} + \mathbf{y} i (E_D - E_G e^{i\phi}) e^{i\psi}$$

$$= \mathbf{x} (E_D + E_G e^{i\phi}) e^{i\psi} + \mathbf{y} (E_D - E_G e^{i\phi}) e^{i(\psi+\frac{\pi}{2})}$$

$$\underline{U_D + U_G = \mathbf{x} \cdot U_x + \mathbf{y} \cdot U_y}$$

$$S \approx U_x \cdot U_x^* + U_y \cdot U_y^* = (E_D + E_G e^{i\phi})(E_D + E_G e^{-i\phi}) + (E_D - E_G e^{i\phi})(E_D - E_G e^{-i\phi})$$

$$\underline{S \approx 2(E_D^2 + E_G^2)}$$

$$Q \approx U_x \cdot U_x^* + U_y \cdot U_y^* = \cancel{E_D^2} + \cancel{E_G^2} + E_D E_G e^{i\phi} + E_D E_G e^{-i\phi} - \cancel{E_D^2} - \cancel{E_G^2} + E_D E_G e^{i\phi} + E_D E_G e^{-i\phi}$$

$$\underline{Q \approx 2E_D E_G (e^{i\phi} + e^{-i\phi}) \approx 4E_D E_G \cos\phi}$$

$$U_x^* \cdot U_y = (E_D + E_G e^{-i\phi}) i (E_D - E_G e^{i\phi}) = i E_D E_G (e^{-i\phi} - e^{i\phi}) + i (E_D^2 - E_G^2)$$

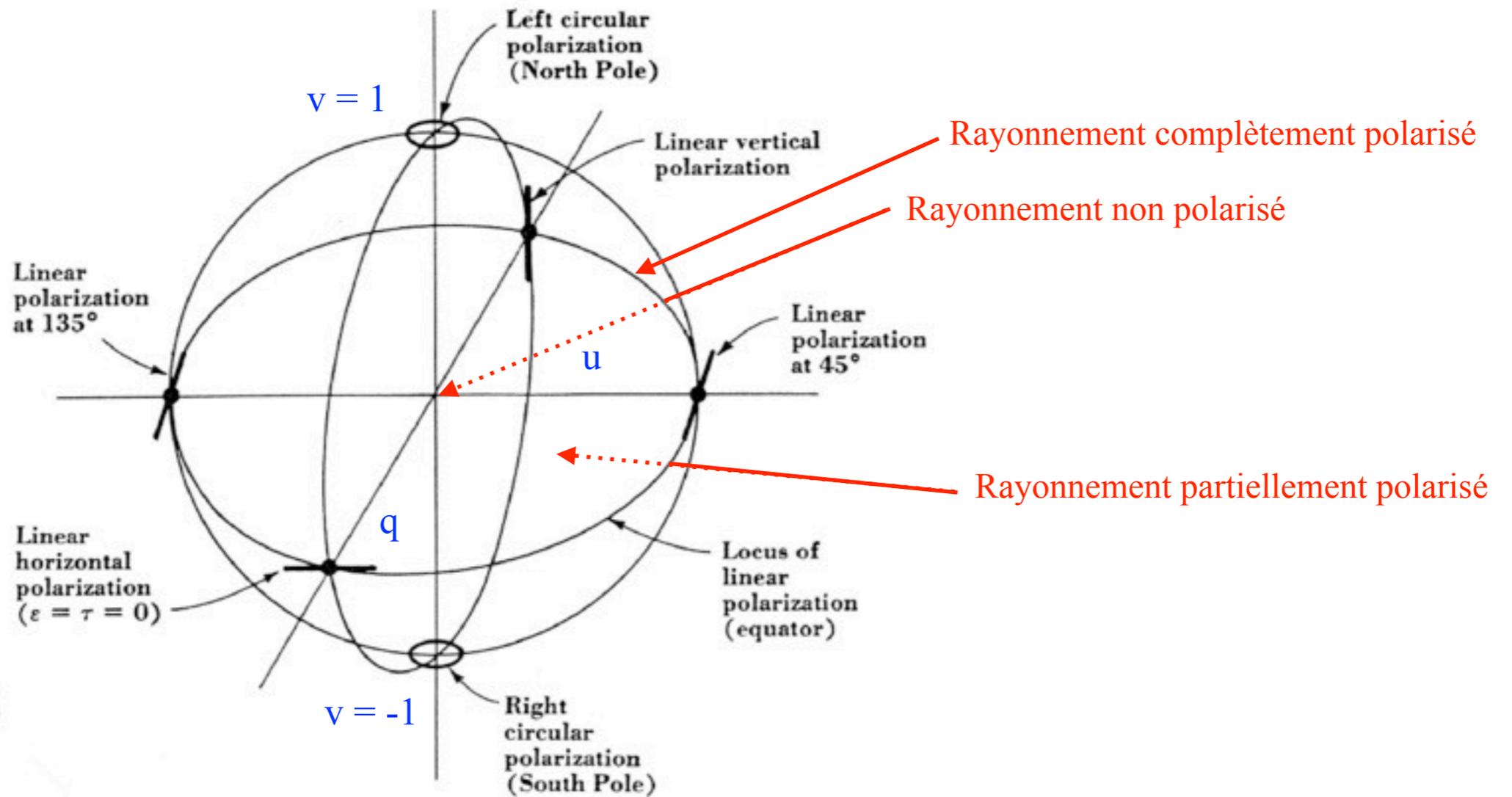
$$= 2E_D E_G \sin\phi + i (E_D^2 - E_G^2)$$

$$\underline{U \approx \text{Re}(U_x^* \cdot U_y) \approx \frac{2E_D E_G \sin\phi}{Z_0}}$$

$$\underline{V \approx \text{Im}(U_x^* \cdot U_y) \approx \frac{E_D^2 - E_G^2}{2Z_0}}$$

On utilise aussi les grandeurs normalisées : $q = Q/S$, $u = U/S$, $v = V/S$

⇒ représentation graphique sur la "sphère de Poincaré"



Polarization at cardinal points of Poincaré sphere.

Rayonnement non polarisé (rayonnement thermique cosmologique, fond galactique ...)

⇒ l'orientation de \mathbf{E} dans le plan $\perp \mathbf{k}$ varie aléatoirement ⇒ ??

= succession de paquets d'ondes d'amplitude et de polarisation quelconques et variables

(par ex. polar elliptique mais dont le sens, le taux d'ellipticité et la direction fluctuent rapidement)

⇒ $Q, U, V = 0$ (en moyenne)

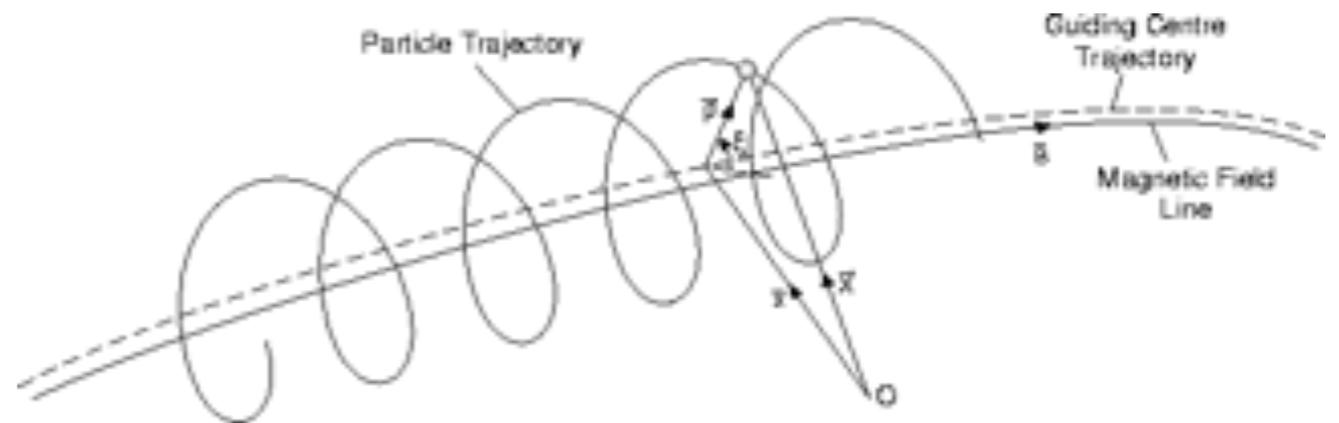
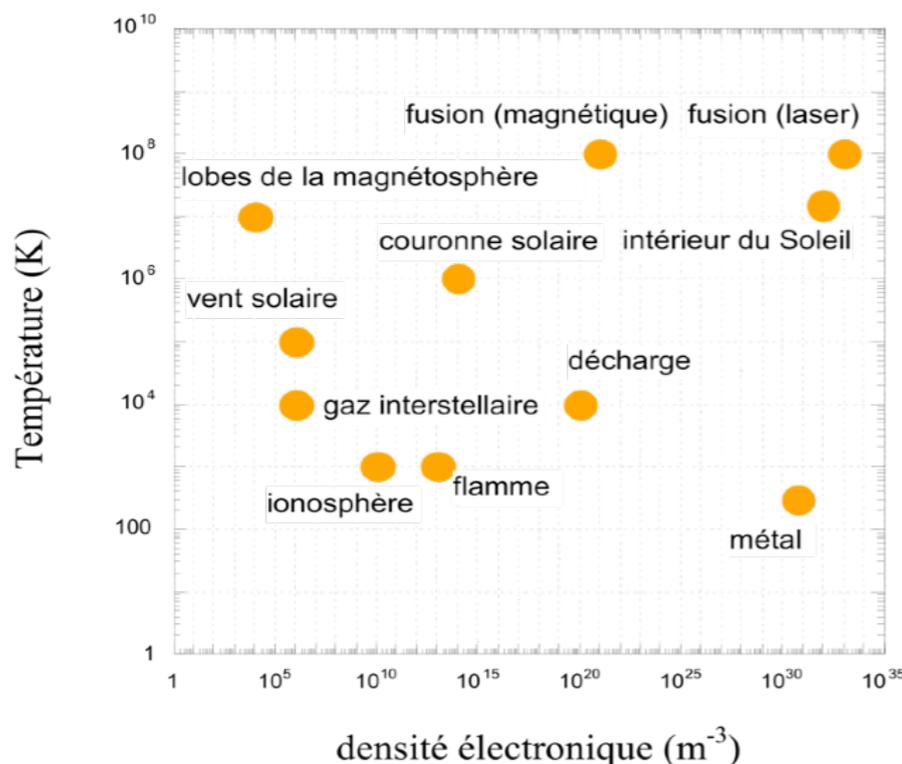
- Introduction (historique, intérêt, spécificités)
- Onde & Polarisation
- **Plasmas & Propagation (coupure, dispersion, effet Faraday, scintillations)**
- Détection Cohérente du Signal (théorie de la mesure, température d'antenne, étalonnage, bruit)
- Récepteurs (hétérodyne, température de système, filtrage, gain, RFI mitigation)
- Notions sur les Antennes Radioastronomiques : Antennes uniques
- Interférométrie et Synthèse d'ouverture (réseaux phasés, pointage électronique, imagerie, corrélation, cohérence, VLBI)
- Méthodes d'Observation
- Grands instruments actuels et du Futur
- Notions de Radioastronomie Spatiale

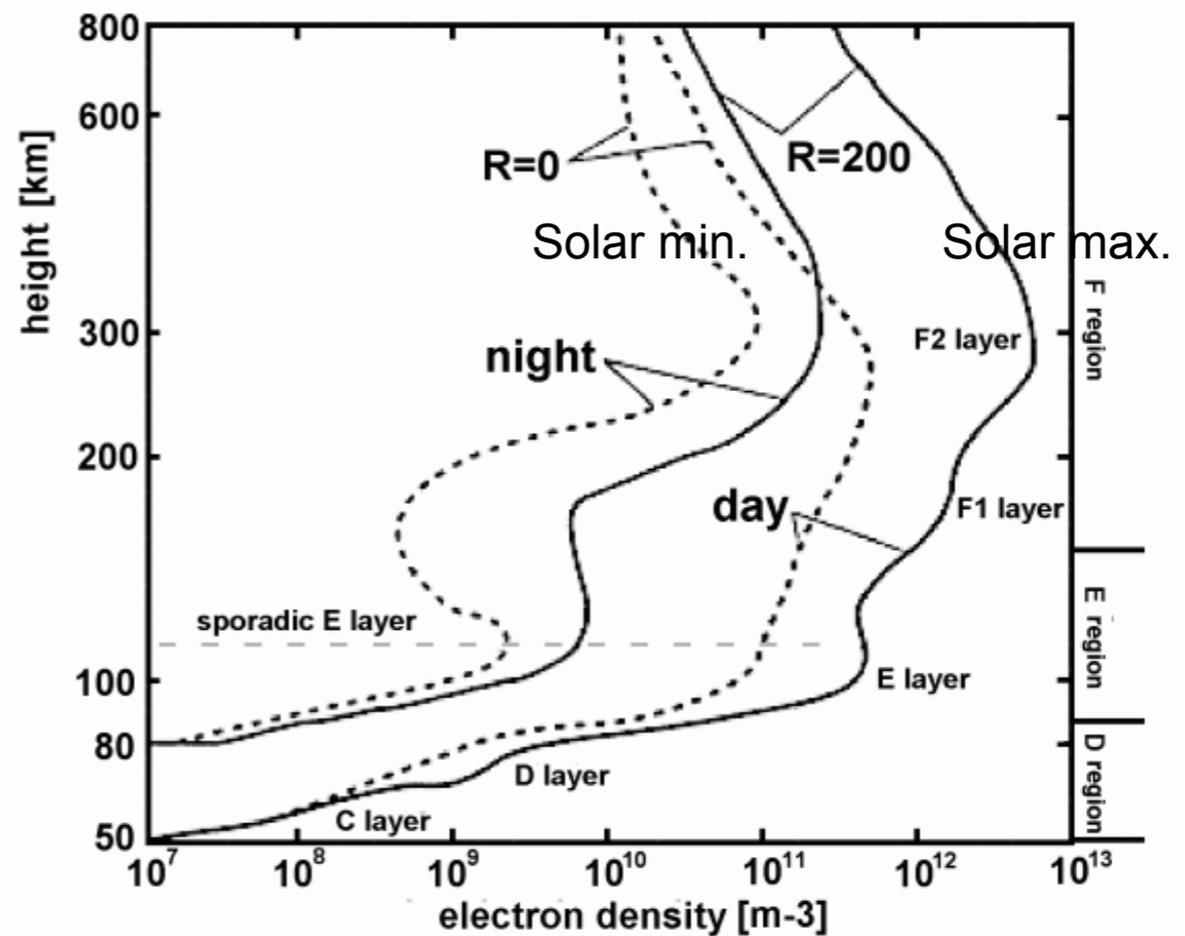
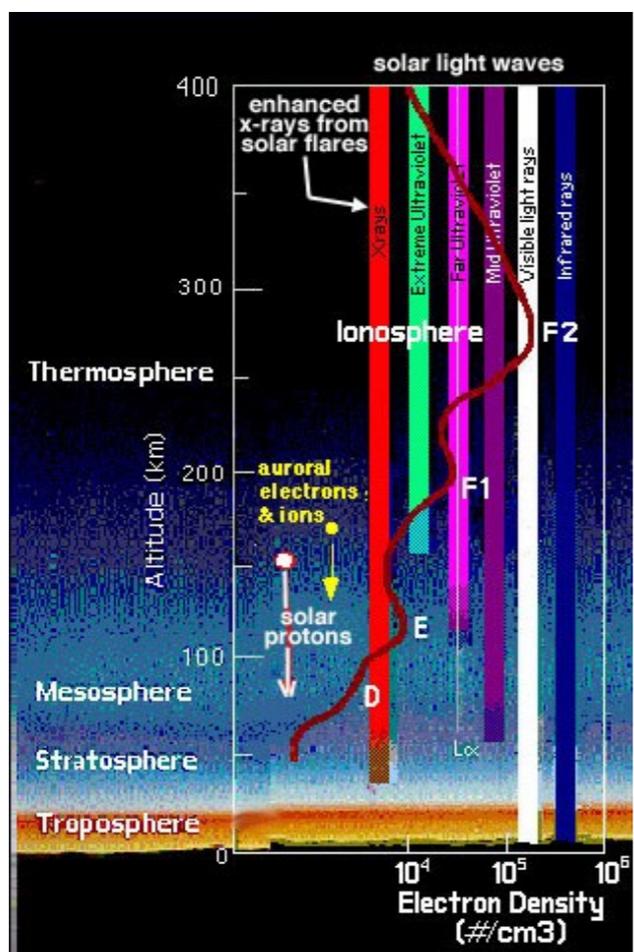
Plasmas

Notions de base :

- milieu contenant des charges libres (e^- , p^+ , ions)
- neutralité électrique globale à grande échelle
- ionisation partielle ou totale
 - radiative $h\nu \geq E_{ionisation}$
 - collisionnelle $kT \geq E_{ionisation}$ ($\sim e^2/8\pi\epsilon_0 r_{Bohr} \sim 13.6 \text{ eV}$ pour l' e^- le + externe)
 - par bombardement de particules énergétiques
- comportement similaire à un conducteur pour les ondes e.m.
- effets collectifs = \exists fréquences naturelles

Fréquence plasma d'oscillation (e^- / ions)	Fréquence cyclotron de gyration (e^- / \mathbf{B})
ω_{pe} (rad/s) = $(N_e e^2 / \epsilon_0 m_e)^{1/2}$	ω_{ce} (rad/s) = (eB / m_e)
f_{pe} (Hz) = $(1/2\pi) (N_e e^2 / \epsilon_0 m_e)^{1/2}$	f_{ce} (Hz) = $(1/2\pi) (eB / m_e)$
f_{pe} (Hz) = $9 N_e^{1/2}$ avec N_e en m^{-3}	f_{ce} (Hz) = $2.8 \times 10^6 B$ avec B en Gauss (10^{-4} T)
f_{pe} (kHz) = $9 N_e^{1/2}$ avec N_e en cm^{-3}	f_{ce} (MHz) = $2.8 B$ " "





Exemples:

- *Ionosphère terrestre* : $N_o = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $N_e/N_o \sim 10^{-9}$ (ionisation via X & UV solaire), $T \sim 900 \text{ K}$
 $N_e \sim 10^{5-6} \text{ cm}^{-3}$ (jour) $\Rightarrow f_{pe} \approx 3-10 \text{ MHz}$
 $N_e \sim 5 \times 10^{4-5} \text{ cm}^{-3}$ (nuit) $\Rightarrow f_{pe} \approx 2-6 \text{ MHz}$
 (fonction de saison, latitude, activité solaire ...)
- *Couronne solaire* : $N_o \sim N_e \sim 10^{8-9} \text{ cm}^{-3}$ (ionisation totale)
 $\Rightarrow f_{pe} \approx 100-300 \text{ MHz}$, $T \sim 10^6 \text{ K}$
- *MIP = milieu interplanétaire* (vent solaire à l'orbite terrestre): $N_o \sim N_e \approx 5-10 \text{ cm}^{-3}$ (variable)
 $\Rightarrow f_{pe} \approx 20-30 \text{ kHz}$, $T \sim 4 \times 10^5 \text{ K}$
- *MIS = milieu interstellaire*: $N_o = 1 \text{ cm}^{-3}$, $N_e \approx 0.03 \text{ cm}^{-3}$, $N_e/N_o \sim 3\%$ $\Rightarrow f_{pe} \approx 1.5 \text{ kHz}$
 (sauf régions HII près d'étoiles chaudes)

Propagation

Plasma = milieu dispersif

Interactions onde/plasma au cours de la propagation de l'onde:

→ Coupure à f_{pe}

→ Dispersion

→ Effet Faraday

→ Scintillations

Plasma non magnétisé (\mathbf{B} à grande échelle est $=0$)

Onde e.m. (\mathbf{E} , \mathbf{B}) induit un mouvement des électrons du plasma : $\mathbf{F} = -e (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$

on définit le déplacement électrique : $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \mathbf{E} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$

avec ε , ε_r , ε_0 = permittivités électriques (totale, matière, vide)

et \mathbf{P} le vecteur polarisation (du milieu) d'où : $\varepsilon_r = 1 + |\mathbf{P}| / |\varepsilon_0 \mathbf{E}| = 1 + \chi_e$

de même : $\mathbf{B} = \mu_r \mu_0 \mathbf{H} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M}$ (\mathbf{B} & \mathbf{H} = induction & champ magnétiques)

avec μ = perméabilité magnétique et \mathbf{M} le vecteur magnétisation

⇒ Equations de Maxwell (perturbations harmoniques \mathbf{E} & \mathbf{B}) :

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j} + \partial \mathbf{D} / \partial t \Rightarrow i k B / \mu_r \mu_0 = j + i \omega \varepsilon_r \varepsilon_0 E \Rightarrow E / B = k / \omega \mu_r \mu_0 \varepsilon_r \varepsilon_0$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t \Rightarrow i k E = i \omega B \Rightarrow E / B = \omega / k$$

$$\text{d'où } \omega / k = (\varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_r \mu_r)^{-1/2} = c / (\varepsilon_r \mu_r)^{1/2} = c / n = v_\phi$$

(v_ϕ = vitesse de propag. d'une perturbation du champ e.m. de fréquence $\omega/2\pi$ et de vecteur d'onde \mathbf{k})

et $n = (\varepsilon_r \mu_r)^{1/2}$ indice de réfraction (= $\varepsilon_r^{1/2}$ pour un milieu non magnétisé où $\mu_r^{1/2} = 1$)

Calcul de \mathbf{P} :

→ mouvement oscillatoire des électrons du plasma
(ions supposés immobiles, $|\mathbf{B}| \sim |\mathbf{E}/c| \ll |\mathbf{E}|$)

$$m_e d^2z/dt^2 = -e E = -e E_0 \cos \omega t \Rightarrow d^2z/dt^2 = -\omega^2 z \Rightarrow z = e E / m_e \omega^2$$

→ le moment dipolaire d'un couple (e^- - ion) séparé de \mathbf{z} est $(-e \cdot \mathbf{z})$ d'où

$$\mathbf{P} = -N_e e \mathbf{z} = - (N_e e^2 / m_e \omega^2) \mathbf{E} \Rightarrow \epsilon_r = \epsilon_r = 1 + |\mathbf{P}| / |\epsilon_0 \mathbf{E}| = 1 - N_e e^2 / \epsilon_0 m_e \omega^2 = 1 - \omega_{pe}^2 / \omega^2$$

donc $n = (1 - \omega_{pe}^2 / \omega^2)^{1/2} = (1 - f_{pe}^2 / f^2)^{1/2} < 1$
d'où $v_\phi = \omega / k = c / n > c$

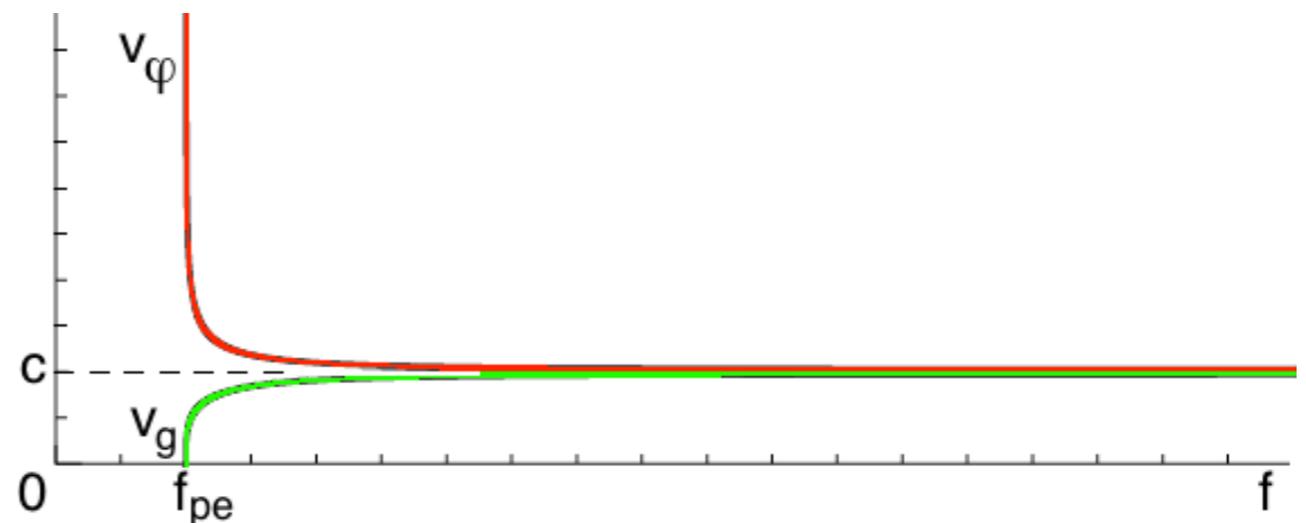
(mais vitesse "non-physique" car une onde monochromatique d'amplitude constante ne transporte pas d'information)

la vitesse de transport de l'énergie / information est $v_g = d\omega/dk$

on a : $c^2 k^2 = \omega^2 n^2 = \omega^2 - \omega_{pe}^2 \Rightarrow 2 c^2 k dk/d\omega = 2\omega$

⇒ $v_g = d\omega/dk = c^2 k / \omega = c n < c$

NB: $v_g v_\phi = c^2$



Exemple: Ionosphère terrestre = filtre passe-haut ciel \longleftrightarrow sol

Sondage ionosphérique : exploitation de la fréquence de coupure $f_c = f_{pe}$ en incidence \sim normale

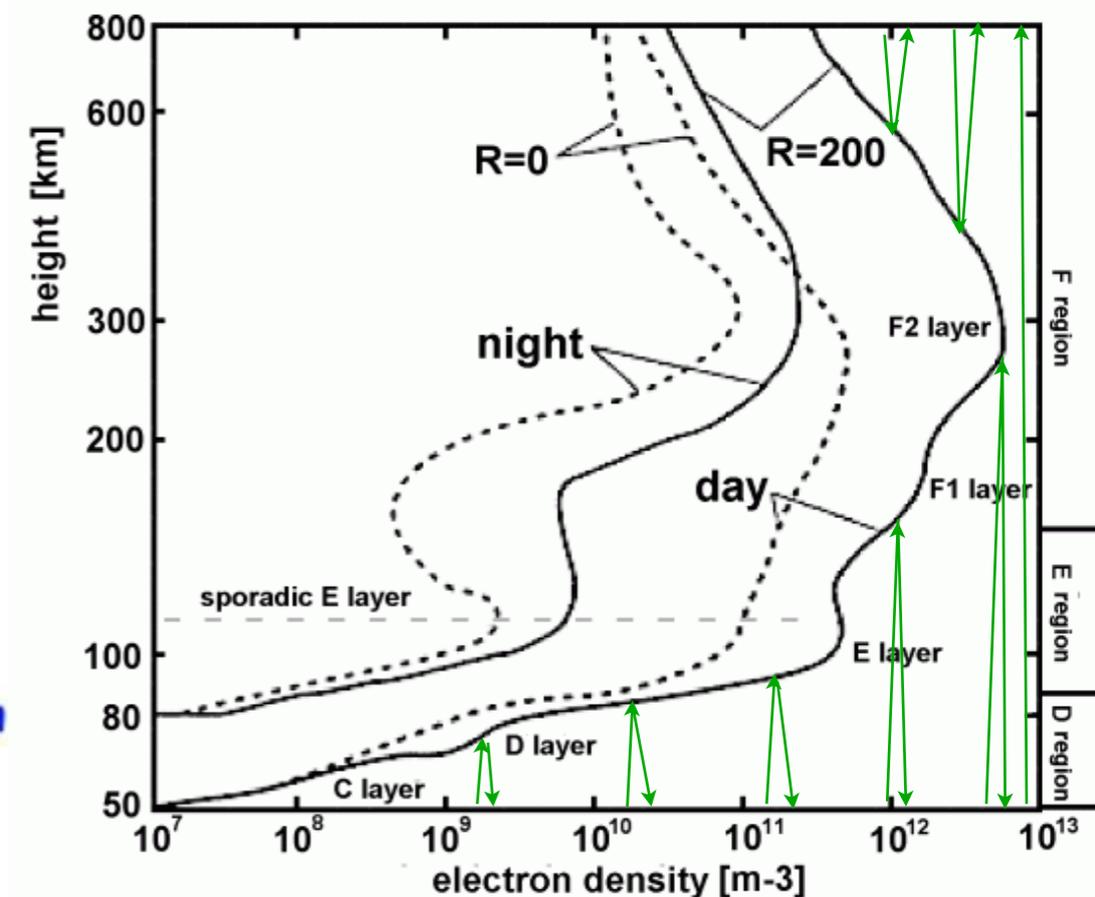
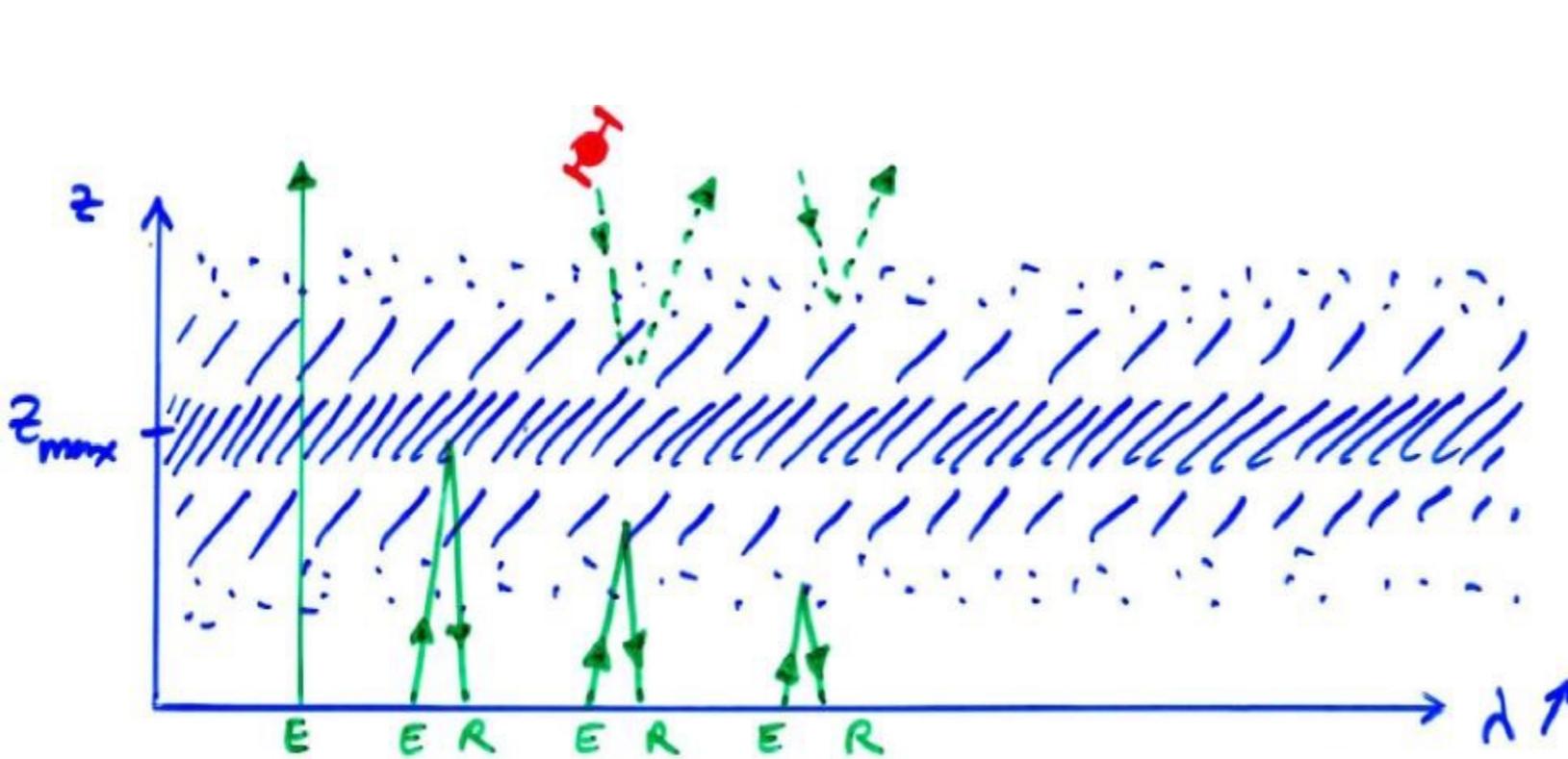
\rightarrow envoi vers le zénith d'un rayonnement radio de fréquence variable,
et mesure du délai entre émission et réception $\Delta t = t_R - t_E$

A mesure que $f \uparrow$, le rayonnement pénètre + haut et $\Delta t \uparrow$

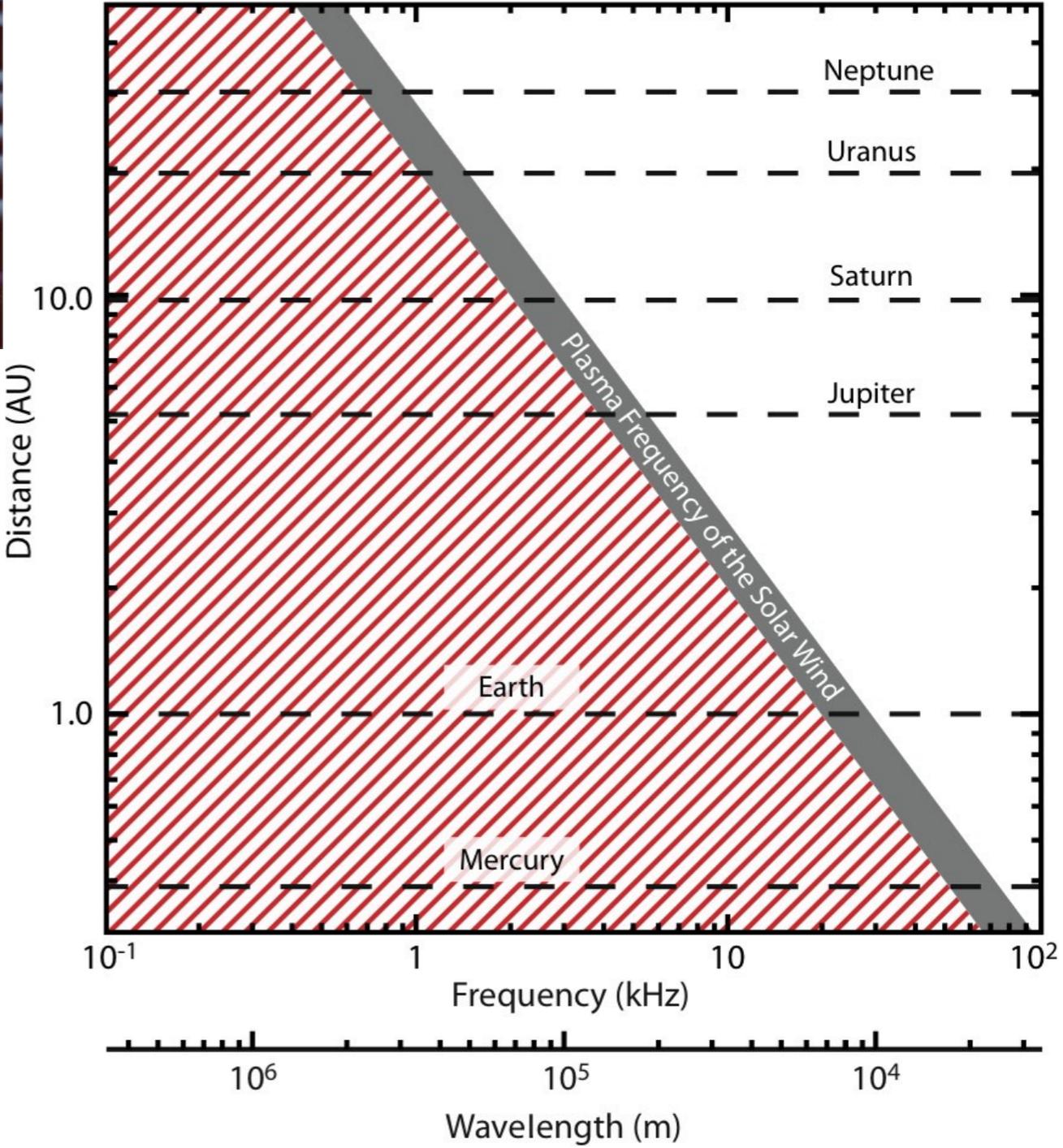
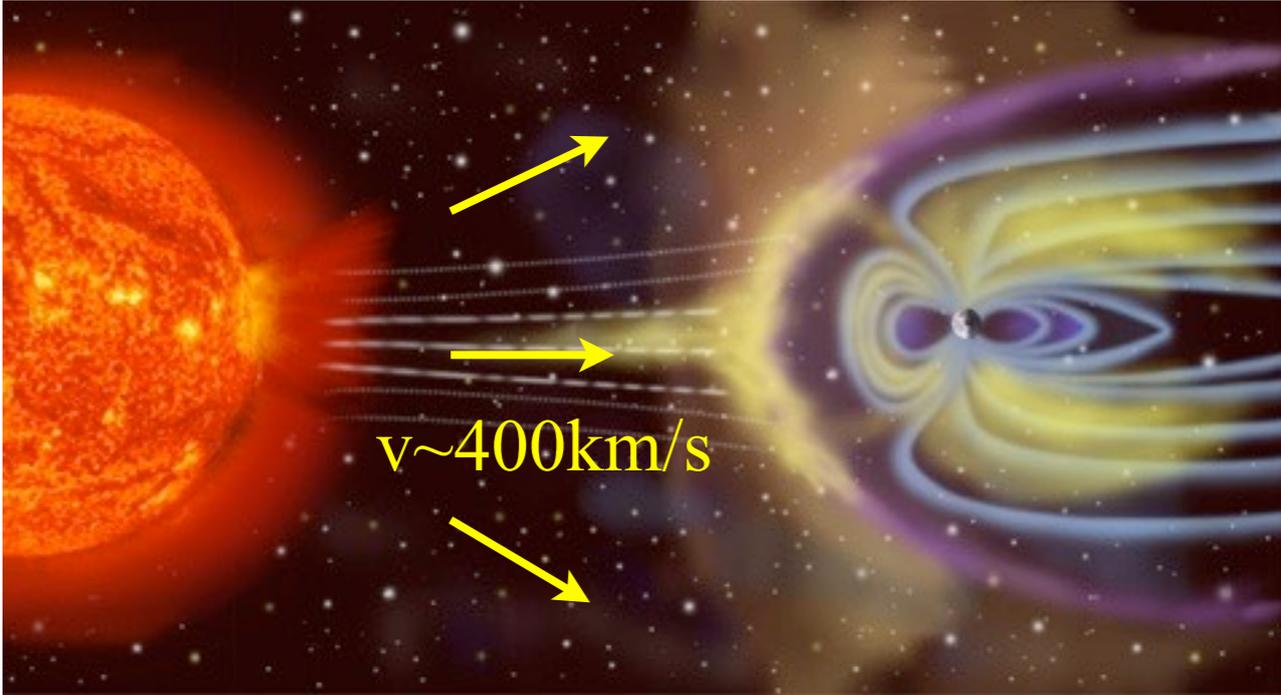
\Rightarrow on en déduit $N_e(z) = (f_{pe}/9)^2 = f^2/81$ avec $z = c \Delta t / 2$

La dernière fréquence réfléchiée donne $N_{e-max}(z_{max})$

Pour les couches $z > z_{max}$ on procède de même à partir d'un satellite en orbite



*Exemple: Vent solaire : $N_e = 5-10 \text{ cm}^{-3} / L^2$ (avec L en UA)
 $\rightarrow f_{pe} = 20-30 / L \text{ kHz}$*



→ Fréquence de coupure f_c pour un angle d'incidence θ / normale à la couche de plasma :

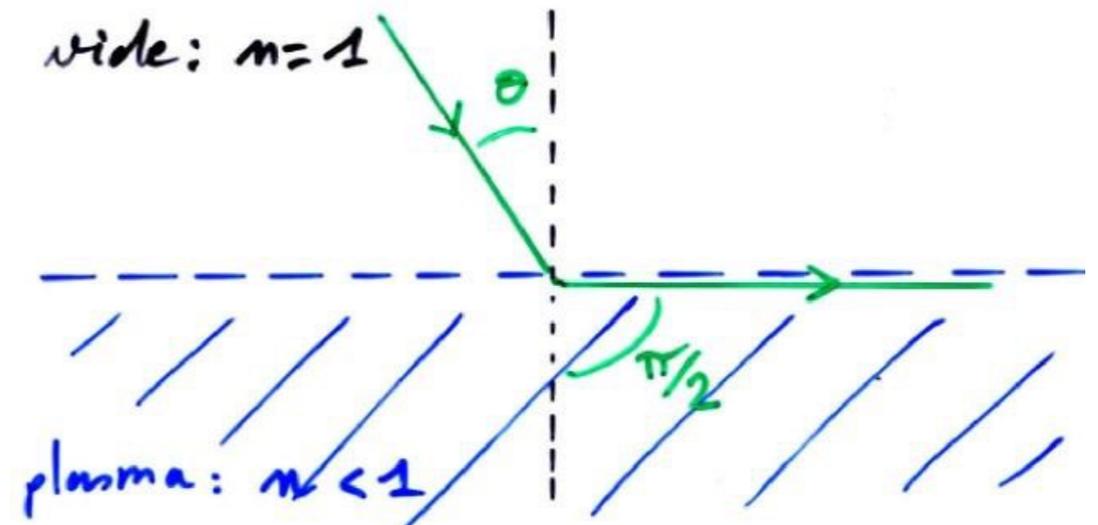
Descartes: $1 \cdot \sin\theta_{\text{vide}} = n \cdot \sin\theta_{\text{plasma}}$

$n \downarrow$ quand $f \downarrow$, donc $\theta_{\text{plasma}} \uparrow$

Réflexion totale à f_c telle que: $1 \cdot \sin\theta_{\text{vide}} = n \cdot \sin(\pi/2)$

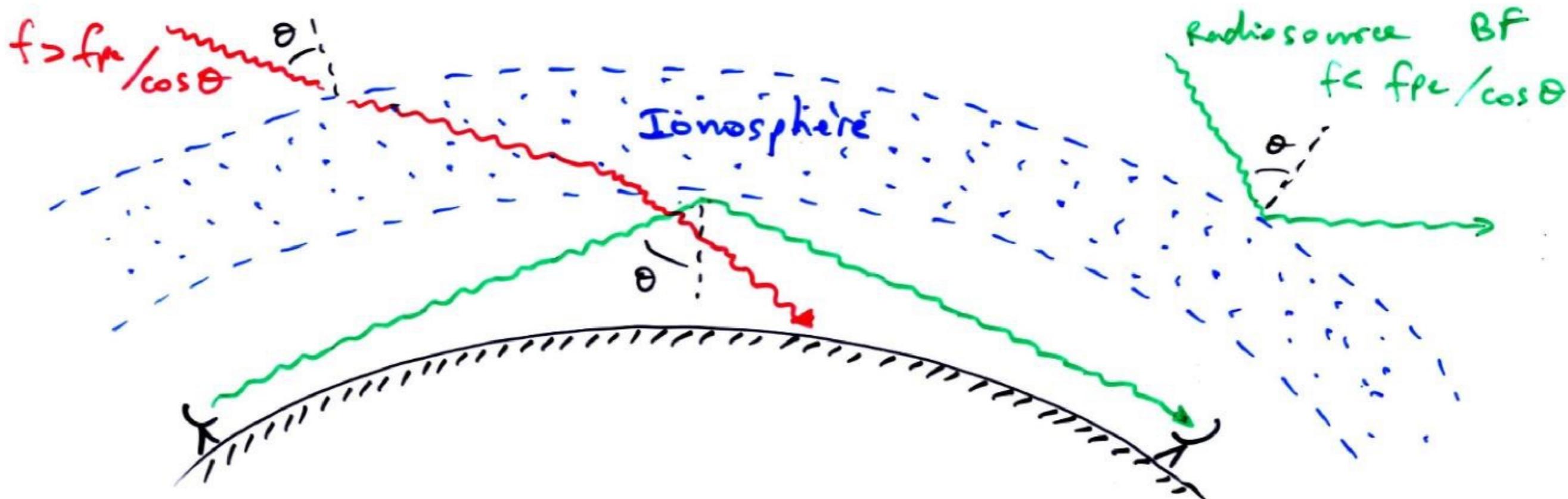
$\Rightarrow n^2 = 1 - f_{pe}^2/f_c^2 = \sin^2\theta$

$\Rightarrow f_c = f_{pe} / \cos\theta$



\Rightarrow possibilité de radio-communications terrestres sur "ondes courtes" ($f \leq 30$ MHz) :

propagation au-delà de l'horizon par réflexion sous l'ionosphère pour $f < f_{pe}/\cos\theta$



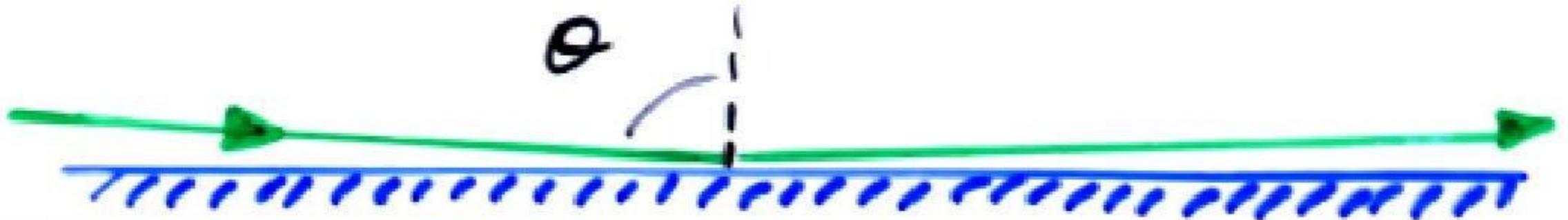
Exemple: Miroir \rightarrow les e^- libres du métal réfléchissent les ondes e.m. incidentes.

$r_{\text{atome}} \approx 1 \text{ \AA}$ & 1 e^- libre mis en commun par atome

$$\Rightarrow N_e \approx 1/(2 \text{ \AA})^3 \approx 10^{29} \text{ m}^{-3}$$

$$\Rightarrow f_{pe} \approx 3 \times 10^{15} \text{ Hz} \quad \lambda \approx 100 \text{ nm (UV)}$$

\rightarrow un miroir métallique réfléchit le visible mais pas les rayons X
(sauf réflexion spéculaire, $\theta \approx 90^\circ \Rightarrow f_c = f_{pe} / \cos\theta \quad \uparrow\uparrow$)



• Propagation des ondes en plasma non-magnétisé : Dispersion

→ $v_g = d\omega/dk = c^2 k / \omega = c n = c (1 - \omega_{pe}^2/\omega^2)^{1/2} \approx c (1 - \omega_{pe}^2/ 2\omega^2)$ pour $\omega^2 \gg \omega_{pe}^2$

(typiquement $f \geq 100$ kHz dans le MIP et le MIS)

$v_g = v_g(\omega) \Rightarrow$ un plasma est un milieu dispersif pour les ondes radio



→ Pour une radiosource à spectre large à distance L de l'observateur :

$t(\omega) = L / v_g(\omega) \approx (1 + \omega_{pe}^2/ 2\omega^2) L / c$ en supposant $\omega_{pe} = C^{te}$ sur le trajet L

$\Rightarrow \Delta t(\omega) = t(\omega) - t(\omega \rightarrow \infty) \approx \omega_{pe}^2 L / 2\omega^2 c = N_e L e^2 / 2\epsilon_0 m_e \omega^2 c$

ou plus rigoureusement, si $N_e \neq C^{te}$ sur le trajet L

$\Delta t(\omega) \approx (\int_L N_e dL) e^2 / 2\epsilon_0 m_e \omega^2 c = \langle N_e L \rangle e^2 / 2\epsilon_0 m_e \omega^2 c$

On appelle "Mesure de Dispersion" [DM] la quantité $\int_L N_e dL$ intégrée sur le trajet de l'onde

D'où :	$\Delta t(f) \approx 4.15 \times 10^3$ [DM]	f^{-2}
	↓	↓ ↓
	[sec]	[pc.cm ⁻³] [MHz]

$\Delta t(f_1) - \Delta t(f_2) \approx 4.15 \times 10^3$ [DM] ($f_1^{-2} - f_2^{-2}$)

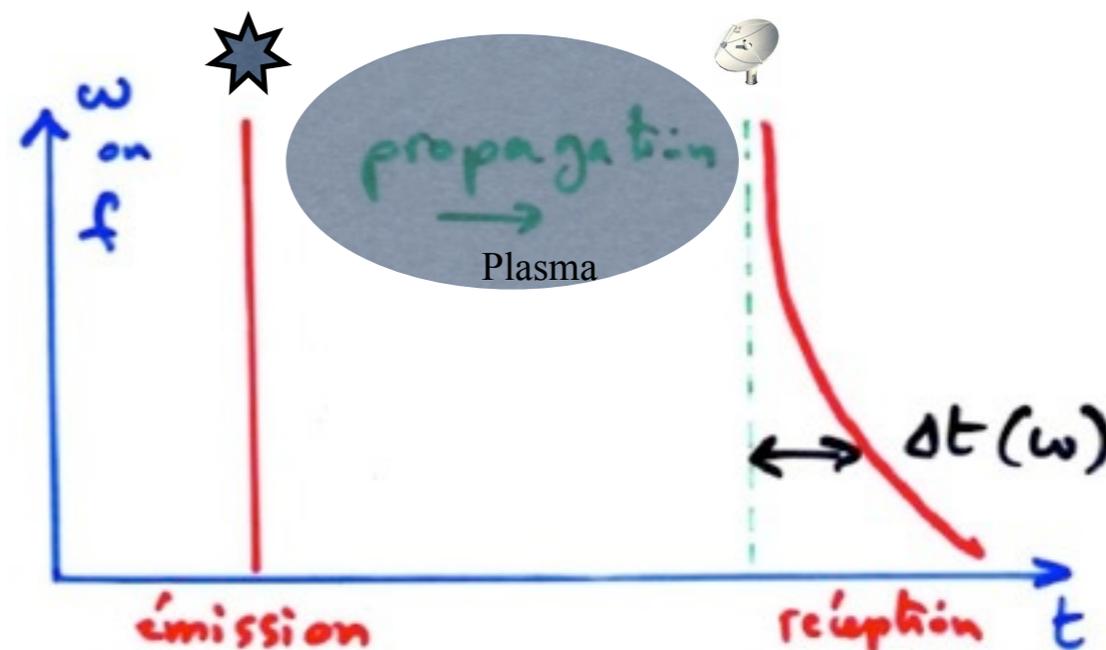
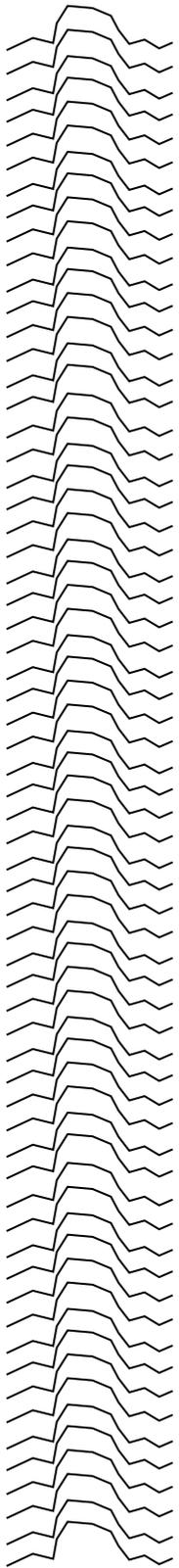


Fig. 3.1. Frequency dispersion in pulse arrival time for PSR 1641–45, recorded in 64 adjacent frequency channels, each 5 MHz wide, centred on 1540 MHz.

PSR 1641–45, Centre freq 1540 MHz, Chan BW 5MHz

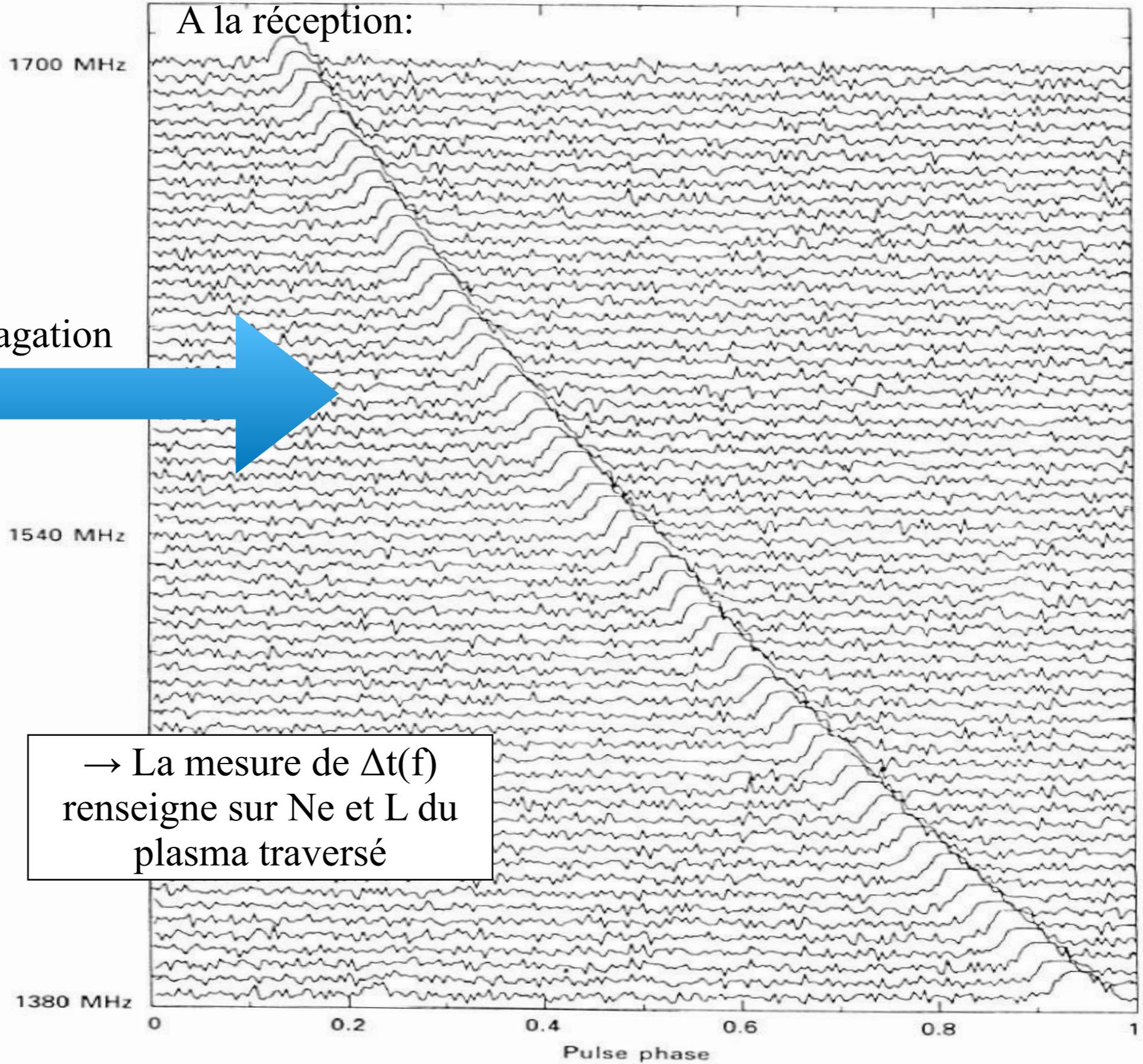
A l'émission:



Propagation



A la réception:



- Propagation des ondes en plasma magnétisé : Effet Faraday

→ on montre pour un plasma magnétisé (avec collisions = cas général) que l'indice s'écrit (équation d'Appleton-Hartree) :

$$n^2 = 1 - X / \{ 1 - iZ - \frac{1}{2}Y_T / (1 - X - iZ) \pm [\frac{1}{4}Y_T^4 / (1 - X - iZ) + Y_L^2]^{1/2} \}$$

avec $X = \omega_{pe}^2 / \omega^2$

$$Y_T = (\omega_{ce} / \omega) \sin\theta \quad \& \quad Y_L = (\omega_{ce} / \omega) \cos\theta \quad \text{avec } \theta = (\mathbf{k}, \mathbf{B})$$

$$Z = f_{coll} / 2\pi f \quad \text{où } f_{coll} \propto N_e T^{-3/2} \quad \text{pour les collisions e-ions}$$

⇒ $n = \mu - i\chi$ où $\mu = \text{Re}(n)$ caractérise la réfraction

et $\chi = \text{Im}(n)$ caractérise l'amortissement/amplification

Si on néglige les collisions, i.e. $f_{coll} \ll f_{pe}, f_{ce}, f \Rightarrow Z \approx 0$

On considère la propagation quasi-// \mathbf{B} (en fait non strictement $\perp \mathbf{B}$, i.e. $Y_T^2/2 \ll Y_L$)

$$\Rightarrow n^2 = 1 - X / (1 - \frac{1}{2}Y_T \pm Y_L) = 1 - \omega_{pe}^2 / (\omega (\omega - \frac{1}{2}\omega_{ce}\sin\theta \pm \omega_{ce}\cos\theta))$$

$$\Rightarrow n_{\pm} = [1 - \omega_{pe}^2 / (\omega (\omega - \frac{1}{2}\omega_{ce}\sin\theta \pm \omega_{ce}\cos\theta))]^{1/2}$$

n_+ → propagation d'une onde LHC (G), n_- → propagation d'une onde RHC (D)

(démonstration en considérant \mathbf{E} tournant, G ou D, et en recalculant \mathbf{P} , ϵ_r , $\mu_r \rightarrow n_{\pm}$)

NB: \mathbf{B} introduit une anisotropie qui rend le plasma biréfringent

(≡ cristal où l'anisotropie vient de la structure cristalline)

$$\rightarrow v_{\phi\pm} = c / n_{\pm}$$

$$\Rightarrow \Delta v_{\phi} = |v_{\phi+} - v_{\phi-}| = c |1/n_+ - 1/n_-|$$

$$\approx (c \omega_{pe}^2 / 2\omega) |1/(\omega - \frac{1}{2}\omega_{ce}\sin\theta + \omega_{ce}\cos\theta) - 1/(\omega - \frac{1}{2}\omega_{ce}\sin\theta - \omega_{ce}\cos\theta)|$$

$$\approx c \omega_{pe}^2 \omega_{ce} \cos\theta / [\omega((\omega - \frac{1}{2}\omega_{ce}\sin\theta)^2 - (\omega_{ce}\cos\theta)^2)]$$

soit pour $\omega \gg \omega_{pe}, \omega_{ce}$ $\Delta v_{\phi} \approx c \omega_{pe}^2 \omega_{ce} \cos\theta / \omega^3 \approx c \omega_{pe}^2 \omega_{ce} / \omega^3$

Pour 2 ondes circulaires (G & D), initialement en phase $\propto \exp[i(kz - \omega t)] \propto \exp[ik(z - v_{\phi}t)]$

un déphasage apparaît: $\Delta\phi(t) = k \Delta v_{\phi} t = 2\pi/\lambda c \omega_{pe}^2 \omega_{ce} / \omega^3 t = e^3 \lambda^2 B_{//} N_e t / (4\pi^2 c^2 m_e^2 \epsilon_0)$

avec $t \approx L/c$ pour une source à une distance L

→ l'Effet Faraday est la rotation du plan de polarisation d'une onde polarisée linéairement se propageant quasi-// **B** dans un plasma magnétisé. Le plan de polarisation tourne de :

$$\theta \text{ (rad)} = \Delta\phi/2 = \lambda^2 \langle B_{//} N_e L \rangle e^3 / (8\pi^2 c^3 m_e^2 \epsilon_0) = \langle B_{//} \rangle [\text{DM}] e^3 / (8\pi^2 c m_e^2 \epsilon_0 f^2)$$

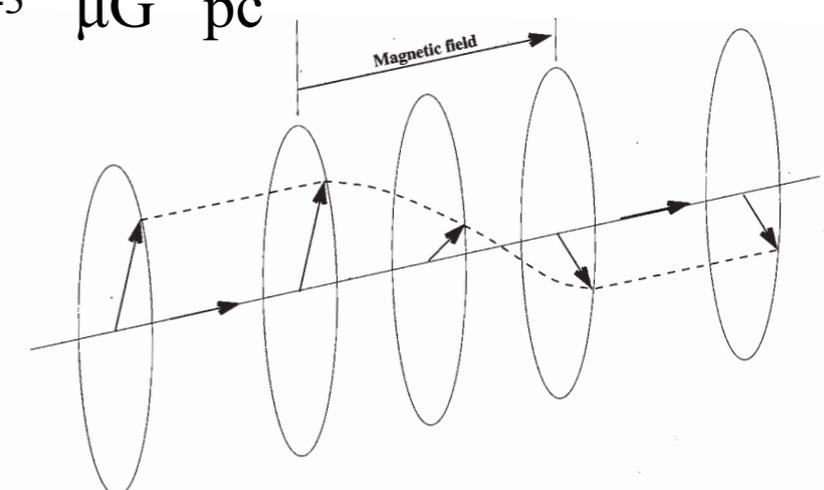
$$\theta \text{ (rad)} = R \lambda^2 \text{ avec } \lambda \text{ en m et } R = \text{Mesure de Rotation} = 0.8 \int_L N_e B_{//} dL$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $\text{cm}^{-3} \quad \mu\text{G} \quad \text{pc}$

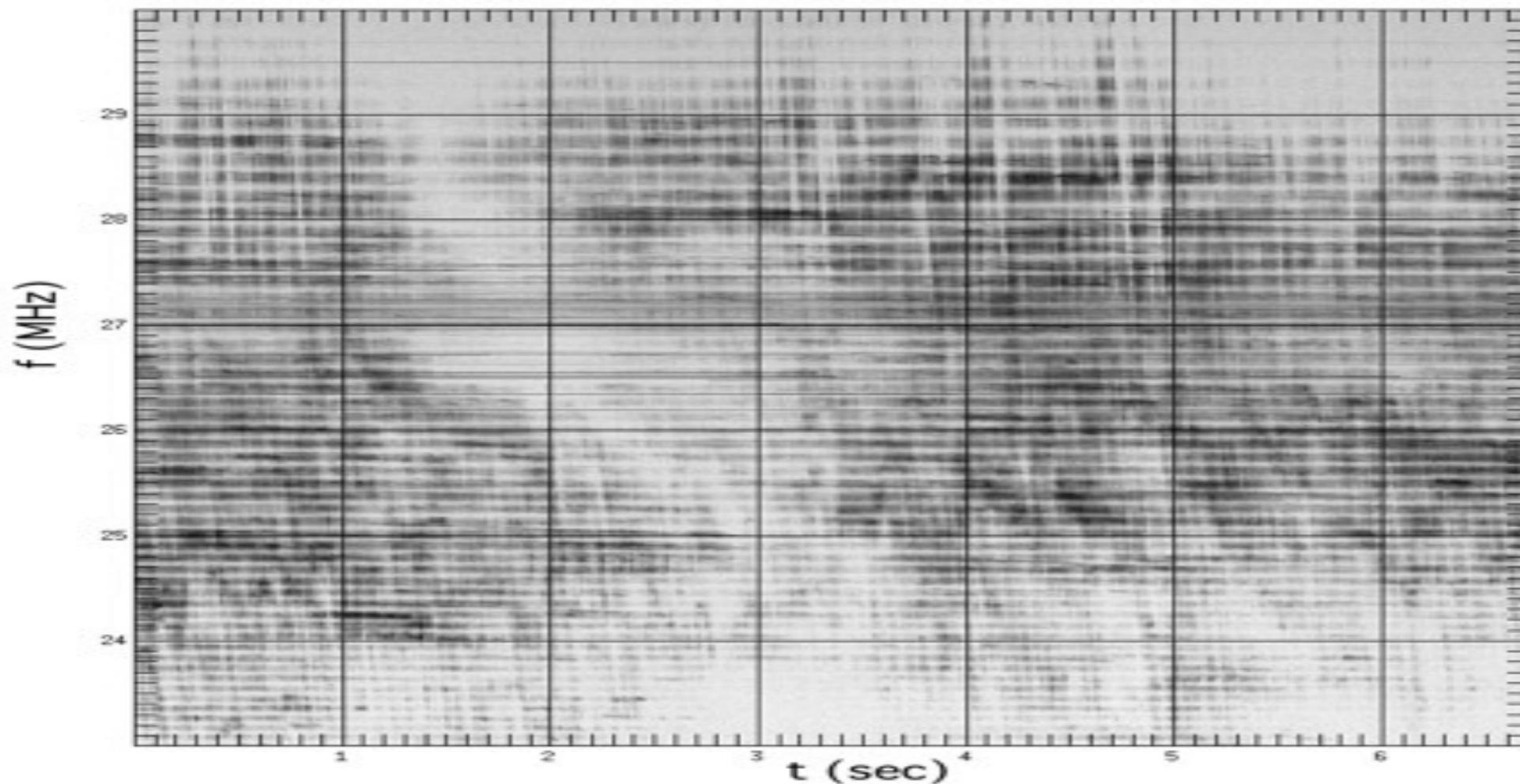
ou

$$\theta = 4 \times 10^{12} [\text{DM}] B_{//} f^{-2}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $[\text{°}] \quad [\text{pc.cm}^{-3}] \quad [\text{G}] \quad [\text{MHz}]$



$$\Delta\theta = \theta(f_1) - \theta(f_2) \approx 4 \times 10^{12} [\text{DM}] B_{//} (f_1^{-2} - f_2^{-2})$$



Frangé sombre: $\mathbf{E} //$ antenne
 Frangé claire: $\mathbf{E} \perp$ antenne

Exemple : On observe des Franges Faraday dans le spectre dynamique de l'émission décamétrique de Jupiter (observée avec une antenne linéaire).

L'interfrange à 27 MHz est ~ 0.15 MHz \rightarrow origine ?

$$\Delta\theta (^{\circ}) = d\theta/df \cdot \Delta f = 4 \times 10^{12} [\text{DM}] B_{//} 2 f^{-3} \Delta f \Rightarrow \Delta f = \Delta\theta f^3 / (8 \times 10^{12} \langle N_e L B_{//} \rangle)$$

$\Delta\theta$ entre 2 franges consécutives (brillantes ou sombres) = 180°

- Tore de plasma de Io : $N_e \sim 1000 \text{ cm}^{-3}$, $L \sim 2R_{\text{Jupiter}}$ ($1R_J = 7 \times 10^4 \text{ km}$), $B_{//} \sim 0.003 \text{ G}$

$$\Rightarrow \Delta f \approx 31 \text{ MHz}$$

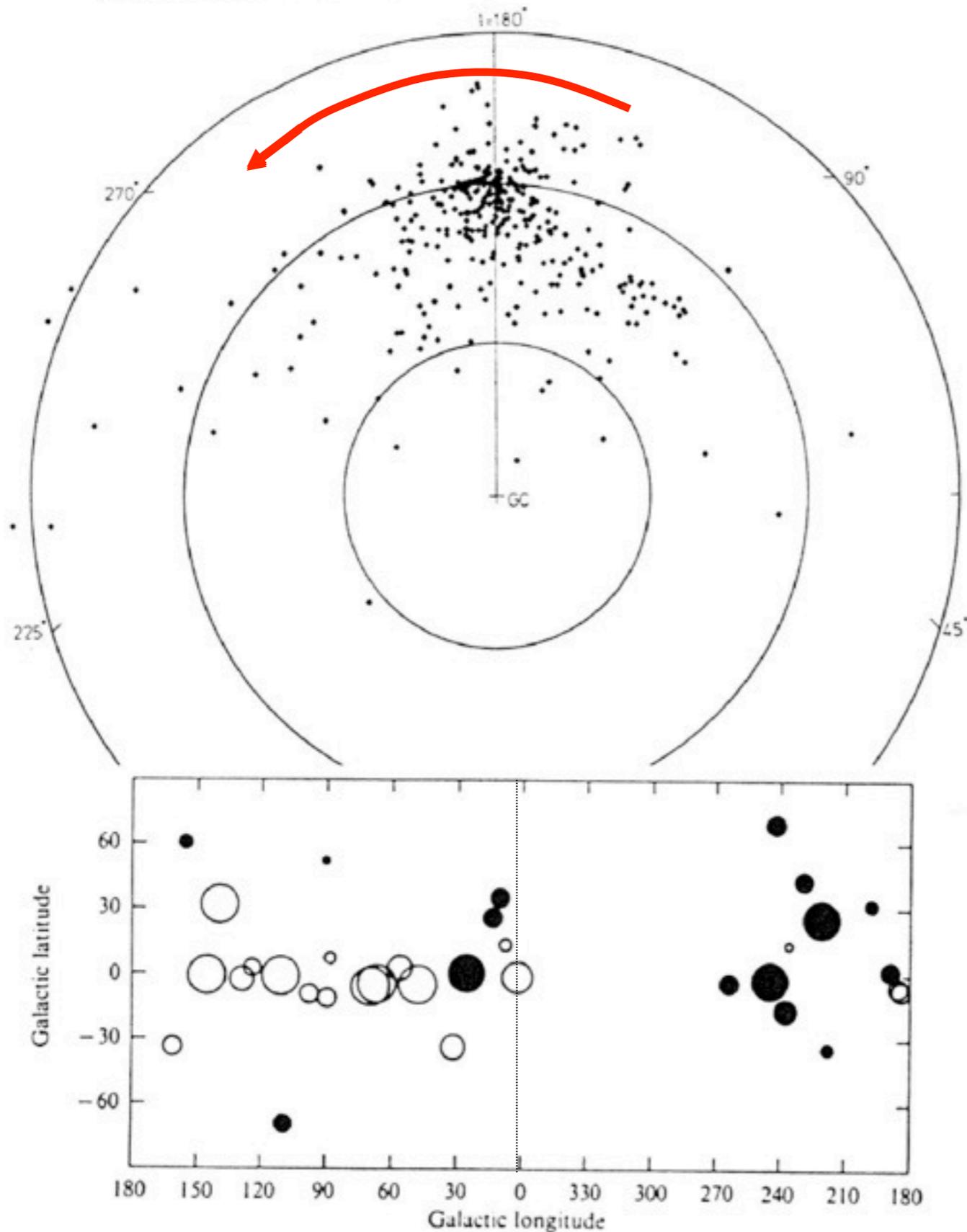
- Milieu interplanétaire : $N_e \sim 5 \text{ cm}^{-3}$, $L \sim 5 \text{ UA}$ ($1 \text{ UA} = 1.5 \times 10^8 \text{ km}$), $B_{//} \sim 3 \text{ nT}$

$$\Rightarrow \Delta f \approx 118 \text{ MHz}$$

- Ionosphère terrestre : $N_e \sim 5 \times 10^5 \text{ cm}^{-3}$, $L \sim 500 \text{ km}$, $B_{//} \sim 0.3 \text{ G}$

$$\Rightarrow \Delta f \approx 0.18 \text{ MHz}$$

Fig. 8.2. The positions of the 316 pulsars in the uniform sample, projected onto the plane of the Galaxy. The galactic centre is at the centre of the diagram. The pulsars are clustered round the Sun, at a distance of about 8 kpc from the centre.



Dans le plan galactique:

- ○ Sens de **B**
- ○ Amplitude de **B**

• Propagation des ondes en plasma inhomogène : Scintillations IP & IS

$$n^2 = 1 - \omega_{pe}^2/\omega^2 = 1 - N_e e^2/(\epsilon_0 m_e \omega^2)$$

or les milieux IP et IS sont en fait inhomogènes : $N_e = \langle N_e \rangle + \delta N_e$

$$\Rightarrow 2n \delta n = -e^2/(\epsilon_0 m_e \omega^2) \delta N_e$$

$$\Rightarrow \text{variations d'indice } \delta n \approx (1/2n) (e^2/(\epsilon_0 m_e \omega^2)) \delta N_e$$

\Rightarrow variation de phase introduite par une inhomogénéité δn de dimension L sur une onde $\propto \exp[i(kz - \omega t)]$

$$\delta\phi \approx \omega \delta t = \omega \delta(L/v_\phi) = (\omega L/c) \delta n = (e^2 L \delta N_e)/(2c\epsilon_0 m_e n \omega)$$

- $\delta N_e \ll N_e$, grandes échelles spatiales L

(gradients de N_e), hautes fréquences $\omega = 2\pi f$

\Rightarrow scintillations faibles ($\delta\phi \ll 2\pi$)

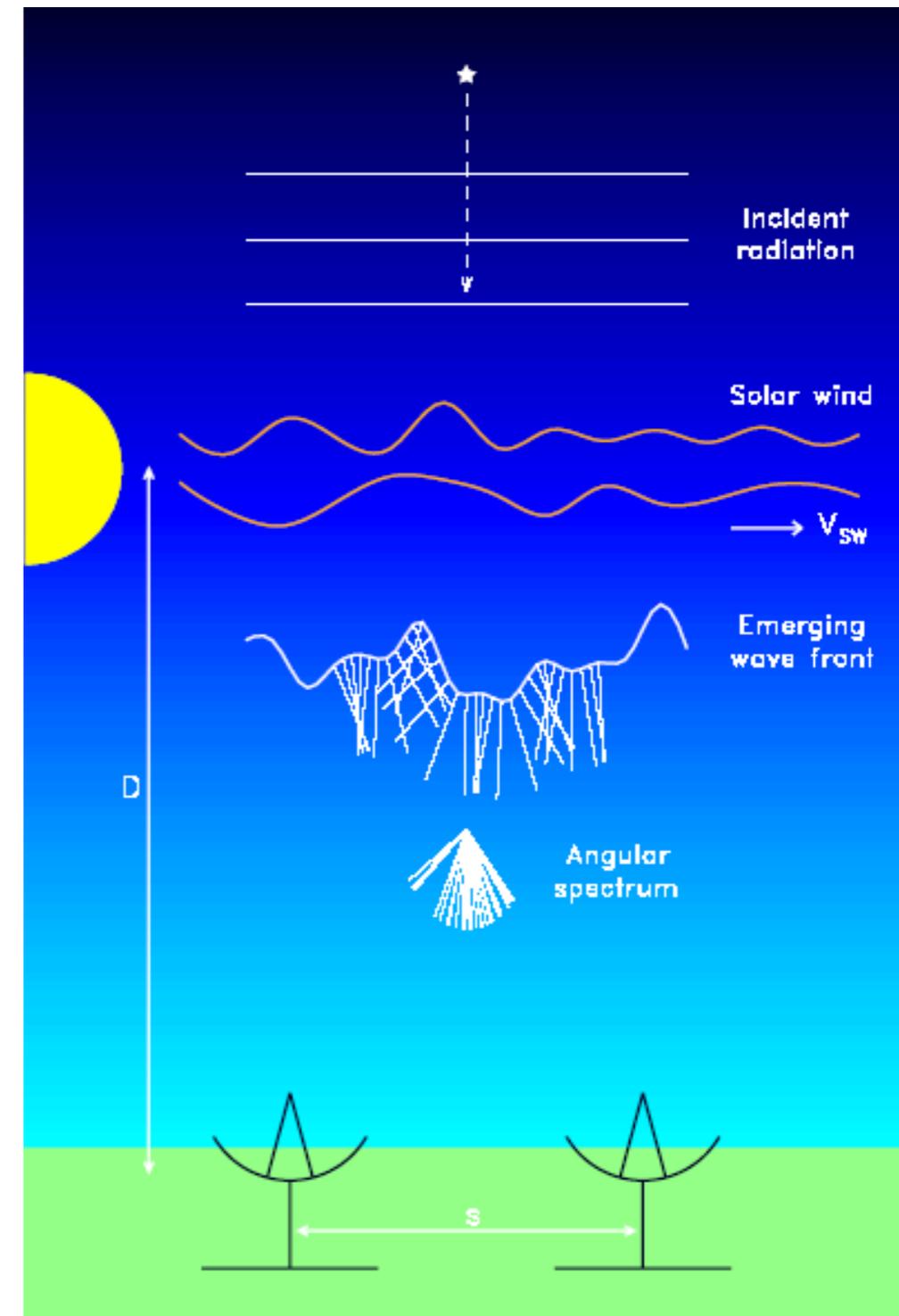
\Rightarrow effets réfractifs (fluctuations d'intensité, de position, dispersion temporelle)

- $\delta N_e \sim N_e$, petites échelles spatiales L (turbulence), basses fréquences

\Rightarrow scintillations fortes

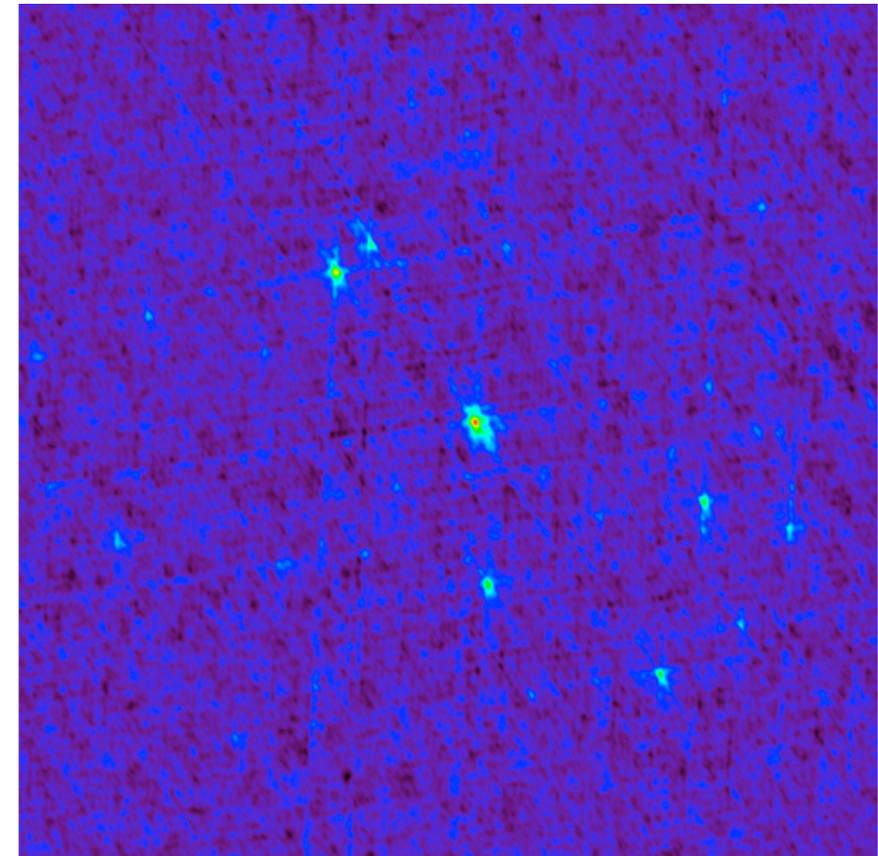
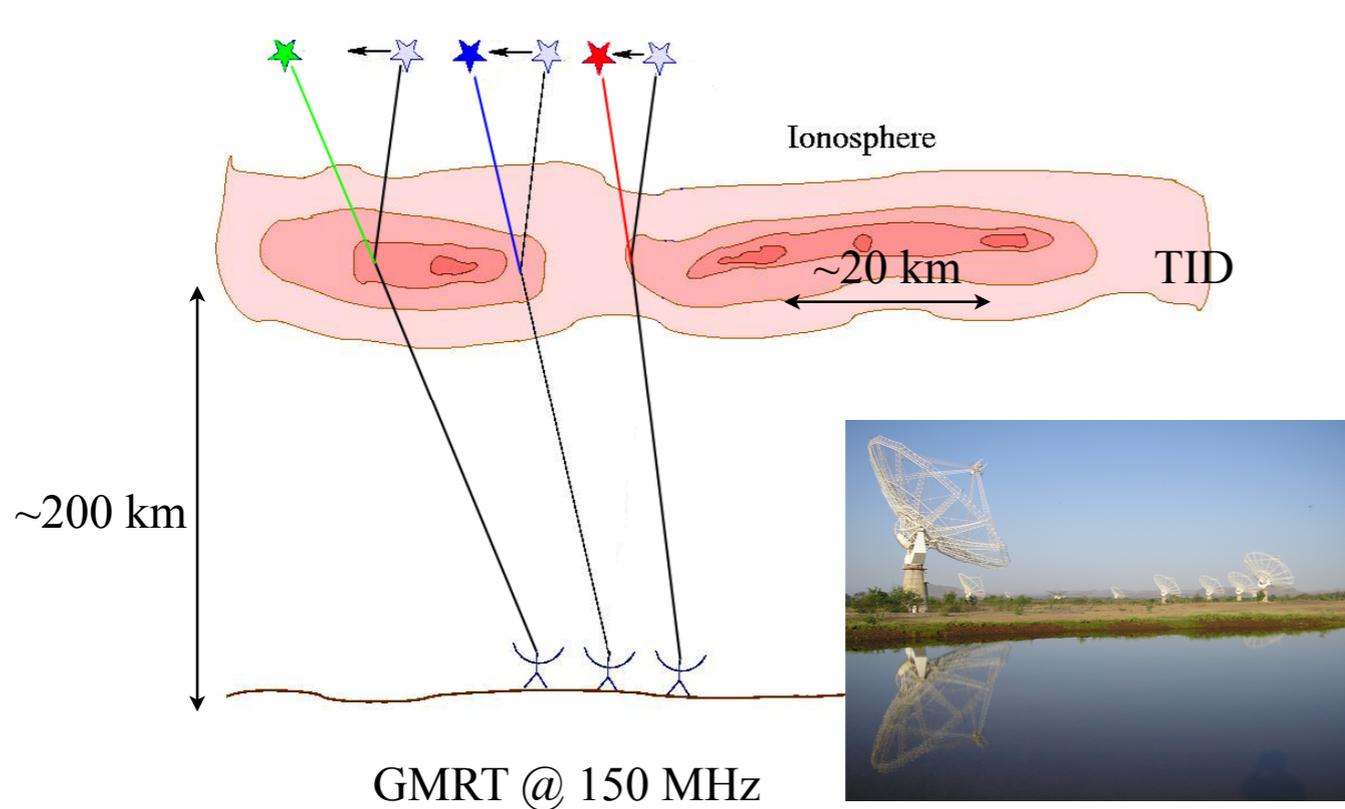
\Rightarrow effets diffractifs (fluctuations d'intensité, étalement angulaire, temporel, spectral)

$$\exp[i(kz - \omega t)] \propto \exp[ik(z - v_\phi t)]$$

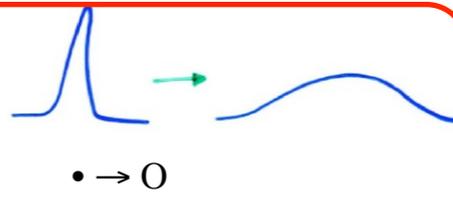


REFRACTION PHENOMENA

Phenomenon	Quantity	Typical Values (DM~100)			
		400 MHz	30 MHz	10 MHz	
Slow scintillations	$\sigma_I/I \propto \lambda^{-1.1}$	20%	1%	0.3%	
	$\Delta t_r \propto \lambda^{2.2}$	1 yr	300 yr	3000 yr	$\Delta t_r(\sigma_I/I)$
Time-of-arrival variations	$\Delta t_{DM} \propto \lambda^2$	10 μs	2 ms	16 ms	Fluctuations de la Dispersion
	$\Delta t_{1D}(\Delta\theta_r)$	$\Delta t_\theta \propto \lambda^{1.6}$	1 μs	60 μs	Échelle temporelle du déplacement erratique
	$\Delta t_{2D}(\Delta\theta_r)$	$\Delta t_{\theta_2} \propto \lambda^{3.3}$	1 μs	5 ms	
Angular wandering	$\Delta\theta_r \propto \lambda^{1.6}$	1 m.a.s.	60 m.a.s.	400 m.a.s.	



DIFFRACTION PHENOMENA

Phenomenon	Quantity	Typical Values (DM~100)			
		400 MHz	30 MHz	10 MHz	
Intensity Scintillations $\sigma_I \sim I$	$\Delta\nu \propto \lambda^{-4.4}$ $\Delta t_d \propto \lambda^{-1.2}$	10 kHz	10^{-2} kHz	10^{-7} kHz	Échelles spectrale et temporelle des fluctuations $\sigma_I \sim I$
Temporal broadening	$\tau_d \propto \lambda^{4.4}$	1 ms	1 min	3 hr	
Angular broadening	$\theta_d \propto \lambda^{2.2}$	10 m.a.s.	3''	33''	
Spectral broadening	$\Delta\nu_s \propto \lambda^{1.2}$	1 Hz	22 Hz	83 Hz	Doppler / inhg. diffractives

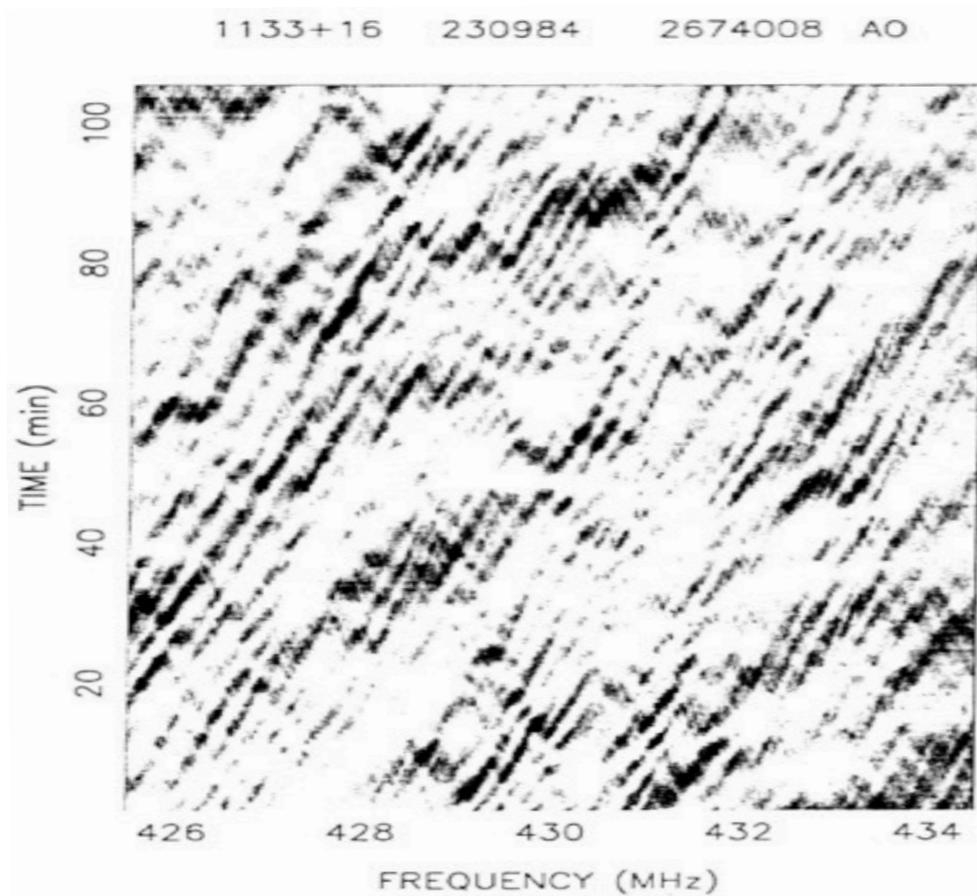


Figure 3. Dynamic spectrum $I(\nu, t)$ for PSR B1133+16 (DM ~ 5) that shows constructive and destructive interference from multipath propagation.

DM max pour une résolution temporelle δt : $\delta t \leq \tau_d$

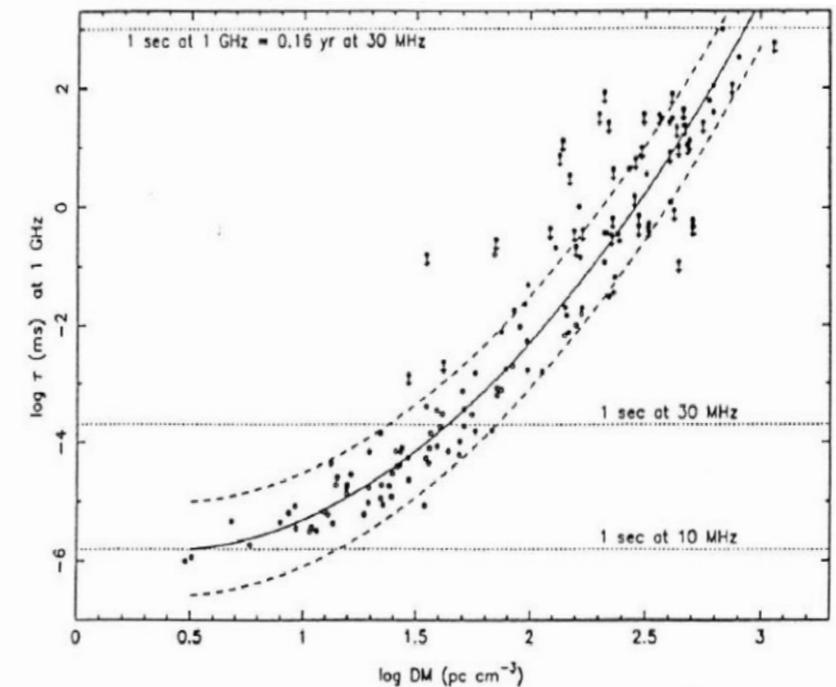


Figure 4. Pulsar temporal broadening times plotted against dispersion measure, DM. The solid line is a least squares fit to the data; the dashed lines are $\pm 1\sigma$ deviations from the fit. Downward arrows denote upper limits, which were excluded from the fit.

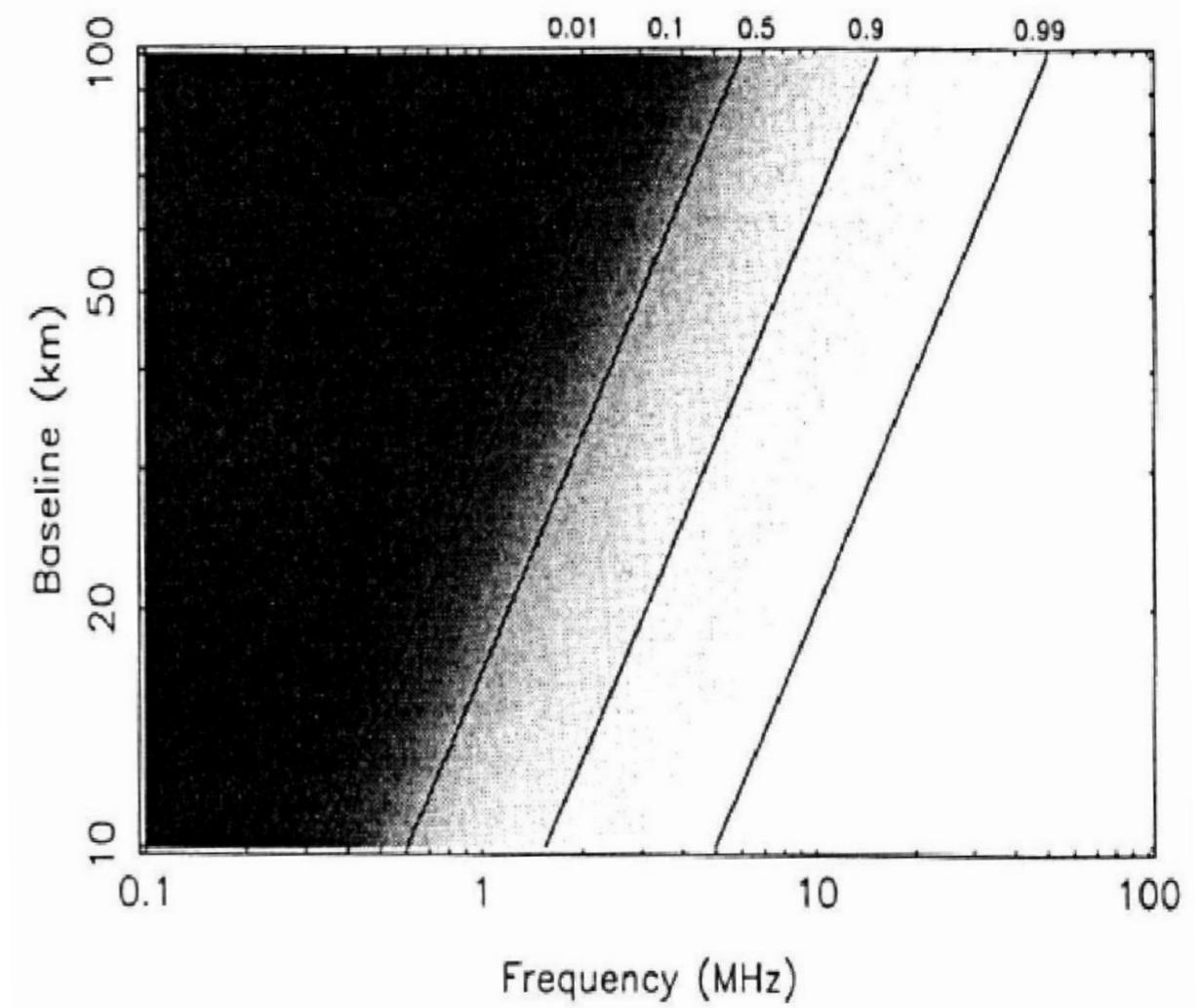
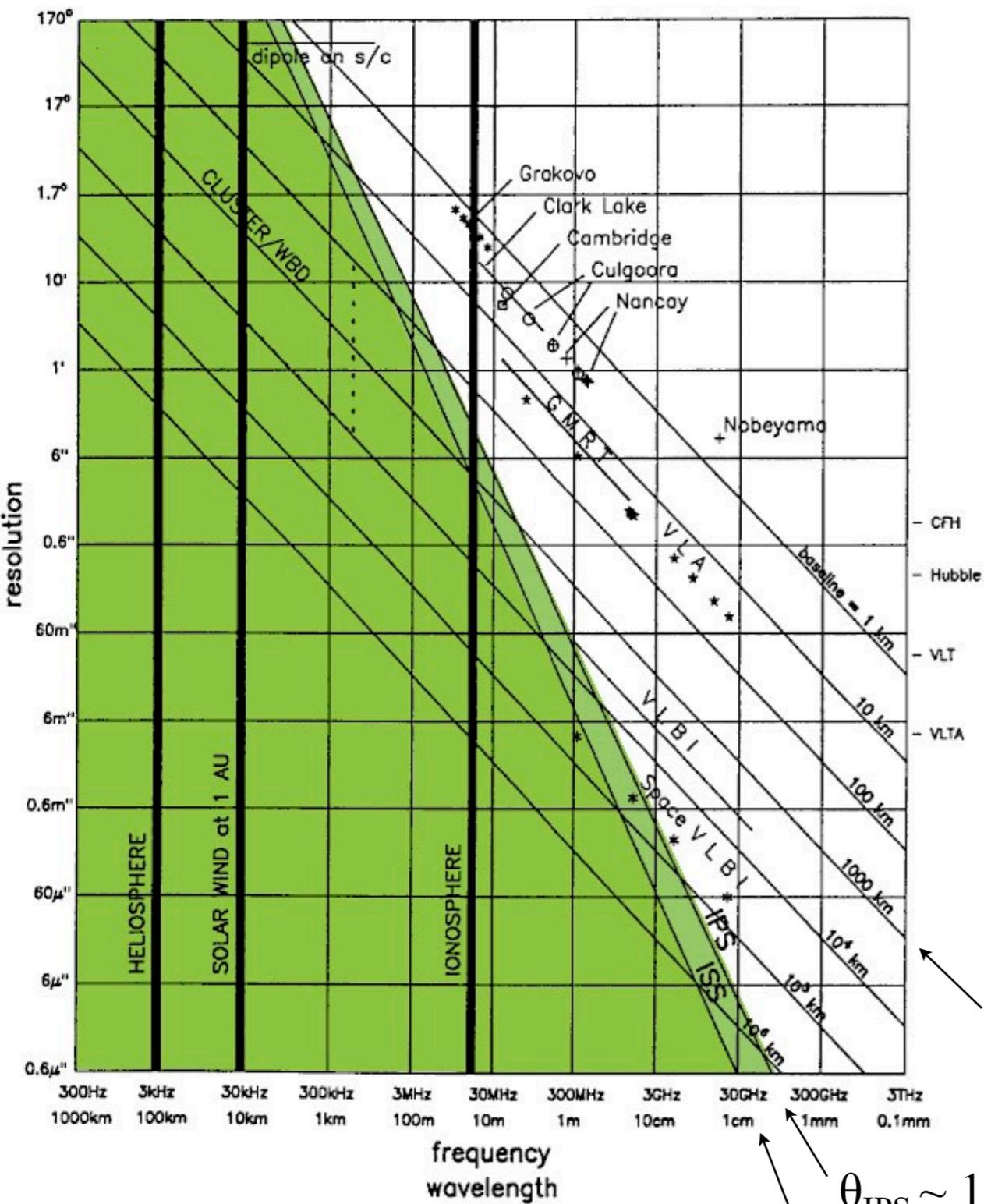


Figure 2. A graphical representation of the loss of visibility due to scattering in the IPM for observations at about 90° from the Sun. Contours of visibility amplitude are shown at 0.99, 0.9, 0.5, 0.1 and 0.01

$$\theta_{\min} \sim \lambda/d \sim c/fd$$

$$\theta_{\text{IPS}} \sim 100' / (Pf)^2 \text{ (MHz)}$$

P = distance min. de la ligne de visée / Soleil (UA)

$$\theta_{\text{ISS}} \sim 22' / f^2 \text{ (MHz)}$$

$$d_{\max}(\text{km}) \approx c/f \theta_{\min} \sim c/f \theta_{\text{IPS}} \approx 10 P^2 \times f \text{ (MHz)} \sim 10 \times f \text{ (MHz)}$$

- Introduction (historique, intérêt, spécificités)
- Onde & Polarisation
- Plasmas & Propagation (coupure, dispersion, effet Faraday, scintillations)
- **Détection Cohérente du Signal (théorie de la mesure, température d'antenne, étalonnage, bruit)**
- Récepteurs (hétérodyne, température de système, filtrage, gain, RFI mitigation)
- Notions sur les Antennes Radioastronomiques : Antennes uniques
- Interférométrie et Synthèse d'ouverture (réseaux phasés, pointage électronique, imagerie, corrélation, cohérence, VLBI)
- Méthodes d'Observation
- Grands instruments actuels et du Futur
- Notions de Radioastronomie Spatiale

- Problèmes posés par l'observation radioastronomique

- signal faible ($\sim 10^{-4} \rightarrow 1$ Jy), "HF" (\rightarrow GHz, THz ...), de moyenne nulle ($\langle V \rangle$)

- \Rightarrow amplification

- \Rightarrow changement de fréquence (\rightarrow BF)

- \Rightarrow redressement (valeurs >0) / détection



- sources de bruit intenses :

- \rightarrow fond du ciel (Galaxie, fond cosmologique)

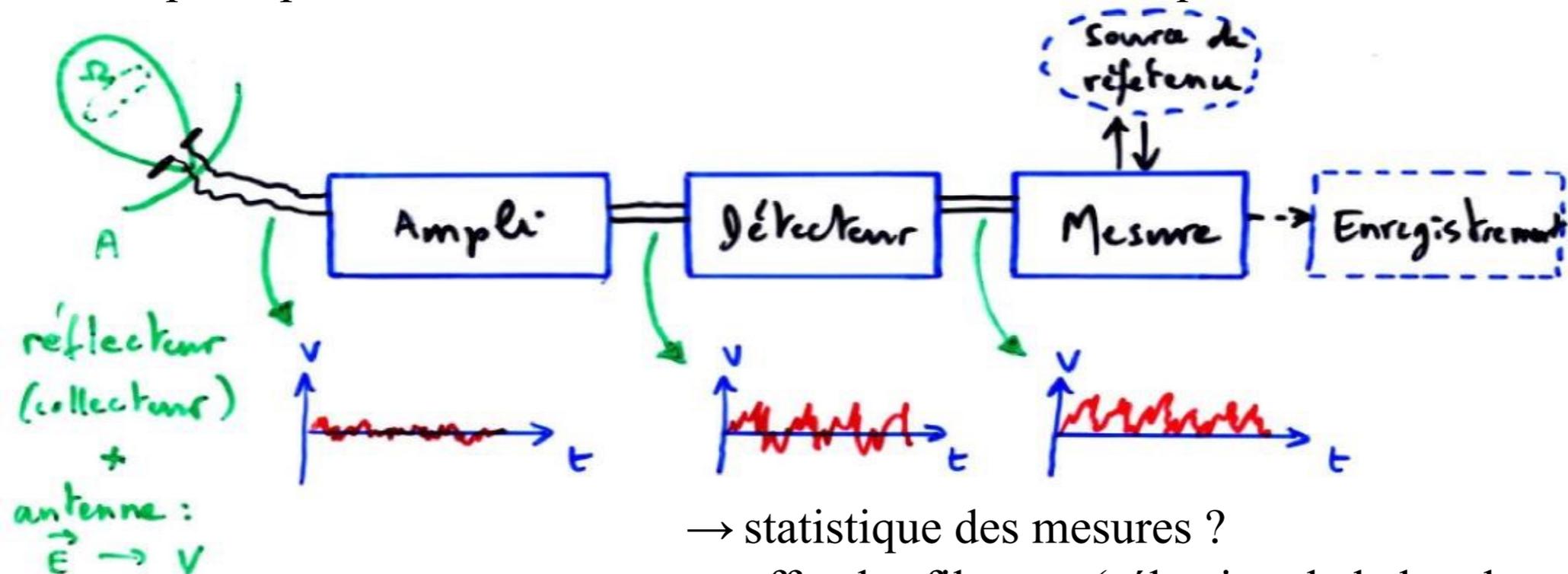
- \rightarrow émetteurs proches, sporadiques (éclairs d'orages) ou à bande étroite (émetteurs artificiels)

- \rightarrow bruit de l'électronique du système de réception

- étalonnage de l'intensité reçue en unités physiques

- \Rightarrow source radio étalon ?

- Schéma de principe d'un instrument de mesure radioastronomique



- \rightarrow statistique des mesures ?

- \rightarrow effet des filtrages (sélection de la bande mesurée)

- \rightarrow comment séparer les parasites de l'émission étudiée ?

- Nature du signal reçu

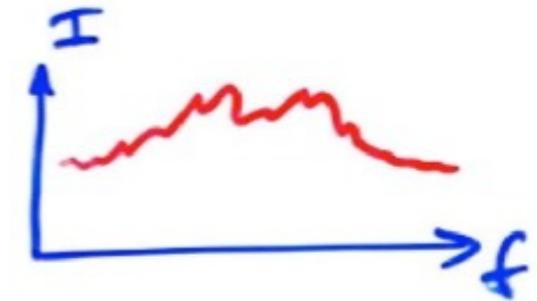
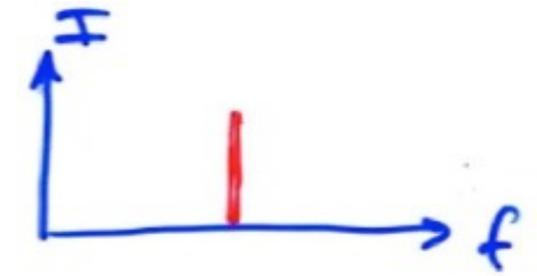
- onde artificielle → bande étroite, émission entretenue/cohérente, modulée (AM, FM...)

- signal naturel = "bruit", en général large bande, stationnaire, de statistique gaussienne (source incohérente de $\varnothing \gg \lambda$, théorème centrale limite)

$$P(x) = 1/(\sigma \sqrt{2\pi}) \exp[-(x-x_0)^2/2\sigma^2] \quad (x = E, |E|, I \dots)$$

⇒ amplitude & phase de \mathbf{E} (large bande) varient aléatoirement / t, z

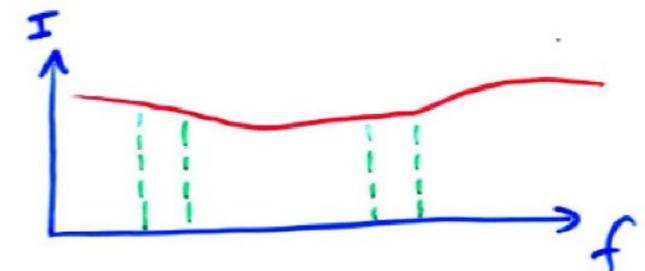
$|\mathbf{E}(z)|_{t_0}$ et $|\mathbf{E}(t)|_{z_0}$ sont des fonctions aléatoires, $\langle E \rangle = 0$, $\langle E^2 \rangle \neq 0$



La décomposition spectrale (Fourier) de E donne des composantes $E(f)$ de phases relatives quelconques ⇒ les énergies transportées dans des bandes de fréquences disjointes s'ajoutent

⇒ Hypothèse de travail : le signal reçu est un bruit blanc ($I(f) \propto |E(f)|^2 = C^{te}$)

On peut toujours se ramener à ce cas en étudiant le spectre du signal dans des bandes étroites où le bruit est – en 1^{ère} approximation - blanc

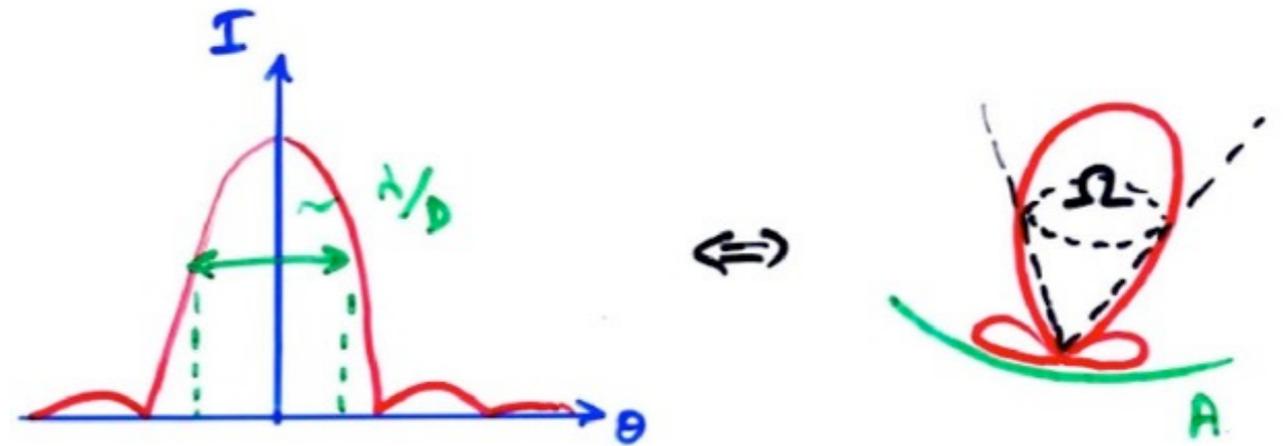


⇒ Formulation Thermodynamique employée en théorie de la mesure en Radioastronomie

- Premières Notions sur les Antennes Radioastronomiques

Relation $A \longleftrightarrow \Omega$ (dérivation préliminaire)

\forall antenne unique (\neq interféromètre) de dimension (\emptyset) D ,
on a : $\theta_{\min} \sim \lambda/D \Rightarrow \theta_{\min}^2 \sim \Omega \sim \lambda^2/D^2 \sim \lambda^2/A$



Plus généralement, pour toute antenne d'aire effective A_{eff} et de lobe principal Ω , on démontre que :

$$A_{\text{eff}} \Omega = \lambda^2 \quad \Rightarrow \quad G = 4\pi / \Omega = 4\pi A_{\text{eff}} / \lambda^2$$

NB : A n'est pas nécessairement l'aire géométrique du collecteur, mais son aire "effective" = "section efficace" du RT / rayonnement radio incident (compte tenu des pertes ...) dans la direction du lobe principal

*Exemple : Antenne dipolaire sans perte : $A_{\text{eff}} = 3\lambda^2 / 8\pi$
 → sans rapport avec sa surface géométrique*

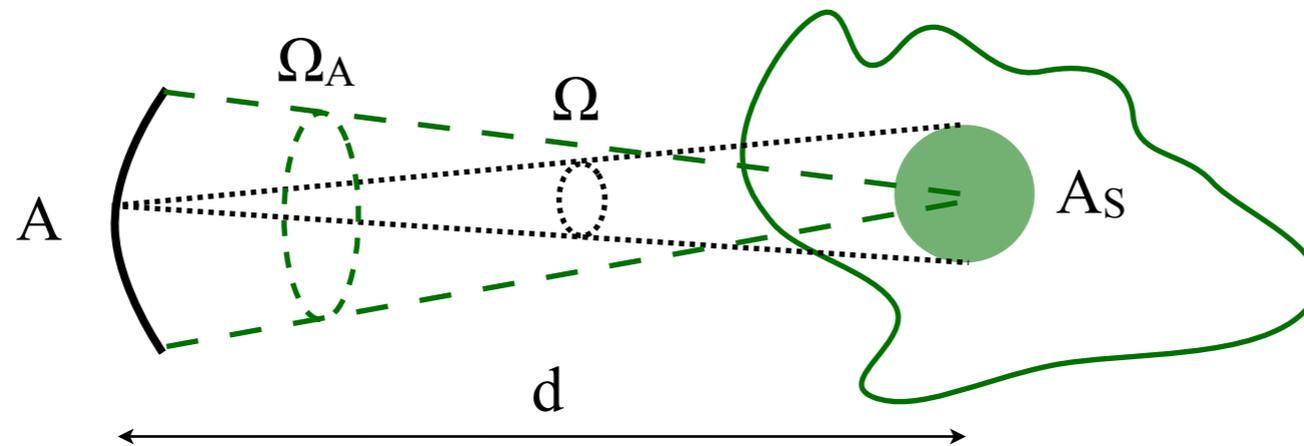
Température d'antenne

→ Observation d'un corps noir étendu (Ω), de brillance $B = 2kT_B/\lambda^2$ [$\text{W m}^{-2} \text{Hz}^{-1} \text{sr}^{-1}$]

\downarrow \downarrow
 de source depuis la source

Source "vue" par le radiotélescope (Ω) : $A_s = \Omega d^2$

Angle solide sous-tendu par le RT vu de la source : $\Omega_A = A_{\text{antenne}}/d^2 = A/d^2$



⇒ Puissance spectrale reçue par le radiotélescope d'un corps noir étendu :

$$P(\nu) d\nu = B(\nu) A_s \Omega_A d\nu = (2kT_B/\lambda^2) (\Omega d^2) (A/d^2) d\nu = 2 k T_B d\nu$$

⇒ $P(\nu) = (2) k T_B$ [W Hz^{-1}]

\downarrow

polarisation relative antenne / onde

$\forall A, d, \lambda \dots : A \uparrow \Rightarrow \Omega \downarrow$
 $d \uparrow \Rightarrow \Omega d^2 \uparrow$
 $\lambda \uparrow \Rightarrow \Omega = \lambda^2/A \uparrow$ mais $B \propto 1/\lambda^2 \downarrow$

⇒ Densité de flux reçue d'un corps noir étendu :

$$S(\nu) = P(\nu) / A_{\text{eff}} = (2) k T_B / A_{\text{eff}} \quad [\text{W m}^{-2} \text{Hz}^{-1}]$$

\downarrow

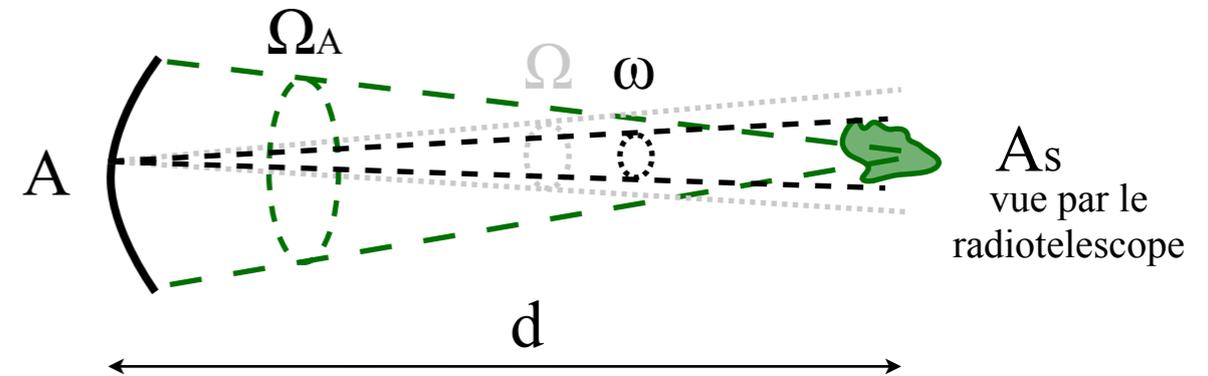
d'antenne

→ Si $\omega_{\text{source}} < \Omega_{\text{antenne}}$ (avec $\omega_{\text{source}} = A_{\text{source}}/d^2$)

$$P(\nu) d\nu = (2kT_B/\lambda^2) (\omega_{\text{source}} d^2) (A/d^2) d\nu$$

$$\Rightarrow P(\nu) = (2) k T_B (\omega_{\text{source}} / \Omega) = (2) k T_A$$

$$\text{et } S(\nu) = (2) k T_B \omega_{\text{source}} / A_{\text{eff}} \Omega = (2) k T_A / A_{\text{eff}}$$



⇒ définition de la "température d'antenne" : $T_A = S(\nu)A_{\text{eff}} / (2) k = P(\nu) / (2) k$

T_A est une mesure de la puissance (ou de la densité de flux) reçue

[source polarisée \equiv antenne $\Rightarrow T_A \times 2$]

Dans le cas d'un corps noir étendu, on a : $T_A = T_B = T_{\text{physique}}$

Dans le cas d'une source non-étendue : $T_A = T_B \omega_{\text{source}} / \Omega \ll T_B$

Pour une source ponctuelle, on peut mesurer S et T_A mais pas T_B , dont on ne peut obtenir qu'une limite inférieure/supérieure s'il existe une limite supérieure/inférieure sur ω_{source}

Exemple : Jupiter observé au Réseau Décamétrique de Nançay ($A \approx 3000 \text{ m}^2$)

$$S \approx 10^{-19} \text{ W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ à } 10 \text{ MHz} \Rightarrow T_A = A S / 2 k \approx 10^7 \text{ K}$$

Par ailleurs, des mesures VLBI donnent : $\varnothing(\text{source à } 10 \text{ MHz}) \leq 400 \text{ km}$

$$\text{d'ou } \omega_{\text{source}} < \pi \varnothing^2 / 4d^2 \quad (d \sim 4.2 \text{ UA})$$

$$\Rightarrow T_B > T_A \Omega / \omega_{\text{source}} = (A S / 2k) (\lambda^2 / A) (4d^2 / \pi \varnothing^2) = 10^{19} \text{ K} \Rightarrow \text{émission cohérente}$$

- Mesure du signal reçu

Source jamais isolée

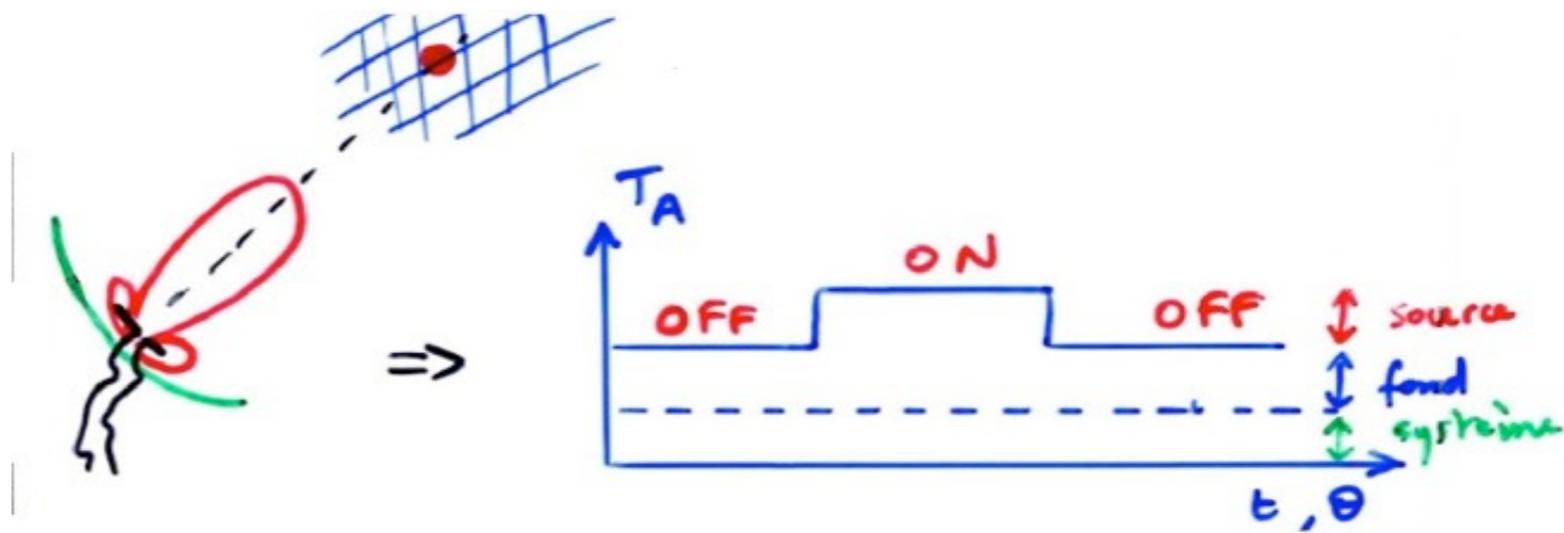
⇒ signal reçu = signal utile (source)

+ "fond"

+ bruit de Nyquist (éléments résistifs de l'antenne et du détecteur)

(+ parasites dans les lobes primaire ou secondaires)

+ ...



Elimination du "fond" : observations "ON" – "OFF"

T_A (Nyquist + ...) = $T_{\text{système}}$

fonction notamment de la température physique du système de réception

Si $\omega_{\text{source}} \ll \Omega$ $T_{A(\text{signal})} = T_B \omega_{\text{source}} / \Omega$ peut être $\ll T_{\text{système}}, T_{\text{fond}}$

⇒ difficulté = mesure de signaux faibles superposés à des signaux d'intensité élevée

limites = précision de l'instrument, et surtout fluctuations aléatoires des signaux reçus (= bruit)

Exemples: • Rayonnement radio d'exoplanètes de type Jupiter ?

$$T_A = T_{A(\text{Jupiter})} \times (d_{\text{Jupiter}}/d_{\text{exoplanète}})^2 \approx 10^7 \times (5 \text{ UA} / 5 \text{ pc})^2 \approx 4 \times 10^{-3} \text{ K}$$

avec $T_{\text{ciel}} \geq 10^5 \text{ K}$ à 10 MHz (+ parasites...)

• Rayonnement cosmologique à 2.7 K, or $T_{\text{système}} \approx 10 - 100 \text{ K}$
à $\lambda \in [\text{cm}, \text{dm}]$ et impossible de pointer sur "OFF" !

- Le problème du Bruit

Tout signal suit des fluctuations aléatoires

(quantification de l'énergie e.m. \rightarrow photons \Rightarrow fluctuations statistiques de n_{photons} reçu)

Principales sources de bruit :

- Bruit de photons ($= S / h\nu$) \rightarrow \sim négligeable en radio
- Bruit en $1/f$ ($S(\nu) \propto 1/\nu$) universel, affecte \sim tous les phénomènes physiques
- Bruit de grenaille ($h\nu \Rightarrow V \Rightarrow e^-$ dans le détecteur avec une distribution d'énergies + barrière de potentiel (ex: transistor) \Rightarrow fluctuations aléatoires du flux d' e^- (du courant de sortie)
- Parasites externes
- Bruit de Nyquist / de Johnson
= puissance fluctuante délivrée par tout circuit résistif, même en l'absence de signal

Bruit de Nyquist

Circuit passif (pas de f.e.m.) à $T \neq 0$

⇒ agitation thermique des e^- (mouvement Brownien)

⇒ distribution non-uniforme des e^- libres dans le conducteur

⇒ apparition d'une ddp aléatoire (V) aux bornes du conducteur
et d'un courant aléatoire (I , corrélé à V) dans le conducteur,

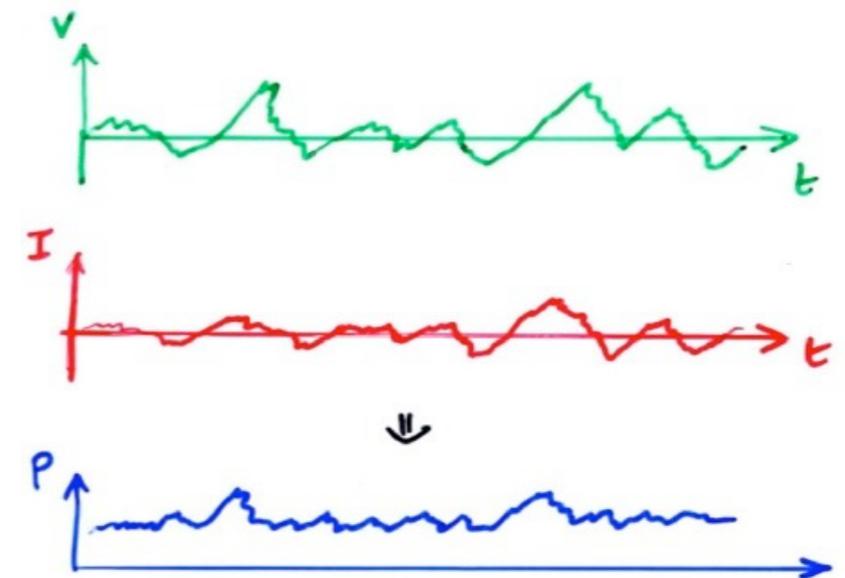
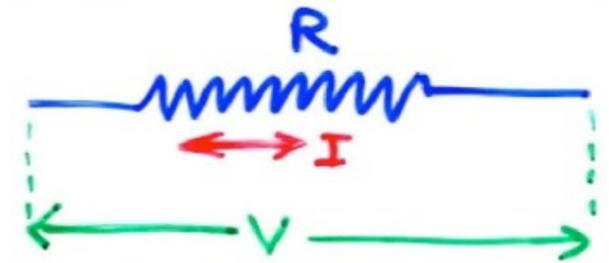
$$\langle V \rangle = 0 \text{ et } \langle I \rangle = 0 \text{ mais } \langle P \rangle = \langle V \times I \rangle \neq 0$$

⇒ Puissance P dissipée dans la résistance R : source = agitation thermique des e^-

⇒ $T(R) \downarrow$ sauf si la résistance absorbe de l'énergie de son environnement

Le mouvement thermique des e^- génère un bruit blanc, donc indépendant de v

→ de quoi dépend P fournie "spontanément" par R ?



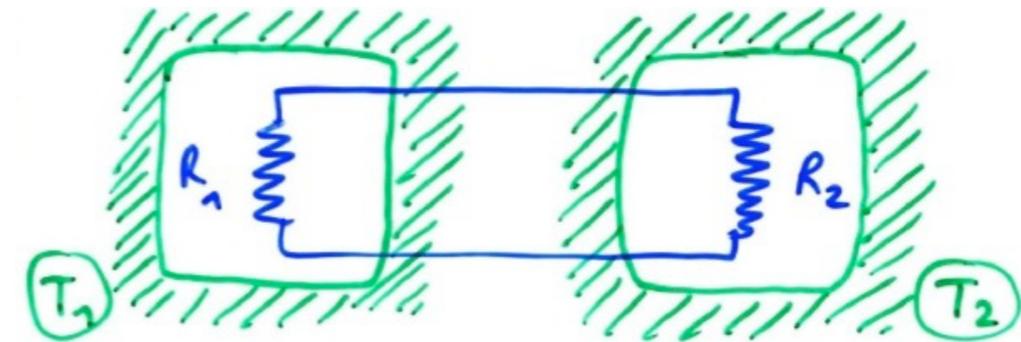
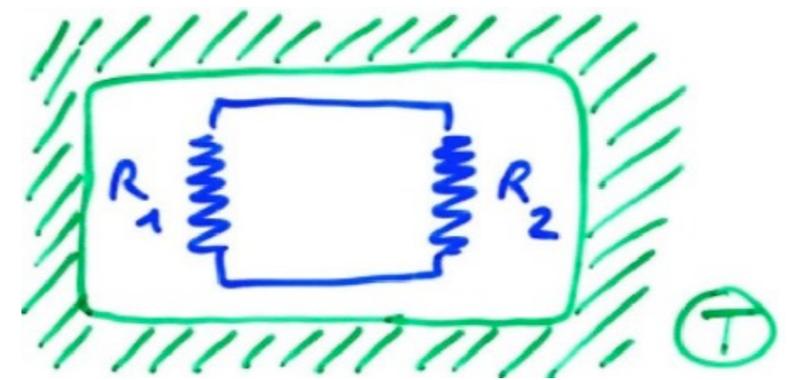
Expérience 1 : enceinte thermostatée à T

\exists échanges spontanés de puissance entre R_1 et R_2
mais $T(R_1)=T(R_2)$
 $\Rightarrow P(R_1 \rightarrow R_2) = P(R_2 \rightarrow R_1)$

[1^{er} principe de la Thermodynamique]

Expérience 2 : enceintes thermostatées à T_1 et T_2

$\Delta P = P(R_1 \rightarrow R_2) - P(R_2 \rightarrow R_1) \propto (T_1 - T_2)$ uniquement
 $\Rightarrow P$ fournie par R
 \rightarrow indépendante de la valeur de R (\forall système résistif)
 $\rightarrow \propto T$ seulement



Théorème de Nyquist : $P(\nu) = k T$ est la puissance moyenne aux bornes d'un circuit résistif à température $T \Rightarrow$ "Température de système" T_S

[Johnson, Phys. Rev. 1928 ; Nyquist, Phys. Rev. 1928]

Bruit blanc \Rightarrow les fluctuations à 2 fréquences $\nu \neq$ sont décorrélées

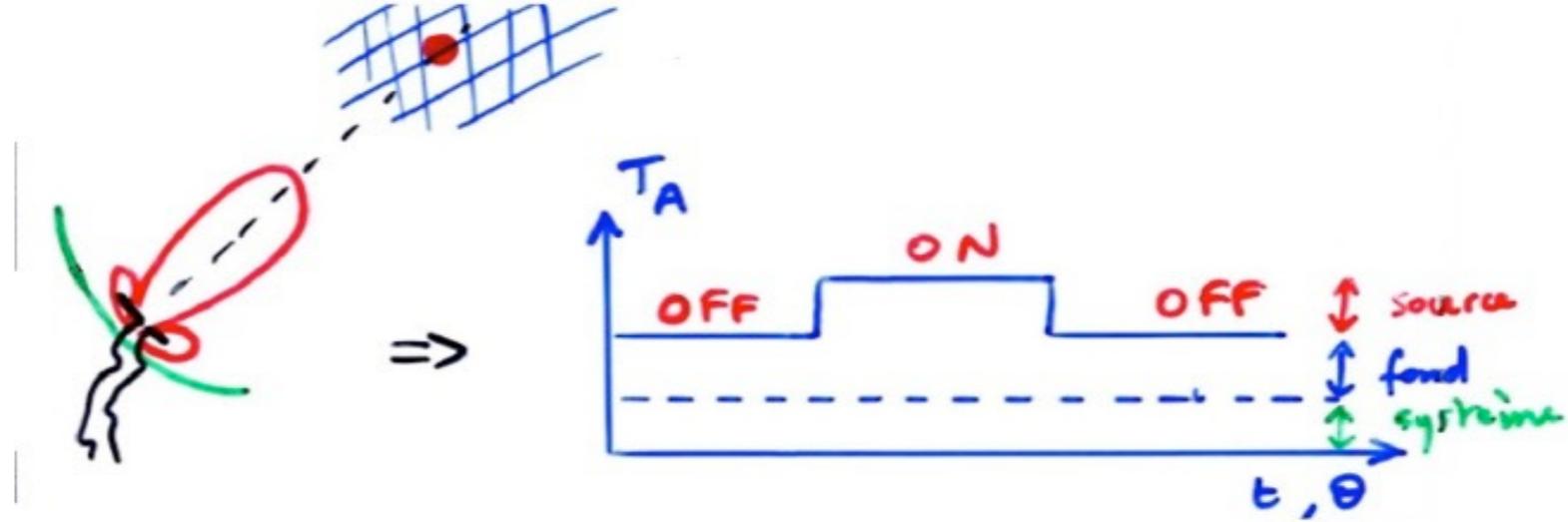
\Rightarrow les puissances spectrales s'ajoutent : $P(\nu) \Delta\nu = k T \Delta\nu$

Notes : \forall le système passif résistif (les éléments du système de mesure - antennes, récepteurs, etc.- contribuent à son bruit résistif \approx générateurs de bruit)

$T_{\text{système d'un système}} \leq T_{\text{physique}}$ (\exists dissipation par rayonnement...)

$T_{\text{système}}$ typiquement ~ 150 K pour un système antenne+récepteur non refroidis

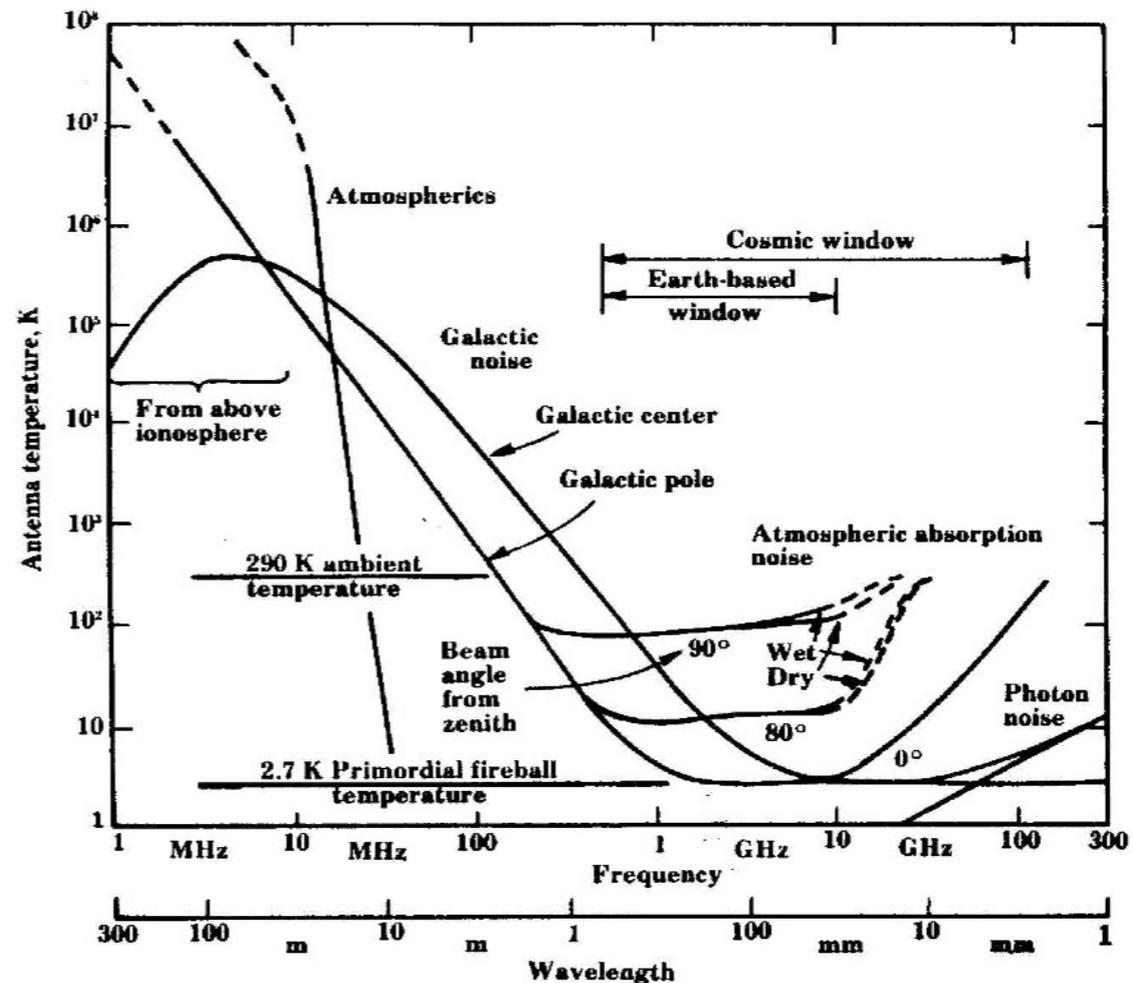
$$T_{\text{OFF}} = T_{\text{système}} + T_{\text{fond}} = T_S + T_F$$



T_{OFF} parfois notée abusivement T_S

dominée par T_{fond} aux BF ($\leq 0.5 - 1$ GHz), par $T_{\text{système}}$ aux HF ($\geq 0.5 - 1$ GHz)

→ Diverses contributions à T_F



On définit un « facteur de qualité » ou « sensibilité » d'un système par : $F = A_e / T_S$

Ex: Pour le RT Nançay : $A_e / T_S \sim 5000 / 25 \sim 200 \text{ m}^2/\text{K}$

Pour SKA, on vise : $A_e / T_S = 20\,000 \text{ m}^2/\text{K}$

→ Comment réduire T_S ?

[~1 , ~100 MHz] $T_S \ll T_F$ → amplis à transistors + électronique à grande dynamique
(pour ne pas saturer en présence de parasites)

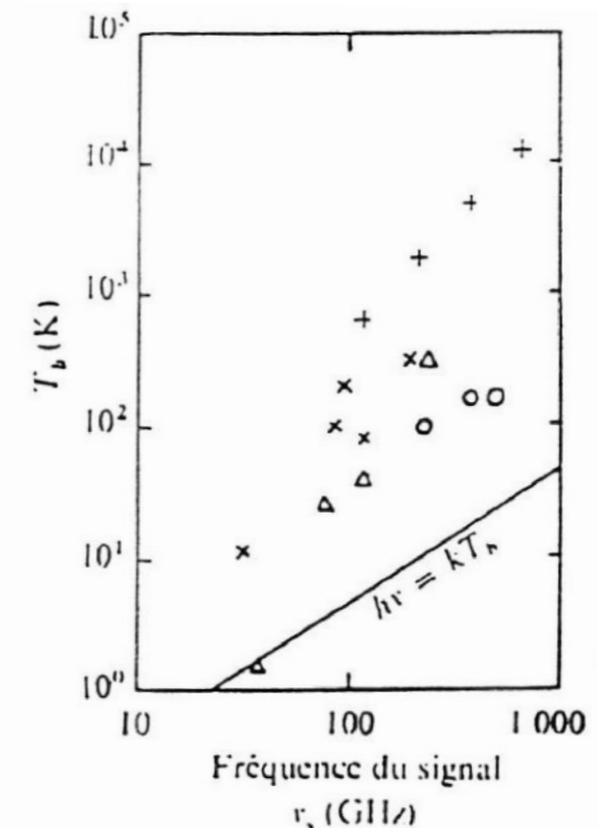
[0.1 , 1 GHz] Électronique à faible bruit (transistors à effet de champ...)

[1– 100 GHz] Électronique (FET, HEMT) refroidie (N₂ liquide : 77 K, He liquide : 4 K)
→ diminue le bruit de Nyquist, très important aux étages d'entrée, jusqu'à la 1^{ère} amplification
→ $T_S = 20$ K atteinte à Nançay (jusqu'à 10 K pour d'autres paraboles)

[≥ 100 GHz] Plus d'amplification directe → on se ramène à +BF par (O.L.+ mélangeur faible bruit)

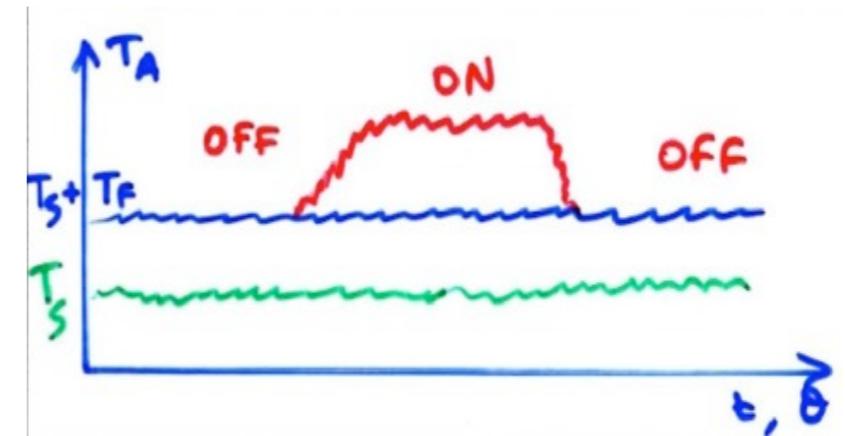
⇒ progrès technologiques rapides :

- circuits intégrés spécifiques à température ambiante
- on approche des limites ultimes 2.7 K et bruit de photon
($k T_S = h \nu$)

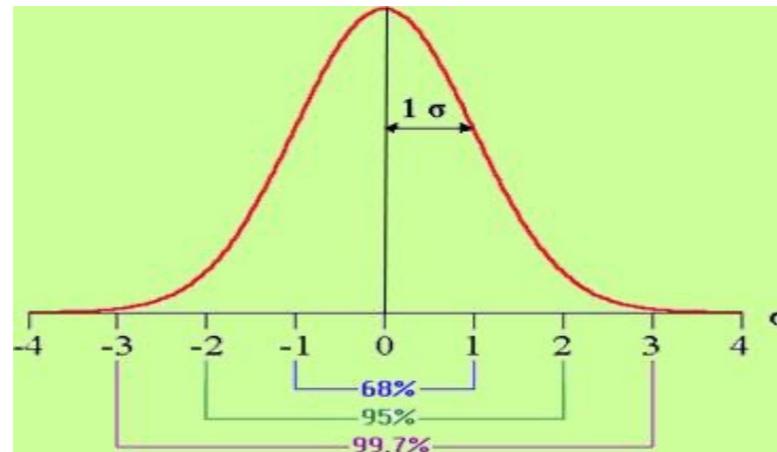
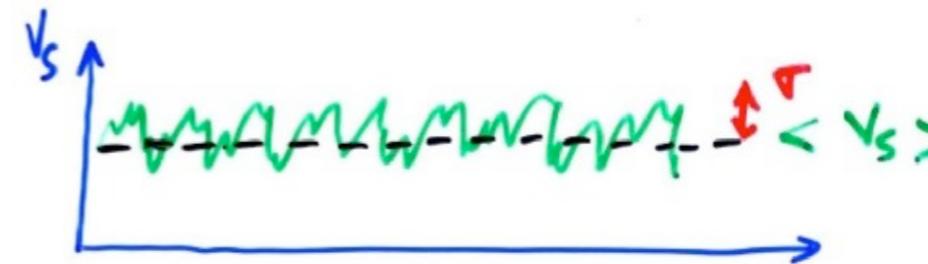


• Effet des fluctuations aléatoires sur la mesure / Réduction des fluctuations

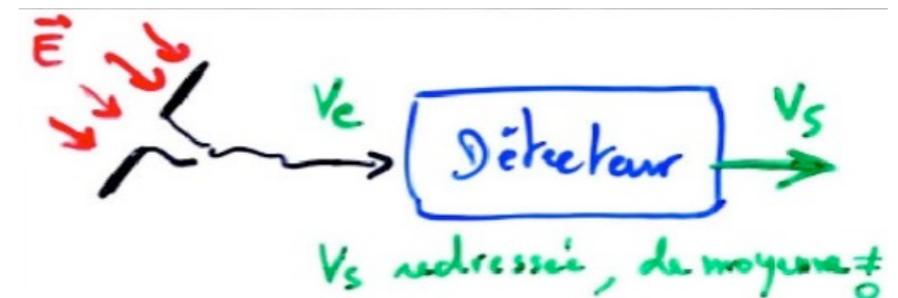
Situation + réaliste : si T_A (source) \ll fluctuations de $(T_S + T_F)$
 → le signal sera indétectable (noyé dans le bruit)



Signal $E(t)$ gaussien : $P(E) = 1/(\sigma \sqrt{2\pi}) \exp[-(E - \langle E \rangle)^2 / 2\sigma^2]$
 avec $\langle E \rangle = 0$ et $\sigma^2 = \langle (E - \langle E \rangle)^2 \rangle = \langle E^2 \rangle$



Mesure de E : $E \rightarrow V_{\text{entrée}} (=V_e) \propto E$
 $\rightarrow V_{\text{sortie}} (=V_s) \propto |E|$ or $|E^2|$



⇒ Statistique des fluctuations de V_{sortie} ? on montre (ci-après) que dans les 2 cas : $\sigma \propto \langle V_{\text{sortie}} \rangle$

Détection linéaire : $V_{\text{sortie}} \propto |E|$

$$P(E) \propto \exp(-E^2/2\langle E^2 \rangle)$$

\Rightarrow *distribution de Rayleigh = Gaussienne "redressée"*

$$P(V_{\text{sortie}}=V) = (2V/\langle V^2 \rangle) \exp(-V^2/\langle V^2 \rangle) \Rightarrow \int_0^\infty P(V) dV = 1$$

$$\Rightarrow \langle V \rangle = \int_0^\infty V P(V) dV = (\pi \langle V^2 \rangle / 4)^{1/2}$$

$$\sigma = (\langle V^2 \rangle - \langle V \rangle^2)^{1/2} = ((1 - \pi/4) \langle V^2 \rangle)^{1/2}$$

$$\Rightarrow \sigma = 0.52 \langle V \rangle$$

Détection quadratique : $V_{\text{sortie}} \propto |E^2| \propto S$

$$P(V_{\text{out}}=V) = (1/\langle V \rangle) \exp(-V/\langle V \rangle) \Rightarrow \int_0^\infty P(V) dV = 1$$

$$\Rightarrow \langle V^2 \rangle = \int_0^\infty V^2 P(V) dV = 2 \langle V \rangle^2$$

$$\sigma = [\langle V^2 \rangle - \langle V \rangle^2]^{1/2} = [2\langle V \rangle^2 - \langle V \rangle^2]^{1/2}$$

$$\Rightarrow \sigma = \langle V \rangle$$

→ Réduction des fluctuations (donc de σ) :

Soient A_i ($i=1,N$) des variables aléatoires indépendantes : $B = (1/N) \sum_{i=1,N} (A_i)$

$$\sigma_{A_i}^2 = \langle A_i - \langle A_i \rangle \rangle^2 = \sigma_A^2 \quad \Rightarrow \quad \sigma_B^2 = (1/N^2) \sum_{i=1,N} \sigma_A^2 = \sigma_A^2 / N$$

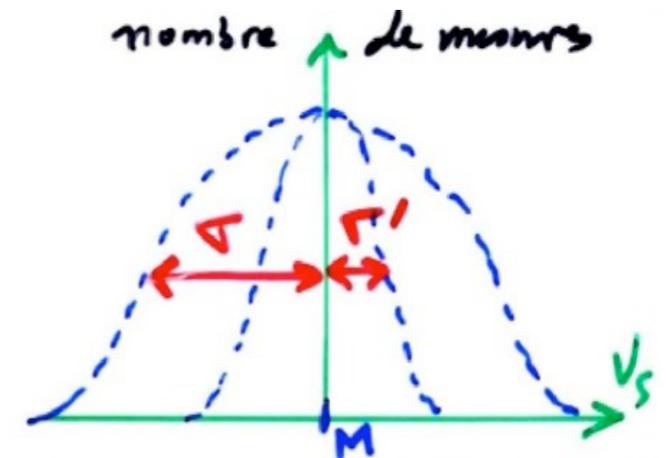
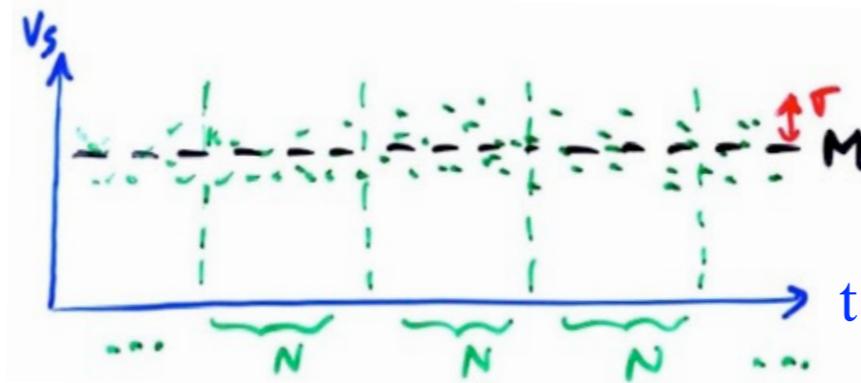
$$\Rightarrow \quad \sigma_B = \sigma_A / \sqrt{N}$$

Considérons un grand nombre de mesures **indépendantes** de V_s , de moyenne $M = \langle V_s \rangle$ et de dispersion $\sigma \propto M$

Chaque mesure dure δt_0 et est effectuée par un récepteur de bande δv_0

Moyenne des mesures par groupes de N pas de temps $\delta t_0 \times P$ bandes de fréquences δv_0 :

fluctuations aléatoires **indépendantes** \Rightarrow nouvelle distribution aléatoire de moyenne M et de dispersion $\sigma' = \sigma / \sqrt{NP}$



$N \times \delta t_0 = \tau =$ temps d'intégration d'une mesure

$P \times \delta v_0 = b =$ bande passante totale d'une mesure

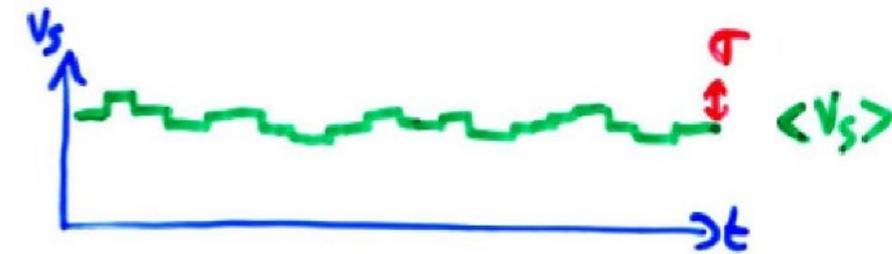
$$\Rightarrow \sigma'(\tau, b) = \sigma(\delta t_0, \delta v_0) / (NP)^{1/2} = \sigma(\delta t_0, \delta v_0) (\delta t_0 \times \delta v_0)^{1/2} / (b \times \tau)^{1/2} \propto M / (b \times \tau)^{1/2}$$

= mesure de l'incertitude sur la détermination de M

Qu'appelle-t-on « Mesures **indépendantes** » ?

Pour τ fixé, les fluctuations stochastiques de V_S sont affectées de fluctuations telles que : $\sigma \propto \tau^{-1/2}$

Si τ est tel que $\sigma \ll M$, les mesures successives de V_S sont "corrélées" autour de M
 (par ex. $P(V_S = \langle V_S \rangle \pm 1\sigma) \sim 68\%$) \rightarrow non totalement indépendantes



Quand $\tau \downarrow$, $\sigma \uparrow \Rightarrow$ pour τ suffisamment petit, on atteint : $\sigma = M$
 \Rightarrow mesures souvent nulles, décorréliées 2 à 2
 $\Rightarrow \tau = \delta t_0$



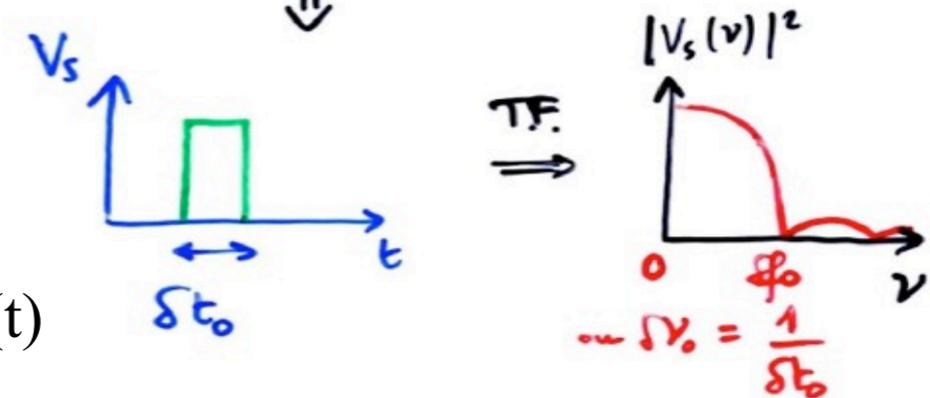
Considérons une impulsion de durée δt_0 (créneau de $V_S(t)$)
 le spectre de cette impulsion est :

$$\text{TF}(V_S(t)) = V_S(\nu) = 1/\delta t_0 \int V(t) \exp(-i\omega t) dt \propto \text{sinc}(\pi\nu\delta t_0)$$

\rightarrow la partie utile du spectre est l'intervalle $[0, \delta\nu_0=1/\delta t_0]$

auquel le récepteur doit être sensible pour détecter l'impulsion $V_S(t)$

$$\Rightarrow \delta t_0 \times \delta\nu_0 \approx 1$$



Pour un bruit blanc et des conditions d'observation telles que : $\delta t_0 \times \delta\nu_0 \approx 1$, les mesures successives constituent une suite de valeurs aléatoires, indépendantes, de moyenne M et de dispersion $\sigma \approx M$

$$\text{d'où : } \sigma(b, \tau) = \sigma(\delta t_0, \delta\nu_0) (\delta t_0 \times \delta\nu_0)^{1/2} / (b \times \tau)^{1/2} = M \times 1 / (b \times \tau)^{1/2}$$

$$\Rightarrow \sigma = M / \sqrt{(b\tau)}$$

Notes :

- *De manière générale, pour une fonction quelconque, largeur spectrale "utile" \times longueur temporelle ≈ 1
(ex: $\sin \omega t \rightarrow$ largeur spectrale nulle et longueur temporelle ∞)*

Une analyse plus détaillée (calcul difficile) montre que pour un système de détection quelconque, on a :

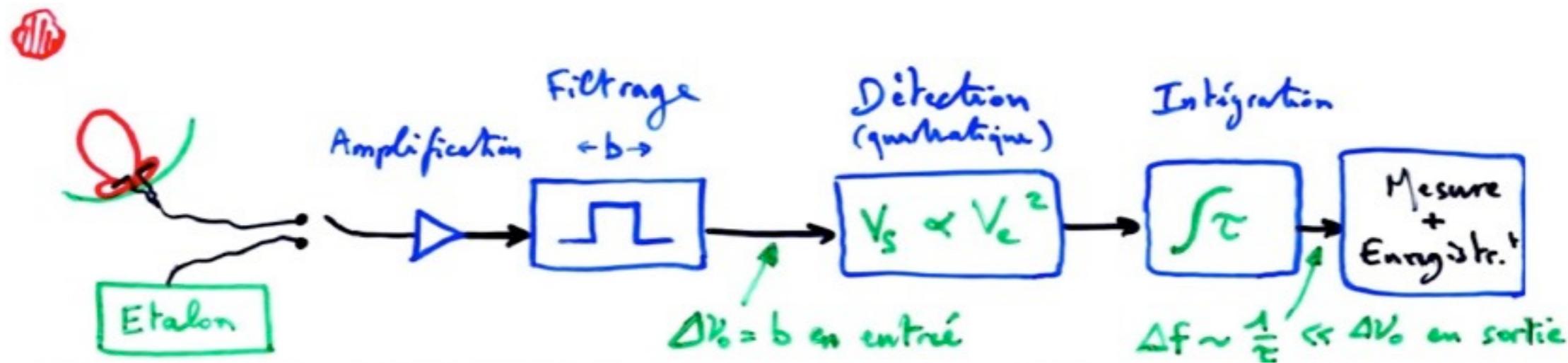
$$\sigma = K \times M / \sqrt{b\tau} \quad \text{avec} \quad 1/\sqrt{2} \leq K \leq 2$$

Notes :

- *Quand $\tau \uparrow$, les fluctuations diminuent mais on perd de la résolution temporelle, donc la sensibilité aux signaux rapidement variables (pulsars, sursauts de Jupiter...)*
- *Quand $b \uparrow$, les fluctuations diminuent mais on perd de la résolution spectrale, ce qui limite l'analyse fine de raies (H_I , OH...) et rend plus difficile l'élimination de parasites artificiels, généralement à bande étroite*

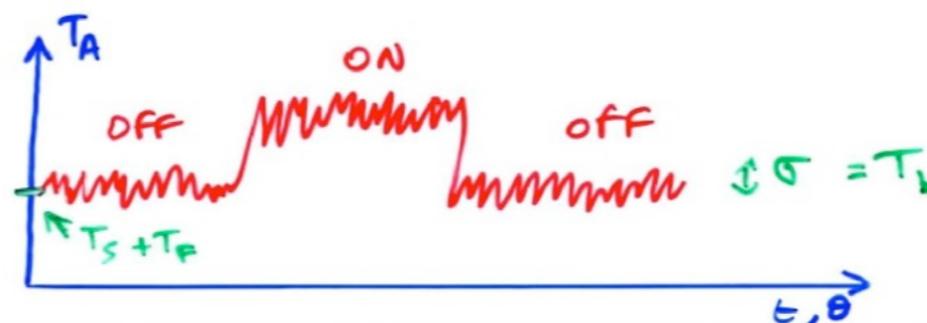
- Température de Bruit & Flux minimum détectable

→ Mesure radioastronomique réaliste



$$\sigma = (T_S + T_F) / \sqrt{(b\tau)} = T_b$$

= définition de la "température de bruit"



⇒ condition de détection d'une radiosource sur le fond du ciel (+ bruit du système) :

$$T_A(\text{source}) > n \times T_b \quad \text{avec } n = 2 \text{ à } 5 \text{ suivant la fiabilité recherchée et la difficulté de la mesure}$$

Définition du rapport Signal / Bruit : $S / B = T_{A(\text{source})} / T_b$

De même, on définit : $P_b = k T_b$ = "puissance de bruit"

et : $S_b = 2 k T_b / A = 2 k (T_S + T_F) / A (b\tau)^{1/2} = S_{\min}$

densité de flux non polarisé minimum détectable (S/B=1)

Si le rayonnement de la source est polarisé ≡ antenne : $S_{\min} = S_b / 2$

Exemple : Radiotélescope décimétrique de Nançay :

Réflecteur plan $A_{eff} \approx (200 \times 35 \text{ m}^2) \times 0.8 \approx 5600 \text{ m}^2$

↓

rendement antenne focale (adaptation, pertes)

Observation à 1420 MHz ($\lambda = 21.2 \text{ cm}$) avec $b = 5 \text{ MHz}$, $\tau = 10 \text{ s}$

$T_{\text{système}} = 125 \text{ K} \gg T_F$, 1 polarisation détectée

⇒ $T_b = T_S / \sqrt{(b\tau)} = 0.018 \text{ K}$

$S_{min} = 2 k T_S / A_{eff} \sqrt{(b\tau)} = 10^{-2} \text{ Jy}$

Exemple :

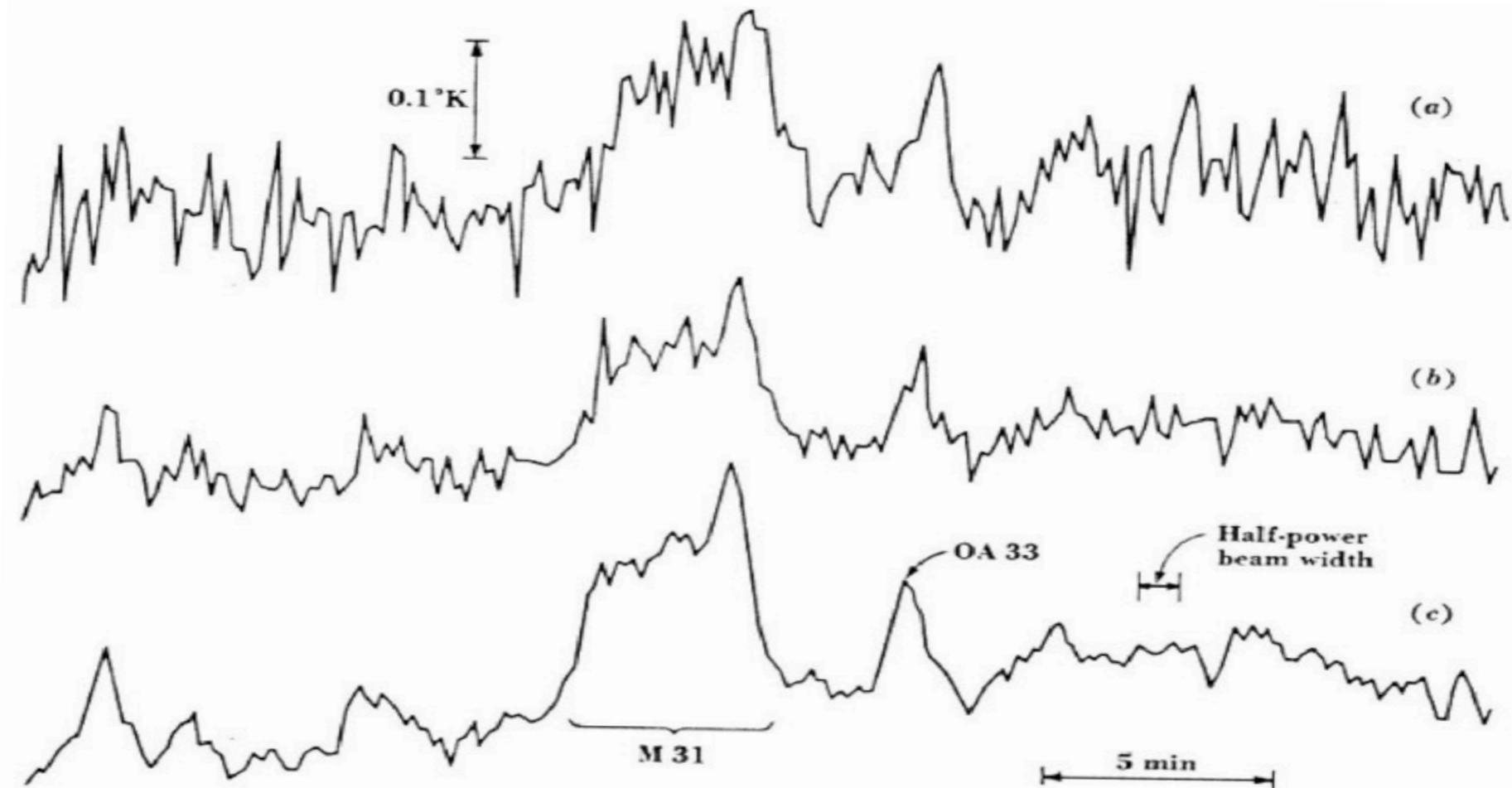
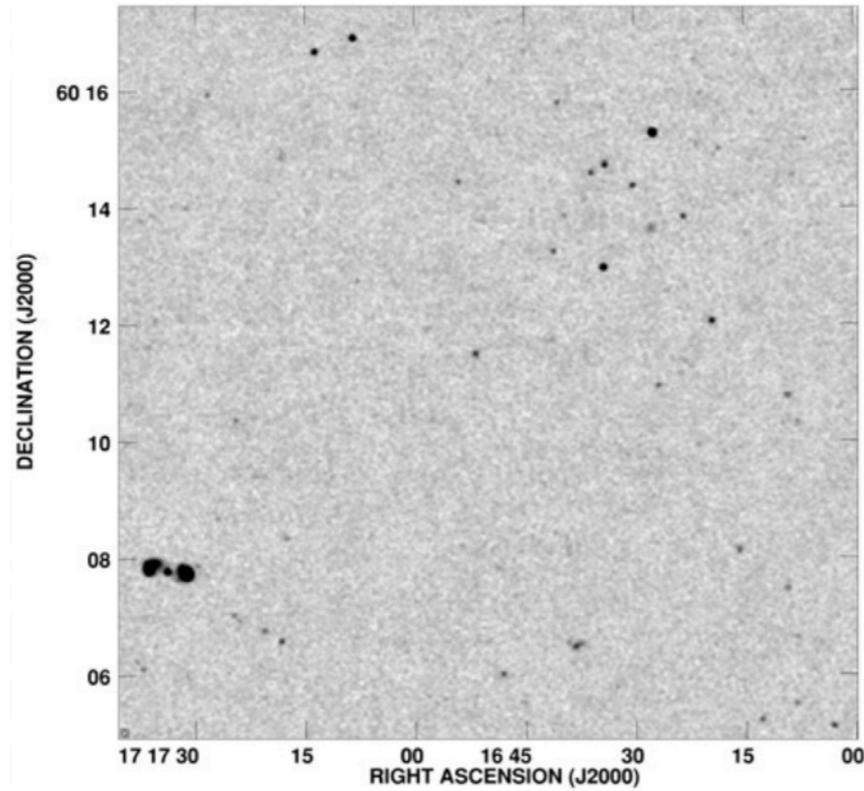


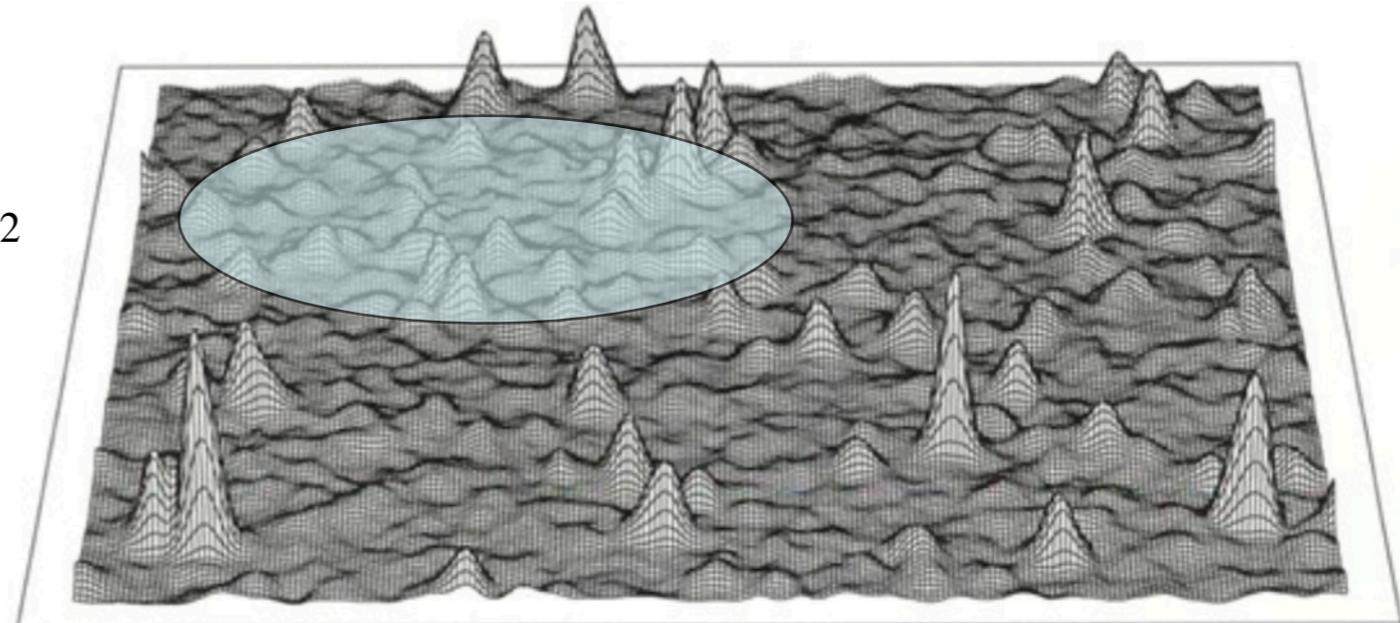
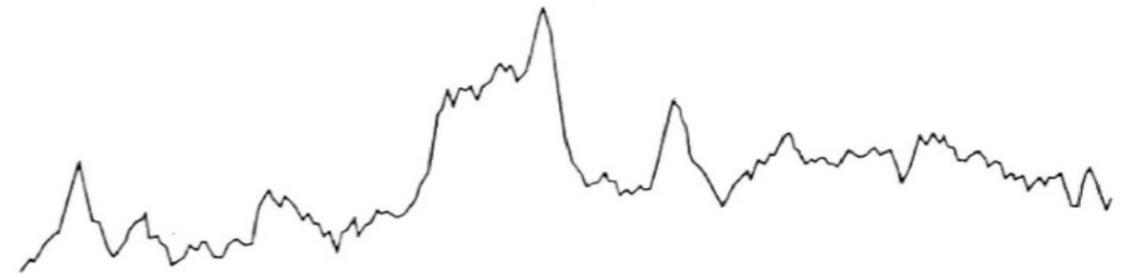
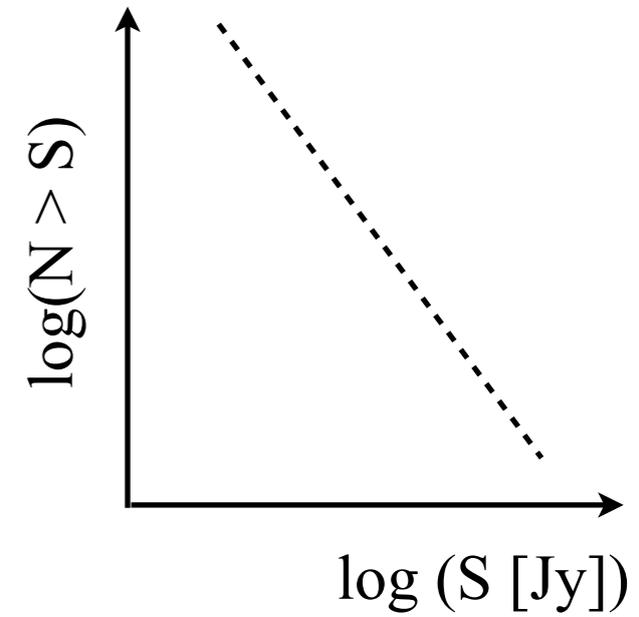
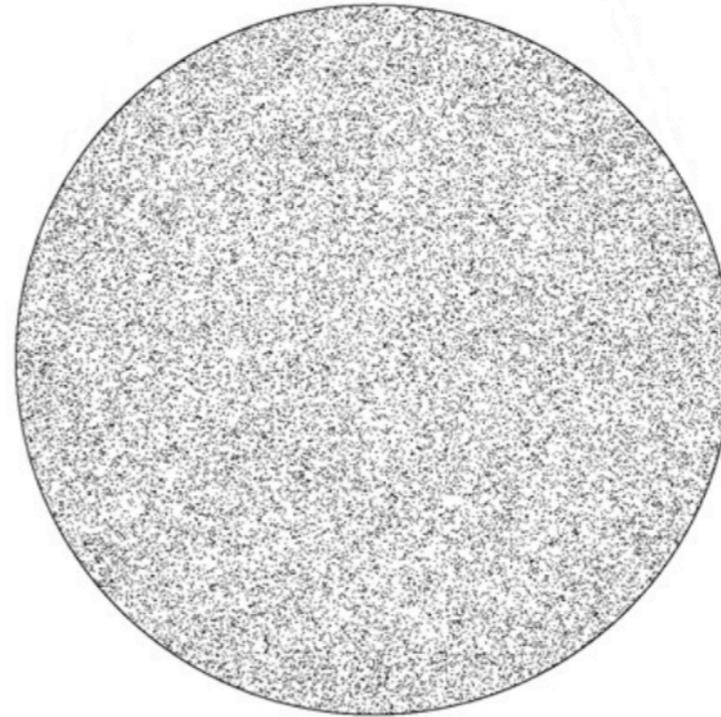
Fig. 3-26. Drift profiles through the nucleus of the Andromeda galaxy (M 31), made at 1,415 Mc with the Ohio State University 260-ft radio telescope, illustrating the reduction in noise fluctuation in going from one record (a) to the average of four records (b) and then to a threefold increase in integration time (c). In the bottom record M 31 stands out clearly with source OA 33 preceding it by several minutes.

- Confusion

Survey VLA 1.4 GHz à résolution 5"



Distributions ~isotrope de sources
 NVSS (NRAO VLA Sky Survey)
 $\delta > 75^\circ$, $S > 2.5$ mJy



Confusion = bruit spatial (imagerie)
 \Rightarrow formules empiriques

$$\sigma_c \text{ [mJy/beam]} \sim 0.2 \left(\nu / \text{GHz} \right)^{-0.7} \left(\theta / \text{arcmin} \right)^2$$

$$\sigma_c \text{ [K]} \sim 0.07 \left(\nu / \text{GHz} \right)^{-2.7}$$

[Condon 1974, 2002, 2005, 2012 ; Cohen, 2004]

- Etalonnage primaire des mesures radioastronomiques

Résistance thermostatée (T_R) connectée à une antenne placée dans un champ de rayonnement isotrope à T (corps noir)

$$P(\nu) [R \rightarrow \text{antenne}] = k T_R$$

$$P(\nu) [\text{captée par l'antenne (polarisée)} \rightarrow R] = k T$$

Bilan des échanges d'énergie : $\Delta P = k |T - T_R|$

Équilibre pour $T = T_R$

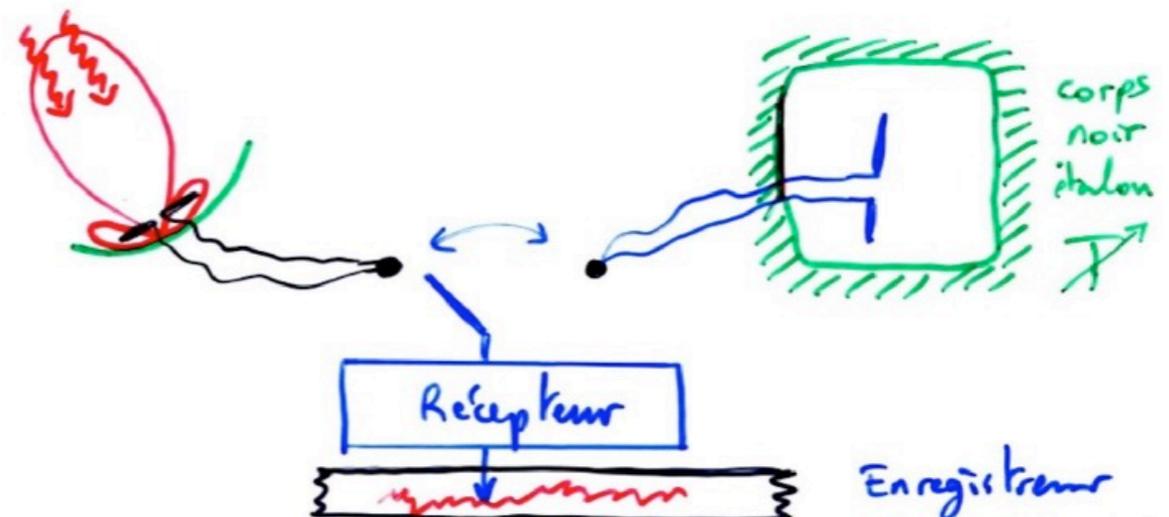
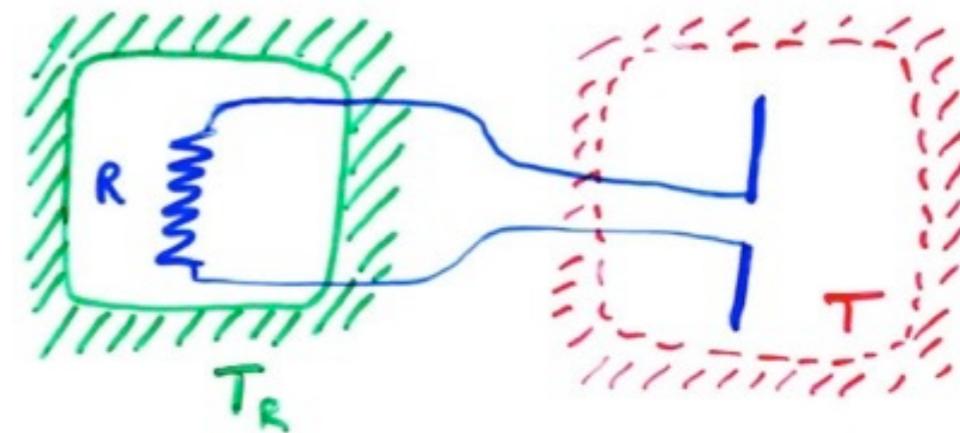
⇒ Nouvelle définition de la température d'antenne d'un champ de rayonnement : $T_A = T_R$



température d'une résistance délivrant la même puissance spectrale que l'antenne

⇒ Étalon de mesure radioastronomique : corps noir étalon thermostaté à T variable et connue (antenne ou simple résistance dans une enceinte à T)

→ on ajuste T pour équilibrer le signal ⇒ $T = T_A$ (source)



- En pratique on utilise des étalons secondaires:

- radiosources bien étalonnées (e.g. LOFAR flux calibrators)

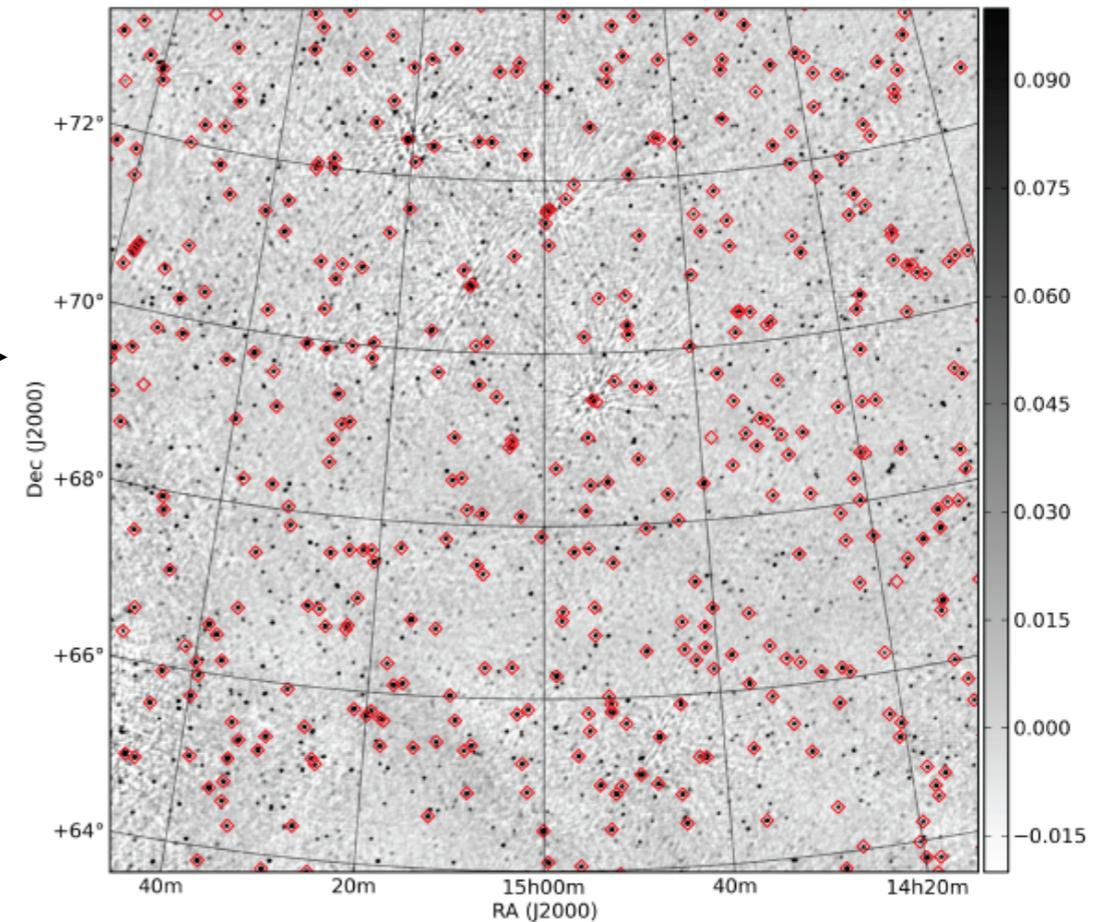
Source	Kind	Band	RA (h m s)	DEC (° ' ")	I at 150 MHz	spectral index
3C196	Seyfert 1 Galaxy	LBA+HBA	08 13 36.07	+48 13 02.58	83.084	-0.699, -0.110
3C295	Seyfert 2 Galaxy	HBA	14 11 20.52	+52 12 09.86	97.763	-0.582, -0.298
3C147	Seyfert 1 Galaxy	LBA+HBA	05 42 36.26	+49 51 07.08	66.738	-0.022, -1.012
3C48	Quasar	LBA+HBA	01 37 41.30	+33 09 35.12	64.768	-0.387, -0.420
3C286	Quasar	LBA+HBA	13 31 08.3	+30 30 33	27.477	-0.158, 0.032
3C287	Quasar	LBA+HBA	13 30 37.7	+25 09 11	16.367	-0.364
3C380	Quasar	LBA+HBA	18 29 31.8	+48 44 46	77.352	-0.767

- catalogues de radiosources :

VLSS (VLA LF -74 MHz- Source Survey)

MSSS (LOFAR's Multi-Snapshot Source Survey
150 MHz, 60 MHz) →

NED (NASA Extragalactic Database,
<https://ned.ipac.caltech.edu/>)



- sources de bruit (diodes) étalonnées sur des radiosources de référence

- Introduction (historique, intérêt, spécificités)
- Onde & Polarisation
- Plasmas & Propagation (coupure, dispersion, effet Faraday, scintillations)
- Détection Cohérente du Signal (théorie de la mesure, température d'antenne, étalonnage, bruit)
- Récepteurs (hétérodyne, température de système, filtrage, gain, RFI mitigation)
- Notions sur les Antennes Radioastronomiques : Antennes uniques
- Interférométrie et Synthèse d'ouverture (réseaux phasés, pointage électronique, imagerie, corrélation, cohérence, VLBI)
- Méthodes d'Observation
- Grands instruments actuels et du Futur
- Notions de Radioastronomie Spatiale

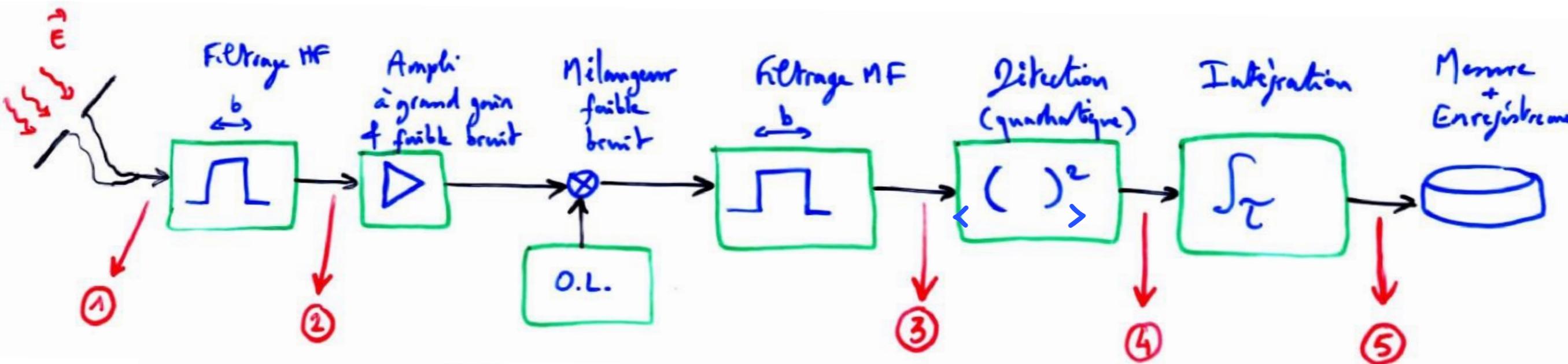
• Types de récepteurs : mesure de S (ou I), Q, U, V en fonction de t, f, θ , φ

Spectrométrie :	<i>Densité spectrale de puissance</i>	$I(f,t)$
Polarimétrie :	<i>Paramètres de Stokes</i>	$I, Q, U, V(t)$
Imagerie (ex: interférométrique):	<i>Image radio</i>	$I, Q, U, V(\theta, \varphi)$
Addition phasée / Beamforming :		
	<i>Formation de N faisceaux 'indépendants'</i>	$I, Q, U, V(f,t)$
Forme d'onde :	<i>Amplitude et phase de E / t</i>	

Traitement des parasites (RFI)
Dédispersion pulsars, détection de signaux rapides ... } Récepteurs «intelligents»

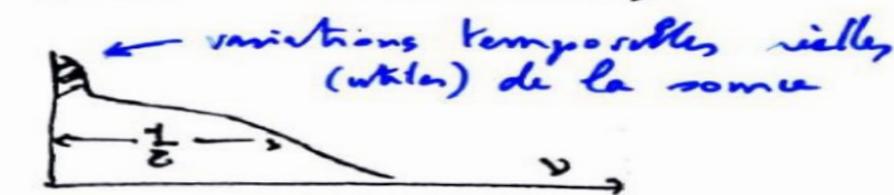
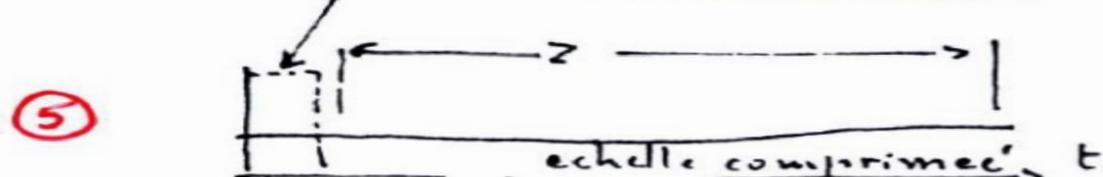
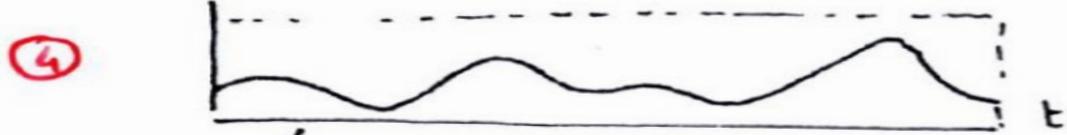
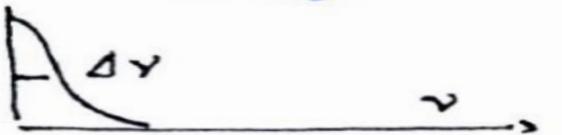
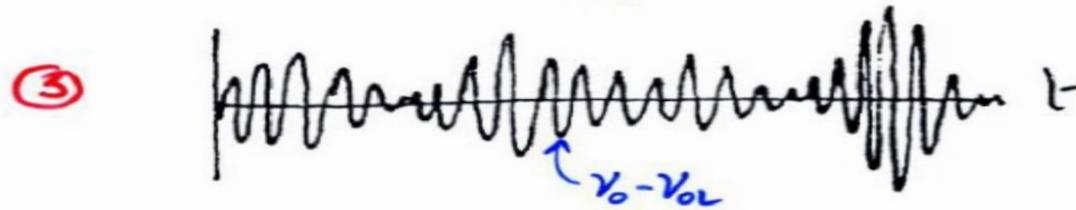
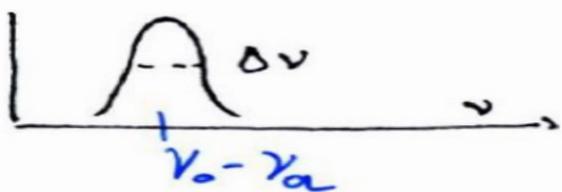
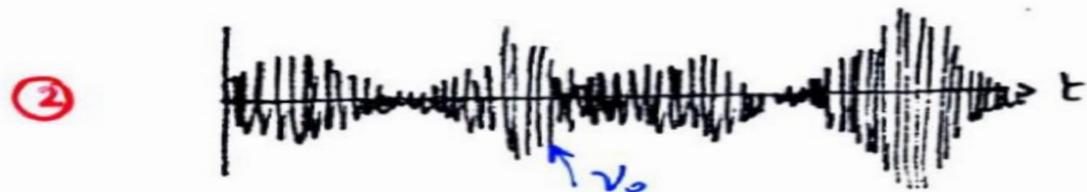
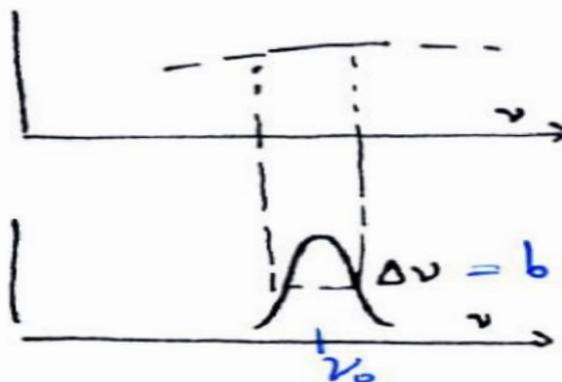
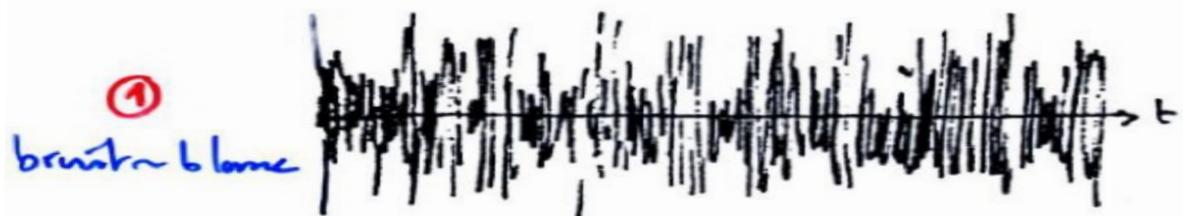
Combinaison des modes:
Ex: Imageur radio multifaisceaux à N canaux spectraux

• Spectrométrie à bande étroite \Rightarrow Récepteur Hétérodyne



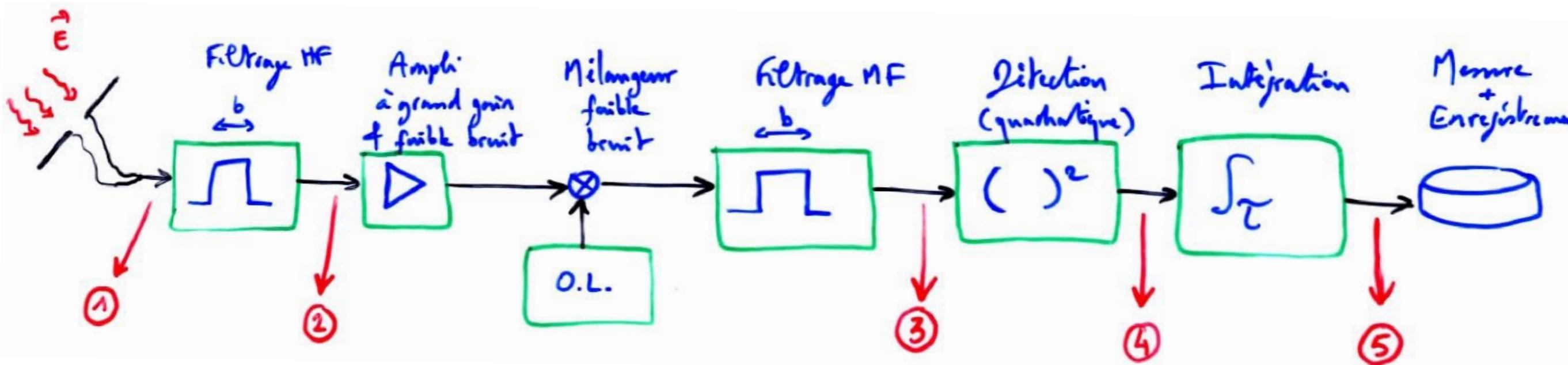
SIGNAL (t)

Spectre



échelle encore réduite

• Spectrométrie à bande étroite \Rightarrow Récepteur Hétérodyne



\rightarrow E incident à spectre large $\Rightarrow V_e$ aussi

\rightarrow Filtrage HF \Rightarrow sélection d'une bande $\nu_0 \pm b/2$

\rightarrow 1^{ère} Amplification (à faible bruit)

\rightarrow Changement de fréquence : \times O.L. (oscillateur local)

$$\Rightarrow \nu_0 - \nu_{OL} \pm b/2 = \nu_{MF} \pm b/2 \text{ (même spectre de fluctuations)}$$

\rightarrow Filtrage MF

\rightarrow Détection, intégration ...

} *Ordre inverse à HF*

Amplification : Gain

→ La puissance d'entrée est en général très faible

$$\text{Exemple : } T_A = 10 \text{ K dans } b = 10 \text{ kHz} \Rightarrow P_e = k T_A b = 1.4 \times 10^{-18} \text{ W}$$

Si on désire mesurer $V \sim 1 \text{ mV}$ sous 50Ω , il faut une puissance de sortie : $P_S = V^2 / 50 = 2 \times 10^{-8} \text{ W}$

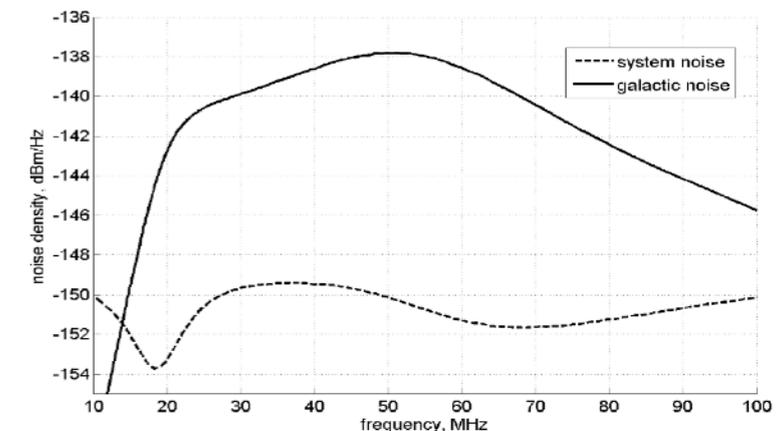
$$\Rightarrow \text{Gain nécessaire} > \times 10^{10} \quad (G(\text{dB}) = 10 \log_{10}(P_S/P_e) = 100 \text{ dB})$$

Après détection (quadratique) et intégration : $\langle V_S \rangle \propto P_S \propto G P_e$

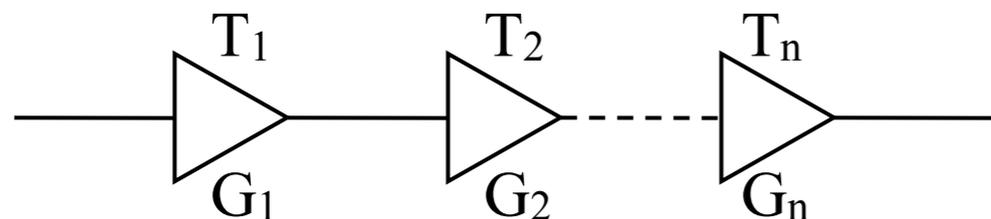
Pour un récepteur réel : $\langle V_S \rangle = \alpha \frac{G b k}{\downarrow} (T_A + T_S)$

étalonnable avec une source de référence

T_S ? réduction du bruit de Nyquist / fond ?



Récepteur à plusieurs étages : $\langle V_S \rangle \propto G_n (\dots G_2 (G_1 (T_A + T_1) + T_2) + \dots + T_n) \sim \prod G_i (T_A + T_S)$



$$T_S = T_1 + \frac{T_2}{G_1} + \frac{T_3}{G_1 G_2} + \dots + \frac{T_n}{\prod_{i=1}^{n-1} G_i}$$

Formule de Friis pour n étages de gain G_i et de température de bruit T_i

Seul le premier étage (G_1, T_1) doit être à ultra faible bruit

G_i doivent être assez élevés pour que T_i ($i > 1$) négligeables \Rightarrow en général il faut $G_1 \geq 30 \text{ dB}$

Notes :

- Dans un récepteur le gain est procuré par les amplificateurs; tous les autres étages créent des pertes
- Plage de fonctionnement linéaire où G ne dépend pas de la puissance d'entrée

Amplification : Stabilité

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{Fluctuations : } \Delta \langle V_S \rangle / \langle V_S \rangle &= \Delta(T_A + T_S) / (T_A + T_S) + \Delta G / G \\ \text{si } T_A \ll T_S &\approx \Delta T_S / T_S + \Delta G / G \approx 1 / \sqrt{b\tau} + \Delta G / G \end{aligned}$$

La sensibilité théorique $T_S / \sqrt{b\tau}$ n'est atteinte que si la stabilité relative du gain / t, $\Delta G / G \ll \Delta T_S / T_S = 1 / \sqrt{b\tau}$

Si G fluctue trop (e.g. quelques % sur $\Delta t \sim 1$ h : fluctuations thermiques, alimentation ...), ses fluctuations masquent celles de T_A dues à une éventuelle source.

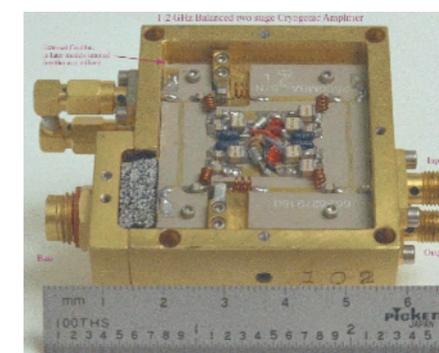
Exemple : $T_S = 150$ K, $\tau = 100$ sec, $b = 1$ MHz

$\Rightarrow \Delta T_S / T_S = 1 / \sqrt{b\tau} = 10^{-4}$ et $T_{A-min} = T_S / \sqrt{b\tau} = 0.015$ K

Si $\Delta G / G = 0.1\% = 10^{-3} \gg \Delta T_S / T_S$ alors $T_{A-min} \approx \Delta T_G = 0.15$ K

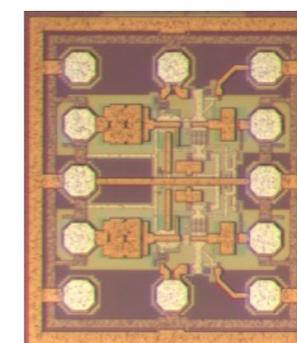
→ Solutions utilisées :

- qualité des composants discrets utilisés, circuits intégrés (ASIC)
- régulation thermique & alimentation des récepteurs
- mesures différentielles ON / OFF ou ciel / source étalon :
 - par permutation rapide $\gg 1 / \Delta t_{\text{Gain}}$
 - simultanément dans des faisceaux multiples
 - ou à des fréquences légèrement différentes (mesures spectrales)



composants discrets

LNA



circuit intégré
(0,63×0,73 mm²)

Amplification : Stabilité

→ *Mesure de la stabilité des récepteurs*

La "variance de Allan" décrit la compétition des comportements des fonctions statistiques de spectres différents qui interviennent dans les mesures réelles
= Variance d'une série de N mesures $V_{i\tau}$ de temps d'intégration τ (durée totale = $N \times \tau$)
en fonction de la valeur de τ : $\sigma^2(\tau) = (1/N) \sum (V_{i\tau} - \langle V_{i\tau} \rangle)^2$

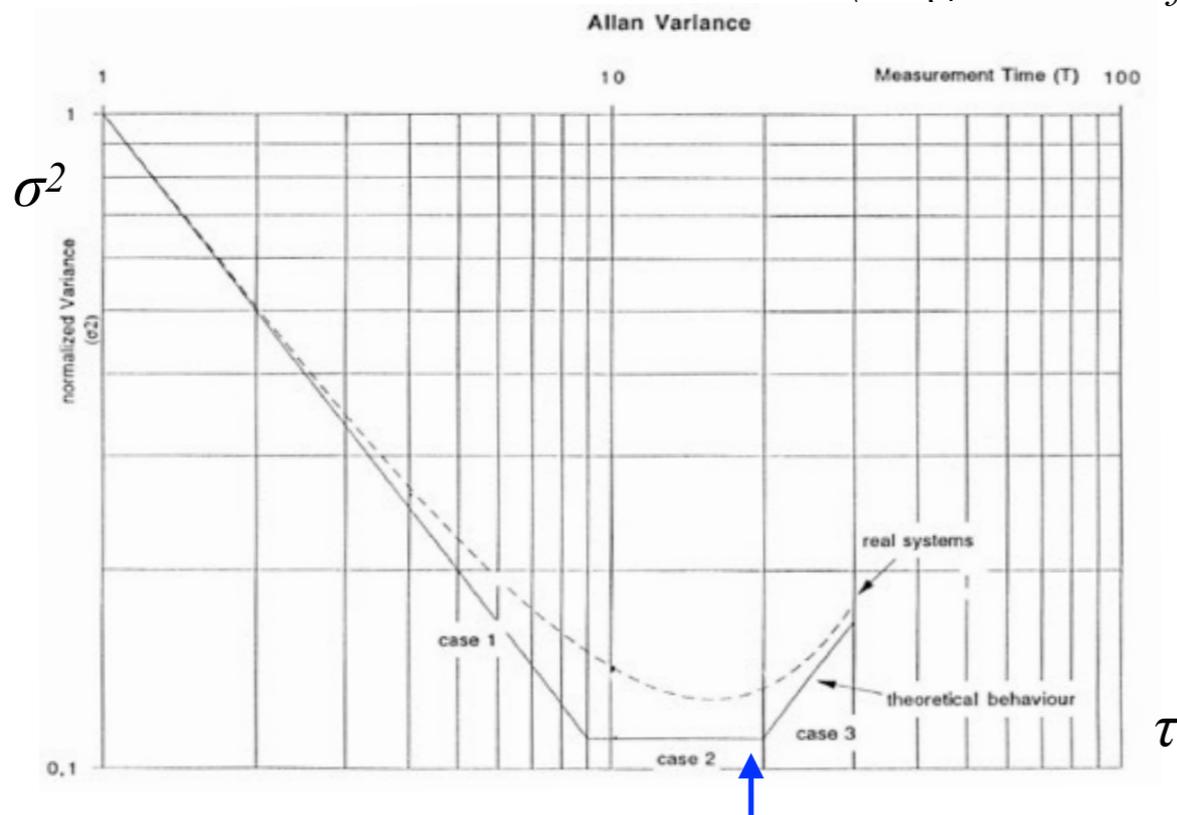
On démontre que *si le spectre du signal mesuré est : $P(\nu) \propto \nu^\beta$ alors $\sigma^2(\tau) \propto \tau^{-\beta-1}$*

$$\beta = 0 \Rightarrow P(\nu) = C^{te} \quad (\text{bruit blanc}) \Rightarrow \sigma^2(\tau) = C^{te} / \tau$$

$$\beta = -1 \Rightarrow P(\nu) \propto 1/\nu \quad (\text{bruit "en } 1/f'') \Rightarrow \sigma^2(\tau) = C^{te}$$

$$\beta = -2 \Rightarrow P(\nu) \propto 1/\nu^2 \quad (\text{bruit } \uparrow \text{ aux BF}) \Rightarrow \sigma^2(\tau) = C^{te} \times \tau \Rightarrow \uparrow \text{ avec } \tau$$

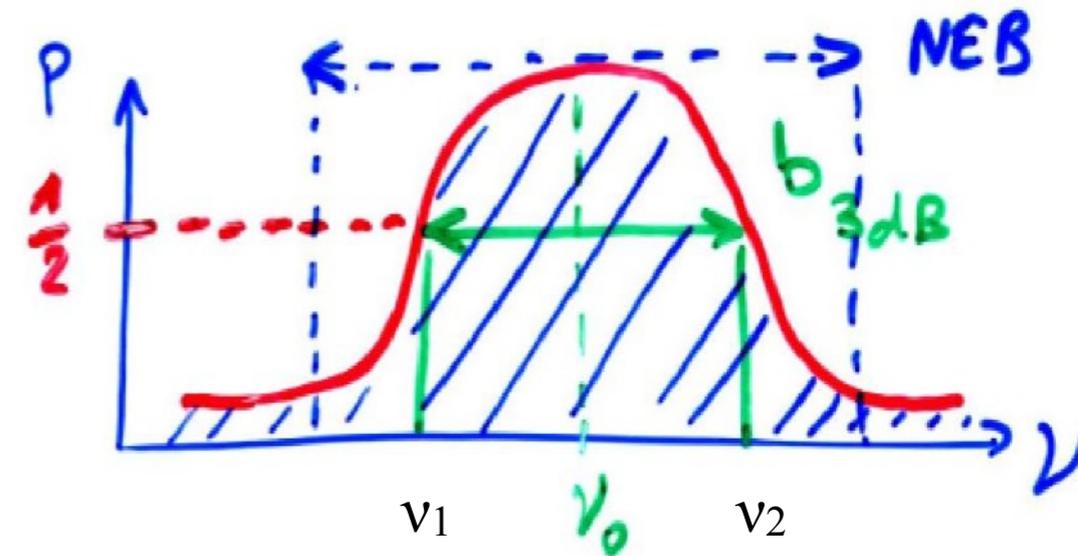
(en général du fait de la lente dérive du – gain du – système)



⇒ $\sigma^2(\tau)$ caractérise la stabilité du récepteur et permet de choisir la plage de fonctionnement optimale
= $\min(\sigma^2(\tau))$ qui donne la *durée maximale durant laquelle le récepteur est utilisable sans ré-étalonnage*

Filtrage

- Passe-bas (LP : low pass) : coupe $v > v_2$
- Passe-haut (HP : high pass) : coupe $v < v_1$
- Passe-bande (BP : band pass) : coupe $v < v_1$ et $v > v_2$
- Réjecteur ou coupe-bande : coupe $v_1 < v < v_2$



v_1 et v_2 définissent la bande, généralement à - 3 dB : $b_{3 \text{ dB}} = \int_{P(v) \geq P(v_0)/2} P(v) dv / P(v_0)$

\forall forme du filtre (non rectangulaire), on définit une bande équivalente : $b_{\text{eq}} = \int_{-\infty}^{+\infty} P(v) dv / P(v_0)$

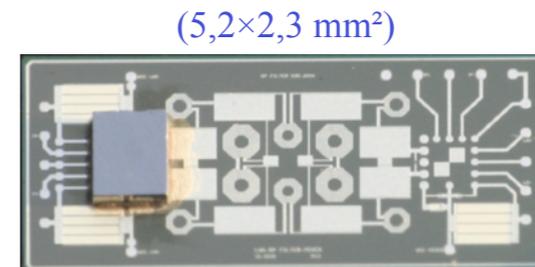
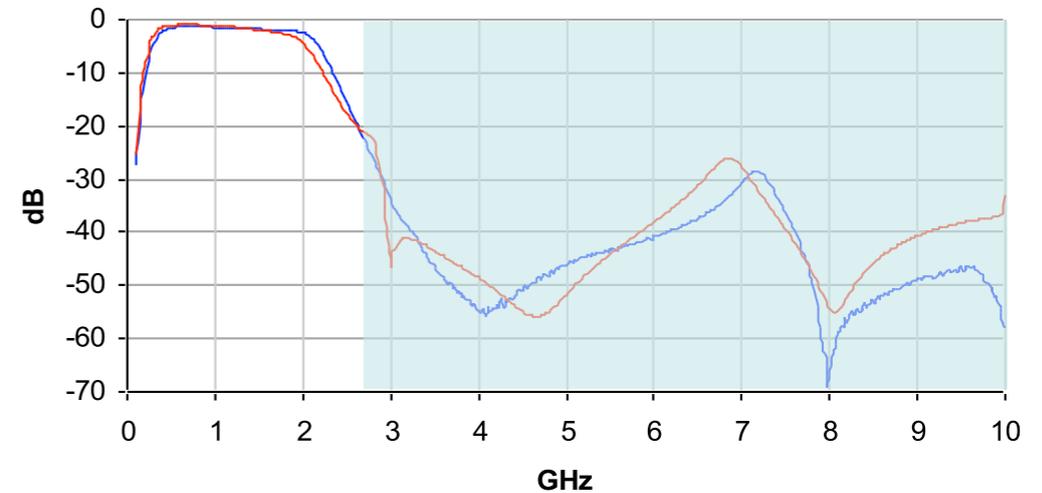
→ On peut la mesurer via : $b_{\text{eq}} = \langle V_S \rangle^2 / \sigma^2 \tau = \text{NEB}$ (Noise Equivalent Band)

($b_{3 \text{ dB}} < \text{NEB}$)

Filtrage

Caractéristiques :

- ondulation dans la bande passante
- retard ou déphasage dans la bande passante
(important pour les interféromètres et réseaux phasés)
- valeur de la réjection hors bande
- sélectivité = pente de la zone de transition entre bande passante et bande rejetée
- pertes d'insertion (dB)



Filtre nécessaire :

- avant un mélangeur : élimination de la bande image
- à chaque étage : réduction de la bande dans lequel le bruit est intégré
⇒ augmentation de la dynamique + filtrage des parasites
- avant le LNA en BF (élimination des parasites captés par l'antenne)

MAIS pas en HF car les pertes augmentent T_S ($-0.5 \text{ dB à } 300 \text{ K} \Leftrightarrow T_S + 33 \text{ K} !$)

sauf si filtre supraconducteur+cryogénie

$$\downarrow \\ (1-10^{-0.05}) \times 300$$

Changement de fréquence

→ Mélangeur (\times) et oscillateur local (OL)

Rappel :

$$\begin{aligned} \text{TF}[E(t)] &= E(\nu) \\ \text{TF}[E(t) \cdot \cos(2\pi\nu_{\text{OL}}t)] &= \frac{1}{2} [E(\nu - \nu_{\text{OL}}) + E(\nu + \nu_{\text{OL}})] \\ E(-\nu) &= E(\nu)^* \Rightarrow P(-\nu) = P(\nu) \end{aligned}$$

Mélangeur = élément non-linéaire donnant une fréquence de sortie $\nu = \nu_{\text{MF}} = \pm m \times \nu \pm n \times \nu_{\text{OL}}$

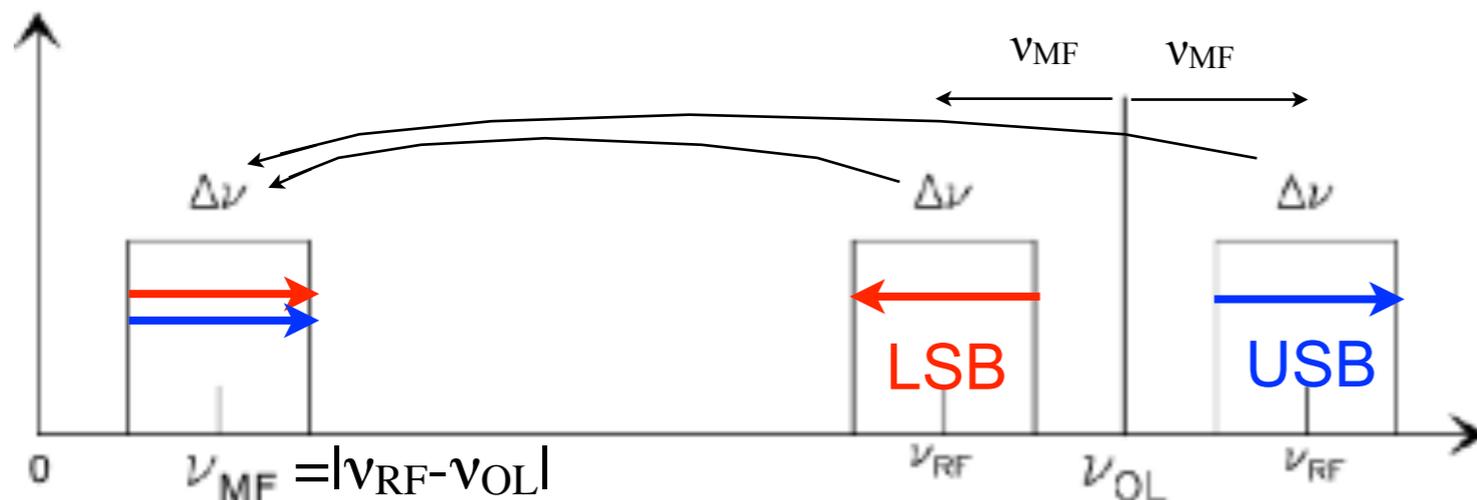
- si on conserve $\nu_{\text{MF}} = \nu + \nu_{\text{OL}}$

le récepteur est dit supradyné

- si on conserve $\nu_{\text{MF}} = \nu - \nu_{\text{OL}}$ ou $\nu_{\text{OL}} - \nu$

(selon que $\nu > \nu_{\text{OL}}$ ou $\nu < \nu_{\text{OL}}$)

le récepteur est dit infradyné



On a de plus : $|\varphi_{\text{MF}}| = |\varphi_o - \varphi_{\text{OL}}|$

Notes :

- la même fréquence MF peut être donnée par $\nu_{\text{MF}} = \nu_1 - \nu_{\text{OL}} = \nu_{\text{OL}} - \nu_2 = \text{repliement}$

- en général, on en utilise une seule (single side band = SSB ou bande latérale unique = BLU ; on distingue bande lat. sup. = BLS = **USB** et bande lat. inf. = BLI = **LSB**)

- si on utilise les 2 fréquences RF (qui alors se superposent et sont indiscernables) le récepteur est « double side band » (DSB)

Oscillateur Local

- fixe ou ajustable (au moins un étage ajustable nécessaire pour ramener un signal large bande à ν_{MF} fixe

Super-hétérodynage : 2 changements de fréquence (2 O.L.)

1) passage à HF : $\nu \rightarrow \nu_{OL1}-\nu$ (filtrage raide anti-repliement possible), ν_{OL1} peut être variable

2) passage à MF : $\rightarrow \nu_{OL2}-(\nu_{OL1}-\nu) = \nu-(\nu_{OL1}-\nu_{OL2})$,

- doit être très stable :

→ en single dish : résolution spectrale minimum souhaitée

(Ex: $\Delta\nu = 10 \text{ Hz}$ avec $\nu_{OL} = 10 \text{ GHz} \Rightarrow$ stabilité de 10^{-9})

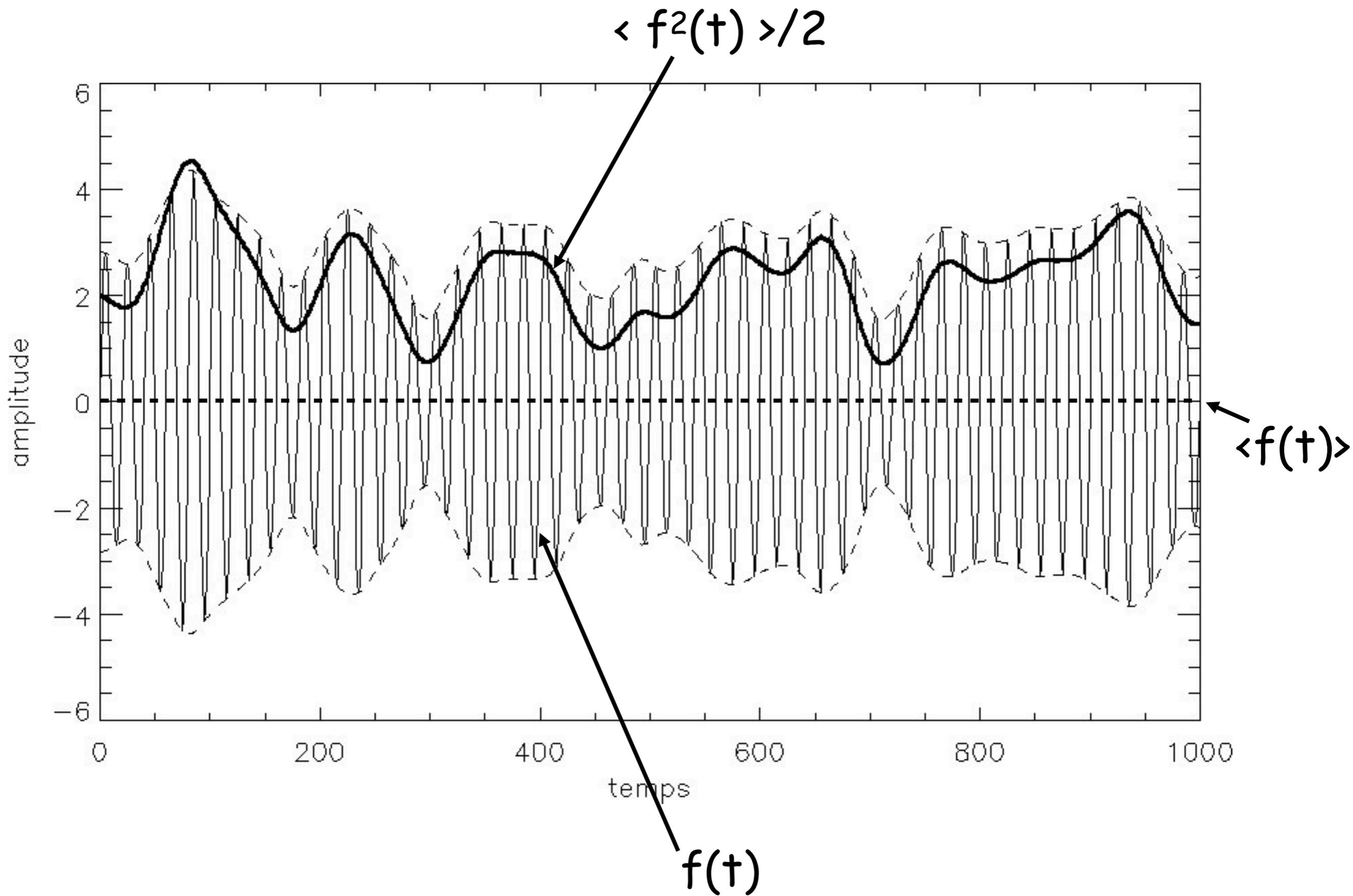
→ en interférométrie et réseau phasé : doit conserver la phase et la cohérence

⇒ contraintes beaucoup plus sévères

⇒ OL asservis sur des horloges atomiques

(Rubidium : $\approx 5 \times 10^{-12}$; Césium (Cs) : $\approx 10^{-12}$; Masers à hydrogène : $\approx 10^{-13/-14}$)

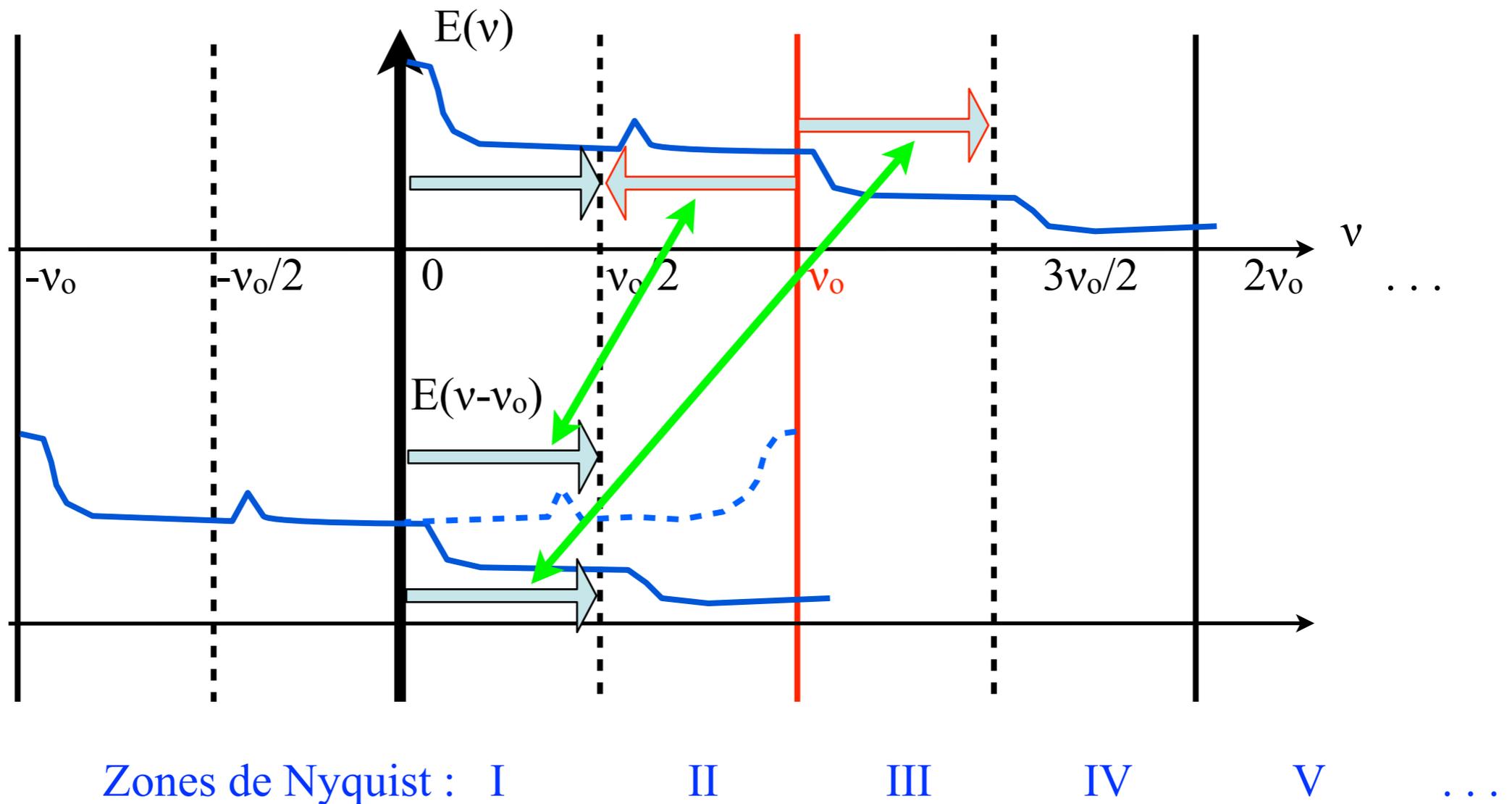
Détection, intégration



Conversion Analogique → Numérique

Echantillonnage classique : $F_{\text{éch}} \geq 2 F_{\text{max}}$ (Shannon)

Echantillonnage en pratique : $E(t) \rightarrow E(t-nt_0) = E(t) \times \delta(t-nt_0)$ $n = -\infty, +\infty$
 $E(v) \rightarrow E(v) \otimes \delta(v-nv_0)$ avec $v_0 = 1/t_0$
 $= E(v) + E(v - v_0) + E(v + v_0) + E(v - 2v_0) \dots$

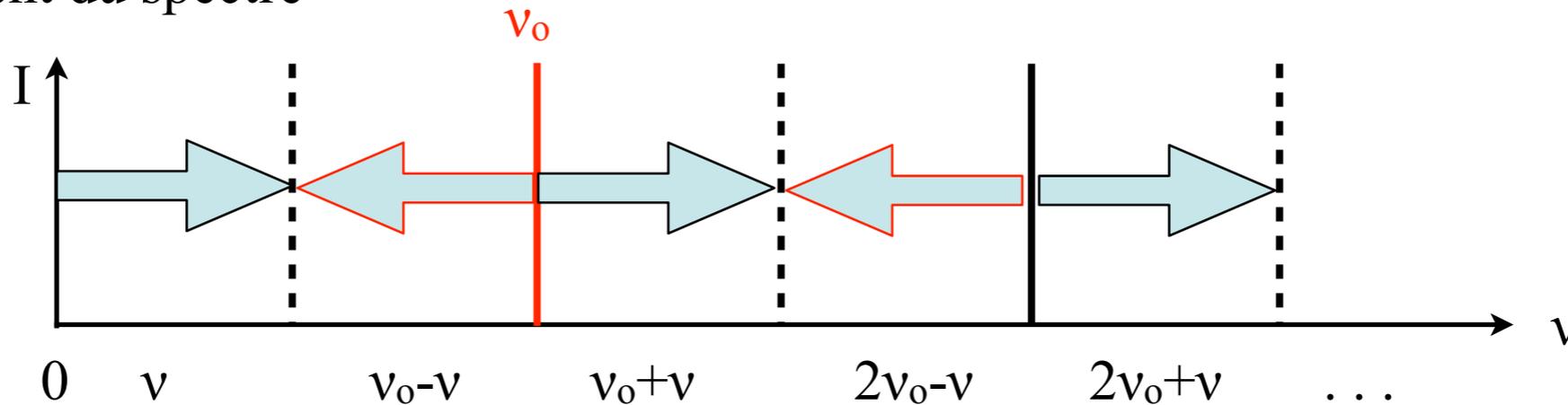


Conversion Analogique → Numérique

Echantillonnage classique : $F_{\text{éch}} \geq 2 F_{\text{max}}$ (Shannon)

Echantillonnage en pratique : $E(t) \rightarrow E(t-nt_0) = E(t) \times \delta(t-nt_0)$ $n = -\infty, +\infty$
 $E(v) \rightarrow E(v) \otimes \delta(v-nv_0)$ avec $v_0 = 1/t_0$
 $= E(v) + E(v - v_0) + E(v + v_0) + E(v - 2v_0) \dots$

⇒ Repliement du spectre

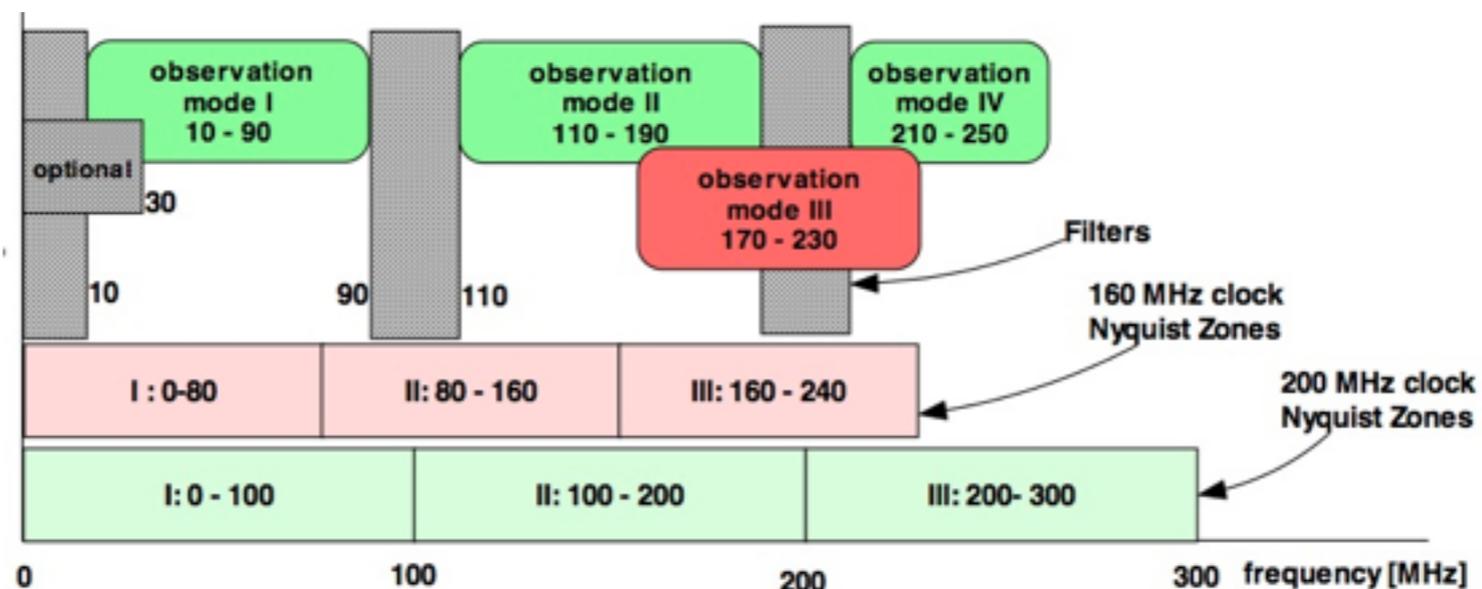


Zones de Nyquist : I II III IV V ...

⇒ Sous-échantillonnage possible

⇒ Filtrage d'entrée analogique nécessaire pour éviter les repliements

ex: LOFAR

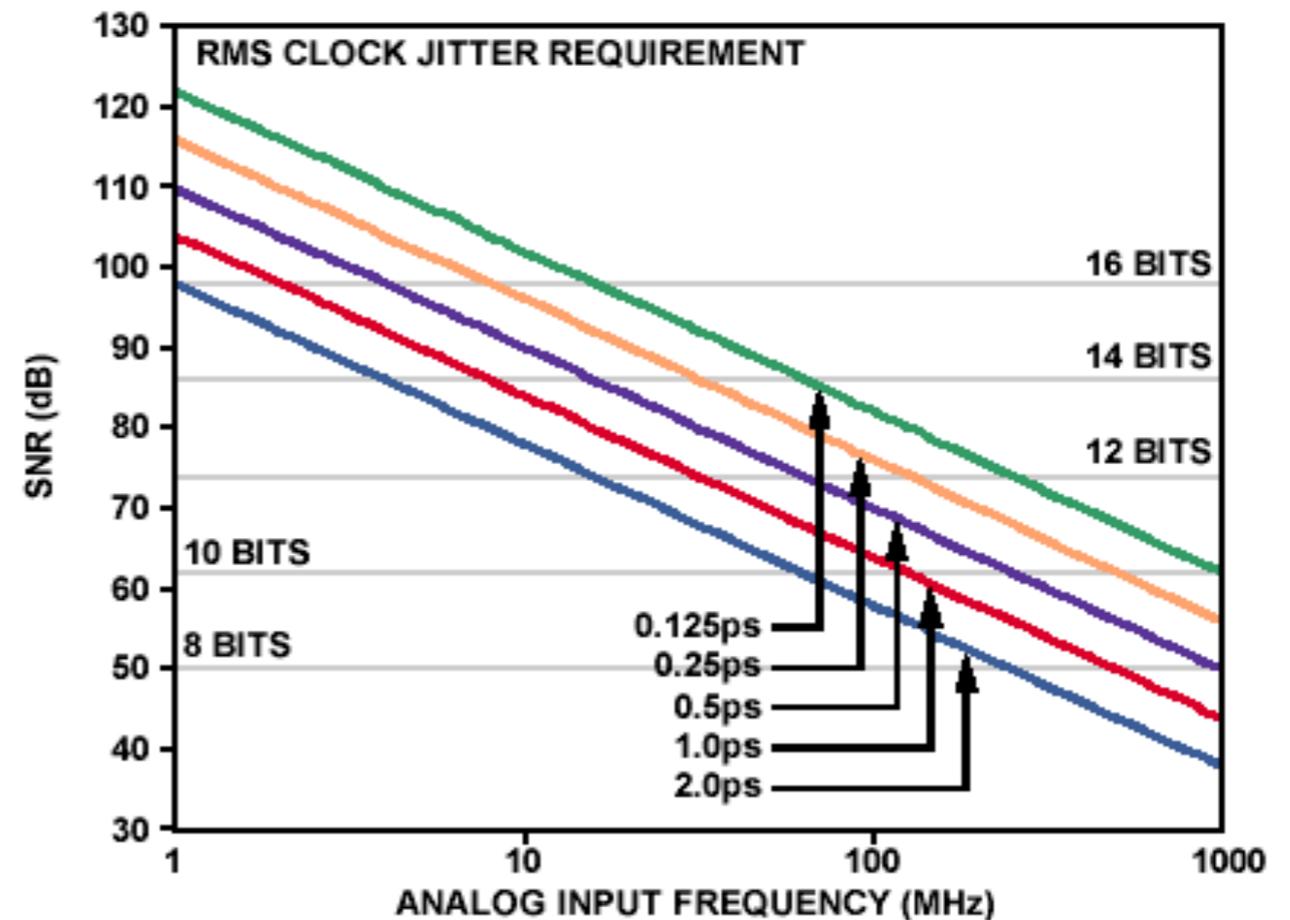
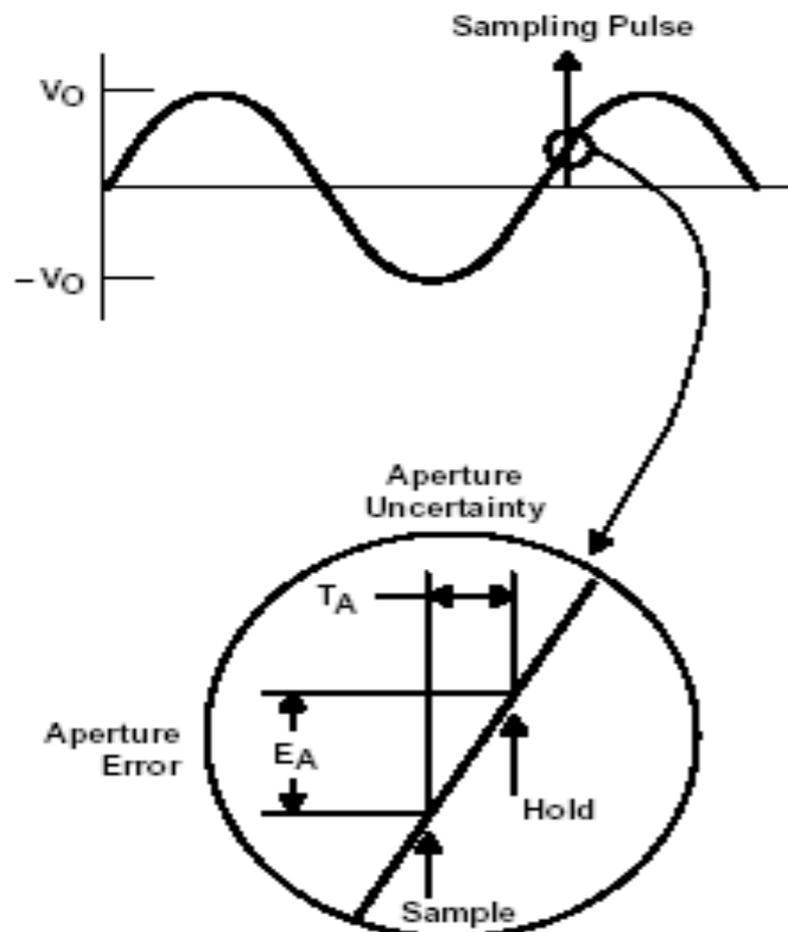


Conversion Analogique → Numérique

Quantifie un signal analogique en $k = 2^N$ niveaux discrets (pour un codage binaire)

Signal → CAN → Signal + **bruits** et duplications du spectre

- bruit de quantification
($S/B \approx 3 \text{ ou } 6 \text{ dB} \times \text{Nbits} \rightarrow \text{cf. dynamique}$)
- bruit dû au «jitter» de l'horloge
- non-linéarités ...



- Paramètres définissant les performances d'un récepteur

→ Bande spectrale totale / instantanée couverte : Δf

Limitée par le "front end"
(électronique d'entrée)

Ex: - RT Nançay : 1,06 GHz - 3,5 GHz
 - LOFAR : 30 - 90 MHz et 110 - 250 MHz
 - SKA-mid : 350 MHz - 15 GHz

Fixée par MF & moyens d'analyse

Ex: - RT Nançay : 50-500 MHz max.
 - LOFAR : 2×48 MHz
 - SKA : 300 MHz à quelques GHz

→ Résolution spectrale (absolue, relative) : δf (\neq ou \approx b), $\delta f/f$

⇒ $N_{\text{freq}} \sim \Delta f / \delta f$ = nombre de canaux de fréquence (par spectre)

→ Résolution temporelle : δt entre 2 mesures consécutives

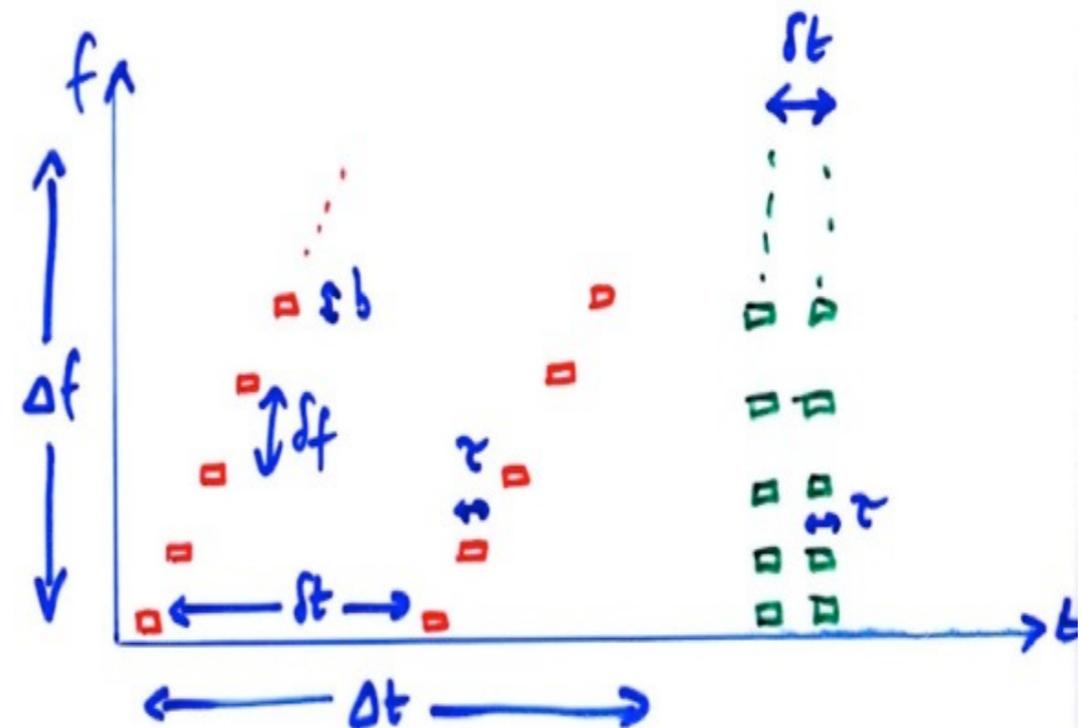
à la même fréq. (i.e. entre 2 spectres)

⇒ $\delta t \approx N_{\text{freq}} \times \tau$ (récepteur à balayage)

ou $\delta t \approx \tau$ (multicanal)

⇒ Débit de données = $N_{\text{bit}} \times N_{\text{freq}} / \delta t$ (bits/sec)

→ Durée d'observation en continu : Δt

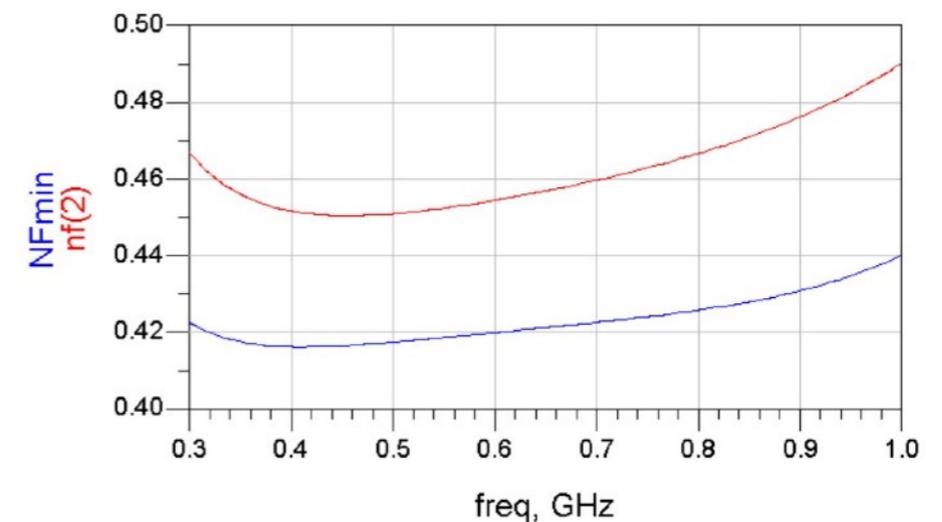


→ Température de bruit : $T_b = K T_S / \sqrt{(b\tau)}$ avec $K \sim 1$

Facteur de bruit (F) ou noise factor (NF) = $10 \log_{10} (T_S/T_0 + 1)$ (en dB)
avec par convention : $T_0 = 290 \text{ K}$

Ex: $T_S = 290 \text{ K} \Rightarrow F = 3 \text{ dB}$
 $T_S = 75 \text{ K} \Rightarrow F = 1 \text{ dB}$
 $T_S = 50 \text{ K} \Rightarrow F = 0,7 \text{ dB}$
 $T_S = 7 \text{ K} \Rightarrow F = 0,1 \text{ dB}$

NF d'un LNA intégré pour SKA



L'état de l'art (cryogénie) est $T_S \approx 1 \text{ à } 2 \text{ K / GHz}$

Ex : *Sensibilité de SKA* = $A_e/T_S = 20\,000 \text{ m}^2/\text{K}$

Spécification : $T_S = 50 \text{ K}$

Si on parvient à réduire T_S à 45 K, on obtient la même sensibilité pour $A_e = 9 \times 10^5 \text{ m}^2$ au lieu de $10^6 \text{ m}^2 \Rightarrow$ baisse de coût !

→ Dynamique :

Analogique : $D = T_{\max}/T_{\min}$ mesurable sans distorsion
(limitée vers le haut par la saturation et vers le bas par le bruit)

Numérique : $D = N_{\text{bit}} \times 3 \text{ dB}$ pour un récepteur quadratique

$$T_{\text{dB}} = 10 \times \log_{10}(T_{\max}/T_{\min}) = 10 \times \log_{10}(V_{\max}/V_{\min})$$

$N_{\text{bit}} \times 6 \text{ dB}$ pour un récepteur linéaire

$$T_{\text{dB}} = 10 \times \log_{10}(T_{\max}/T_{\min}) = 10 \times \log_{10}(V_{\max}^2/V_{\min}^2) = 20 \times \log_{10}(V_{\max}/V_{\min})$$

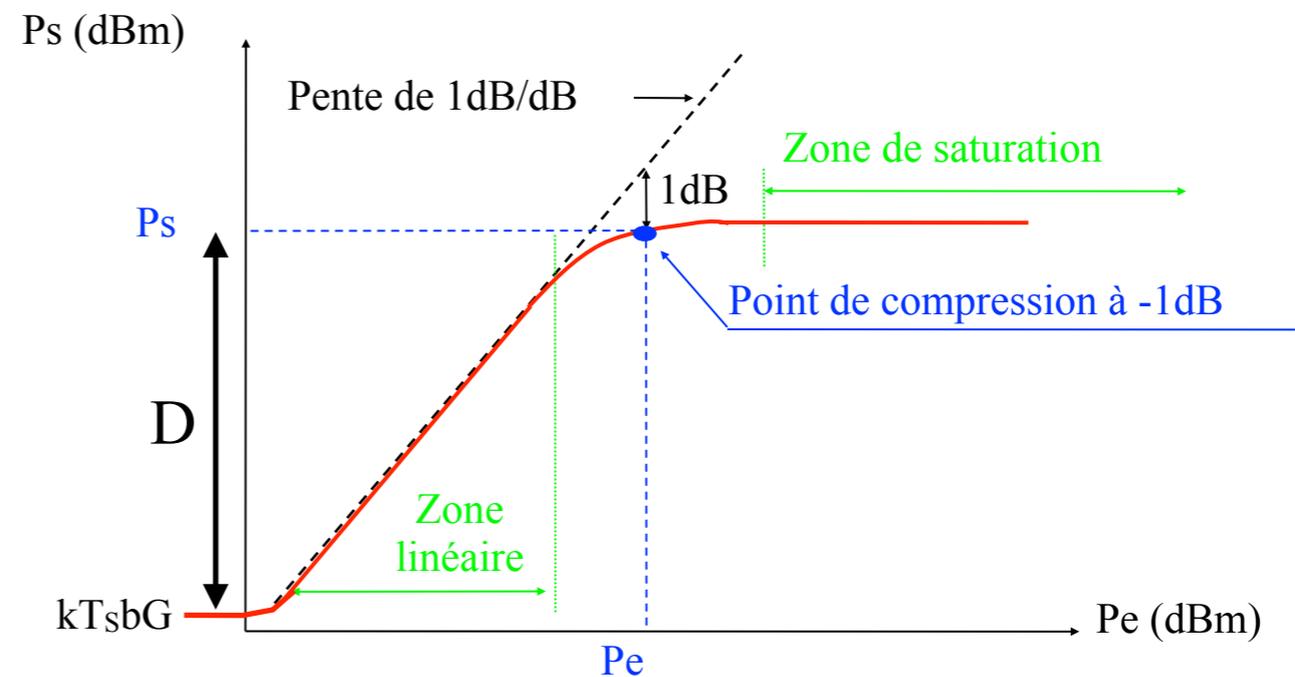
Si T_b est échantillonnée sur > 1 bit, meilleure résolution en dynamique aux faibles niveaux, mais plage dynamique réduite

Si T_b est échantillonnée sur $\ll 1$ bit, erreur de quantification et sensibilité moindre aux faibles niveaux

Linéarité :

- Le gain constant dans la zone de linéarité chute à la saturation
- Point de compression à -1dB, où la chute de gain = 1 dB

$$\Rightarrow D = P_{-1\text{dB}} / kT_{\text{sb}}G$$



Ex : Étage d'entrée d'Embrace (démonstrateur SKA) :

- LNA avec une bande équivalente de bruit : $NEB = 700 \text{ MHz}$, $G = 18 \text{ dB}$, $T_s = 50 \text{ K} \Rightarrow P_s = 3 \cdot 10^{-11} \text{ W}$
si $P_{-1\text{dB}} = 0 \text{ dBm} = 1 \text{ mW} \Rightarrow D = 10 \log (P_s/P_{-1\text{dB}}) = 75 \text{ dB}$

• Types de spectromètres

	D	Δf	$\delta f, \delta f/f$	N_{freq}	δt	Δt	Débit	Remarques
Banc de filtres (multicanal)		-		dizaines	+			lourd, encombrant, figé, cher
Analyseur de spectre à balayage de fréquence (ASB, SFA, SFR) = récepteur (super-)hétérodyne avec O.L. variable	+ ≥ 60 dB	+ $\sim f$	+ $\leq \%$	+ $\sim \Delta f / \delta f$	- $\delta f \times \tau \gg 1$ \Rightarrow $\delta t \gg N / \delta f$ $\sim \text{sec}$	+	$\sim \text{ko/s}$	stabilité Ok, faible couverture du plan t-f, sensibilité $\propto 1/N$
Spectrographe Acousto-Optique (SAO)	- ≤ 25 dB	+ $\sim f$, jusqu'à 1 GHz	+ $\sim \%$	+ centaines	+ msec	-	$qq \times 100$ ko/s	stabilité faible ($\sim \text{min}$), compact, couverture complète du plan t-f
<ul style="list-style-type: none"> • Corrélateurs (numériques) : spectre par TF de la fonction d'autocorr. (Wiener-Khintchine) • Récepteurs à TF (numériques - FFT, estimateur de Welch) • Filtres polyphase 	++ N_{bit} , ≥ 65 dB	+ ALMA 2 GHz, GBT 800 MHz	+ $\leq \%$	+ milliers	+ msec	-	$qq \times \text{Mo/s}$	souplesse du choix de la bande et de la résolution, stabilité
Échantillonneur de forme d'onde	N_{bit}	$\leq f_{\text{éch.}}/2$ ~ 100 MHz		++	seule limite : $\delta f \times \delta t \gg 1$		- - $qq \times 100$ Mo/s	« instantanés »

- Spectromètres à autocorrélation

Calcul discret de $C_{xx}(\tau) = \langle x(t).x(t-\tau) \rangle$ Δt entre 2 échantillons

$$\Rightarrow C_{xx}(n \times \Delta t) = 1/(n+1) \sum_{k=0}^n x(k \times \Delta t).x((k-n) \times \Delta t)$$

puis du spectre $P(f) [WHz^{-1}] = TF(C_{xx}(\tau))$ [Théorème de Wiener-Khintchine]

$$\Rightarrow P(p \times df) = \sum_{k=0}^{n-1} C_{xx}(k \cdot \Delta t) \times \exp(-i2\pi f \cdot k \cdot \Delta t)$$

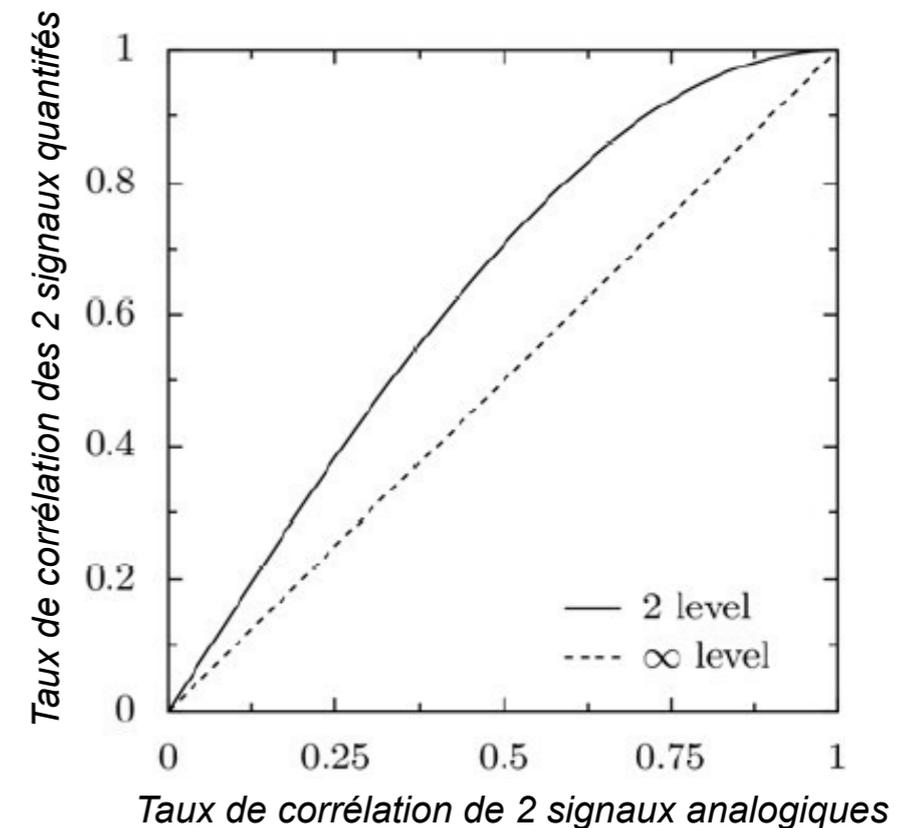
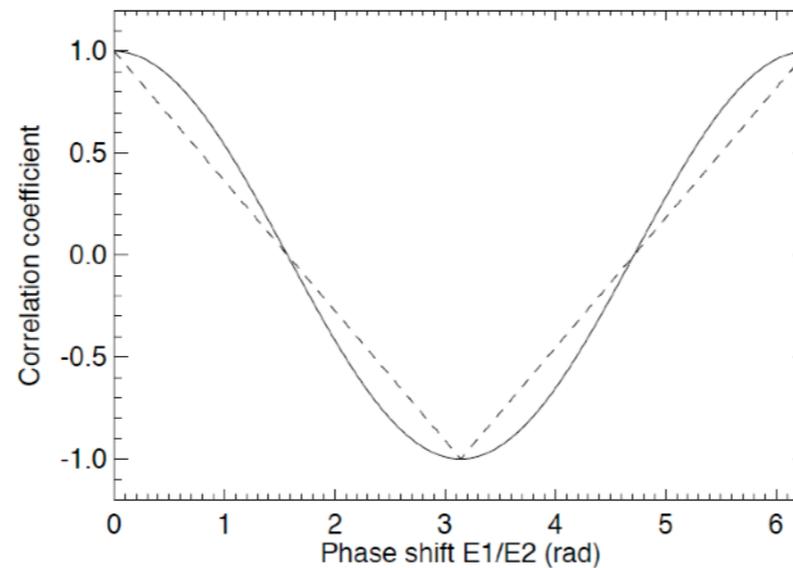
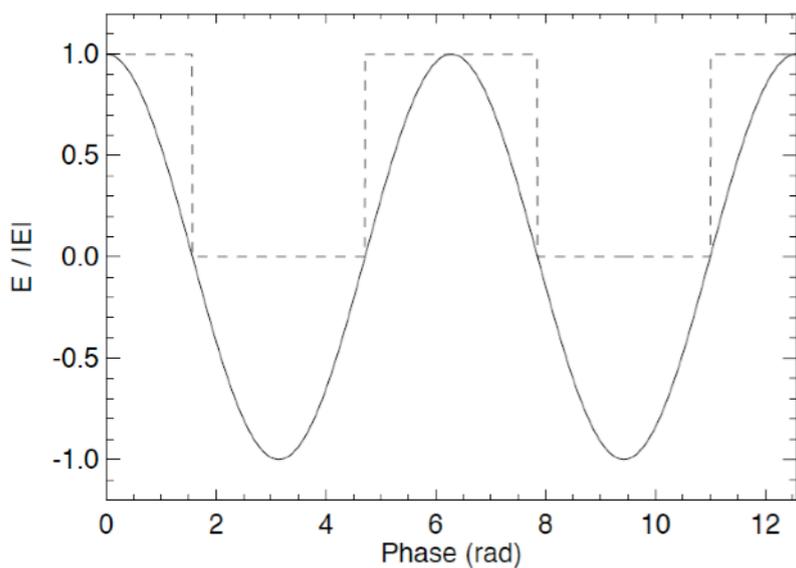
avec $p = 0, 1, \dots, n-1$

$$f = p \times \Delta f, \quad \Delta f = 1/(n \times \Delta t) = F_{éch}/n$$

Corrélation numérique vs analogique :

- Dépend de la quantification du signal à l'entrée du corrélateur (Nombre de niveaux & $F_{échantillonnage}$)

- Corrélation à 1 bit (2 niveaux) : on ne conserve que le signe des signaux lors de la numérisation



- \exists Correction (*de Van Vleck*) pour linéariser le résultat de l'autocorrélation avant FFT

- Spectromètres à TF directe

- Réponse spectrale (Densité Spectrale de Puissance) = $|FFT|^2$, dépend de la fenêtre de pondération utilisée qui modifie la largeur du lobe à mi puissance, le niveau des lobes secondaires et le gain

Rectangulaire (porte): $h(t)=1$ pour $t \in [0,T]$ $\Rightarrow h(f) \sim \text{sinc}(x)$ avec $x = \pi fT$

Triangular (Bartlett): $h(t)=2t/T$ pour $t \in [0,T/2[$ $\Rightarrow h(f) \sim \text{sinc}^2(x/2)$
 $h(t)=2(T-t)/T$ for $t \in [T/2,T]$

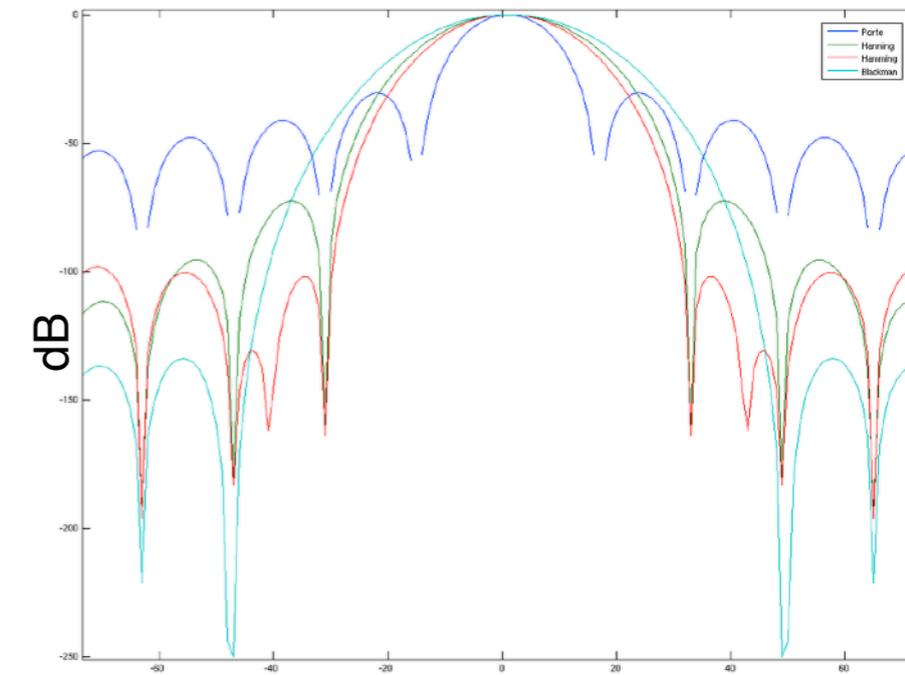
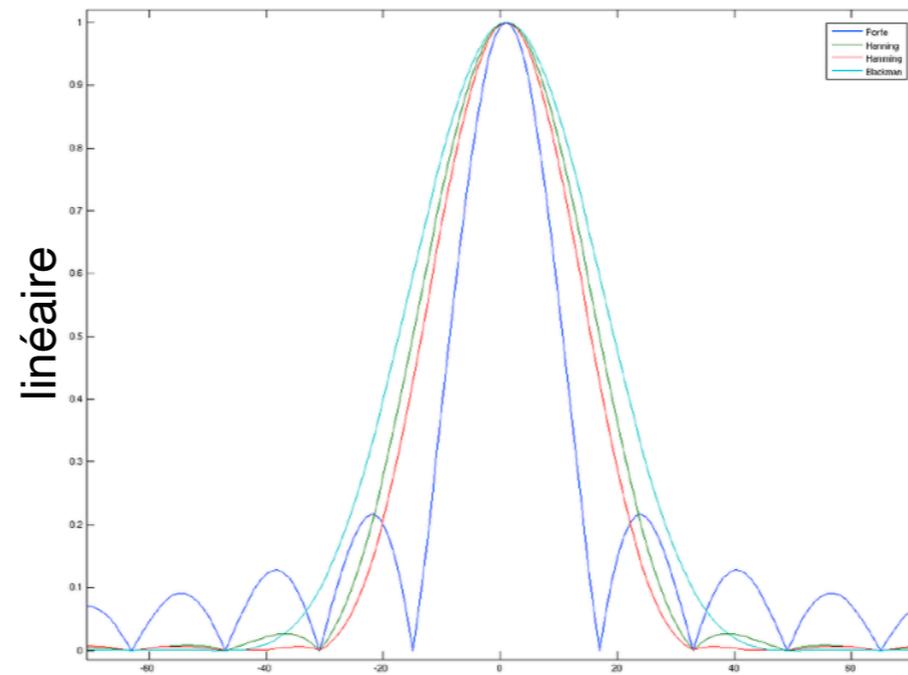
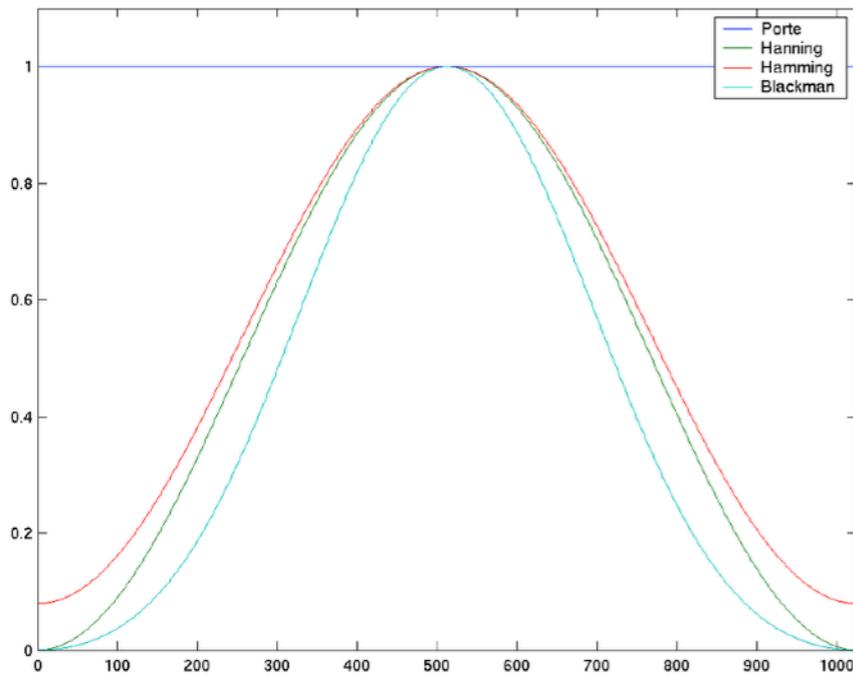
Hann: $h(t)=0.5-0.5 \times \cos(2\pi t/T)$ pour $t \in [0,T]$

Hamming: $h(t)=0.54-0.46 \times \cos(2\pi t/T)$ pour $t \in [0,T]$ \Rightarrow +large, pas de lobes secondaires

Blackman-Harris: $h(t)=0.42-0.5 \times \cos(2\pi t/T)+0.08 \times \cos(4\pi t/T)$ pour $t \in [0,T]$ \Rightarrow intermédiaire, + raide

Profil temporel de la fenêtre

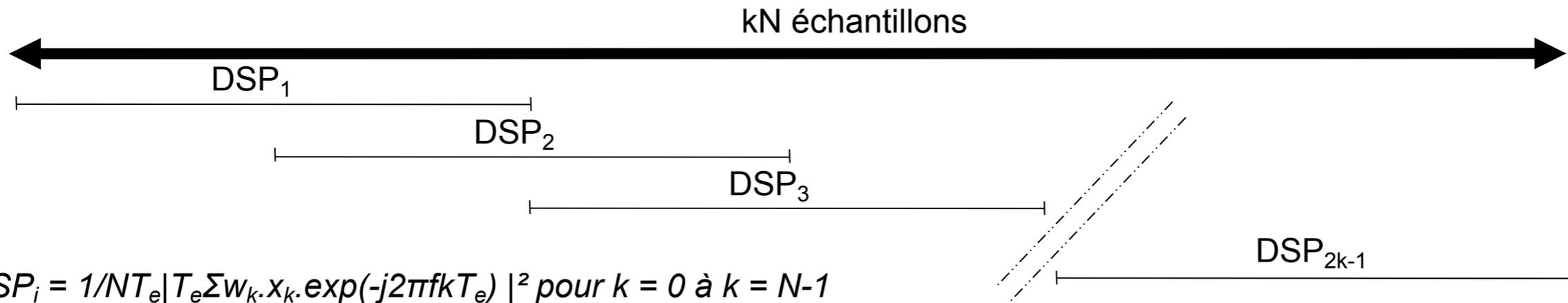
Profil spectral de la fenêtre



Fenêtre	Niveau de lobe secondaire (dB)	Pente (dB/octave)	Bande passante (points)
Rectangulaire	-13	-6	1.21
Triangulaire	-27	-12	1.78
Hann	-32	-18	2.00
Hamming	-43	-6	1.81
Blackman-Harris	-67	-6	1.81

- Spectromètres à TF directe

Pour une suite temporelle de kN échantillons la DSP sur N canaux est la moyenne (pondérée & normalisée) des $(2k-1)$ FFT réalisables par recouvrement de 50% des fenêtres consécutives.



$$DSP_i = 1/NT_e |T_e \sum w_k \cdot x_k \cdot \exp(-j2\pi f k T_e)|^2 \text{ pour } k = 0 \text{ à } k = N-1$$

$$DSP = 1/(2k-1)(Norm) \sum DSP_i \text{ pour } i = 0 \text{ à } 2k-1, \text{ avec } Norm = T_e/N \sum w_m^2 \text{ pour } m = 0 \text{ à } N-1$$

→ N canaux espacés de $\Delta f = 1/2N\Delta t$

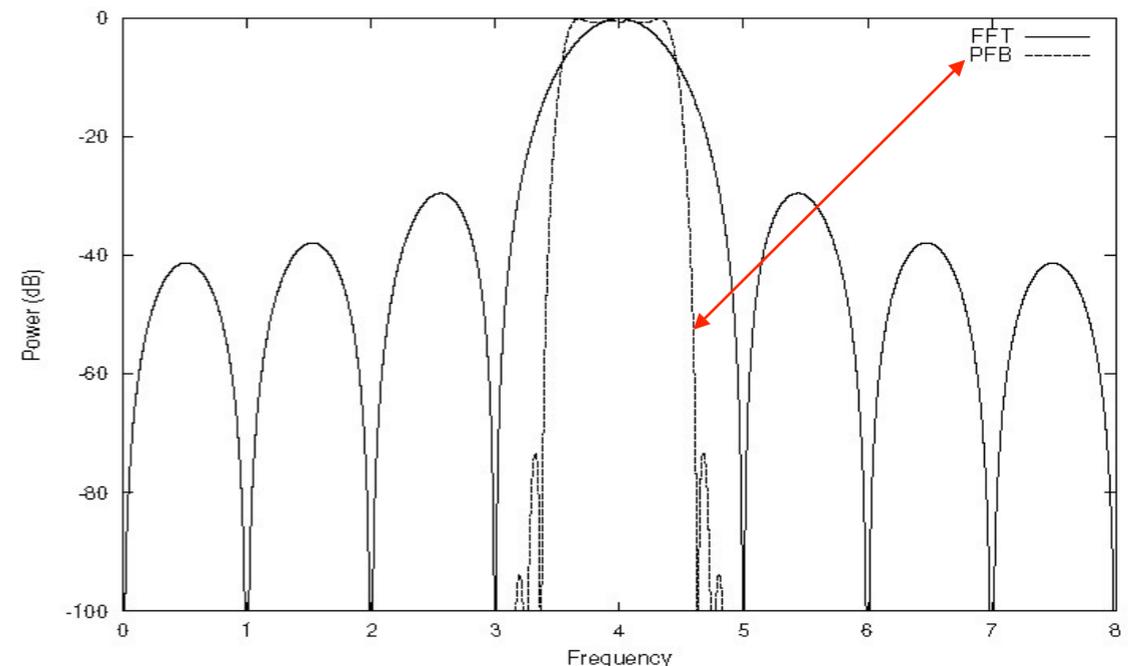
- Spectromètres à filtres polyphase

- Équivalent à une FFT à M canaux avec une fenêtre de pondération sur $n.M$ points
ou à un banc de M filtres numériques discrets (avec calculs optimisés)

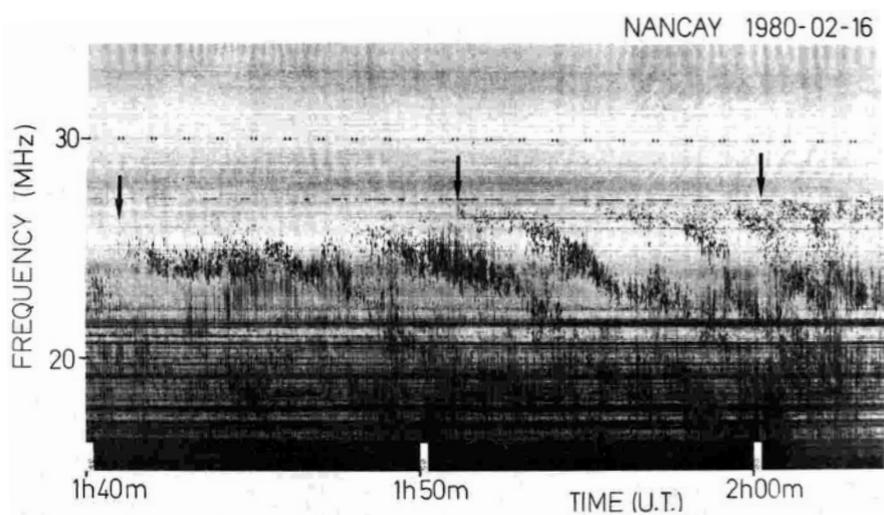
n coefficients / filtre => au total $n.M$ coefficients

- Les sorties $X_i(nM\Delta t)$ sont les séries temporelles d'échantillons des M canaux spectraux ($i=0, M-1$)

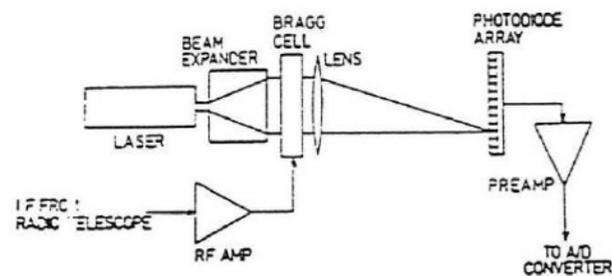
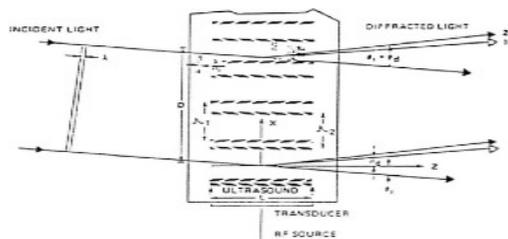
→ Réglage indépendant de la (bonne) réjection des lobes secondaires et de la largeur de canal.



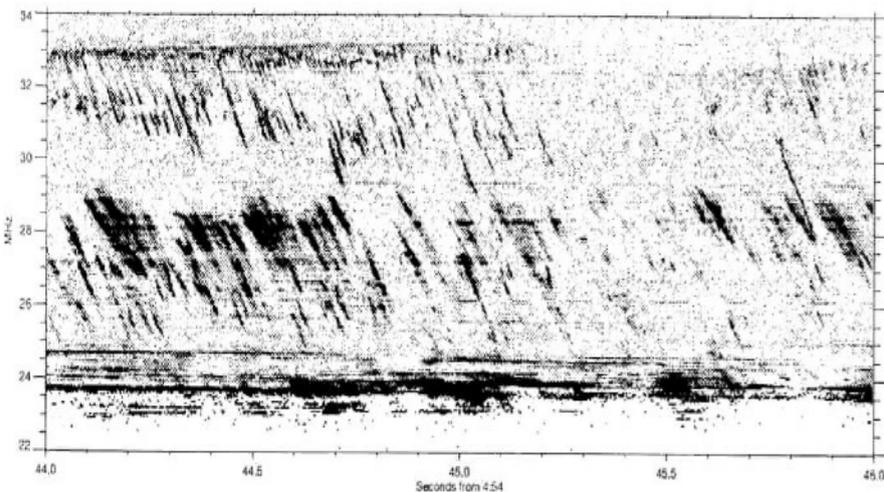
• Évolution de la spectroscopie des émissions décamétrique de Jupiter sur ~35 ans



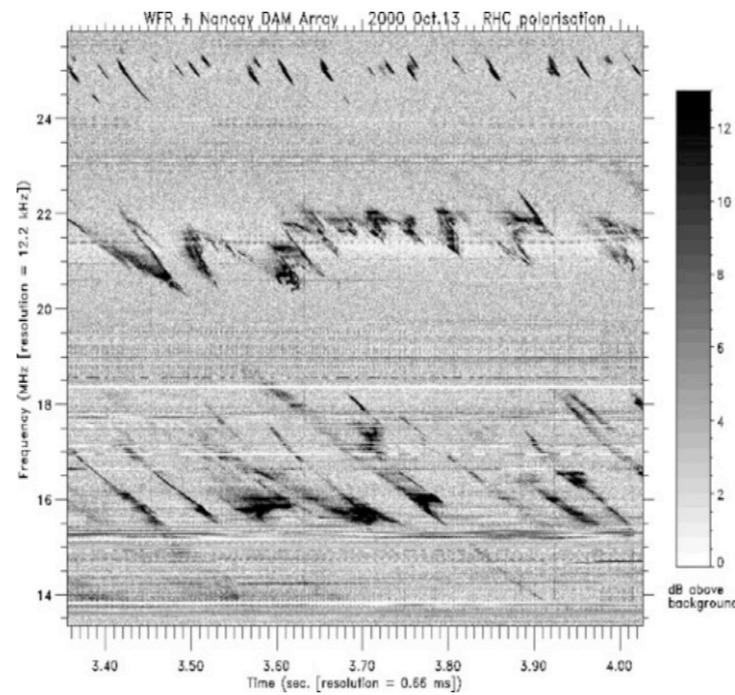
ASB (1980's)



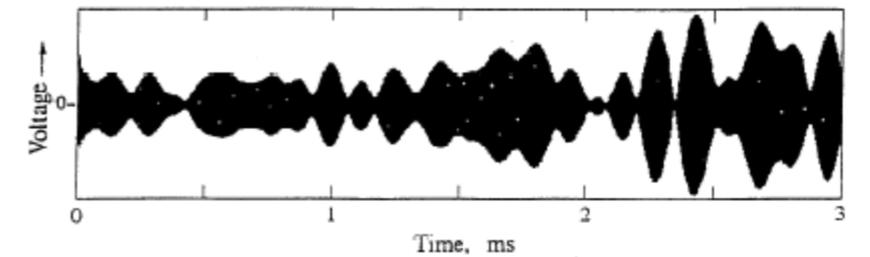
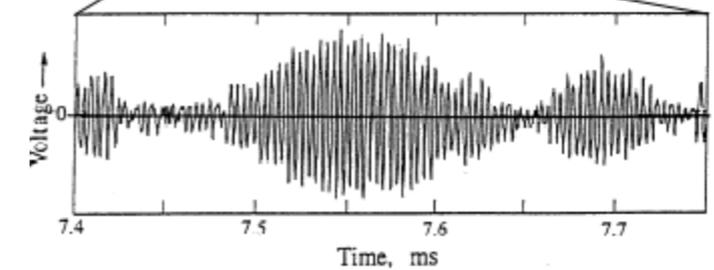
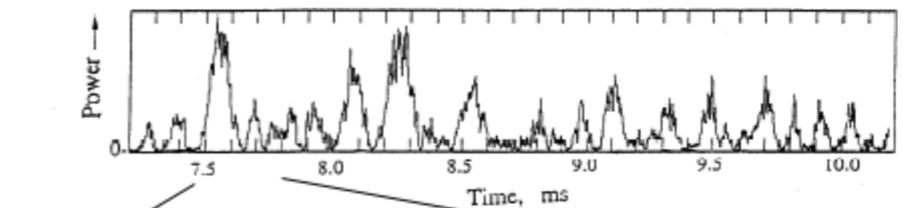
Block diagram of an acousto-optical spectrometer



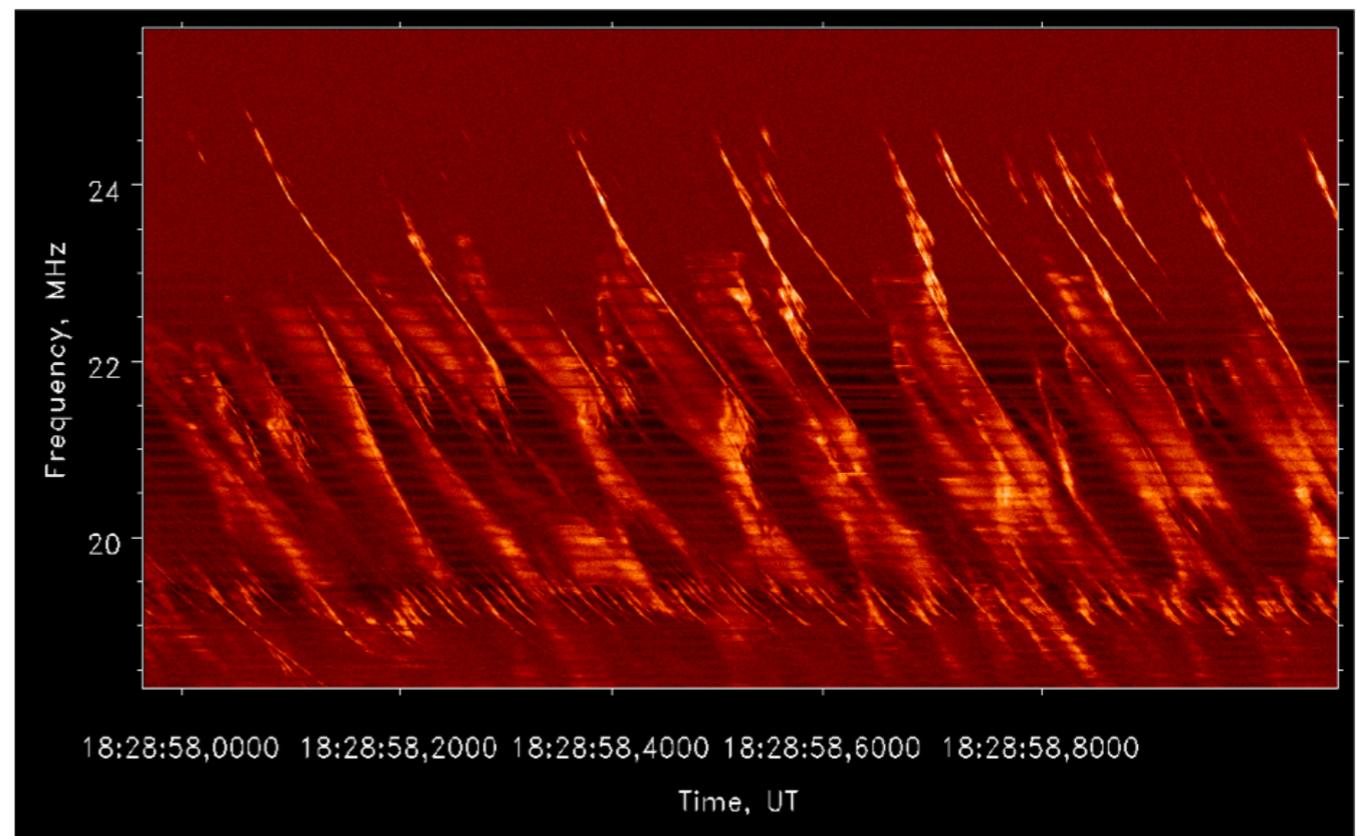
SAO (1990's)



FFT (2000's)



Forme d'onde BF (2000's)



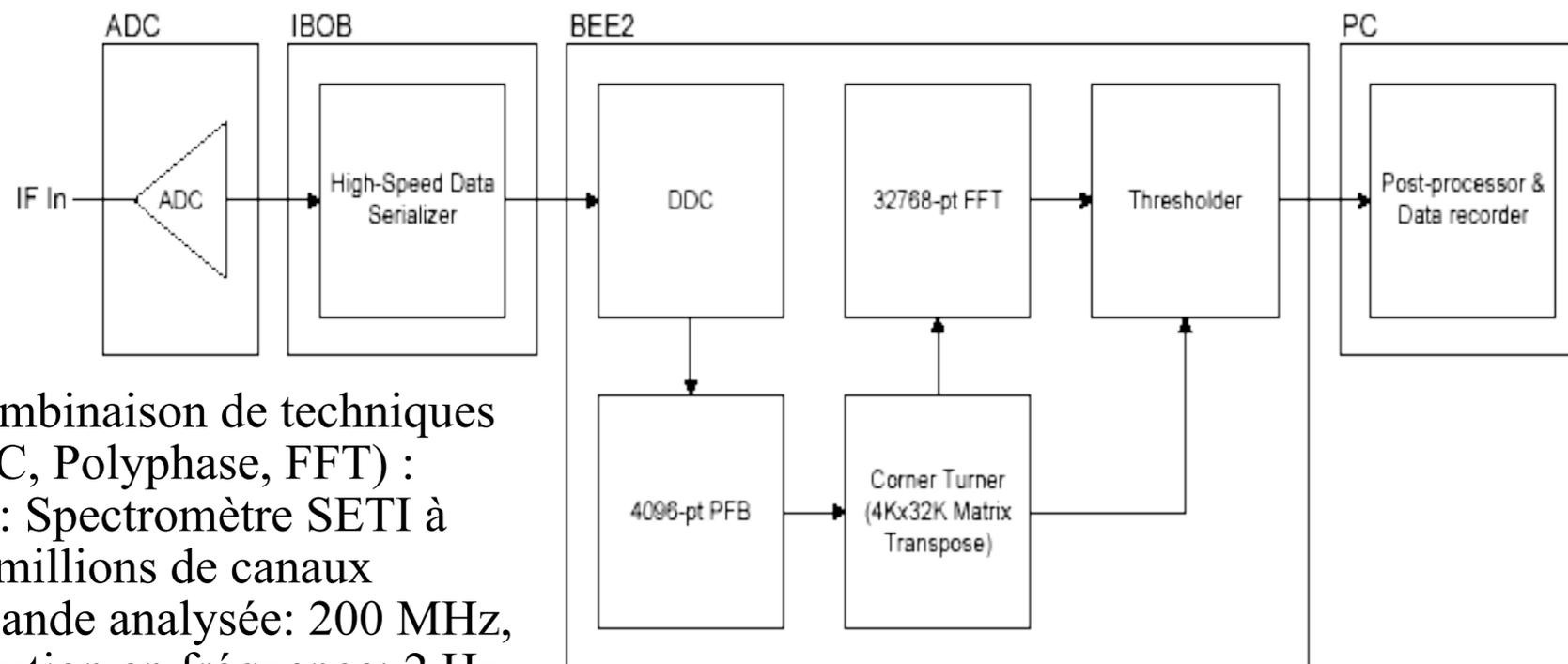
Forme d'onde HF (2010's)

• Mesures spectroscopiques

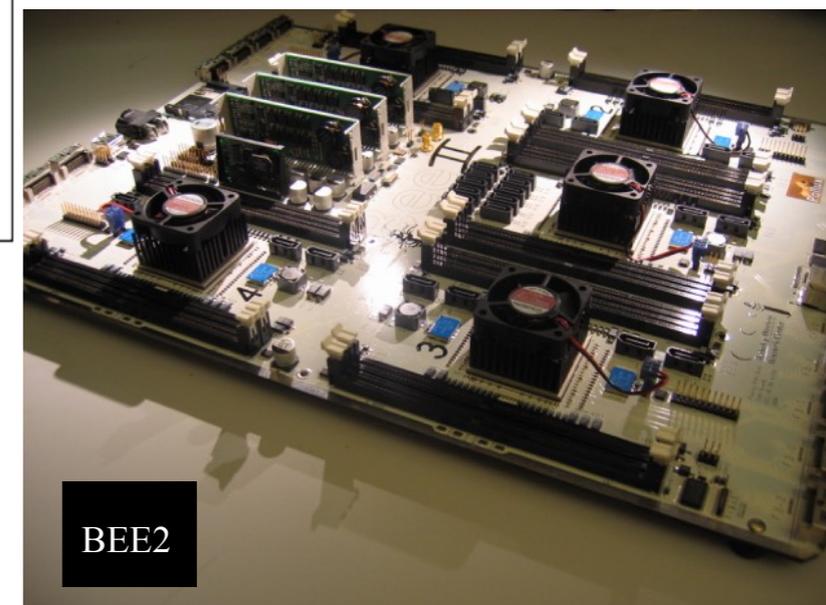
(1) sources "continues" à spectre large, \sim constantes ou lentement variables (sur $\Delta t \gg \tau$)
 \Rightarrow mesures à grand τ du flux dans des bandes δf de largeur modérée
 \rightarrow **analyseurs de spectres à balayage de fréquence**

(2) raies spectrales en émission/absorption
+ décalage (Doppler), élargissements (Doppler, collisionnel), démultiplication (Zeeman)
 \Rightarrow besoin de résolution spectrale ($\delta f \ll f$) et de sensibilité
 \rightarrow **récepteurs multicanaux, corrélateurs, spectrographes à FFT**

(3) spectres très rapidement variables / t ($\delta t \leq$ ou $\ll 1$ sec)
+ structures spectrales fines ($\delta f \ll f$) sur des bandes larges ($\Delta f \approx f$), intenses
= "spectres dynamiques" (émissions solaires & magnétosphériques planétaires)
 \Rightarrow besoin de résolution spectrale ($\delta f \ll f$) et temporelle ($\delta t \leq$ ou $\ll 1$ sec)
 \rightarrow **récepteurs multicanaux, SAO, spectromètres à FFT, polyphase, échantillonneurs de forme d'onde**



- Combinaison de techniques (DDC, Polyphase, FFT) :
Ex: Spectromètre SETI à 128 millions de canaux
 \rightarrow Bande analysée: 200 MHz, résolution en fréquence: 2 Hz



- Polarimétrie: *détermination des paramètres de Stokes S (ou I), Q, U, V*

Mesures des champs électriques E_x et E_y dans deux directions perpendiculaires normales à la direction de propagation (antenne donnant les deux polarisations linéaires): $E_x(t)$ et $E_y(t)$

$$\mathbf{E}_x = E_x \mathbf{e}_x \cos(\omega t + \phi_x) \quad \text{et} \quad \mathbf{E}_y = E_y \mathbf{e}_y \cos(\omega t + \phi_y)$$

$$S = I = \langle E_x^2(t) \rangle + \langle E_y^2(t) \rangle$$

$$Q = \langle E_x^2(t) \rangle - \langle E_y^2(t) \rangle$$

$$U = 2 \langle E_x(t) \cdot E_y(t) \cdot \cos(\phi_x - \phi_y) \rangle$$

$$V = 2 \langle E_x(t) \cdot E_y(t) \cdot \sin(\phi_x - \phi_y) \rangle$$

La mesure des auto-corrélations $E_x^2(t)$ et $E_y^2(t)$ permet de calculer S et Q

La mesure des cross-corrélations $E_x(t) \cdot E_y(t)$ et $E_x(t) \cdot E_y^*(t)$ permet de calculer U et V

Taux de polarisation linéaire: $(Q^2 + U^2)^{1/2} / I$

Taux de polarisation circulaire: V / I

Taux total de polarisation: $(Q^2 + U^2 + V^2)^{1/2} / I$

Angle de polarisation: $(1/2) \tan^{-1}(U / Q)$

- Le traitement des parasites (RFI)

→ RFI intermittentes :

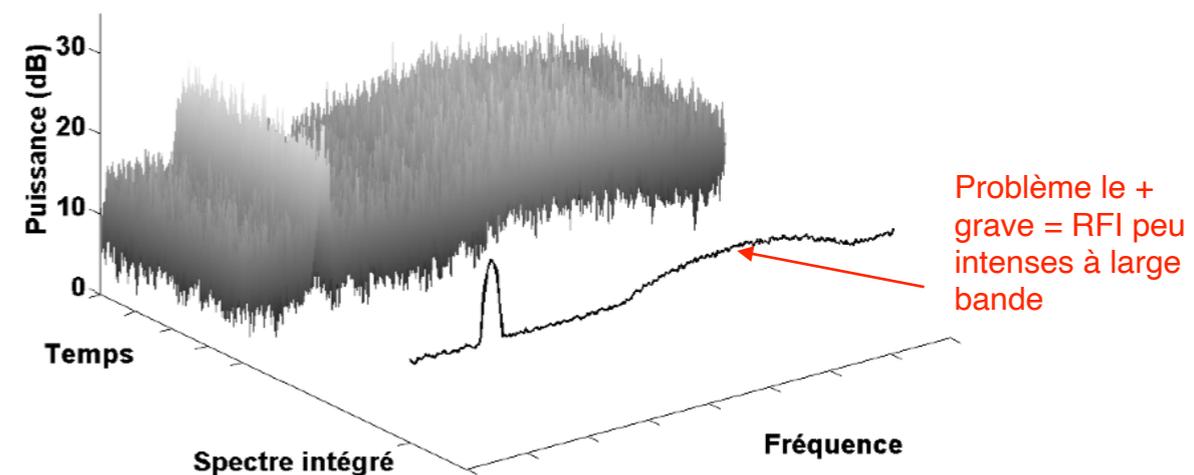
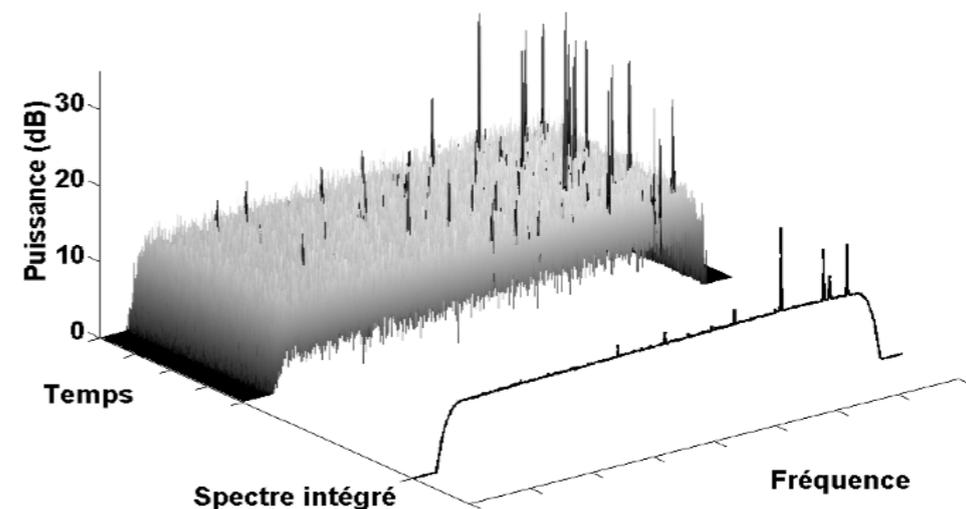
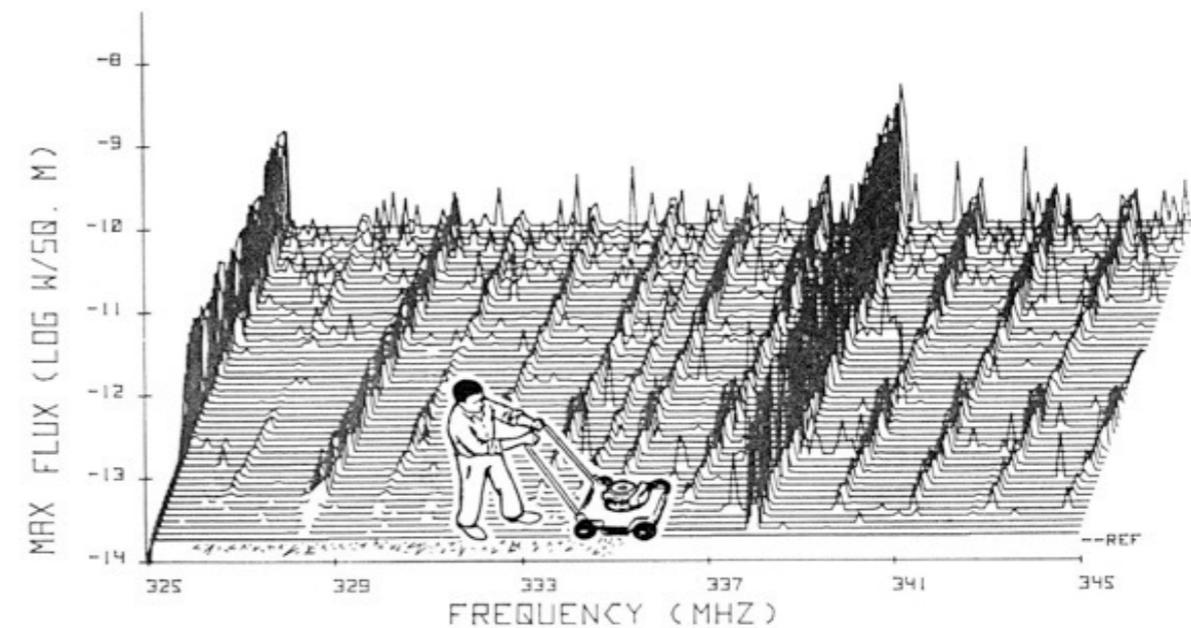
- « Waveform Blanking » avant détection (**temps réel**) = interruption de capture de forme d'onde sur critère pré-défini (en général seuil d'intensité)

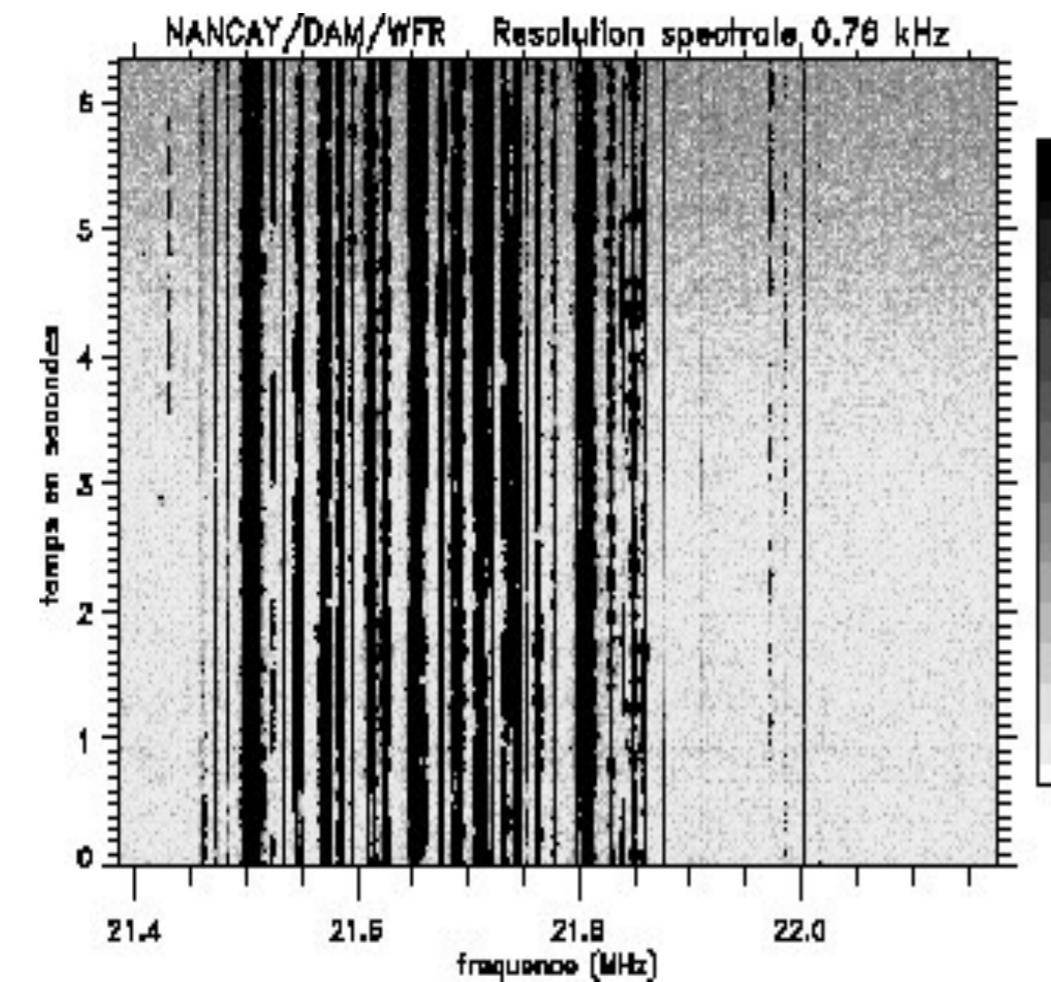
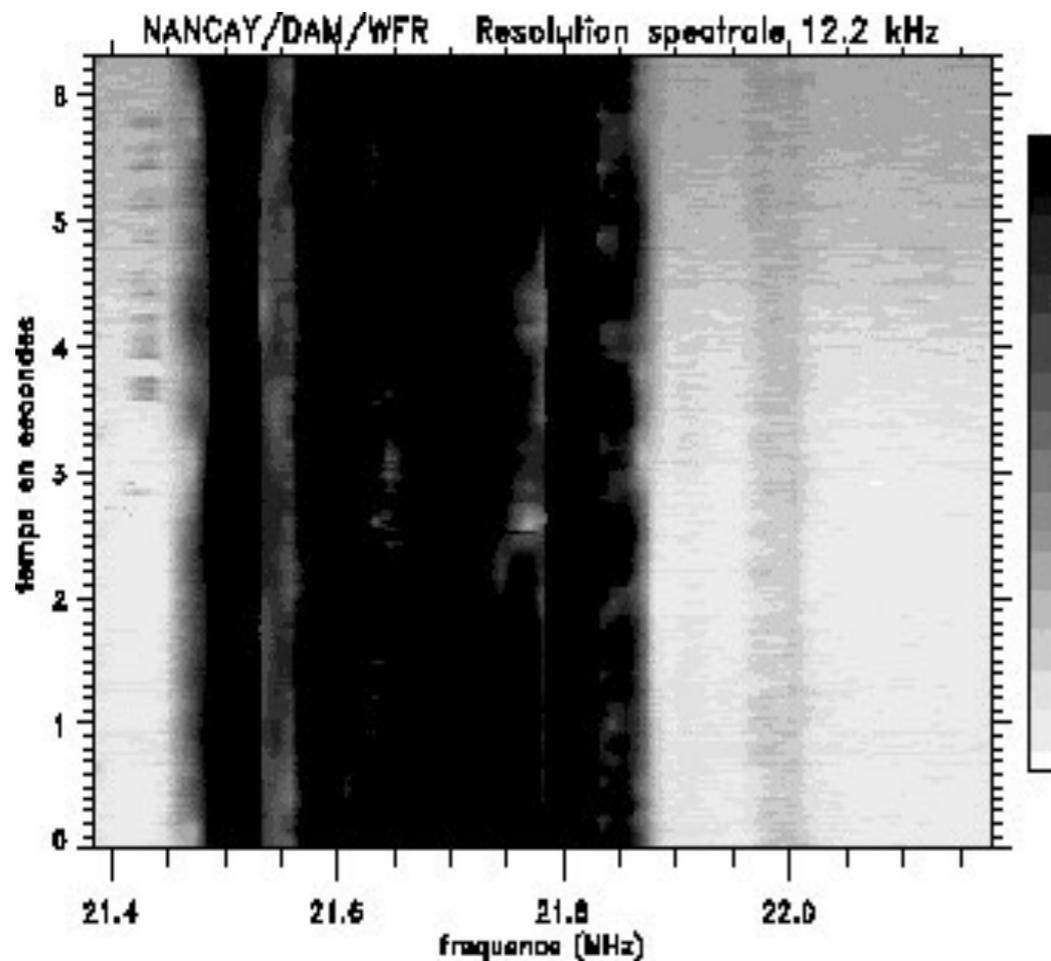
- Analyse statistique du spectre dynamique et masquage (t,f) après détection (**temps réel ou différé**)

→ RFI continues :

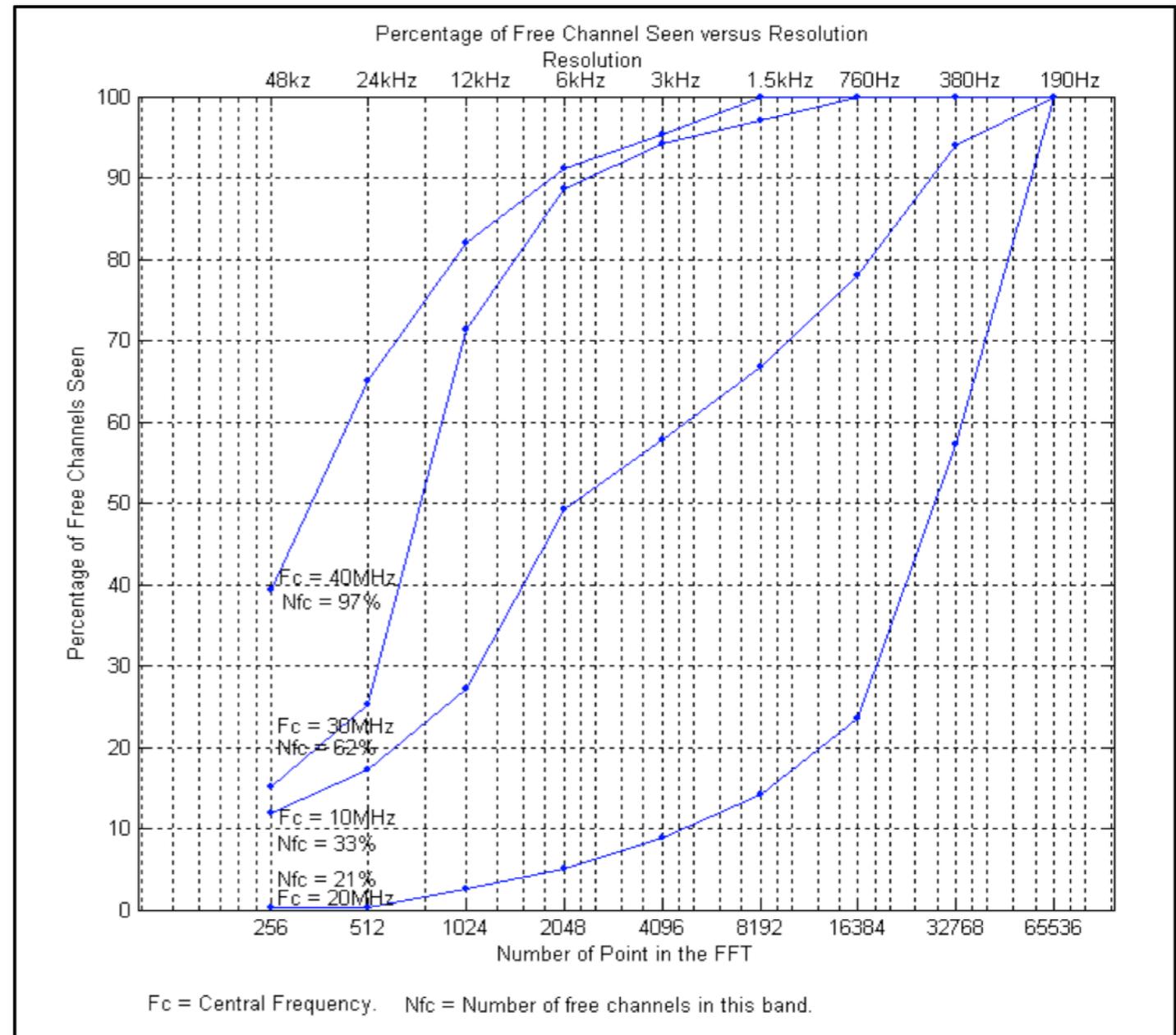
- Estimation, Réduction ou Annulation
- Nulling spatial

+ protection juridique





% canaux non pollués en fonction de la résolution spectrale (thèse V. Clerc 2003)



Un taux de disponibilité de 90% nécessite dans la bande :

- 35-45 MHz, une résolution de 6.25 kHz
- 25-35 MHz, une résolution de 1.6 kHz
- 15-25 MHz, une résolution de 190 Hz

- Analyse statistique du spectre dynamique et masquage (t,f) après détection (temps réel ou différé), avant post-intégration

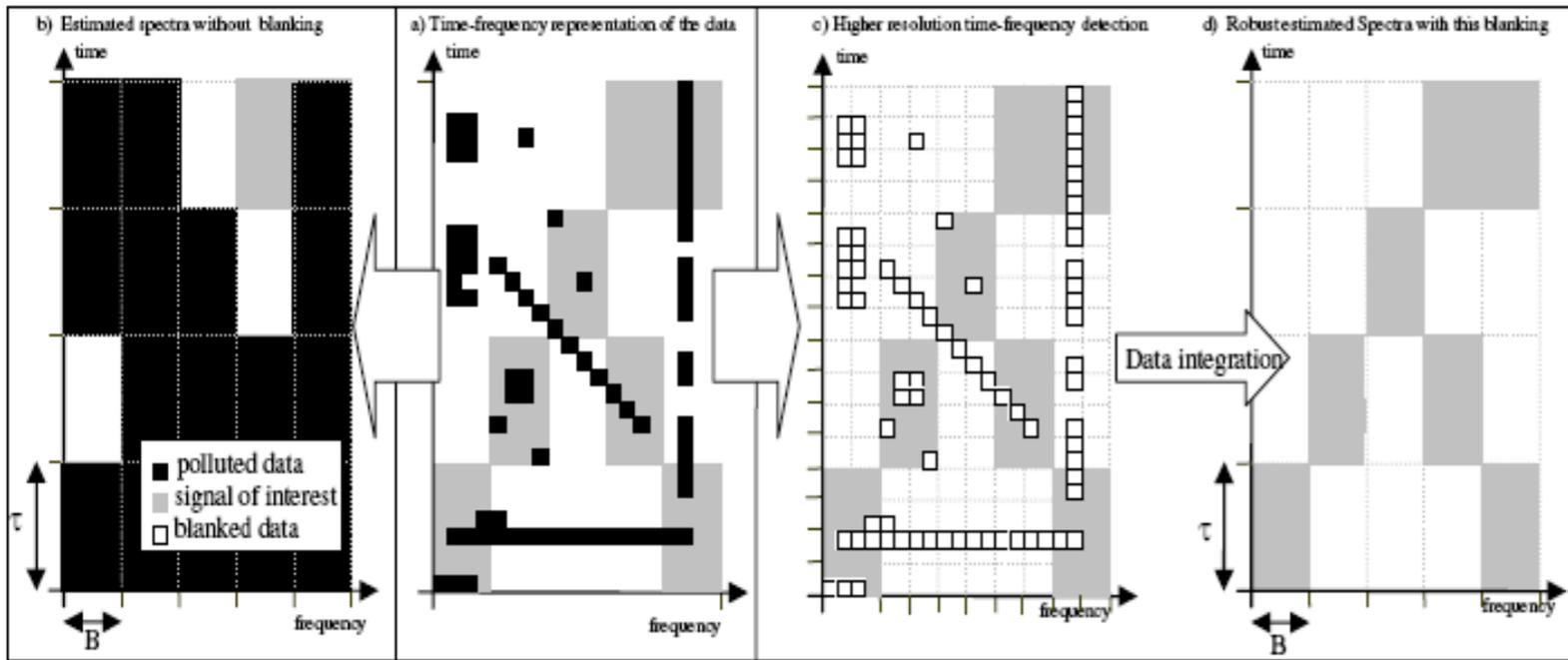
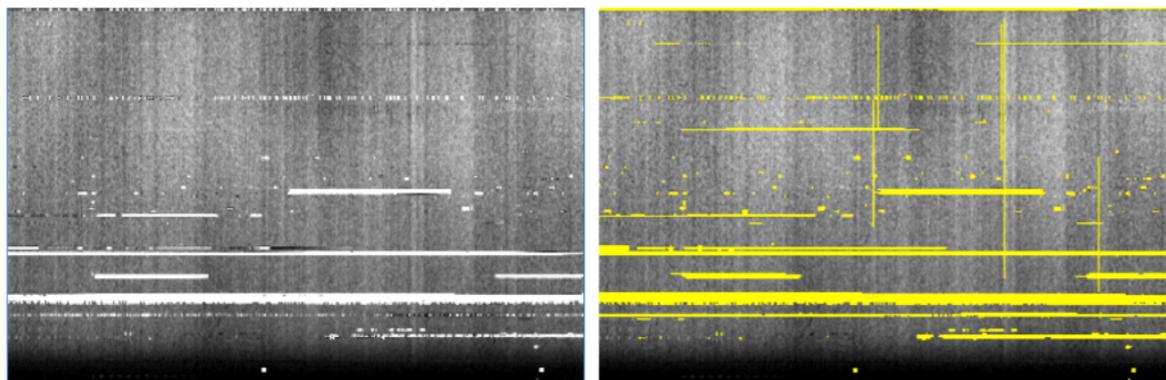
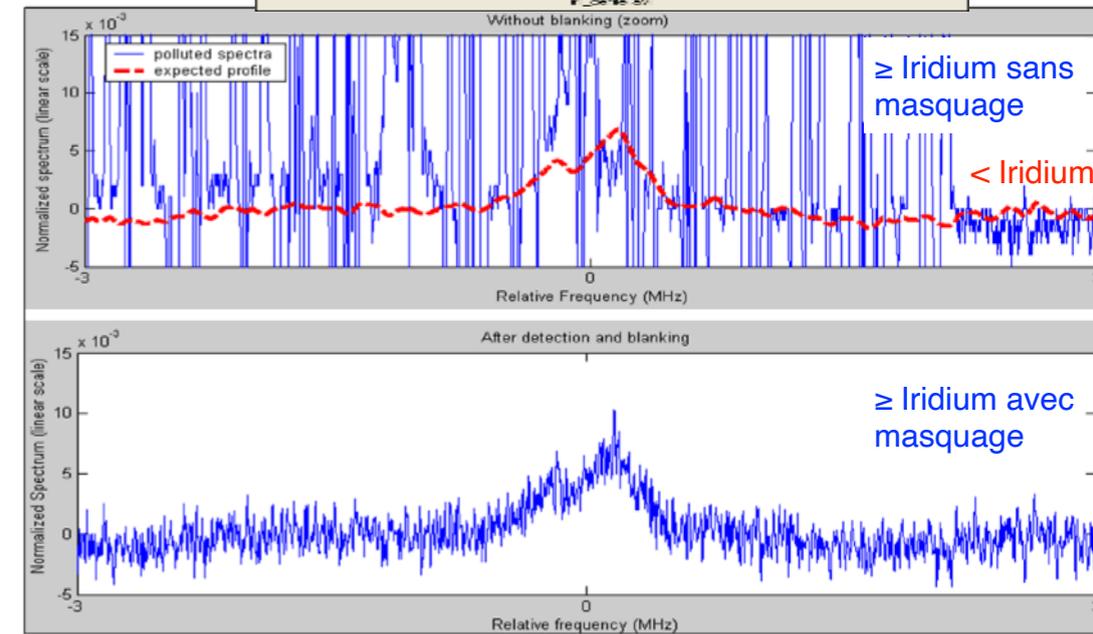
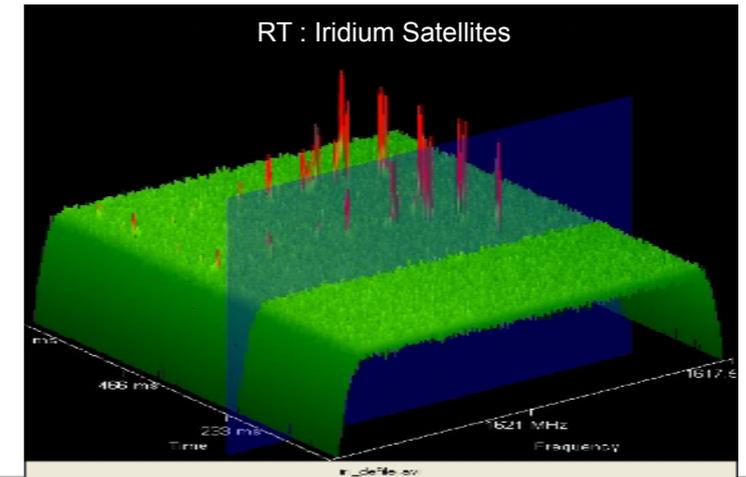
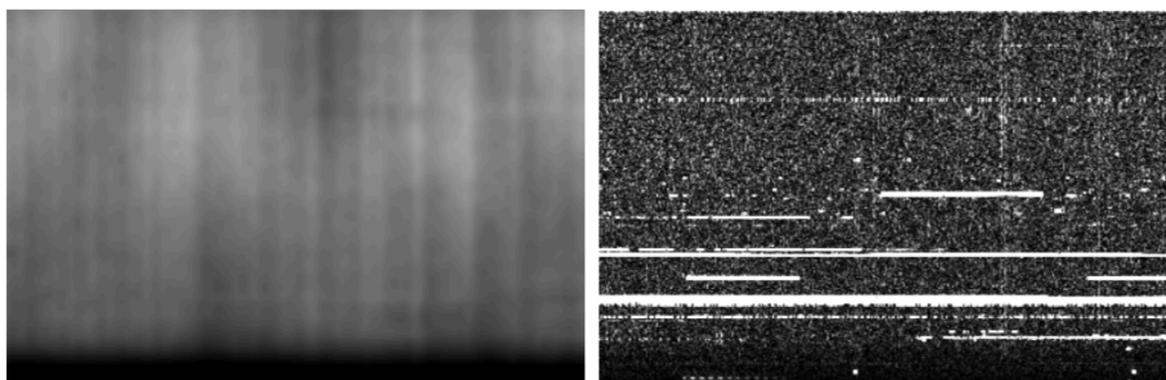


Figure 1 : Impact of a finer time-frequency resolution associated with blanking of RFI. (a) the initial set of data represented in the time-frequency plane. (b) Estimated spectra obtained with classical receiver. (c) RFI detection and blanking with finer time-frequency resolution. (d) Estimated spectra after blanking. The SOI can be recovered which was not the case in (a).



(a) Original

(b) Automated flagging result



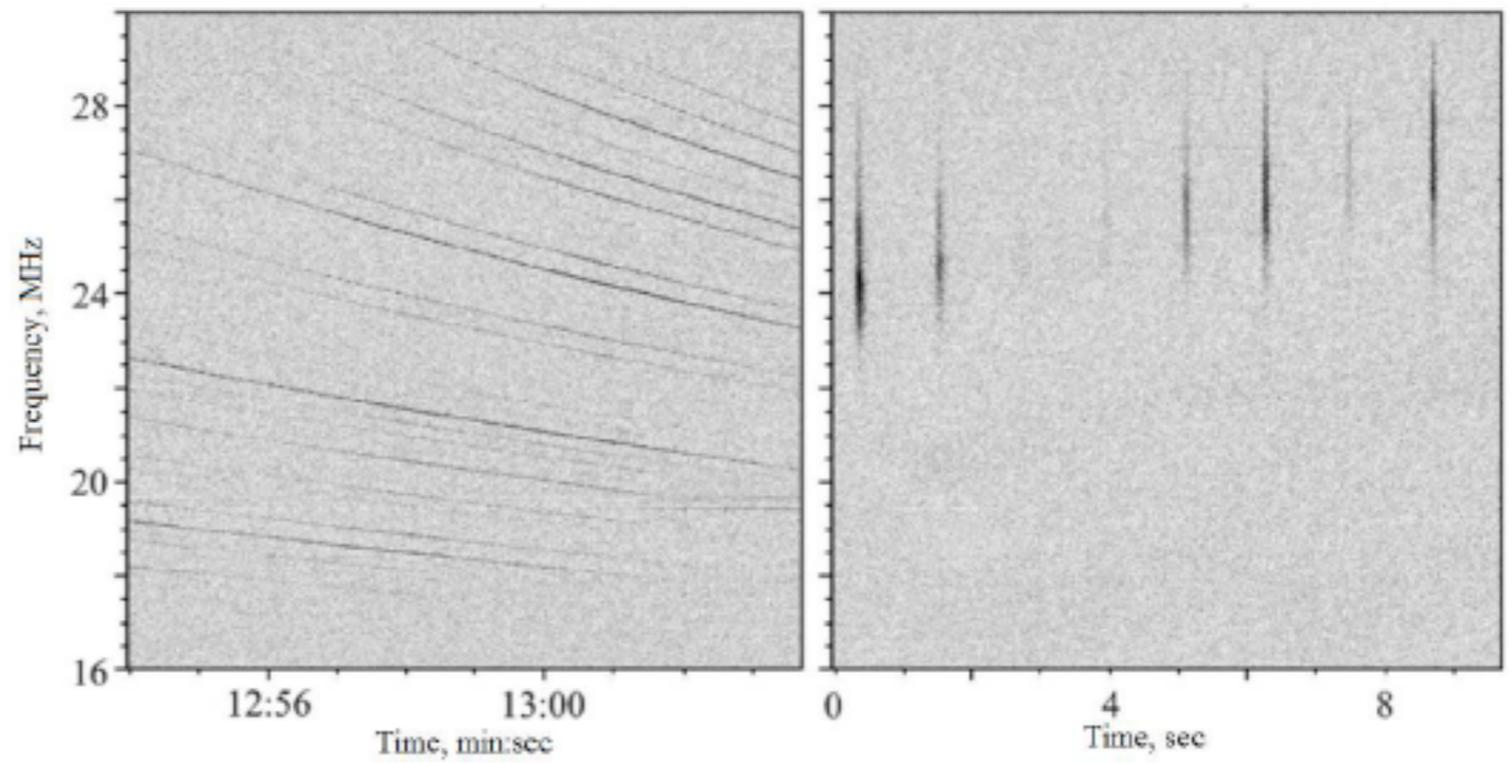
(c) Smoothed

(d) Difference

LOFAR
AO flagger
[Offringa, 2012]

- Dédispersion pulsars

→ détection, chronométrage

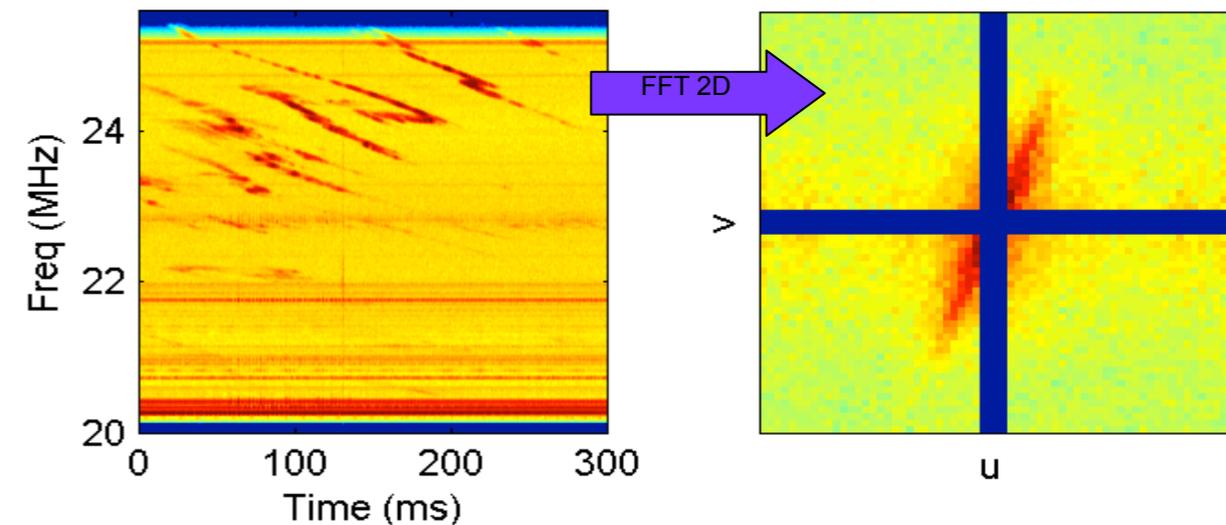
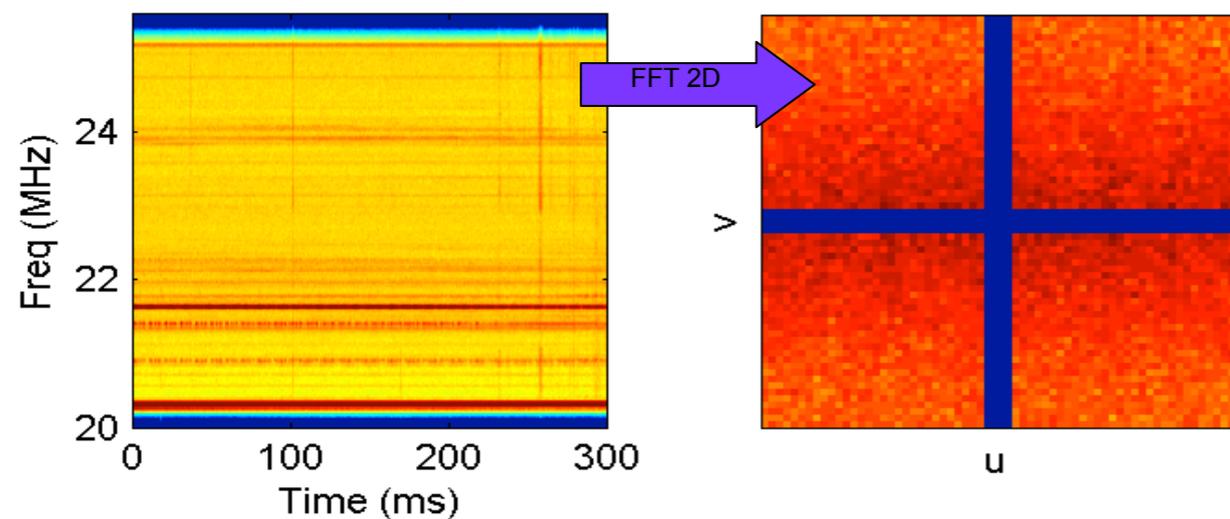


[Thèse I. Vasylieva]

- Détection de signaux rapides

→ enregistrement à haut débit

Exemple d'un critère topologique temps-fréquence



[Thèse C. Dumez-Viou]

- Introduction (historique, intérêt, spécificités)
- Onde & Polarisation
- Plasmas & Propagation (coupure, dispersion, effet Faraday, scintillations)
- Détection Cohérente du Signal (théorie de la mesure, température d'antenne, étalonnage, bruit)
- Récepteurs (hétérodyne, température de système, filtrage, gain, RFI mitigation)
- **Notions sur les Antennes Radioastronomiques : Antennes uniques**
- Interférométrie et Synthèse d'ouverture (réseaux phasés, pointage électronique, imagerie, corrélation, cohérence, VLBI)
- Méthodes d'Observation
- Grands instruments actuels et du Futur
- Notions de Radioastronomie Spatiale

- Définitions :

Une antenne est un dispositif qui assure la transmission de l'énergie entre une onde se propageant dans l'espace libre et une ligne de transport de puissance.

Théorème de réciprocité appliqué aux antennes (théorème de Carson) : Les propriétés d'une antenne peuvent être indifféremment utilisées, définies et évaluées en émission ou en réception.

3 zones de rayonnement :

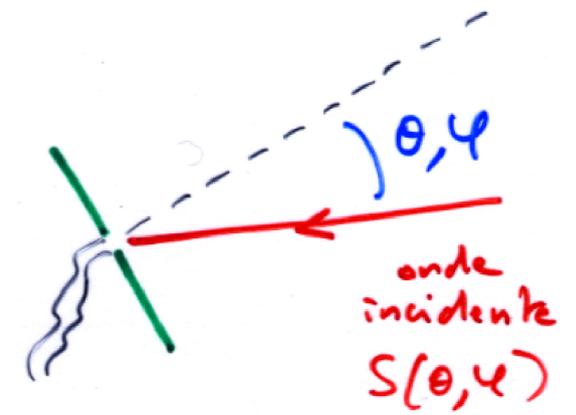
- zone de Rayleigh (champ proche)
- zone de Fresnel (intermédiaire)
- zone de Fraunhofer (champ lointain) : E,B en $1/r$, S en $1/r^2$
 $\Rightarrow r_{\min} > 2D^2/\lambda$ D dimension de l'antenne

Ex: *RT Nançay* : $D = 200 \text{ m}$ à $\lambda = 0,21 \text{ m} \Rightarrow r_{\min} = 380 \text{ km}$
 RH Nançay : $D = 10 \text{ m}$ à $\lambda = 1 \text{ m} \Rightarrow r_{\min} = 200 \text{ m}$

- Antenne en réception → Aire effective

Puissance spectrale reçue de (θ, ϕ) dans $d\Omega$:

$$dP_v(\theta, \phi) = P_v(\theta, \phi) d\Omega = dS_v(\theta, \phi) \cdot A_{\text{eff}}(\theta, \phi) \quad [\text{W} \cdot \text{Hz}^{-1}]$$



NB : on a vu que la puissance spectrale reçue par une antenne s'écrit :

$$P_v = B_v \Omega_A A_{\text{source(vue-par-l'antenne)}} = B_v A_{\text{antenne}}/d^2 A_{\text{source(vue-par-l'antenne)}}$$

$$= B_v A_{\text{antenne}} \omega_{\text{source(vue-par-l'antenne)}} = S_v A_{\text{antenne}}$$

$$d'où : S_v = B_v \omega_{\text{source(vue-par-l'antenne)}} = B_v \min(\omega_{\text{source}}, \Omega)$$

$$qui se généralise en : B_v(\theta, \phi) = dS(\theta, \phi)/d\Omega \quad \text{ou} \quad dS(\theta, \phi) = B_v(\theta, \phi) d\Omega$$

$$d'où \quad dP_v(\theta, \phi) = P_v(\theta, \phi) d\Omega = B_v(\theta, \phi) \cdot A_{\text{eff}}(\theta, \phi) d\Omega \quad [\text{W} \cdot \text{Hz}^{-1}]$$

$$\text{avec} \quad A_{\text{eff}}(\theta, \phi) = \eta A p(\theta, \phi)$$

A = Aire physique $\Rightarrow \eta A$ = Aire effective géométrique

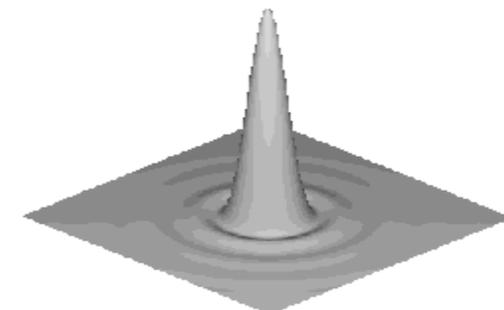
η = rendement ≤ 1 (illumination de l'antenne, énergie non interceptée, défauts de surface, pertes)

$p(\theta, \phi)$ = sensibilité directionnelle (normalisée : $p_{\text{max}} = 1$)

Ex: $p(\theta, \phi)$ = figure d'Airy 2D pour un réflecteur circulaire

ou $p(\theta, \phi) = 1$ pour une antenne isotrope

(impossible à réaliser en pratique)



Antenne d'aire effective A_{eff} en équilibre dans un champ de rayonnement de corps noir isotrope à température T :

$$B_v(\theta, \phi) = 1/2 \times 2kT_B/\lambda^2 = kT_B/\lambda^2 \quad \& \quad P_{v\text{-tot}} = k T_B$$

$$\Rightarrow P_v(\theta, \phi) d\Omega = B_v(\theta, \phi) \cdot A_{\text{eff}}(\theta, \phi) d\Omega = k T_B / \lambda^2 \cdot A_{\text{eff}}(\theta, \phi) d\Omega$$

$$\int_{4\pi} P_v(\theta, \phi) d\Omega = k T_B / \lambda^2 \int_{4\pi} A_{\text{eff}}(\theta, \phi) d\Omega = P_{v\text{-tot}} = k T_B$$

d'où \forall l'antenne, on obtient indépendamment de sa nature : $\int_{4\pi} A_{\text{eff}}(\theta, \phi) d\Omega = \lambda^2$

NB : A n'est pas nécessairement l'aire géométrique du collecteur, mais son aire "effective" (ou surface de captation) = "section efficace" du RT / rayonnement radio incident (compte tenu des pertes ...)

• Antenne en émission → Gain

$P_{v\text{-totale}}$ injectée aux bornes $\Rightarrow dP_v =$ fraction émise dans $d\Omega$ dans la direction (θ, ϕ)

$$dP_v(\theta, \phi) = P_v(\theta, \phi) d\Omega = (P_{v\text{-totale}}/4\pi) \times g(\theta, \phi) d\Omega$$

avec $g(\theta, \phi) =$ diagramme de rayonnement ou gain directionnel ou directivité de l'antenne
(=1 pour une antenne isotrope)

$$\Rightarrow g(\theta, \phi) = 4\pi/P_{v\text{-totale}} \times P_v(\theta, \phi)$$

$$\begin{aligned} \text{d'où } \int_{4\pi} g(\theta, \phi) d\Omega &= 4\pi/P_{v\text{-totale}} \int_{4\pi} P_v(\theta, \phi) d\Omega = 4\pi/P_{v\text{-totale}} \int_{4\pi} dP(\theta, \phi) \\ \Rightarrow \int_{4\pi} g(\theta, \phi) d\Omega &= 4\pi \quad \text{par définition de } g \end{aligned}$$

Théorème de réciprocité : $p(\theta, \phi) = g(\theta, \phi) / g_{\max} = A_{\text{eff}}(\theta, \phi) / \eta A$

$$\int_{4\pi} A_{\text{eff}}(\theta, \phi) d\Omega = \lambda^2 \quad \text{et} \quad \int_{4\pi} g(\theta, \phi) d\Omega = 4\pi \quad \Rightarrow \quad g(\theta, \phi) = 4\pi A_{\text{eff}}(\theta, \phi) / \lambda^2$$

→ Antenne directive : toute l'énergie est émise dans Ω (lobe principal), avec un gain \sim constant (ou $p = p_{\max} = 1$) sur Ω

$$\int_{4\pi} p(\theta, \phi) d\Omega = \Omega$$

$$\int_{4\pi} g(\theta, \phi) d\Omega = 4\pi$$

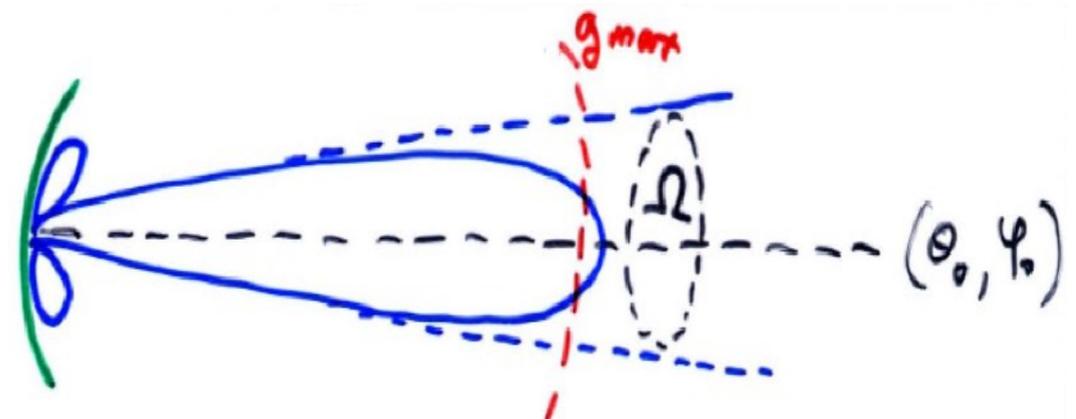
$$\Rightarrow g_{\max}(\theta_0, \phi_0) \approx g \approx C^{\text{te}} = 4\pi/\Omega$$

$g \uparrow$ quand $\Omega \downarrow$

$$g = 4\pi A_{\text{eff}} / \lambda^2 \quad \Rightarrow \quad A_{\text{eff}} \cdot \Omega = \lambda^2$$

↓

aire effective dans la direction du lobe principal

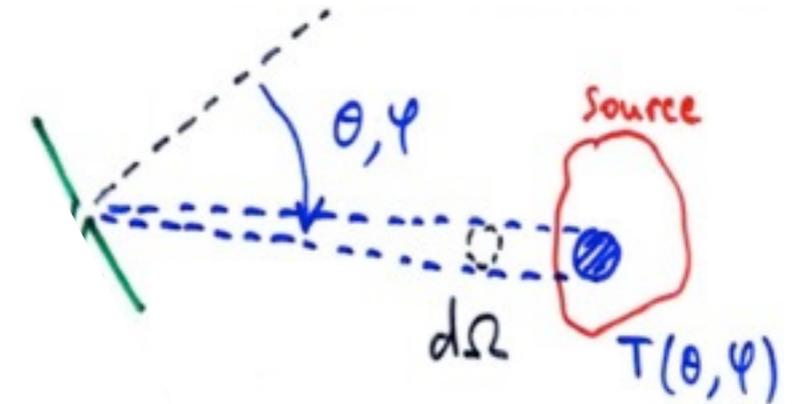


- Température d'antenne

L'antenne - reçoit du rayonnement de la source à T_B

⇒ dans $d\Omega$ dans la direction (θ, ϕ) , la puissance reçue est :

$$P_v(\theta, \phi) d\Omega = k T_B / \lambda^2 \cdot A_{\text{eff}}(\theta, \phi) d\Omega = k T_B / 4\pi \times g(\theta, \phi) d\Omega$$



Pour $T_B(\text{source})$ quelconque, pas nécessairement uniforme :

$$P_v(\theta, \phi) d\Omega = k T_B(\theta, \phi) / 4\pi \times g(\theta, \phi) d\Omega$$

$$\Rightarrow \int_{4\pi} P_v(\theta, \phi) d\Omega = P_{\text{tot}} = k T_A = k / 4\pi \int_{4\pi} T_B(\theta, \phi) \times g(\theta, \phi) d\Omega$$

$$\Rightarrow T_A = 1 / 4\pi \int_{4\pi} T_B(\theta, \phi) \times g(\theta, \phi) d\Omega$$

Pour une source de dimension finie la température d'antenne de la source s'écrit :

$$T_A = 1 / 4\pi \times \int_{\text{source}} T(\theta, \phi) \times g(\theta, \phi) d\Omega$$

↓

↓

caractérise la source caractérise l'antenne

→ Conséquences :

1) si $\omega_{\text{source}} > \Omega$ (lobe d'antenne) et $T(\theta, \phi) \approx C^{\text{te}}$ sur Ω

si on ne reçoit d'énergie que de la source (et pas des lobes secondaires)

⇒ T et $g \neq 0$ seulement dans Ω)

$$\Rightarrow T_A = 1/4\pi \times \int_{\text{source}} T(\theta, \phi) \times g(\theta, \phi) d\Omega$$

$$= T(\theta, \phi)/4\pi \times \int_{\text{lobe}} g(\theta, \phi) d\Omega$$

$$= T(\theta, \phi)/4\pi \times (\int_{4\pi} g(\theta, \phi) d\Omega)$$

$$\Rightarrow T_A = T(\theta, \phi)$$

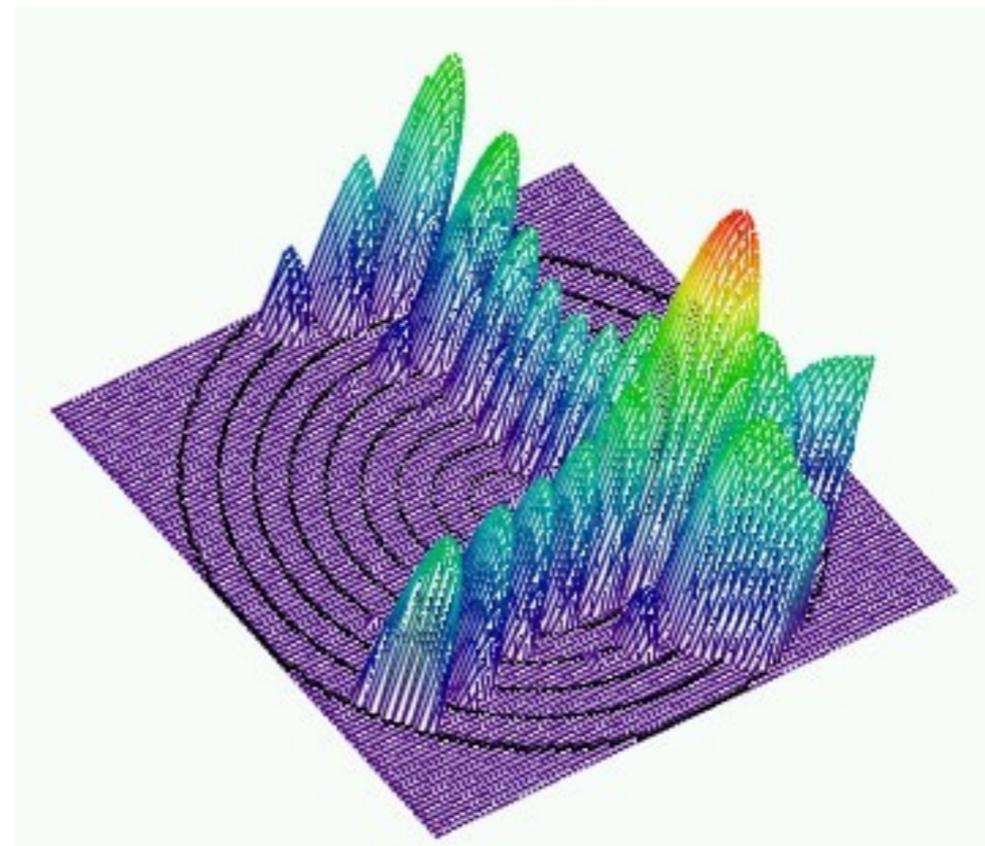
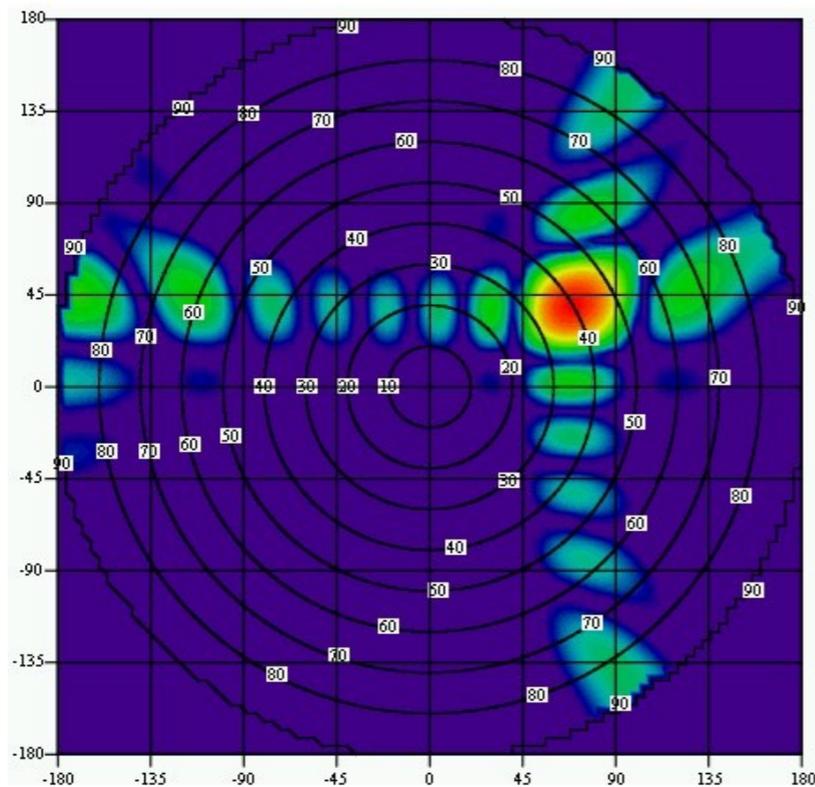
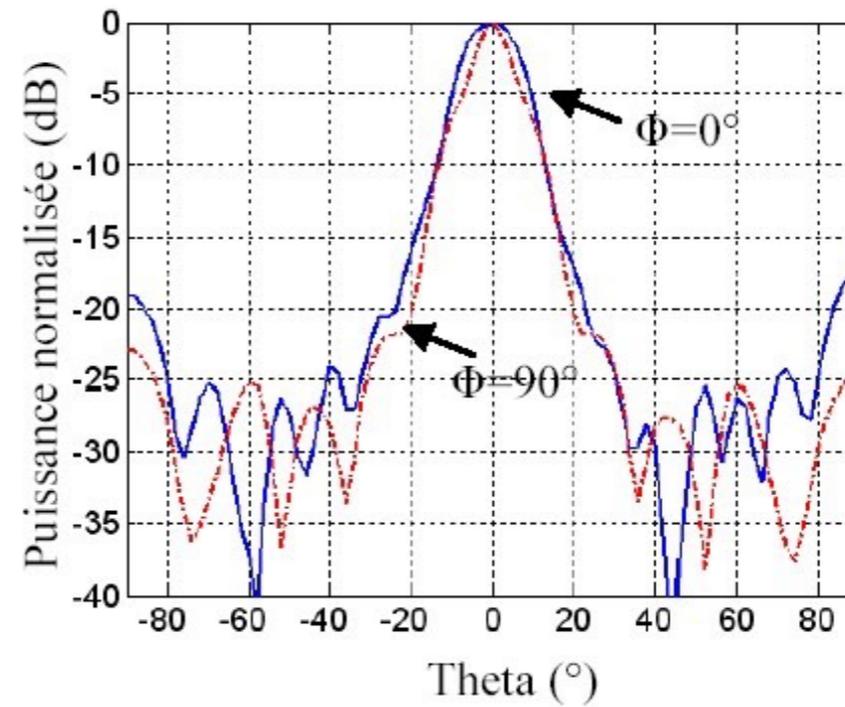
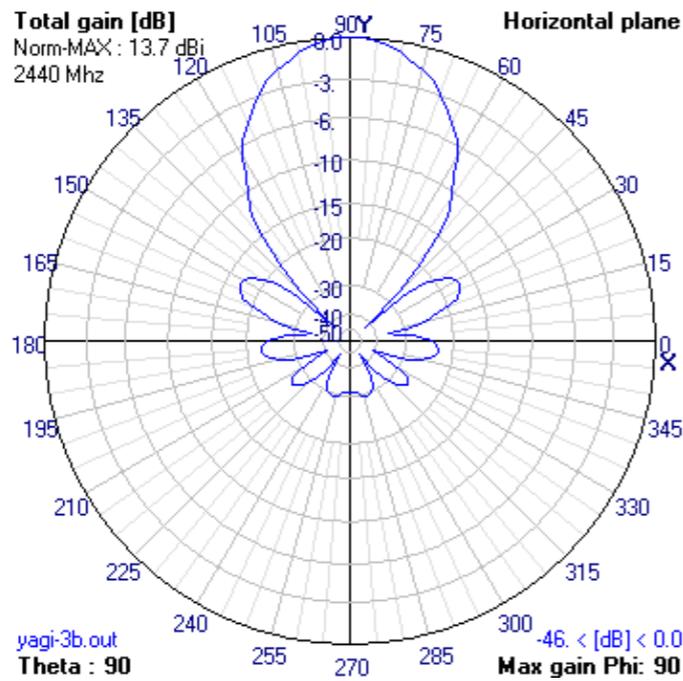
2) si $\omega_{\text{source}} \ll \Omega$ (lobe principal, \gg lobes secondaires)

si on ne reçoit d'énergie que de la source $\Rightarrow g(\theta, \phi) \approx C^{\text{te}} \approx g = 4\pi/\Omega$

$$\Rightarrow T_A = g/4\pi \times \int_{\text{source}} T(\theta, \phi) d\Omega = \langle T \rangle_{\text{source}} \omega_{\text{source}} / \Omega$$

- Diagramme de rayonnement

Représentation de $g(\theta, \phi)$ ou de $g(\theta, \phi)/g_{\max}$ en fonction de θ et/ou de ϕ en coordonnées polaires, rectangulaires, 2D, ou 3D



$g(\theta, \phi)$ exprimé en dBi (dB / isotrope) = $10 \log_{10}(g(\theta, \phi))$

ou en dBc (dB / gain maximum) = $10 \log_{10}(g(\theta, \phi)/g_{\max})$

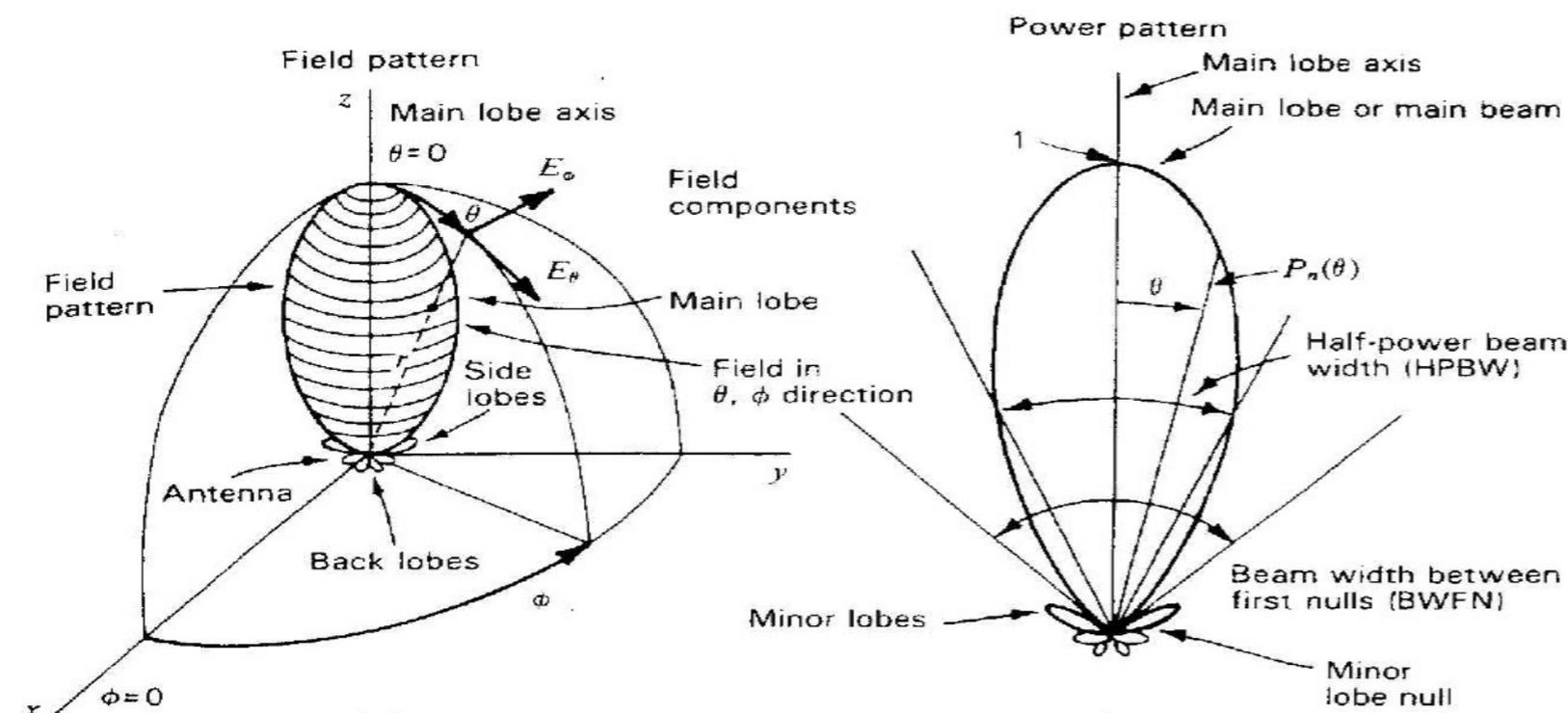
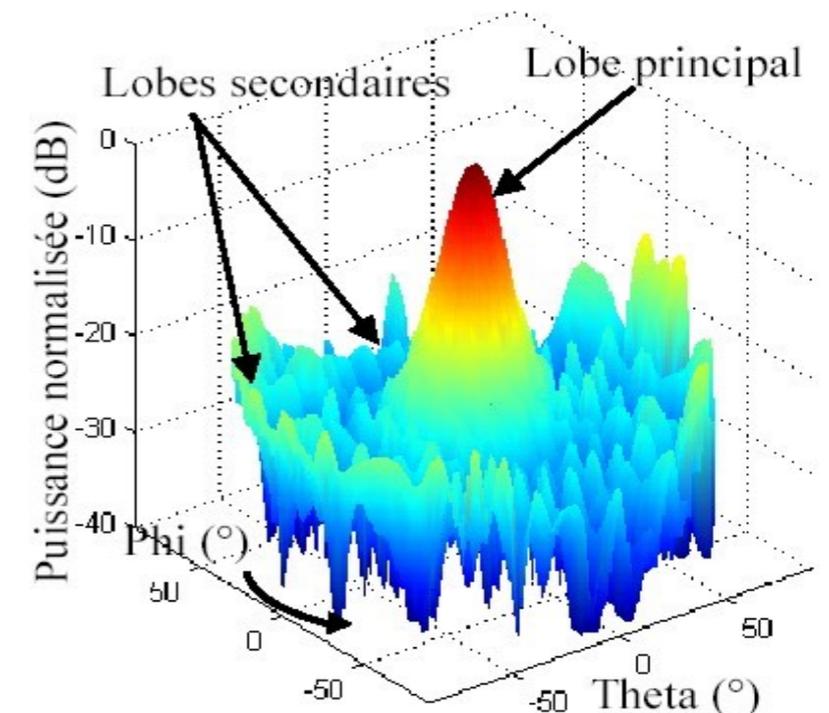
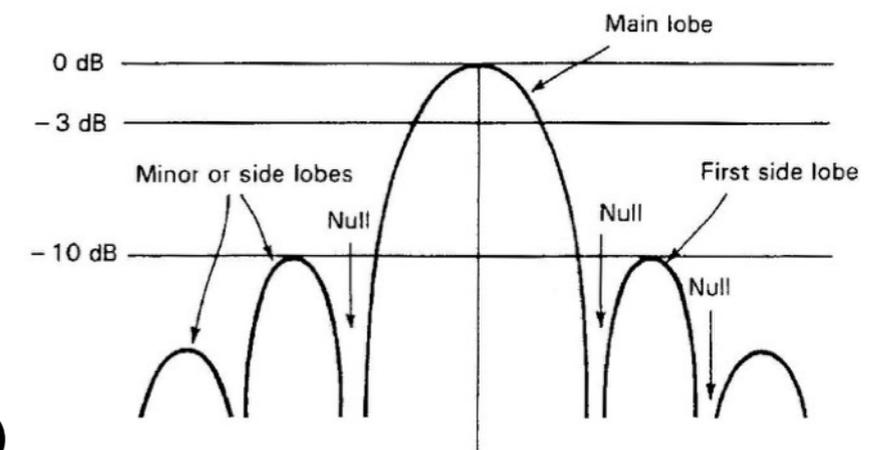
Ex: - pour le RT Nançay, avec $A_e = 5600 \text{ m}^2$ à 21 cm, $g_{\max} = 62 \text{ dBi}$

- pour une ouverture carrée illuminée uniformément ($g(\theta) \propto \text{sinc}(\pi D\theta/\lambda)^2$), le 1^{er} lobe secondaire est à -13,26 dBc

- pour une ouverture circulaire illuminée uniformément ($g(\theta) = [2J_1(\pi D\theta/\lambda)/(\pi D\theta/\lambda)]^2$), le 1^{er} lobe secondaire est à -17,6 dBc

Éléments caractéristiques du diagramme $g(\theta, \phi)$:

- lobe principal
- lobes secondaires
- lobe arrière
- largeur à mi-puissance (= lobe ou ouverture à maximum-3 dB)



- Design pratique

Pas de lentille radio → Réflecteur obligatoire, ou directement antenne réceptrice

$\lambda \uparrow \Rightarrow D \uparrow$, très grandes surfaces collectrices nécessaires, mais avec une précision de surface limitée ($\sim \lambda/10 - \lambda/20$)

Géométrie souvent \neq parabole pour des raisons techniques (mécaniques ...)

Ex : $D_{max} = 100\text{ m}$ pour la plus grande parabole orientable (Effelsberg / Bonn)

$\Rightarrow A \approx 7850\text{ m}^2$

*Radiotélescope dm-cm de Nançay =
Instrument méridien : pointage en
déclinaison δ par miroir plan $200 \times 35\text{ m}^2$
+ focalisation par miroir sphérique de
rayon $R = 560\text{ m}$*

\Rightarrow foyer sur la sphère $R/2$

\Rightarrow poursuite par chariot focal pendant
1h autour du méridien

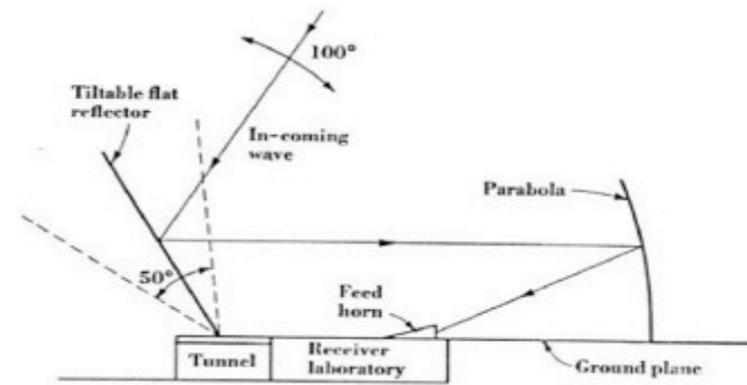
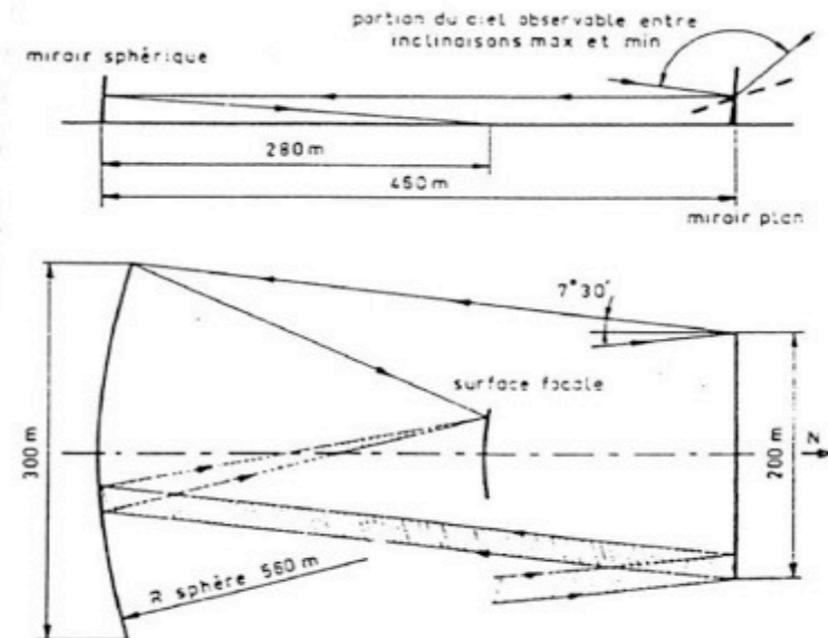


Fig. 6-43. Elevation cross section through standing-parabola tilttable-flat-reflector radio telescope of the Ohio State University.



Plus grand instruments dm-cm = Antennes fixes :

- Arecibo : $\varnothing \sim 300\text{ m}$ (effondrement en 2020)

- FAST : $\varnothing \sim 500\text{ m}$ (300 m instantanée utiles)

Réflecteurs façonnés dans une cuvette naturelle (déplacement du foyer limité)

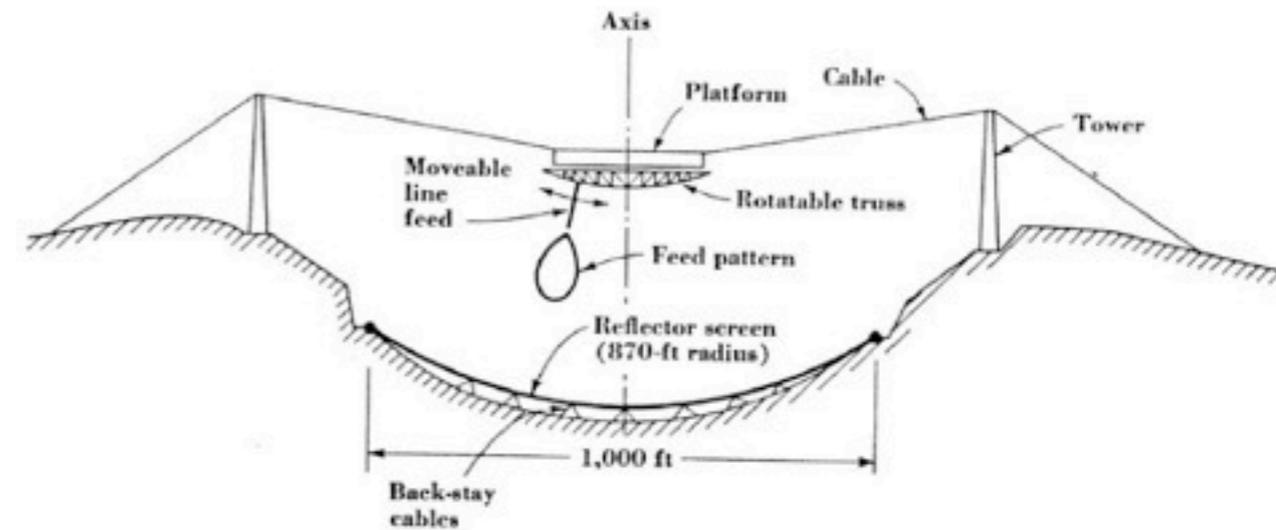


Fig. 6-54. Elevation cross section of fixed 1,000-ft-diameter spherical reflector of radio telescope at Arecibo, Puerto Rico.

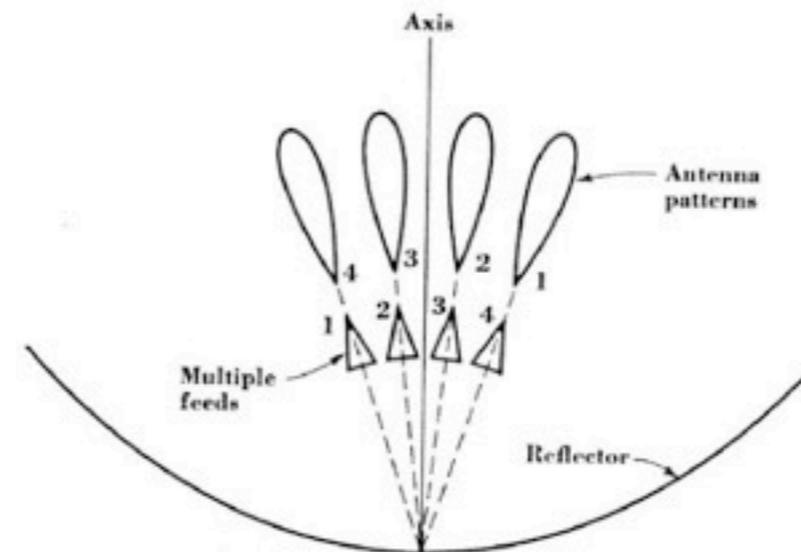
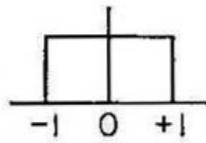
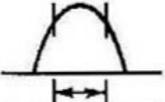
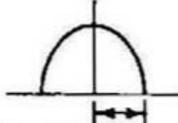
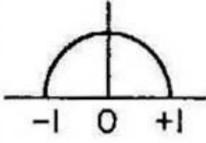
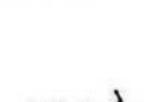
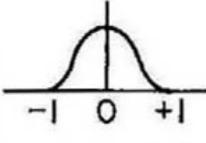
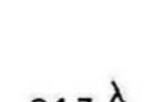
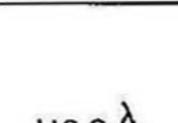


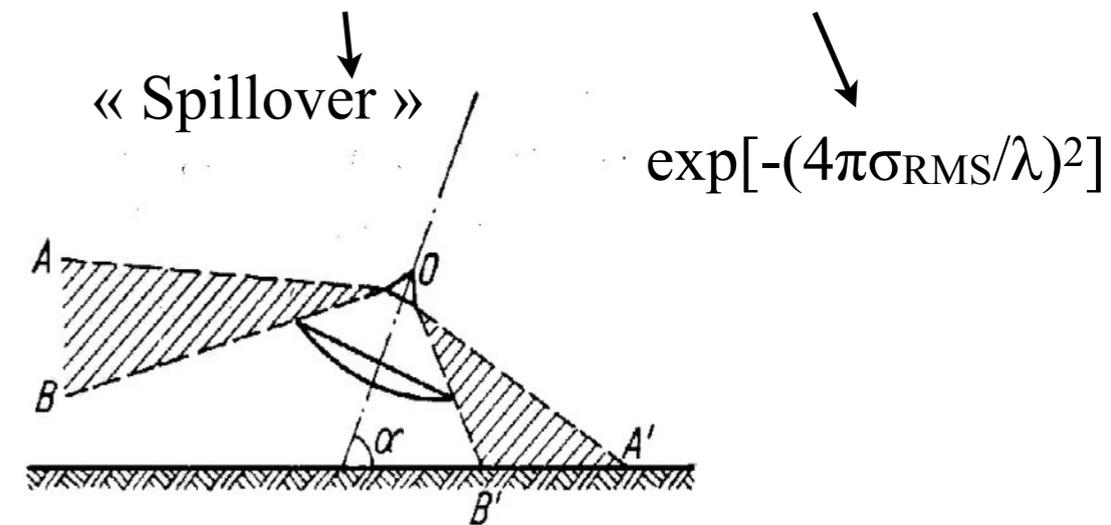
Fig. 6-55. Antenna with multiple feeds for producing multiple beams.

Pour une ouverture éclairée uniformément en phase et en amplitude : $A_e = A$ (aire physique)

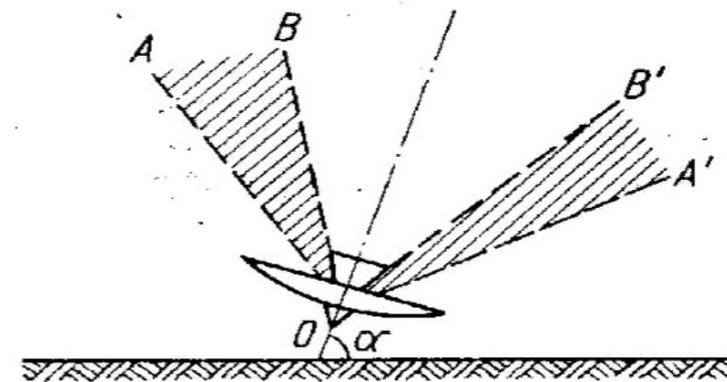
Cas général : $A_e = \eta A$ avec le rendement $\eta = \eta_{\text{illumination}} \times \eta_{\text{énergie non interceptée}} \times \eta_{\text{défauts de surface}}$

Pour une ouverture circulaire

TYPE OF DISTRIBUTION $0 \leq r \leq 1$	DIRECTIVITY PATTERN $E(u)$ $u = \pi D \theta / \lambda$	HALF POWER BEAMWIDTH IN DEGREES	ANGULAR DISTANCE TO FIRST ZERO	INTENSITY OF 1st SIDELobe db BELOW MAX.	GAIN FACTOR
 $f(r) = (1-r^2)^0 = 1$	$\pi a^2 \frac{J_1(u)}{u}$	 $58.9 \frac{\lambda}{D}$	 $69.8 \frac{\lambda}{D}$	17.6	1.00
 $f(r) = (1-r^2)$	$2\pi a^2 \frac{J_2(u)}{u^2}$	 $72.7 \frac{\lambda}{D}$	 $93.6 \frac{\lambda}{D}$	24.6	0.75
 $f(r) = (1-r^2)^2$	$8\pi a^2 \frac{J_3(u)}{u^3}$	 $84.3 \frac{\lambda}{D}$	 $116.2 \frac{\lambda}{D}$	30.6	0.56



Foyer primaire : T_{A-sol} élevée



Foyer Cassegrain : $T_{A-ciel} +$ faible

→ $\eta = \sim 0,7$ pour une bonne antenne parabolique

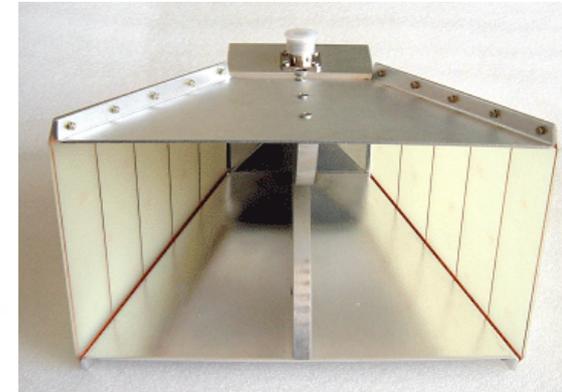
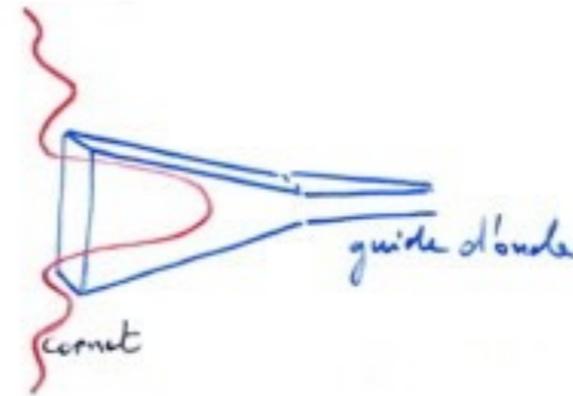
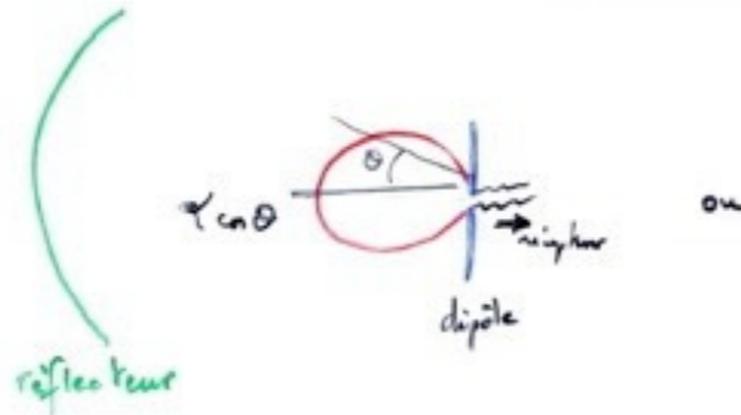
- Systemes focaux

Pas de surface sensible : antenne focale = cornet ou dipôle = 1 pixel

Dipôle ou cornet \Rightarrow reçoit l'énergie de la figure de diffraction du collecteur \rightarrow détecteur

\Rightarrow imagerie instantanée difficile avec une antenne unique

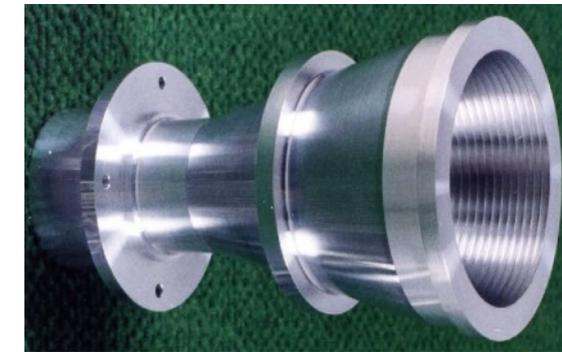
Depuis 2010's, Focal Plane Arrays = réseaux d'antennes focales (*cf. + bas*)



Antennes focales généralement polarisées (linéairement ou circulairement)

Orientation de l'antenne focale linéaire / E \Rightarrow polarisation de l'antenne

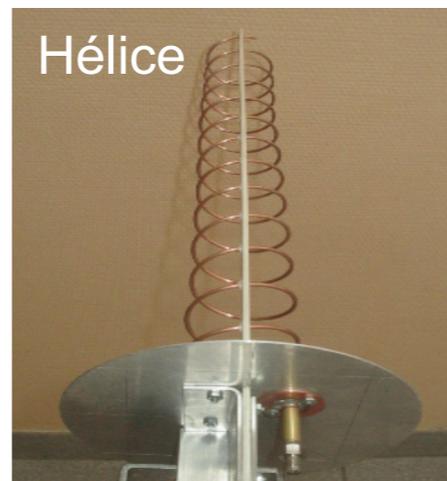
(On utilise souvent les polars Horizontales & Verticales)



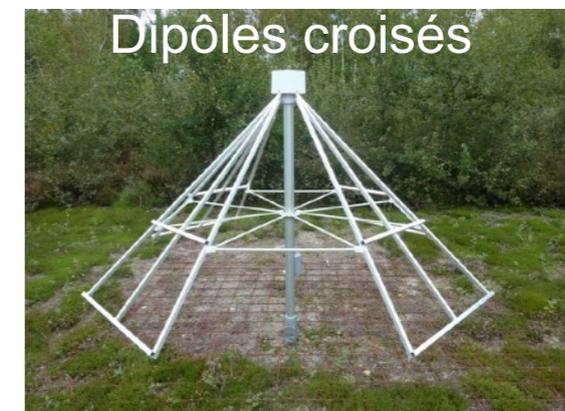
\Rightarrow chaque polarisation reçoit/transmet S/2 pour un signal incident non polarisé S



Antenne Yagi-Uda



Hélice

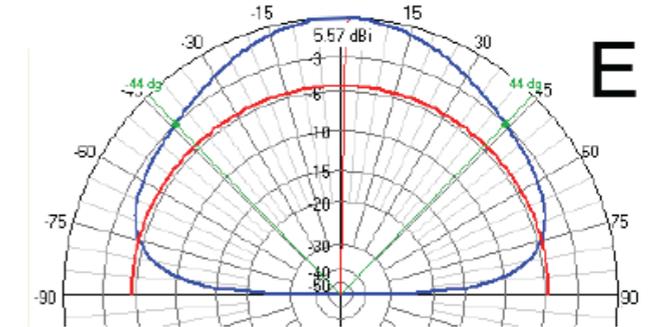
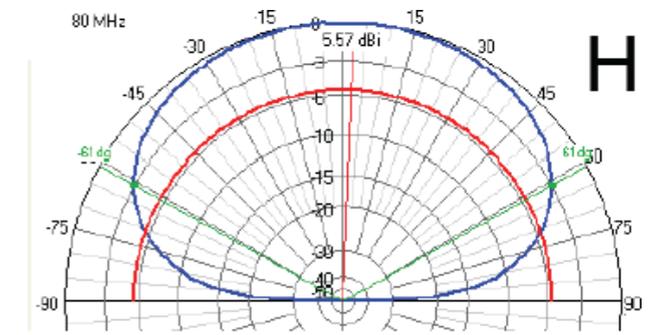
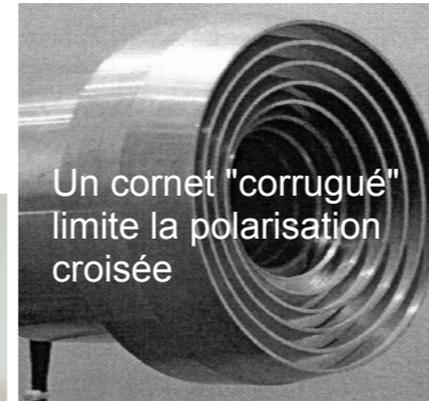


Dipôles croisés

Plans principaux \perp , = E et B (ou H) pour une antenne polarisée linéairement : diagramme de rayonnement en général différent dans ces 2 plans

⇒ réponse généralement \neq dans les 2 polarisations

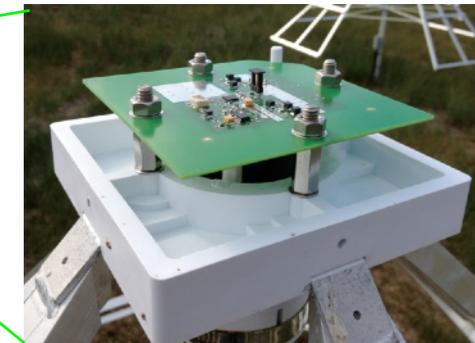
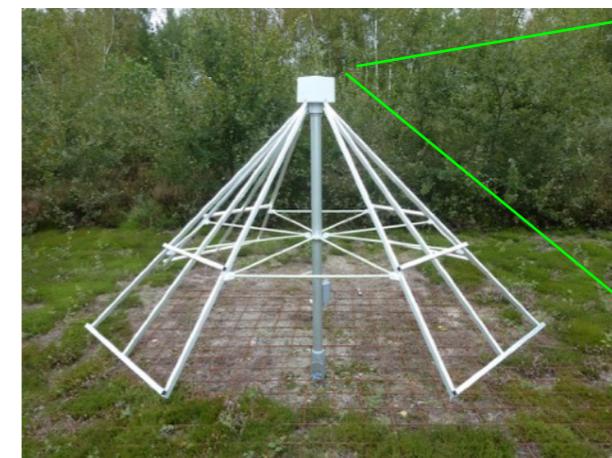
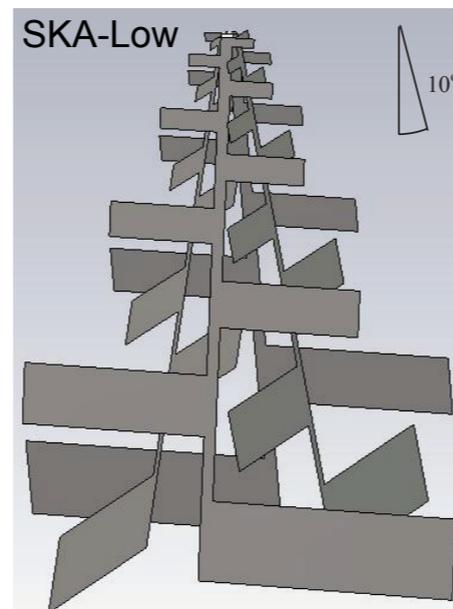
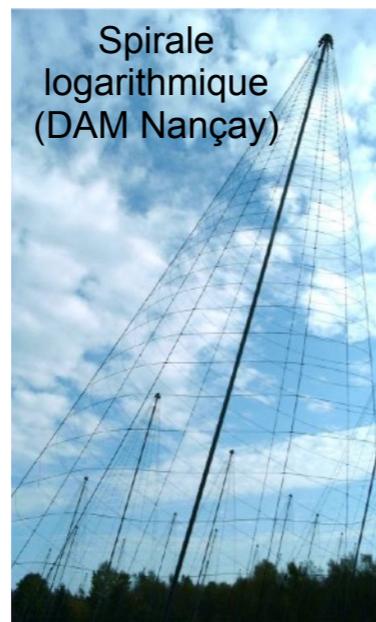
Taux de polarisation croisée : réponse d'une antenne à la polarisation \perp à sa polar. nominale de réception



Bande de fonctionnement : limitée par les variations de $g(\theta, \phi)$ avec la fréquence ⇒ souvent ≤ 1 octave

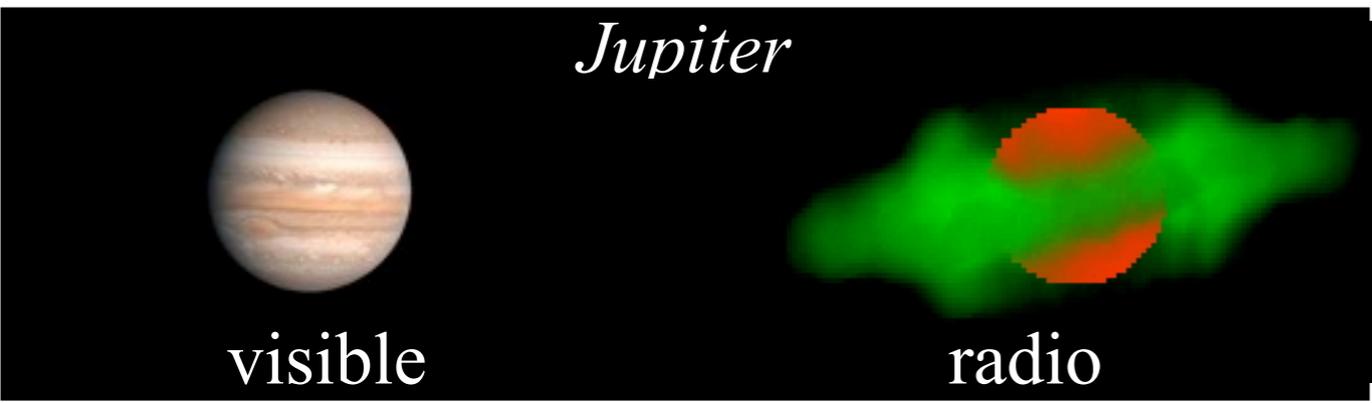
Antennes large bande :

- dipôle court $L < \lambda/10$ (actif si préampli intégré)
- antennes « log-périodiques »



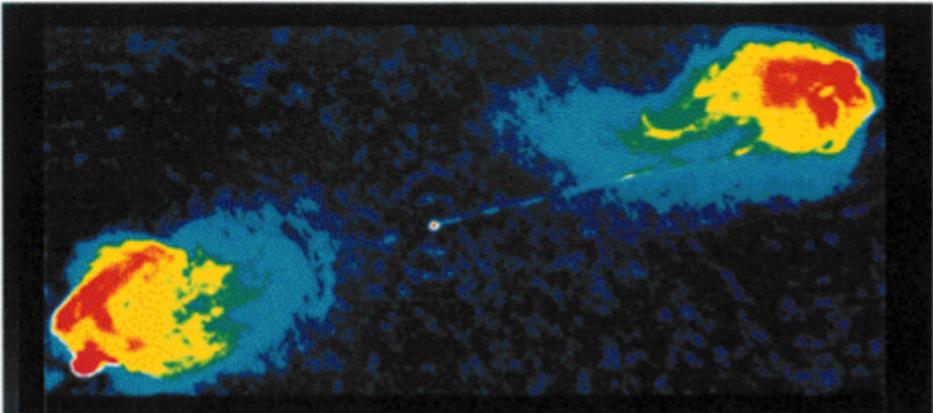
- Introduction (historique, intérêt, spécificités)
- Onde & Polarisation
- Plasmas & Propagation (coupure, dispersion, effet Faraday, scintillations)
- Détection Cohérente du Signal (théorie de la mesure, température d'antenne, étalonnage, bruit)
- Récepteurs (hétérodyne, température de système, filtrage, gain, RFI mitigation)
- Notions sur les Antennes Radioastronomiques : Antennes uniques
- **Interférométrie et Synthèse d'ouverture (réseaux phasés, pointage électronique, imagerie, corrélation, cohérence, VLBI)**
- Méthodes d'Observation
- Grands instruments actuels et du Futur
- Notions de Radioastronomie Spatiale

Haute résolution nécessaire sur Jupiter, Soleil, RadioGalaxies, Quasars...



40''

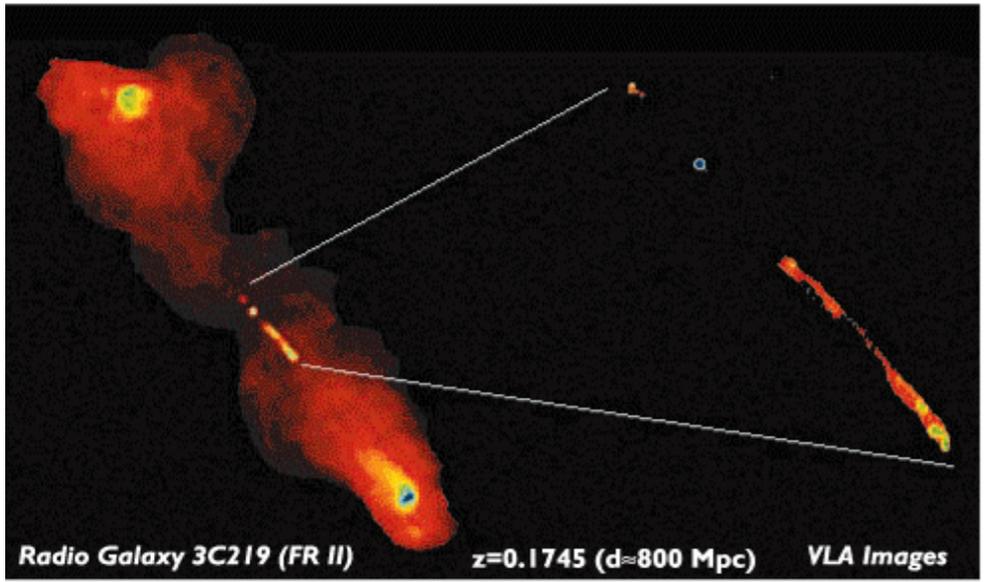
Radio Image of Cygnus-A (FR-II)



z=0.056 (d≈300 Mpc) 5 GHz Image ; ∅ 200 kpc

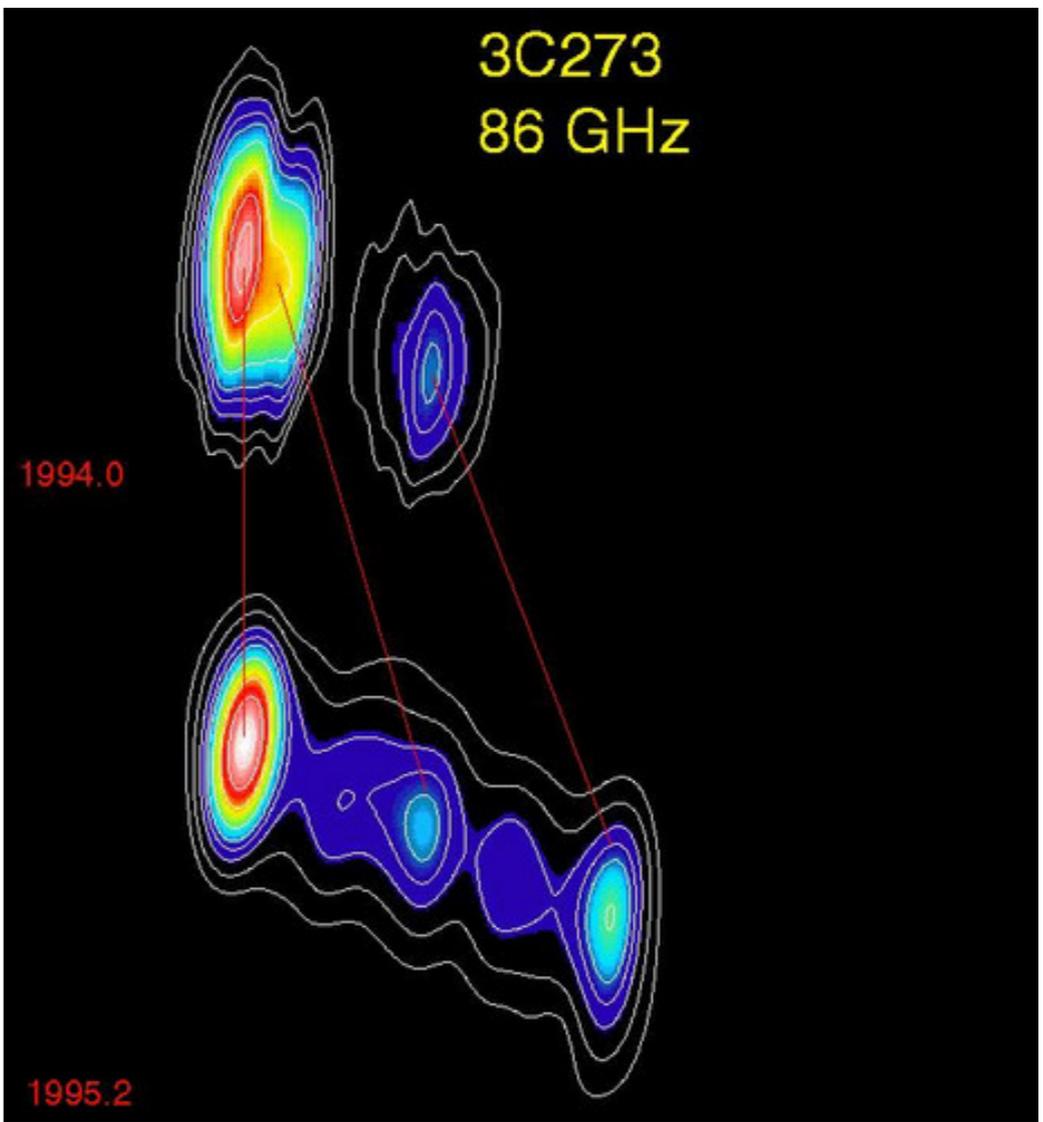
2'

Radio Image of 3C219 (FR-II)



Radio Galaxy 3C219 (FR II) z=0.1745 (d=800 Mpc) VLA Images

1.4+1.6 GHz combined image at 1.4 arcsec resolution 8 GHz image of jets at 0.1 arcsec resolution



0.001''

+ Existence possible de sources spatialement cohérentes (e.g. Jupiter, Masers...), liée aux mécanismes non thermiques cohérents

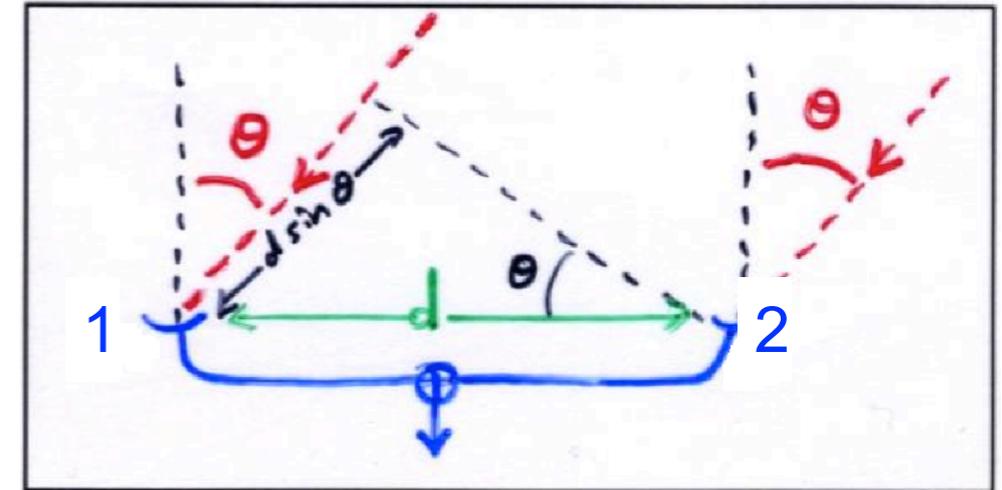
- Résolution maximale des antennes uniques $\sim \lambda / D_{\max} \approx 1'$
- Pour augmenter la résolution angulaire \Rightarrow Interférométrie

- Source ponctuelle (dans la direction θ)

Réseau (ou interféromètre) à 2 antennes en somme (Σ)

Déphasage relatif :

$$\begin{aligned}\psi &= \mathbf{k} \cdot \mathbf{x} \\ &= 2\pi d \sin\theta / \lambda \\ &\approx 2\pi d\theta / \lambda \quad \text{pour } \theta \text{ petit}\end{aligned}$$



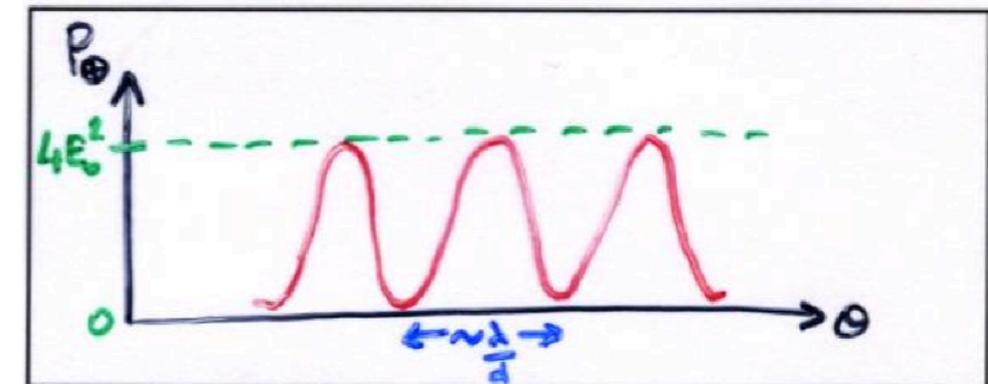
Antennes identiques & omnidirectionnelles :

$$E_1 = E_0 \exp(i2\pi\nu t) \quad E_2 = E_0 \exp[i(2\pi\nu t - \psi)]$$

$$\begin{aligned}E_{\oplus} &= E_0 \exp(i2\pi\nu t) [1 + \exp(-i\psi)] \\ &= E_0 \exp(i2\pi\nu t - i\psi/2) [\exp(i\psi/2) + \exp(-i\psi/2)] \\ &= 2E_0 \exp(i2\pi\nu t - i\psi/2) \cos(\psi/2)\end{aligned}$$

$$\Rightarrow P_{\oplus} = E_{\oplus} \cdot E_{\oplus}^*$$

$$P_{\oplus} = 2 E_0^2 (1 + \cos\psi) = 4 E_0^2 \cos^2(\psi/2) = 4 E_0^2 \cos^2(\pi d\theta/\lambda)$$

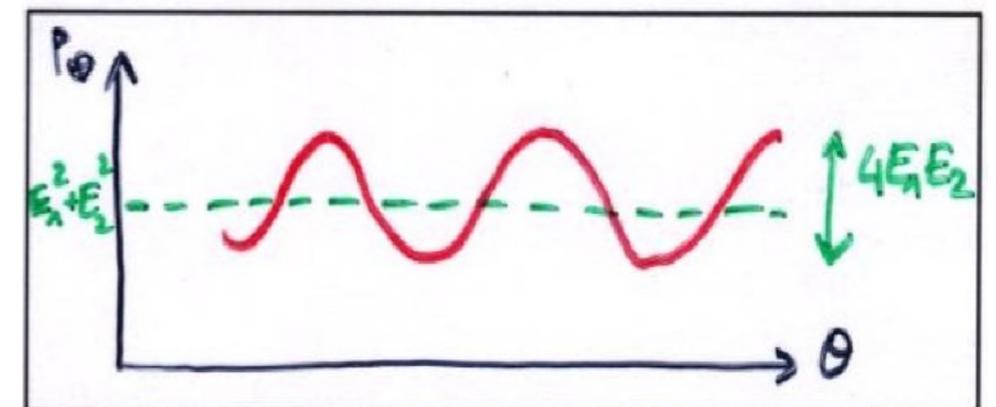


Contraste $|V(d, \theta)| = (P_{\oplus \max} - P_{\oplus \min}) / (P_{\oplus \max} + P_{\oplus \min}) = 1$

Antennes de gains \neq : $E_1^2 = g_1 E_0^2$ & $E_2^2 = g_2 E_0^2$

$$\Rightarrow P_{\oplus} = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\psi$$

$$\Rightarrow |V| = 2(g_1g_2)^{1/2}/(g_1+g_2)$$

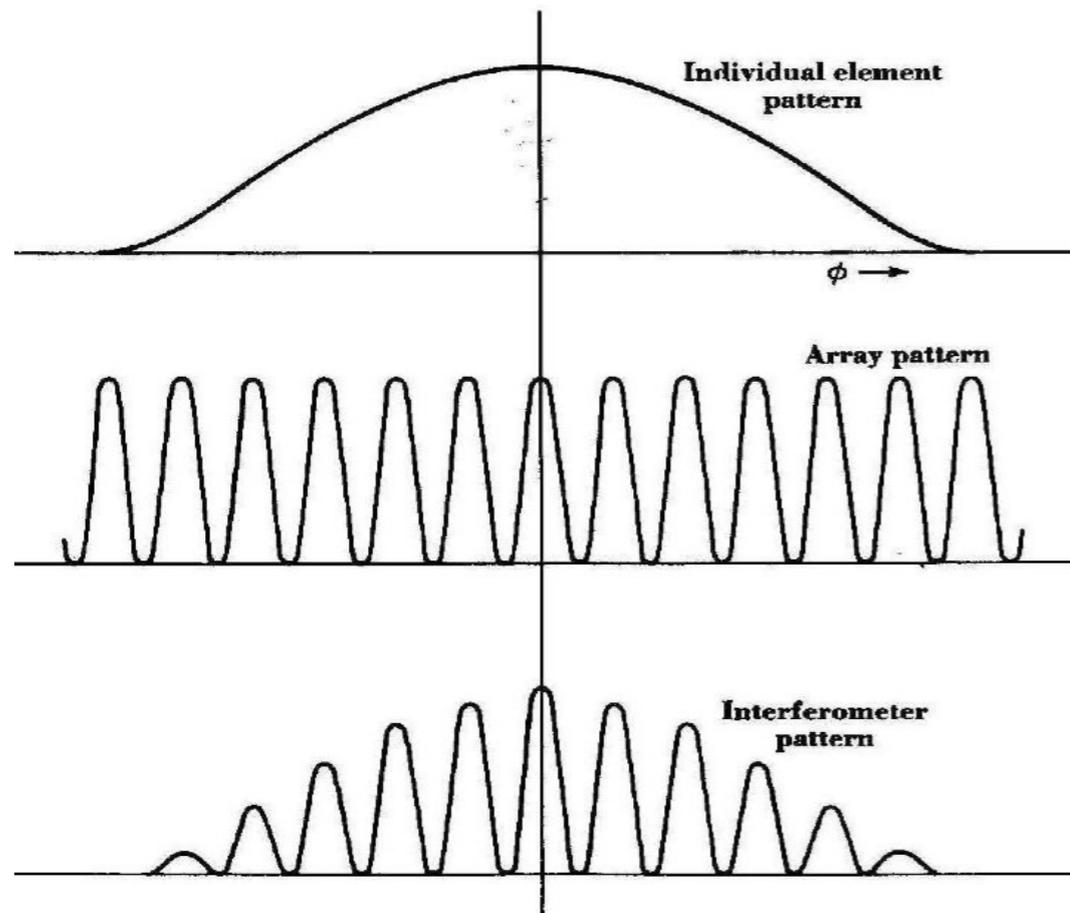


Pour des antennes non-omnidirectionnelles :

⇒ Théorème de multiplication des diagrammes :

Si $g(\theta, \phi)$ représente le diagramme de rayonnement d'une antenne A, et $R(\theta, \phi)$ le diagramme de rayonnement d'un réseau R d'antennes isotropes, le diagramme de rayonnement d'un réseau R constitué de ces antennes A est (en champ lointain) :

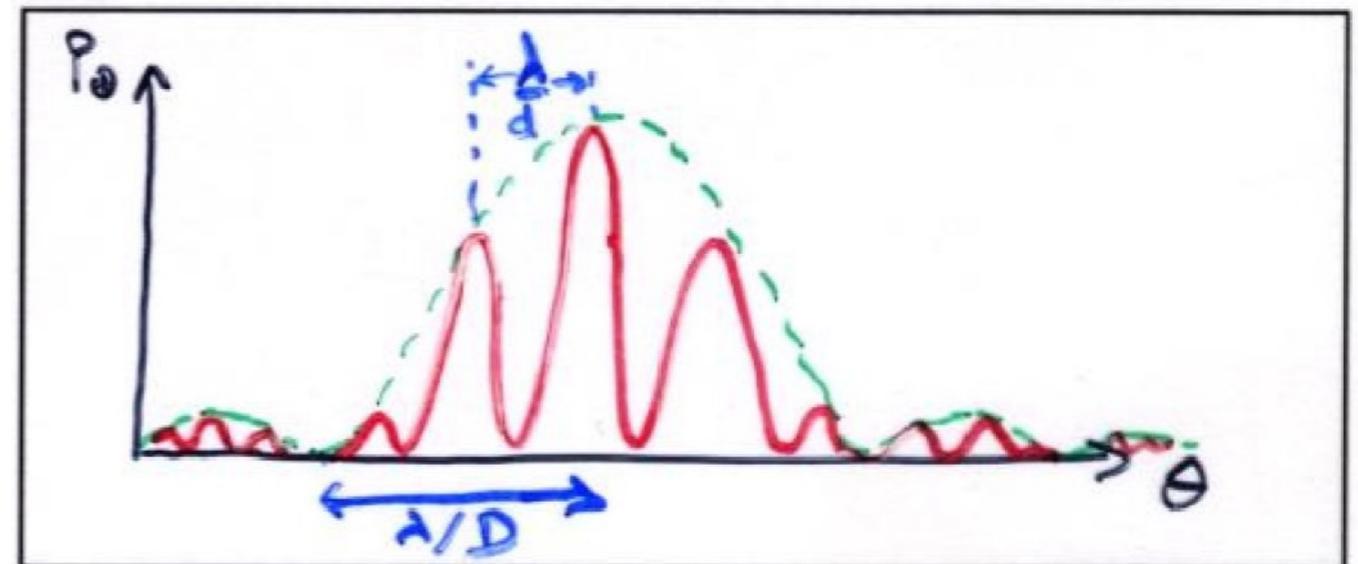
$$F(\theta, \phi) = g(\theta, \phi) \times R(\theta, \phi)$$



$E_o \rightarrow E_o(\theta)$ = figure de diffraction de l'antenne
= enveloppe de la figure d'interférence

e.g. pour 2 ouvertures rectangulaires 1D :

$$P_{\oplus} \rightarrow P_{\oplus} \times \text{sinc}^2(\pi D\theta/\lambda)$$

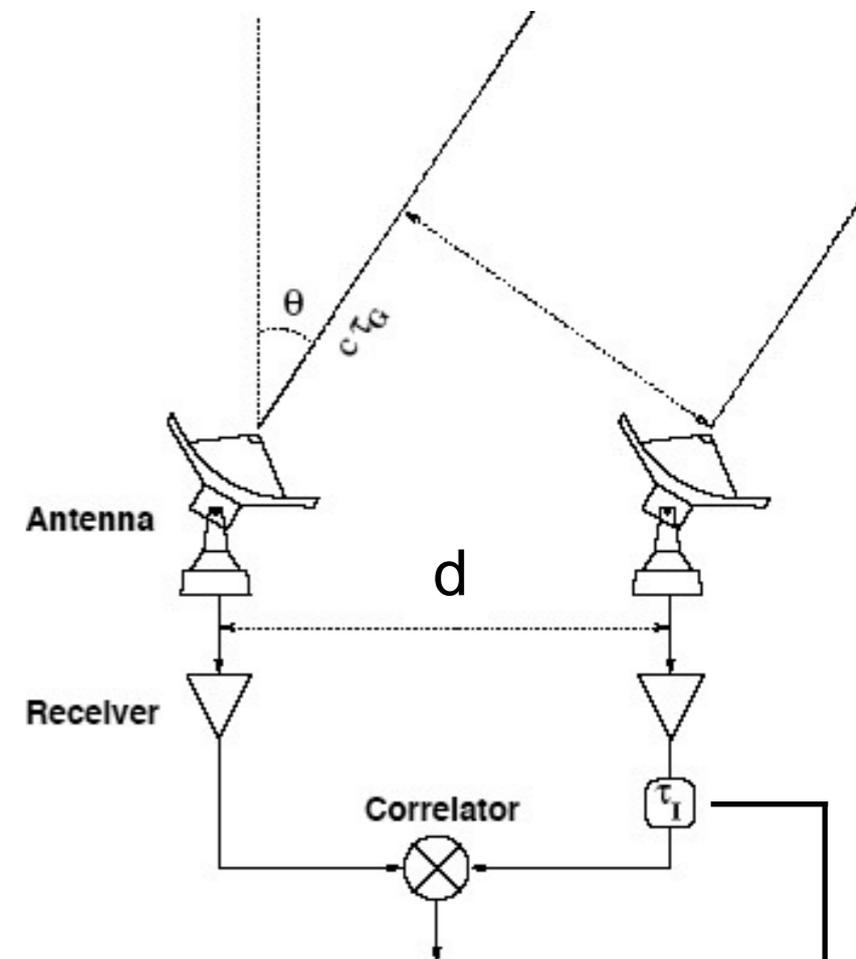
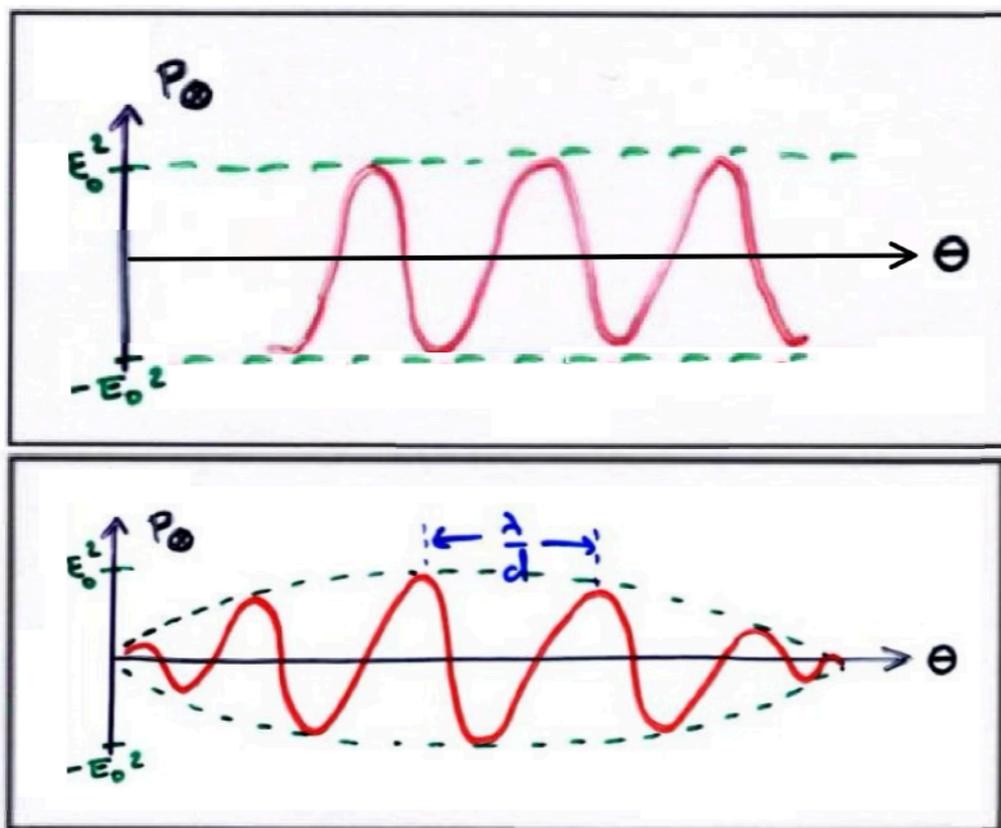


Interféromètre à 2 antennes en produit (Π) ou corrélation

Antennes identiques : $P_{\otimes} = E_1.E_2^* = E_0^2 \exp(i\psi)$

$\text{Re}(P_{\otimes}) = E_0^2 \cos\psi$

Antennes de gains \neq : $P_{\otimes} = E_1.E_2.\exp(i\psi)$



A simple, two-antenna interferometer

On définit la visibilité complexe : $V(d) = \exp(i\psi)$

de module = le contraste des franges de la figure d'interférence (=1 pour une source ponctuelle),
et de phase = la position de la frange centrale par rapport à une différence de marche nulle

$\text{Re}(P_{\otimes})$ peut être obtenu directement en numérique, ou en analogique par modulation de phase :

$$\text{Re}(P_{\otimes}) = 1/4 (P_{\oplus} - P_{\ominus}) = 1/4 [(E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\psi) - (E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos(\psi + \pi))]$$

$$= E_1.E_2.\cos\psi$$



somme en phase



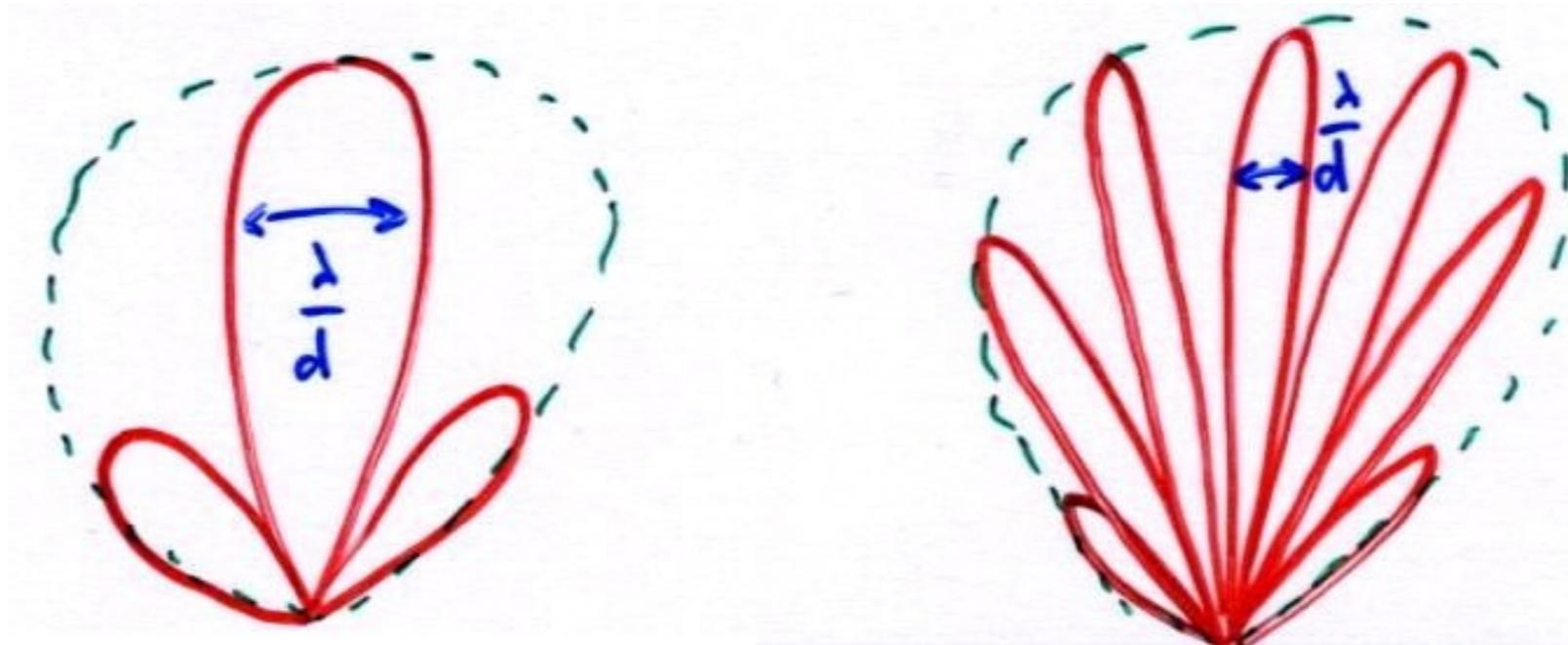
somme en opposition de phase



NB:

- le réponse d'un interféromètre en produit est \neq d'une puissance
- dans tous les cas, on a $|V| = 1$
- en fait, on calcule les réponses (en Σ ou Π) comme $\langle E_1(t).E_2^*(t) \rangle |_{\Delta t \gg 1/\nu}$
ou plutôt $\langle U_1(t).U_2^*(t) \rangle |_{\Delta t \gg 1/\nu}$

\forall Interféromètre à 2 antennes : frange centrale $\sim \lambda/d$, mais contribution relative des lobes secondaires \uparrow quand $\lambda/d \downarrow \Rightarrow$ compromis résolution/sensibilité/... ?

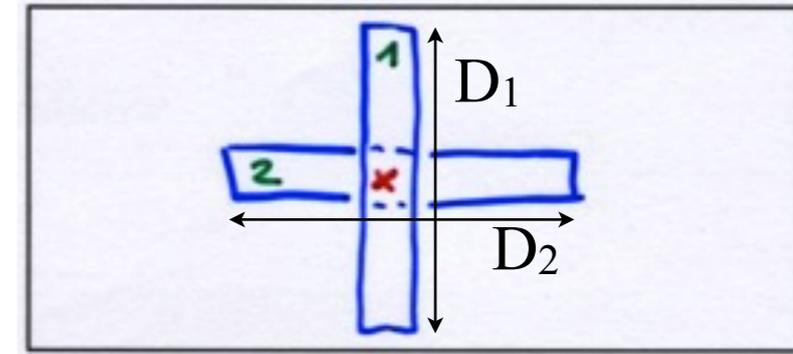


Interféromètres composites (X, T ...) : composés d'antennes quelconques, non identiques

Si les 2 antennes sont symétriques par rapport à leur centre de phase commun (X) :

$$\text{Re}(P_{\otimes}) = E_1 \cdot E_2 \cdot \cos(\psi)$$

$$\psi = 0 \Rightarrow \text{Re}(P_{\otimes}) = E_1 \cdot E_2 \propto \text{sinc}(\pi D_1 \theta / \lambda) \times \text{sinc}(\pi D_2 \theta / \lambda)$$



Croix de Mills

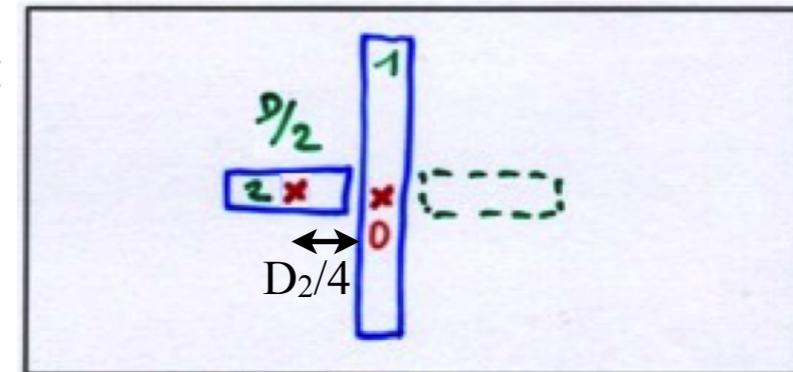
Si les 2 antennes ont des centres de phase distincts (ici séparés de $D_2/4$):

$$P_{\otimes} = E_1 \cdot E_2 \cdot \exp(2\pi D_2 \theta / 4\lambda)$$

$$\text{Re}(P_{\otimes}) \propto \text{sinc}(\pi D_1 \theta / \lambda) \times \text{sinc}(\pi D_2 \theta / 2\lambda) \times \cos(\pi D_2 \theta / 2\lambda)$$

$$\propto \text{sinc}(\pi D_1 \theta / \lambda) \times \text{sinc}(\pi D_2 \theta / \lambda)$$

(même lobe que l'antenne symétrique D_2 , mais sensibilité $\div 2$)



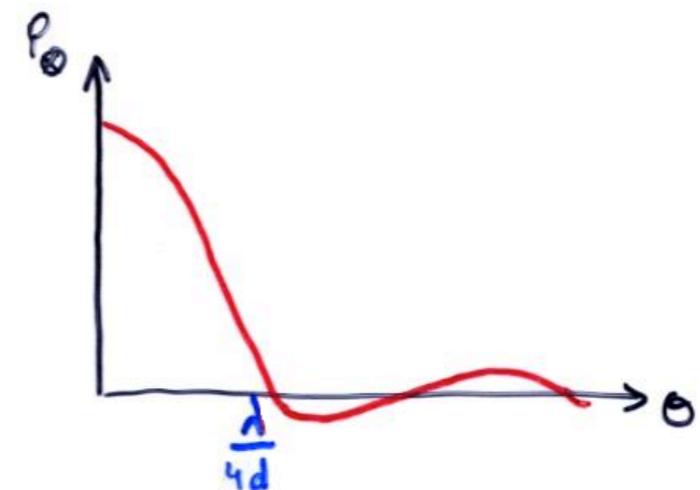
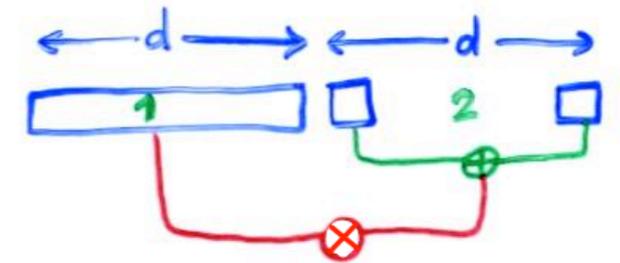
réseau UTR-2/Kharkov

Interféromètre linéaire composite :

$$E_1 \propto \text{sinc}(\psi/2) \quad E_2 \propto \cos(\psi/2) \quad \text{avec} \quad \psi = 2\pi d \theta / \lambda$$

$$\Rightarrow \text{Re}(P_{\otimes}) = E_1 \cdot E_2 \cdot \cos \psi \propto \text{sinc}(\psi/2) \cos(\psi/2) \cos \psi \propto \text{sinc}(2\psi)$$

\Rightarrow idem antenne de longueur $2d$ (mais sensibilité plus faible)



Interféromètre en somme à N antennes (en phase)

Déphasage entre 2 antennes : $\psi = 2\pi d\theta / \lambda$

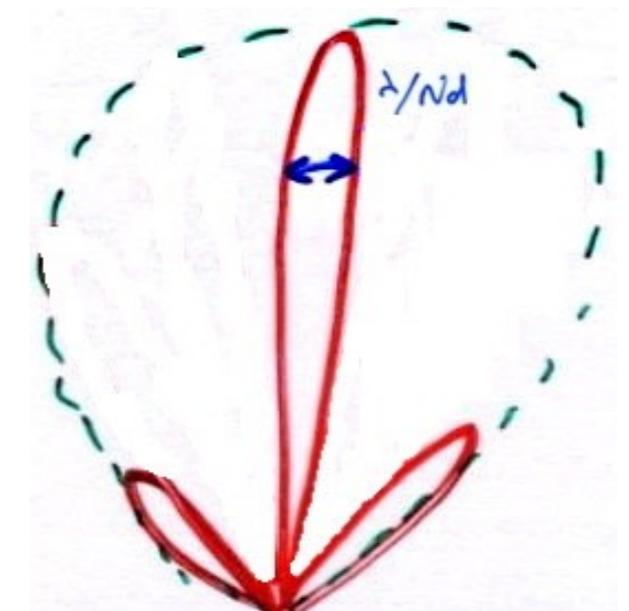
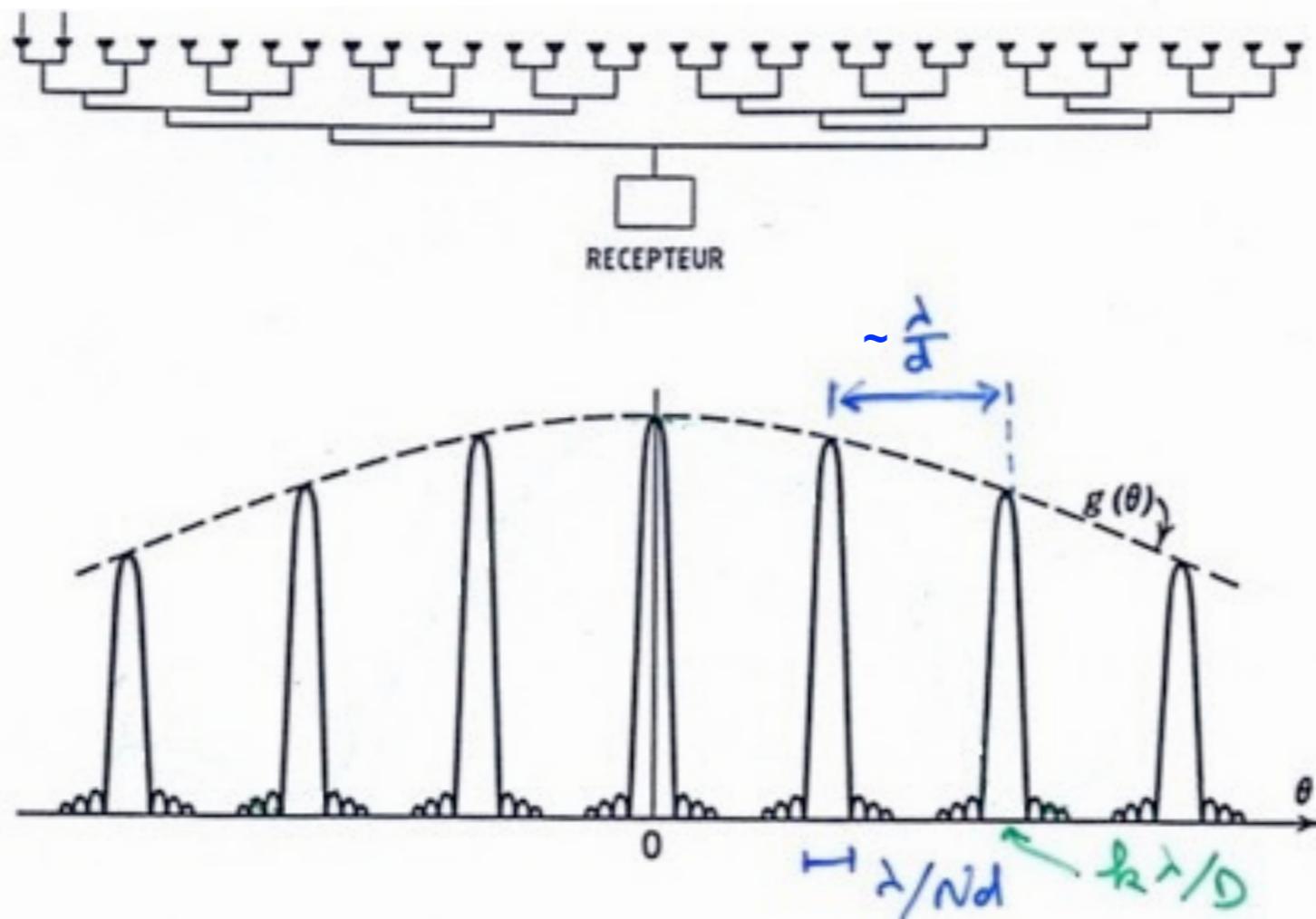


$$E = E_0 \sum_{k=0}^{N-1} \exp(ik\psi) \times \text{sinc}(\pi D\theta / \lambda) = E_0 (1 - \exp(iN\psi)) / (1 - \exp(i\psi)) \times \text{sinc}(\pi D\theta / \lambda)$$

$$= E_0 \exp(i(N-1)\psi/2) \times [\sin(N\psi/2) / \sin(\psi/2)] \times \text{sinc}(\pi D\theta / \lambda)$$

$$\Rightarrow P_{\oplus} = E_0^2 [\sin^2(N\psi/2) / \sin^2(\psi/2)] \times \text{sinc}^2(\pi D\theta / \lambda)$$

\Rightarrow meilleure résolution angulaire et lobes secondaires (donc parasites) réduits \Rightarrow S/N \uparrow



Optimisation du diagramme de rayonnement :

$N \uparrow \Rightarrow \lambda/Nd \downarrow$ donc la résolution \uparrow

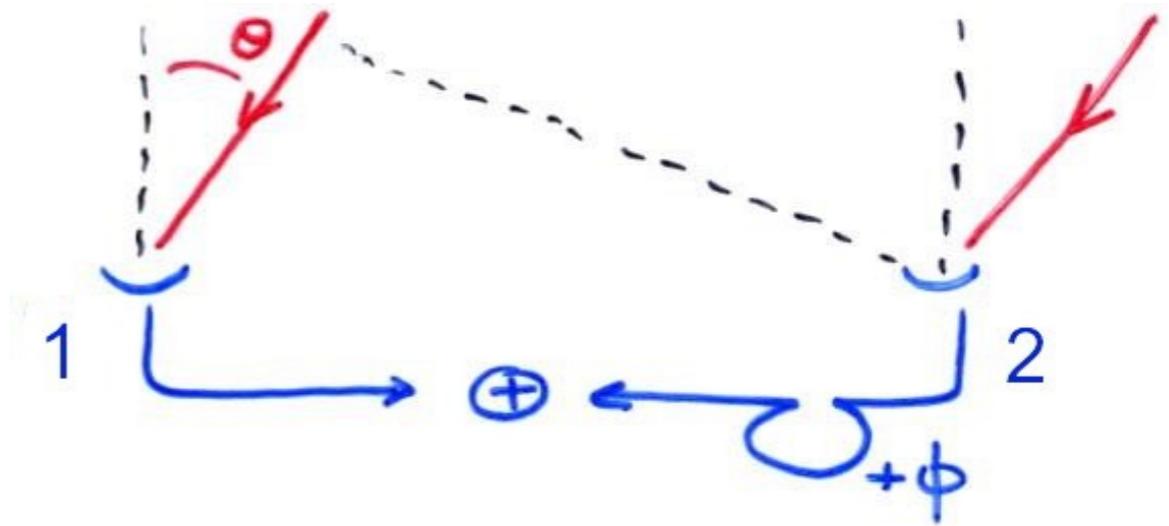
$d \downarrow \Rightarrow \lambda/d \uparrow$ donc moins de lobes secondaires

limite = antenne unique : $N \rightarrow \infty, d \rightarrow 0$

• Réseau phasé

= Interféromètre en somme à N antennes

⇒ synthèse d'un pinceau fin, mesure du flux total
(et polarisation) dans le pinceau



Pointage électronique d'un réseau phasé :

Principe à 2 antennes ⇒ réponse $R \propto \cos(\psi/2)$

Si les antennes sont en phase ⇒ R maximum pour $\theta = 0$ ⇒ frange centrale dans le plan bissecteur des 2 antennes

Si on introduit un déphasage ϕ de l'antenne 2 par rapport à l'antenne 1

⇒ réponse $R \propto \cos((\psi + \phi)/2) = \cos((2\pi d \sin \theta / \lambda + \phi)/2)$ maximale pour $\theta_o = -\lambda \phi / 2\pi d \neq 0$

⇒ frange centrale décalée

NB: à grand champ : $R \propto \cos((2\pi d \sin \theta / \lambda + \phi)/2)$ maximale pour $\theta_o = \arcsin(-\lambda \phi / 2\pi d)$

⇒ les mêmes formules s'appliquent à N antennes

Un déphasage relatif permet donc un pointage sans mouvement mécanique

Intérêts du pointage électronique :

→ rapidité (< 1 sec)

→ fiabilité (pas de partie mobile)

→ souplesse (ON/OFF simultané...)

Réseau (linéaire, 1D) à N antennes (isotropes) :

⇒ on introduit un déphasage φ constant entre 2 antennes successives pour pointer dans la direction θ_0 :

$$\psi = 2\pi d \sin\theta / \lambda + \varphi = 2\pi d \sin\theta / \lambda - 2\pi d \sin\theta_0 / \lambda$$

$$\Rightarrow P_{\oplus} = E_0^2 [\sin^2(N\psi/2) / \sin^2(\psi/2)]$$

Lobes principaux périodiques = lobes de réseau,
pour ψ multiple de 2π

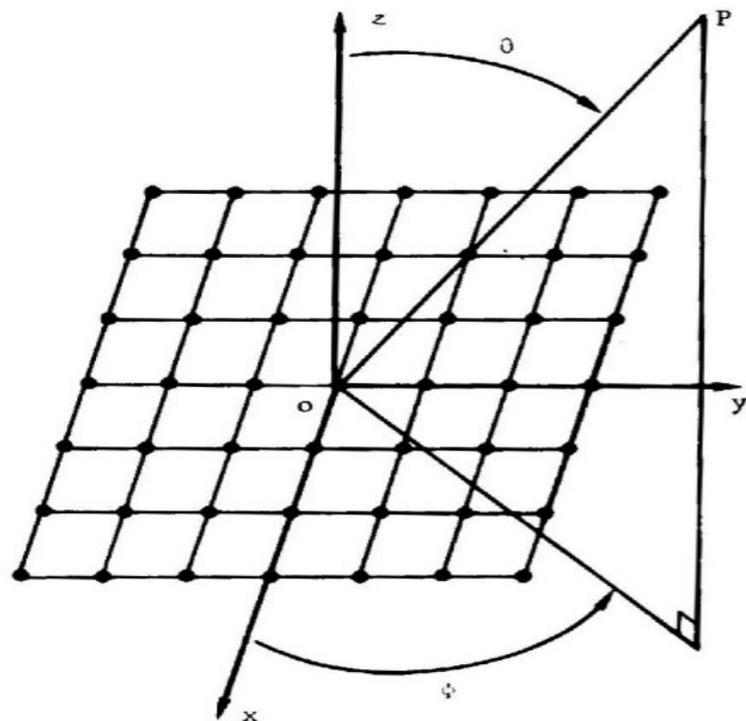
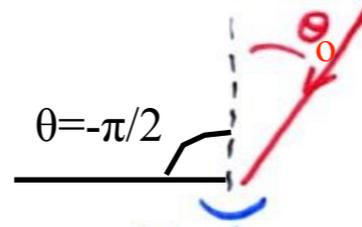
Choix de la distance entre antennes pour qu'il n'apparaisse pas de lobes de réseau pour un pointage dans la direction θ_0 :

$$\psi > -2\pi \text{ pour } \theta = -\pi/2$$

$$\Rightarrow 2\pi d/\lambda(-1-\sin\theta_0) > -2\pi \Rightarrow d < \lambda/(1+\sin\theta_0)$$

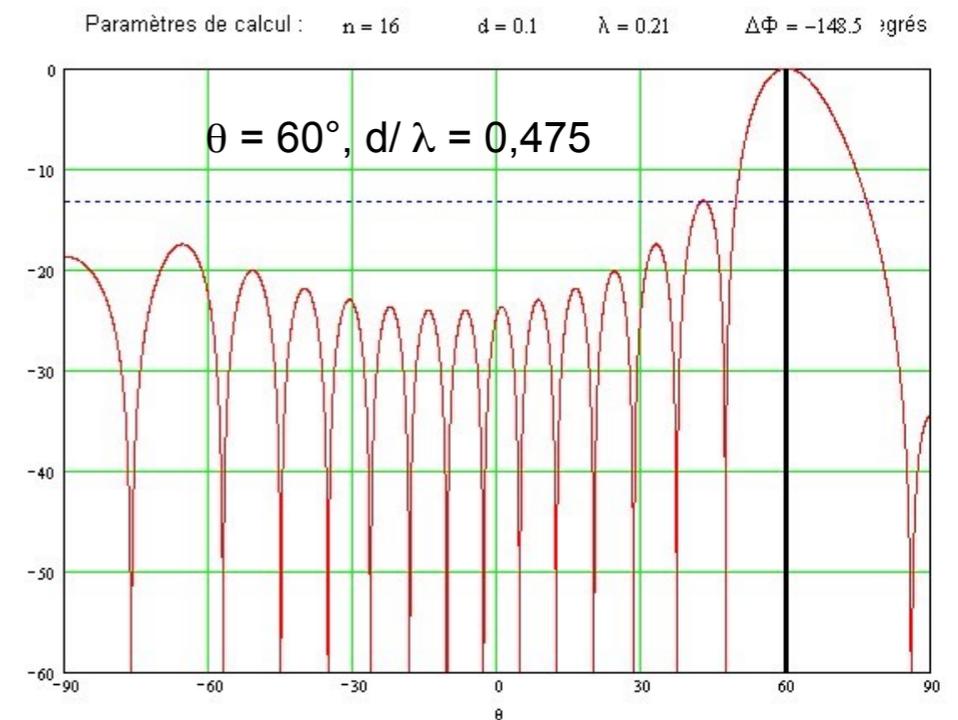
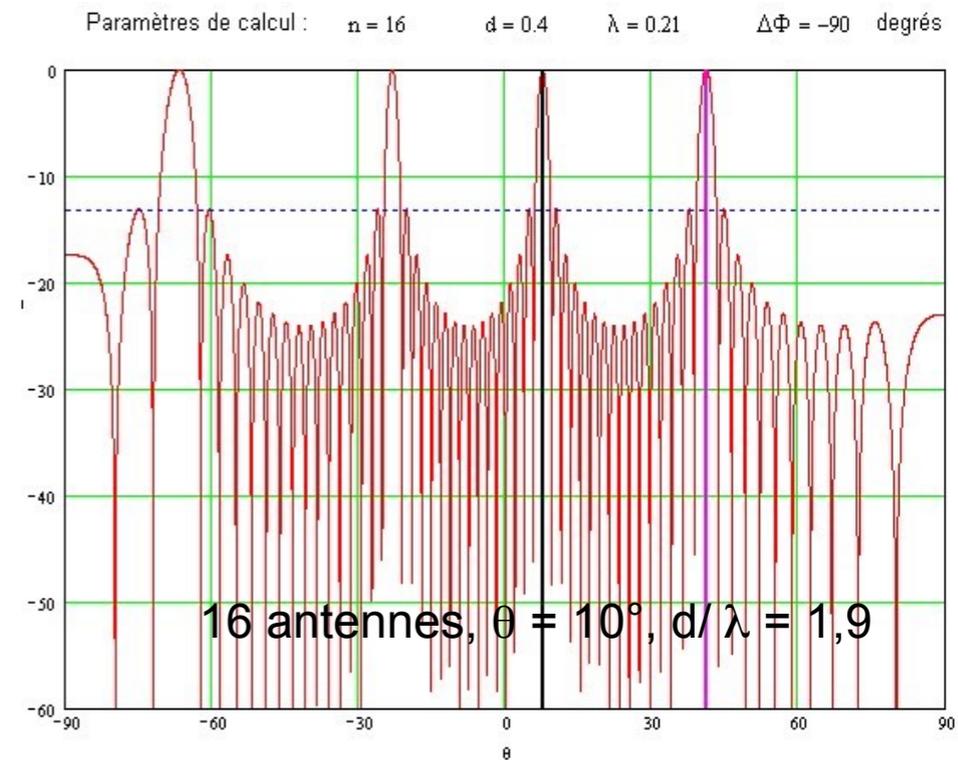
$$d < \lambda \quad \text{pour un pointage au zénith}$$

$$d < \lambda/2 \quad \forall \text{ pointage}$$



Réseau plan (rectangulaire, 2D) à $N_x \times N_y$ antennes (isotropes) :

$$\Rightarrow P_{\oplus} = E_0^2 [\sin^2(N_x\psi_x/2) / \sin^2(\psi_x/2)] \times [\sin^2(N_y\psi_y/2) / \sin^2(\psi_y/2)]$$



Réseau dense : éléments très proches les uns des autres, $A_e \sim A$

Réseau clairsemé (sparse) : éléments éloignés les uns des autres, $A_e \ll A$

Réseau aperiodique : grille non régulière pour suppression des lobes de réseau

Ex: Réseau Décamétrique de Nançay : réseau phasé en Σ , compact ("filled aperture", écart entre les antennes $< \lambda$)

φ entre blocs de 8 antennes (9 blocs / réseau / polarisation circulaire) introduit par "lignes à retard"

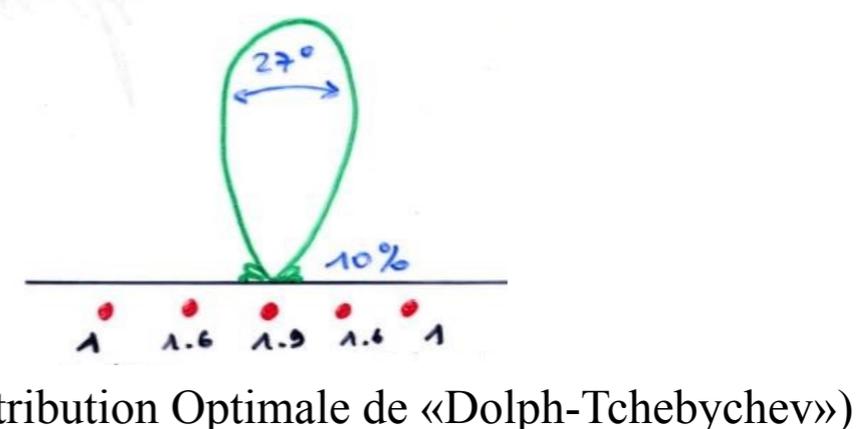
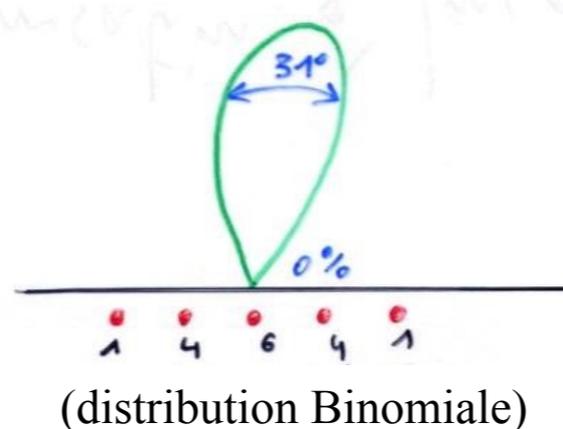
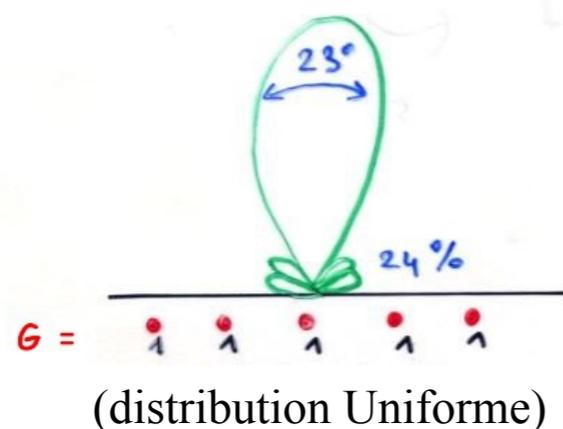


Ex: Champ LOFAR-LBA : réseau phasé en Σ , distribution aléatoire \sim gaussienne, recouvrement $A_{eff} \sim 20\%$

φ entre antennes introduit numériquement par channelisation + déphasages

Degré de liberté supplémentaire : distribution des gains des N antennes pour le meilleur compromis

Ex: antennes en phase distantes de $\lambda/2$

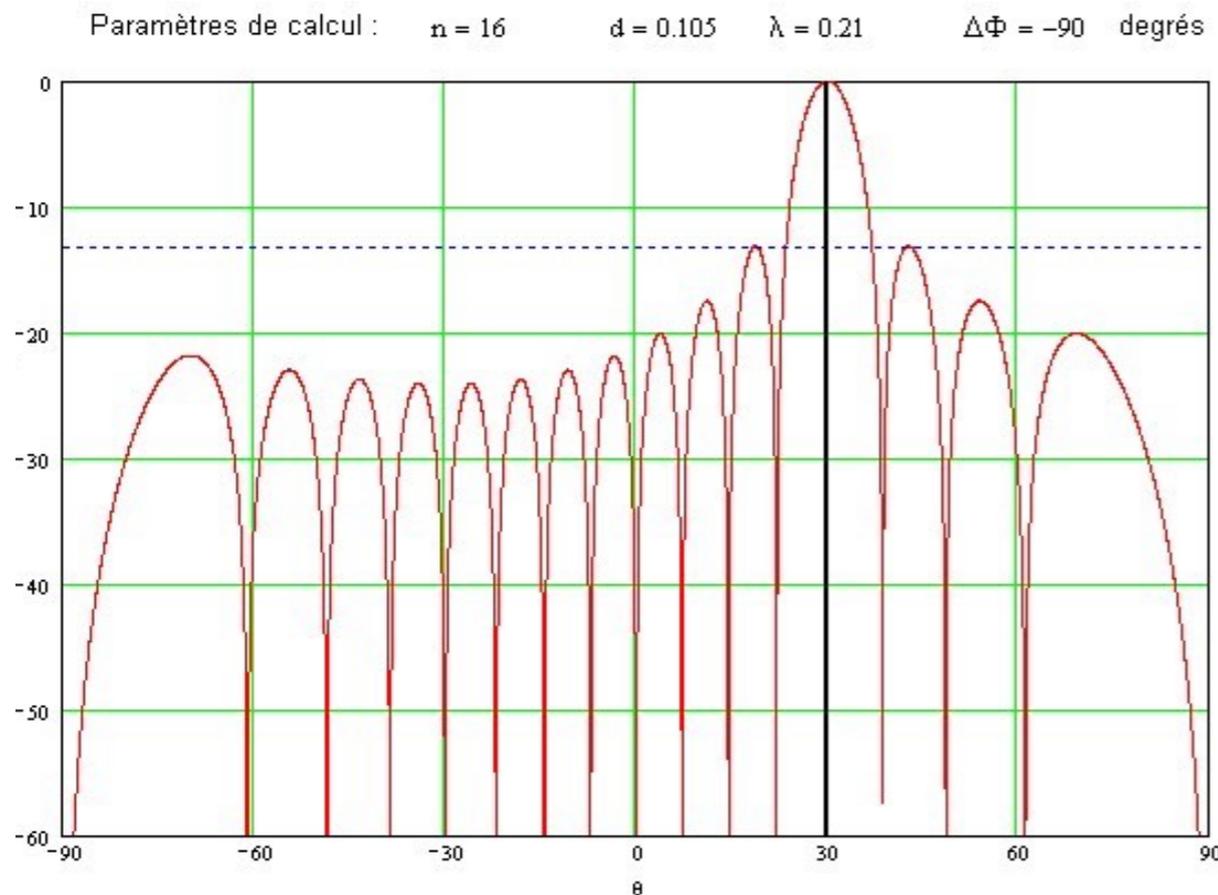


Beamforming

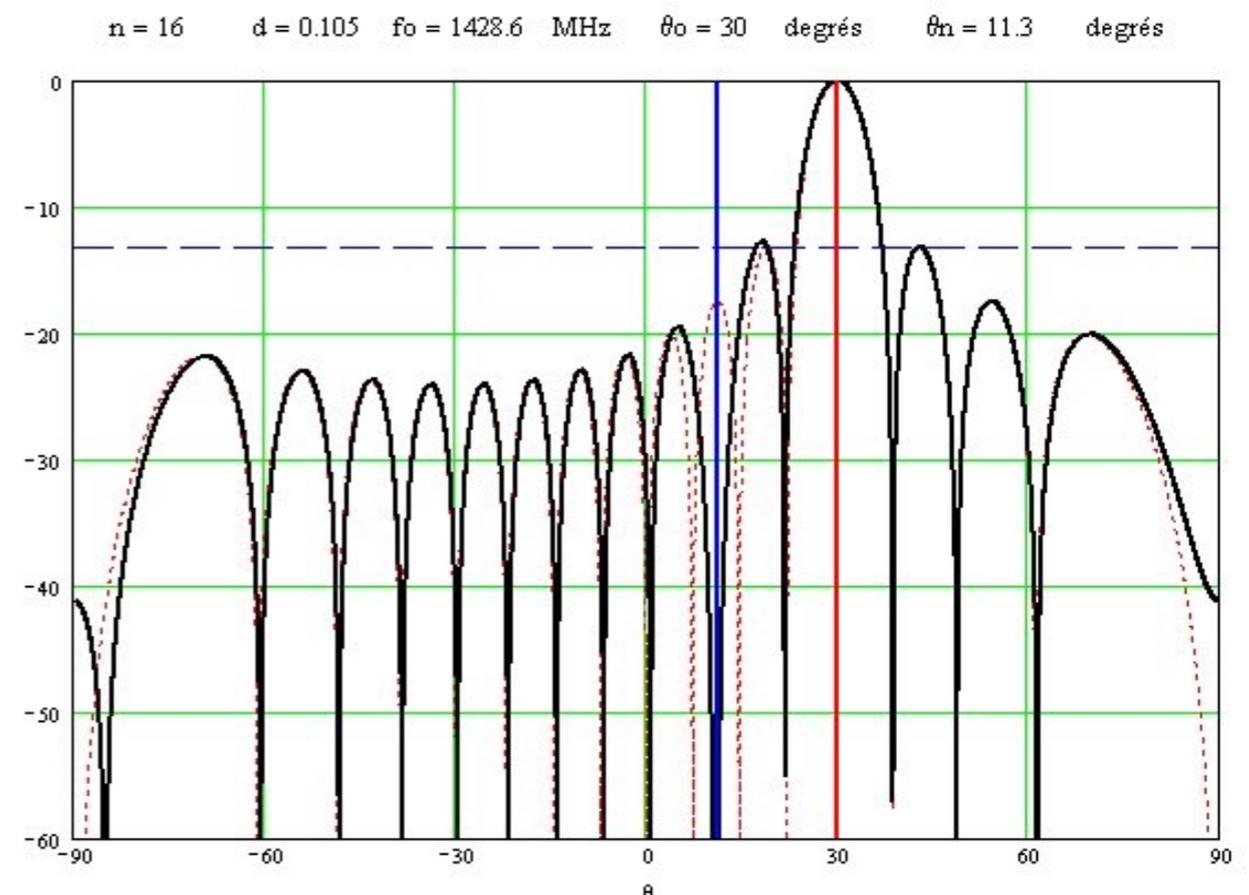
Détermination des gains et déphasages à appliquer sur chaque antenne

⇒ formation du faisceau

- largeur du lobe principal
- suppression des lobes de réseau
- position des zéros (nulling déterministe / adaptatif en temps réel)
- intensité des lobes secondaires



Faisceau formé à $\theta = 30^\circ$,
16 antennes isotropes, $d = \lambda/2$



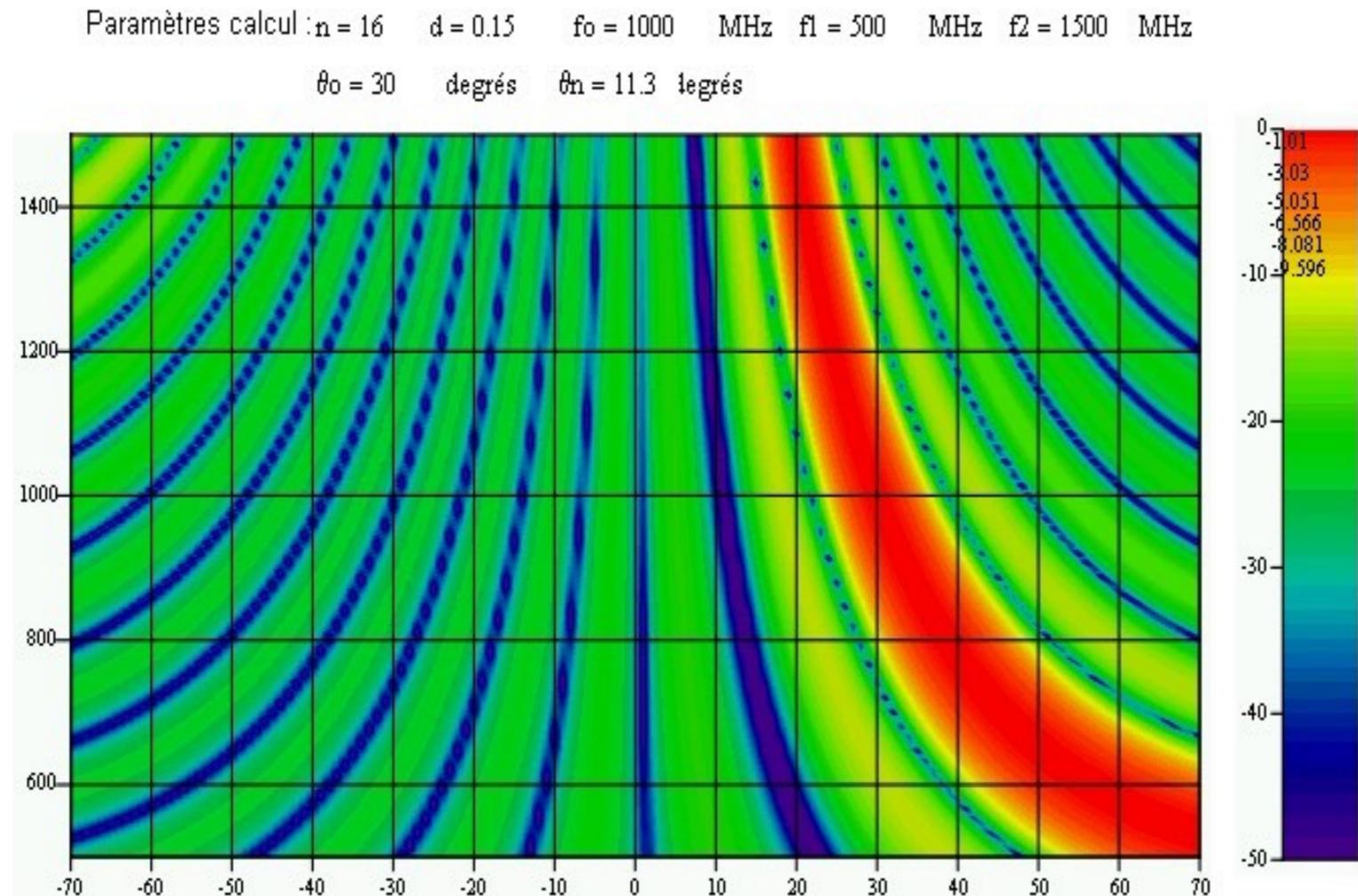
Idem avec un zéro à la place du 2^{ème} lobe
secondaire à $\theta = 11,3^\circ$

Circuits déphaseurs :

$\varphi = \text{constante}$

$\psi + \varphi = 2\pi d \sin\theta / \lambda + \varphi = 0$ pour $\theta = \arcsin(-\lambda\varphi / 2\pi d)$ dépendant de λ

\Rightarrow pointage chromatique



Lignes à retard :

$\varphi = 2\pi\nu\tau$

$\Rightarrow \psi + \varphi = 2\pi d \sin\theta / \lambda + 2\pi c\tau / \lambda = 0$ pour $\theta = \arcsin(-c\tau / d)$ indépendant de λ

\Rightarrow pointage achromatique

- Champ de vue (FoV = field of view)

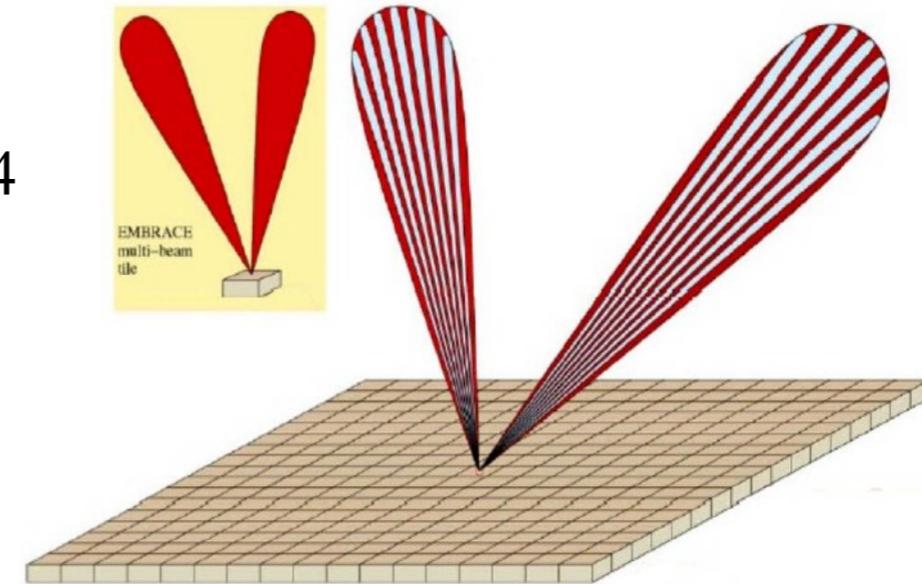
Le lobe étroit formé par le réseau a pour enveloppe le lobe de chaque élément constitutif du réseau (conséquence du théorème de multiplication des diagrammes)

→ FoV généralement défini par le lobe à -3 dB d'un élément

$$\text{FoV (sr)} = \int_0^{\theta_{3\text{dB}/2}} 2\pi \sin\theta \, d\theta = 2\pi (1 - \cos(\theta_{3\text{dB}/2})) \approx \pi \theta_{3\text{dB}}^2 / 4$$

Ex : Pour une parabole de 6m de diamètre à 1 GHz : $\text{FoV} \approx 9^\circ$

Pour une tuile 1m × 1m à 1 GHz : $\text{FoV} \approx 350^\circ$



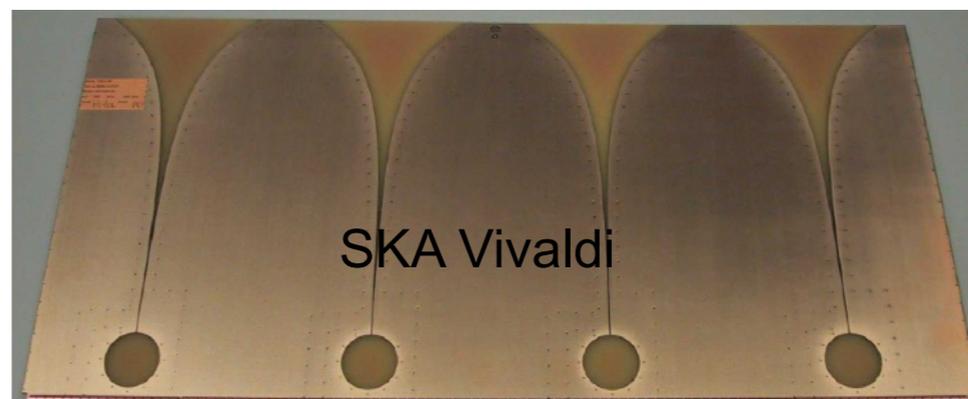
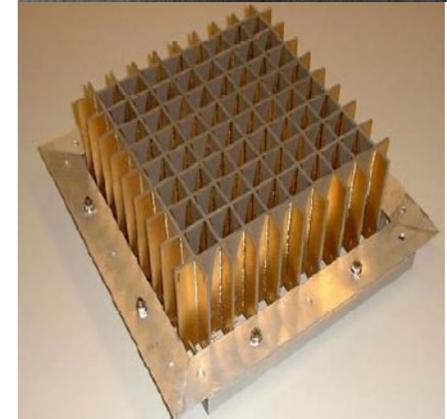
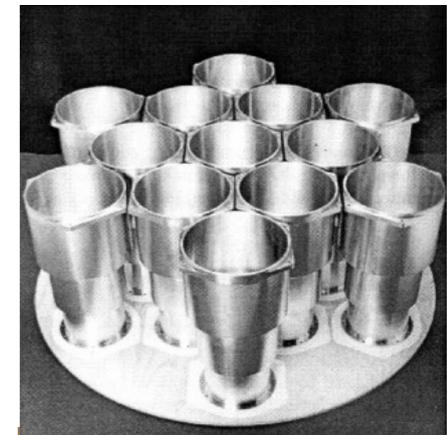
- Systèmes multi-faisceaux

Réseaux focaux (Focal Plane Arrays) - réseaux de cornets (1 / faisceau)

- réseaux phasés au foyer

Echantillonnage direct du front d'onde incident par un réseau phasé dense (Aperture Array)

NB : avec des réseaux phasés, tous les éléments contribuent à tous les faisceaux



- Antennes en imagerie

→ Approche *intuitive* de la Visibilité en fonction de la dimension d'une source étendue

On laisse défiler une source étendue devant l'instrument (interféromètre à 2 antennes) → $\theta(t)$

- pour une source ponctuelle ($\varnothing \ll \lambda/d$), $I(\theta(t))$ est simplement la réponse de l'instrument $R(\theta)$

- pour une source étendue de $\varnothing < \lambda/d$, la réponse de l'interféromètre ne tombe jamais à 0, mais on observe toujours des fluctuations de $I(\theta(t))$

(I = convolution de R par la distribution de brillance de la source)

⇒ le contraste est défini comme l'amplitude de la modulation:

$$|V(d)| = [I_{\max}(\theta) - I_{\min}(\theta)] / [I_{\max}(\theta) + I_{\min}(\theta)]$$

$|V|=1$ pour une source ponctuelle,

↓ quand la dimension de la source ↑

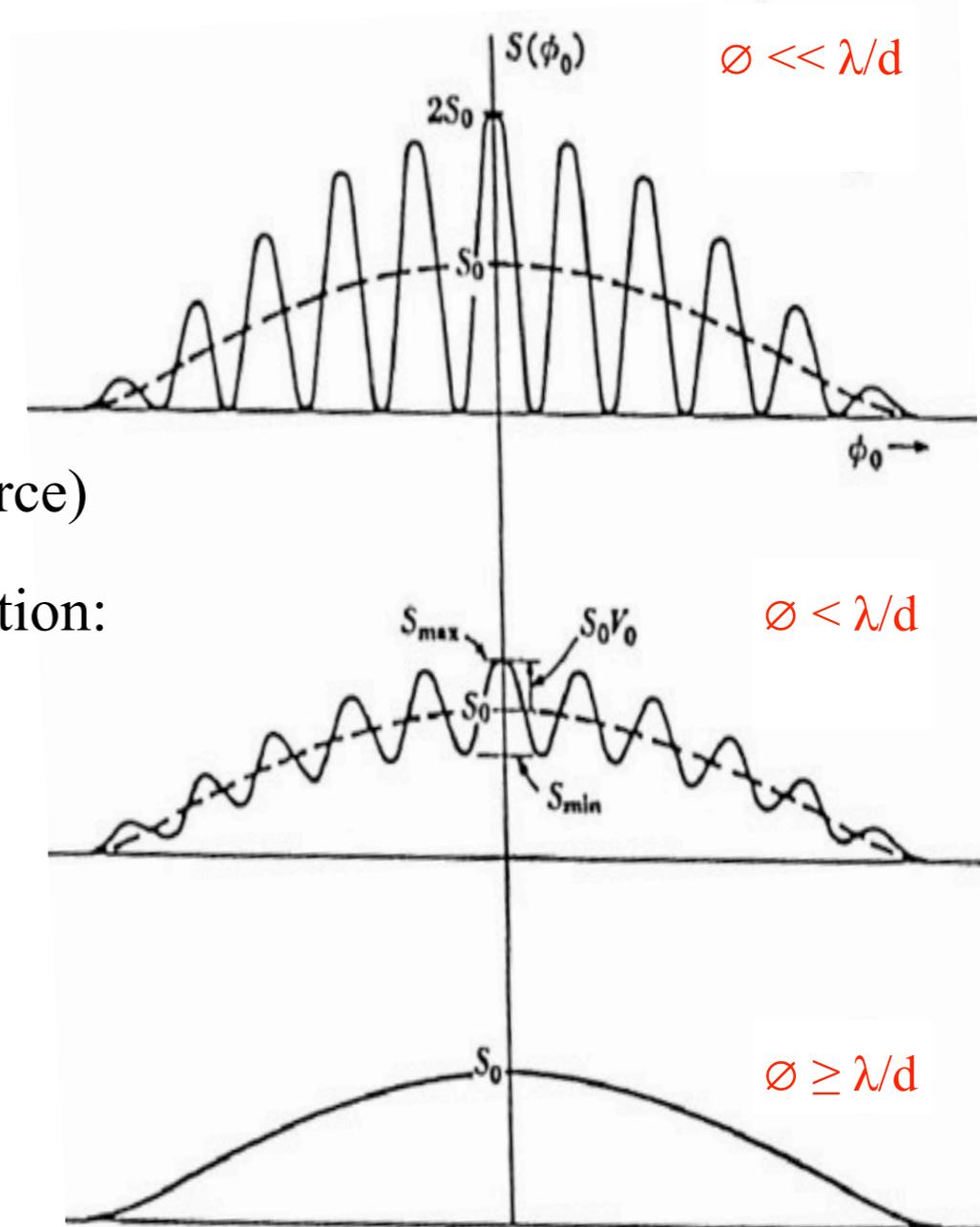
- pour une source étendue de $\varnothing > \lambda/d$, la réponse de l'interféromètre se réduit à la figure de diffraction de chaque télescope

⇒ on n'observe plus de franges: $|V|=0$

⇒ on perd la résolution des observations interférométriques

⇒ un interféromètre (à 2 antennes) n'est sensible qu'aux résolutions angulaires

$\sim \lambda/d$ (l'information "utile" est la mesure du contraste V , en amplitude et en phase)



- Imagerie d'une source étendue

Interféromètre à 2 antennes en somme (Σ) [antennes identiques & omnidirectionnelles]

$$E_{\oplus} = \exp(i2\pi vt) \int_{\text{source}} E(\theta) [1 + \exp(-i\psi)] d\theta \quad (\text{à } 2D \text{ } d\theta d\varphi)$$

$$\Rightarrow P_{\oplus} = \langle E_{\oplus} \cdot E_{\oplus}^* \rangle_{|\Delta t \gg 1/v}$$

$$= \int_{\text{source}} 2 E(\theta)^2 [1 + \cos\psi] d\theta$$

$$= \int_{\text{source}} 2 E(\theta)^2 d\theta + \int_{\text{source}} 2 E(\theta)^2 \cos\psi d\theta$$

$$= 2 \int_{\text{source}} T_A(\theta) d\theta + 2 \int_{\text{source}} T_A(\theta) \cos\psi d\theta$$

$$P_{\oplus} = 2 \langle T_A \rangle_{|\text{source}} + 2 \text{Re} \left(\int_{\text{source}} T_A(\theta) \exp(i\psi) d\theta \right)$$

$$\psi = 2\pi d \sin\theta / \lambda$$

$$\approx 2\pi d\theta / \lambda$$

$$T_A(\theta) \approx E(\theta) \cdot E(\theta)^*$$

$$\approx |E(\theta)|^2$$

On définit la visibilité complexe :

$$V(d) = \left(\int_{\text{source}} T_A(\theta) \exp(i\psi) d\theta \right) / \left(\int_{\text{source}} T_A(\theta) d\theta \right)$$

$$V(d) = \left(\int_{\text{source}} T_A(\theta) \exp(i\psi) d\theta \right) / \langle T_A \rangle_{|\text{source}}$$

$$\Rightarrow P_{\oplus} = 2 \langle T_A \rangle_{|\text{source}} [1 + \text{Re}(V(d))]$$

Interféromètre à 2 antennes en produit (Π) ou corrélation [antennes identiques & omnidirectionnelles]

$$P_{\otimes} = \langle E_1 \cdot E_2^* \rangle_{|\Delta t \gg 1/v} = \int_{\text{source}} E(\theta)^2 \exp(i\psi) d\theta = \left(\int_{\text{source}} T_A(\theta) \exp(i\psi) d\theta \right)$$

d'où

$$P_{\otimes} = V(d) \langle T_A \rangle_{|\text{source}} \quad \text{ou} \quad V(d) = P_{\otimes} / \langle T_A \rangle_{|\text{source}}$$

Notion de fréquence spatiale

Pour une ouverture (pupille) dans le plan xOy , on a vu que l'amplitude reçue dans la direction θ est :

$$E(\theta) = \int_{\text{pupille}} E_0 \exp(i2\pi vt) \exp(-i\psi) dx \quad \text{avec un déphasage } \psi = \mathbf{k} \cdot \mathbf{x} = 2\pi x \sin\theta / \lambda \approx 2\pi x \theta / \lambda$$
$$= E_0 \exp(i2\pi vt) \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \exp(-i2\pi x \theta / \lambda) dx$$

avec $f(x) = 1$ pour $x \in \text{pupille}$, $f(x) = 0$ ailleurs

$$E(\theta) = \text{TF}(E(x)) \quad \text{où } E(x) = [E_0 \exp(i2\pi vt)] \times f(x) \quad \text{est la distribution des amplitudes sur l'ouverture}$$

θ (ou $\sin\theta$) et x/λ sont des variables conjuguées

$u = x/\lambda$ est la fréquence spatiale associée à l'échelle angulaire caractéristique $\theta = u^{-1}$

A deux dimensions (u,v) sont les fréquences spatiales, définies sur le plan pupille (l'ouverture), conjuguées des coordonnées angulaires (θ, ϕ)

$(u = x/\lambda, v = y/\lambda)$ s'expriment en $[\text{rad}^{-1}]$ ou $[^\circ^{-1}]$, avec (x,y) = coordonnées dans le plan pupille

$$\Rightarrow E(\theta, \phi) = \text{T.F.} [E(u,v)] \Leftrightarrow E(u,v) = \text{T.F.}^{-1} [E(\theta, \phi)]$$

La visibilité complexe s'écrit donc plus généralement (à 2D) :

$$V(u,v) = \left(\int_{\text{source}} T_A(\theta, \phi) \exp[i2\pi(u\theta + v\phi)] d\theta d\phi \right) / \left(\int_{\text{source}} T_A(\theta, \phi) d\theta d\phi \right)$$

$$\Rightarrow V(u,v) = t_A(u,v) / \langle T_A \rangle_{\text{source}}$$

Théorème de Zernike-Van Cittert : la visibilité complexe (ou facteur de cohérence) est la T.F. de la distribution spatiale d'intensité (apparente) de la source normalisée par son intensité moyenne.

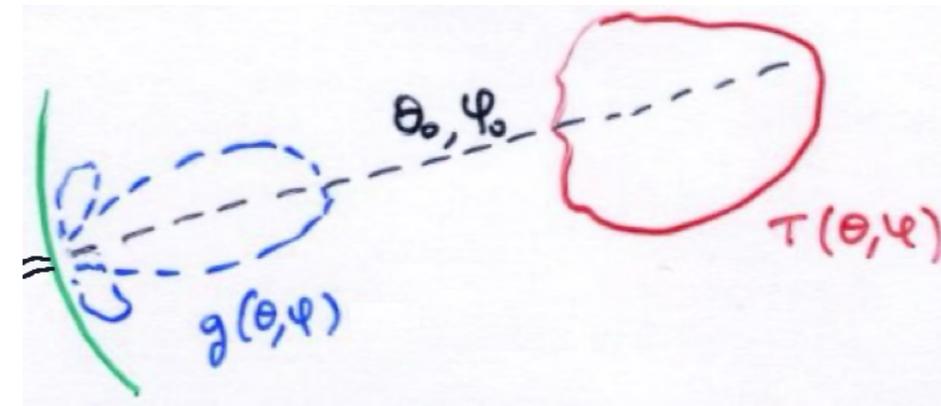
$$\text{Comme: } V(u,v) = P_{\otimes} / \langle T_A \rangle_{\text{source}} \Rightarrow V(u,v) = \langle E(0,0) \cdot E(u,v)^* \rangle / \langle T_A \rangle_{\text{source}}$$

la visibilité complexe est mesurée sous forme de corrélations dans l'ouverture (à une constante près)

• Imagerie d'une source étendue par une antenne (ou un réseau d'antennes) quelconque

Une antenne $g(\theta, \phi)$ pointant dans la direction (θ_0, ϕ_0) pour observer une source de distribution de brillance $T(\theta, \phi)$ produit une image

$$\Rightarrow T_A(\theta_0, \phi_0) = 1/4\pi \times \int_{\text{source}} T(\theta, \phi) \times g(\theta_0 - \theta, \phi_0 - \phi) d\Omega = 1/4\pi \times [g \otimes T](\theta_0, \phi_0)$$



On peut décomposer l'objet $T(\theta, \phi)$ par Transformée de Fourier spatiale (angulaire) 2D

$$T(\theta, \phi) = \text{T.F.} [t(u, v)] \Leftrightarrow t(u, v) = \text{T.F.}^{-1} [T(\theta, \phi)]$$

$$\Rightarrow t_A(u, v) = G(u, v) \cdot t(u, v)$$

$$\text{avec } T_A(\theta, \phi) = \text{T.F.} [t_A(u, v)] \Leftrightarrow t(u, v) = \text{T.F.}^{-1} [T(\theta, \phi)]$$

et $G(u, v) = 1/4\pi \times \text{T.F.} [g(\theta, \phi)] =$ "fonction de transfert" de l'antenne

↓

"réponse impulsionnelle" de l'antenne [$t(u, v) = 1$ pour $T(\theta, \phi) = \delta$]

L'antenne est un filtre linéaire complexe des fréquences spatiales de la source

$$\underline{NB} : G(0, 0) = 1/4\pi \times \int g(\theta, \phi) e^{-iu\theta} e^{-iv\phi} d\Omega = 1/4\pi \times \int g(\theta, \phi) d\Omega = 1$$

correspond au fait que l'antenne se met en équilibre thermodynamique avec une source étendue (pour $\omega_{\text{source}} > \Omega$, lobe principal $\rightarrow T_A = T_{\text{source}}$)

Comment calculer $G(u,v)$?

Pour une source ponctuelle : $T(\theta,\phi) = \delta(\theta_0,\phi_0) \Rightarrow T_A(\theta,\phi) = 1/4\pi \times g(\theta_0,\phi_0)$
 $t(u,v) = 1 \Rightarrow t_A(u,v) = G(u,v)$

Or on a vu que pour une source ponctuelle:

$$E(\theta,\phi) = \text{T.F.} [E(u,v)] = \text{T.F.} [E_0 \exp(i2\pi vt)] \times f(u,v)]$$

↓

distribution de champ à l' ∞

↓

distribution de champ sur l'antenne

$$T_A(\theta,\phi) = E(\theta,\phi).E(\theta,\phi)^* = |E(\theta,\phi)|^2 \quad (\text{diagramme de rayonnement en puissance})$$

$$\Rightarrow t_A(u,v) = G(u,v) = E(u,v) \otimes E^*(u,v)$$

La T.F. de l'image d'une source ponctuelle est la fonction de transfert de l'instrument = fonction d'autocorrélation de la distribution de champ (uniforme) sur l'ouverture = autocorrélation de la pupille.



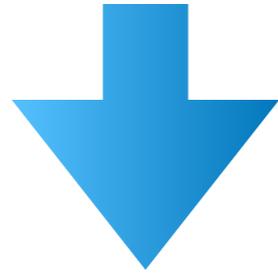
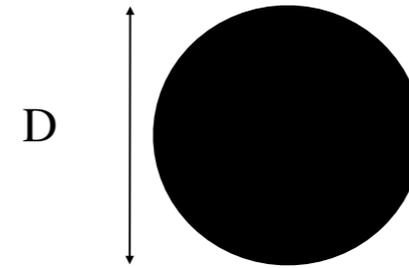
L'image d'une source ponctuelle (la PSF) est la T.F. de l'autocorrélation de la pupille.

- Comparaison des domaines temporels et spatiaux :

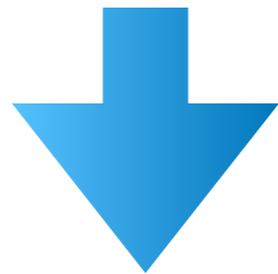
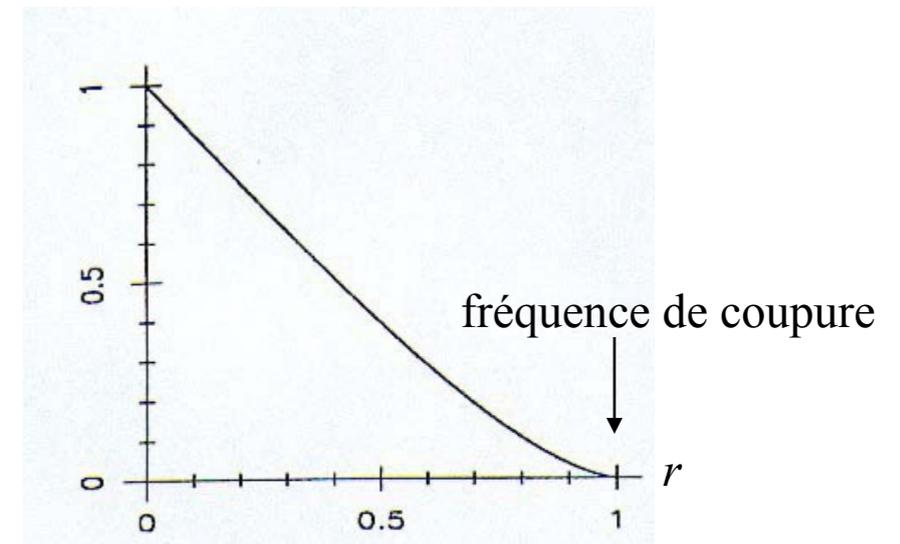
Temporel (électronique, 1D)	Spatial (optique, 2D)
fréquence temporelle ν	Fréquences spatiales (u,v)
Filtre passe-bas	Télescope unique
Filtre passe-bande	Interféromètre à 2 antennes
Fonction de transfert	Fonction d'étalement de point, ou PSF

Ex: Pupille circulaire

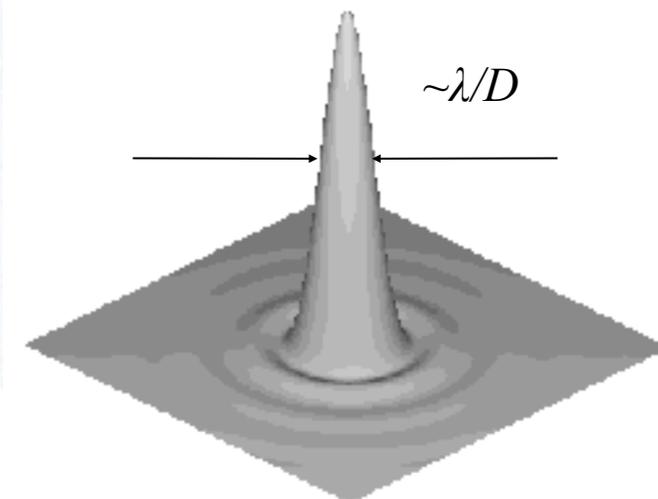
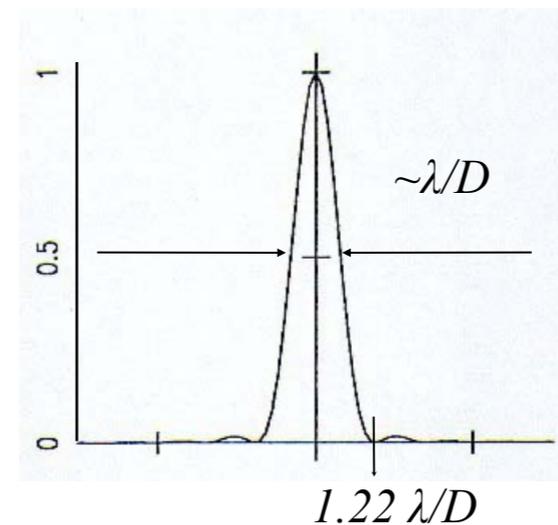
$$E(u,v) = 1 \text{ pour } (u^2+v^2)^{1/2} \leq D/2, = 0 \text{ sinon}$$



$$G(u,v) = 2/\pi [\arccos(r) - r(1-r^2)^{1/2}] \text{ avec } r = (\lambda/D) (u^2+v^2)^{1/2}$$



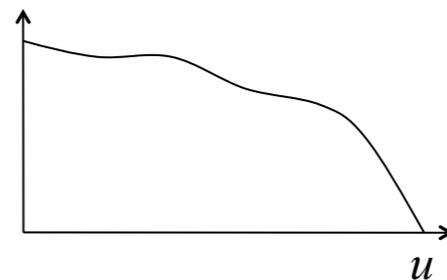
$$g(\alpha) = [2J_1(\pi D\alpha/\lambda)/(\pi D\alpha/\lambda)]^2 \text{ avec } \alpha = (\theta^2+\phi^2)^{1/2}$$



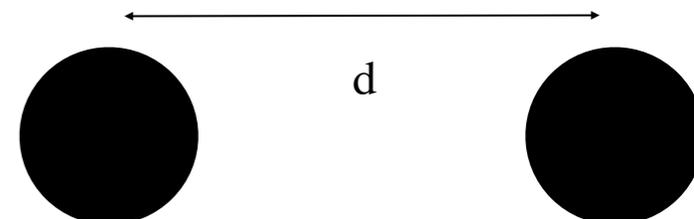
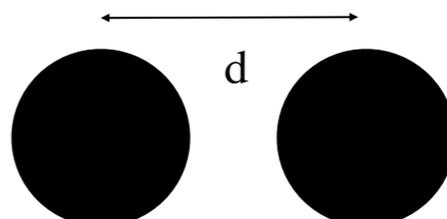
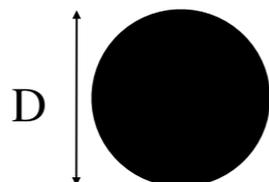
Objet
 $T(\theta, \varphi)$



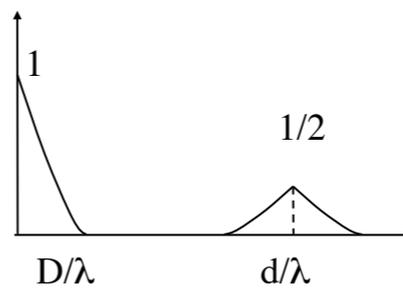
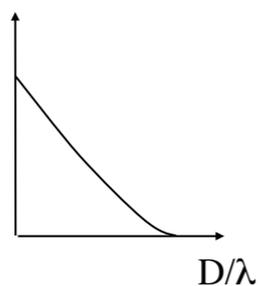
Spectre de l'objet
 $t(u, v)$



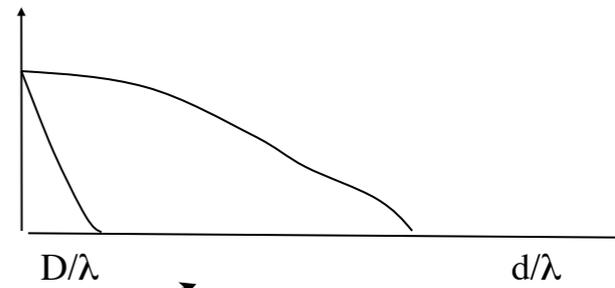
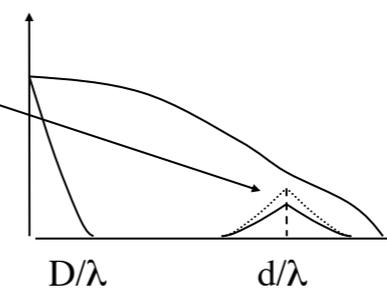
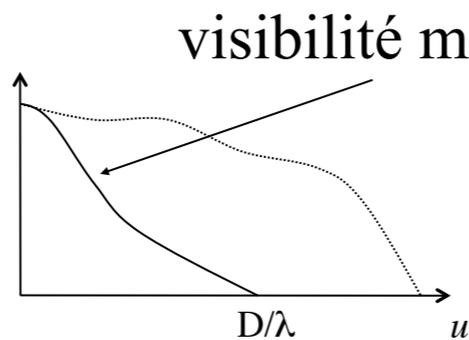
Pupille
 $E(u, v)$



Fonction de transfert
 $G(u, v)$



Spectre « spatial » de l'objet
 $t_A(u, v) = G(u, v) \cdot t(u, v)$
 $\propto V(u, v)$



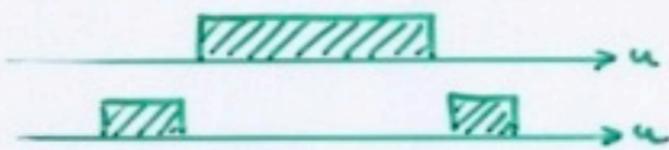
visibilité mesurée

franges !

pas de frange

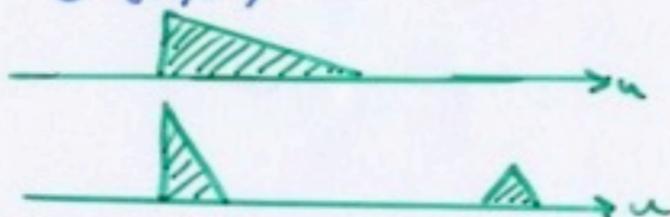
≡

Distribution de champ sur la surface
 $E(u, v) = E\left(\frac{x}{\lambda}, \frac{y}{\lambda}\right)$



↓ autocorrélation

Fonction de Transfert
 $G(u, v)$



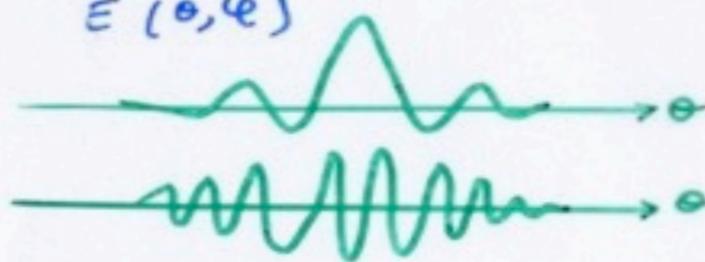
Produit → Signal
 $E_A(u, v)$

Fréquences spatiales (source)
 $t(u, v)$



Diagramme en champ (i/λ)
 $E(\theta, \varphi)$

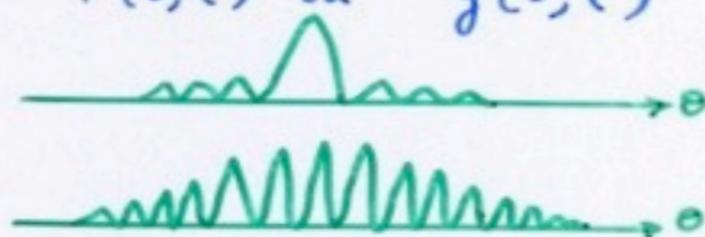
↔ T.F.



× par complexe le conjugué

Diagramme en puissance
 $P(\theta, \varphi)$ ou $g(\theta, \varphi)$

↔ T.F.



↔ T.F. Signal $T_A(\theta, \varphi)$ ← Convolution

Distribution de Brilliance (source)
 $T(\theta, \varphi)$

↔ T.F.



Imagerie de Fourier radio-interférométrique : un très bref résumé

Bleu = définition, Rouge = expressions importantes

Expressions de base pour 2 antennes séparées par d :

Déphasage entre 2 antennes séparées par d :

$$\psi = 2\pi d \sin\theta / \lambda \approx 2\pi d\theta / \lambda \approx 2\pi u\theta$$

- Source ponctuelle

$$P_{\oplus} = 2 E_0^2 (1 + \cos\psi) \quad \leftarrow \text{non utilisé en pratique}$$

$$P_{\otimes} = E_1 \cdot E_2^* = E_0^2 \exp(i\psi) \quad \text{Re}(P_{\otimes}) = E_0^2 \cos\psi$$

$$V(d) = \exp(i\psi)$$

- Source étendue

$$P_{\oplus} = \int_{\text{source}} 2 E(\theta)^2 d\theta + \int_{\text{source}} 2 E(\theta)^2 \cos\psi d\theta$$

$$P_{\oplus} = 2 \langle T_A \rangle_{\text{source}} + 2 \text{Re} \left(\int_{\text{source}} T_A(\theta) \exp(i\psi) d\theta \right)$$

$$\text{Avec } T_A(\theta) \approx E(\theta) \cdot E(\theta)^* \approx |E(\theta)|^2$$

Par extension :

$$V(d) = \left(\int_{\text{source}} T_A(\theta) \exp(i\psi) d\theta \right) / \left(\int_{\text{source}} T_A(\theta) d\theta \right)$$

$$= \left(\int_{\text{source}} T_A(\theta) \exp(i\psi) d\theta \right) / \langle T_A \rangle_{\text{source}}$$

$$\Rightarrow P_{\oplus} = 2 \langle T_A \rangle_{\text{source}} [1 + \text{Re}(V(d))]$$

$$P_{\otimes} = \int_{\text{source}} E(\theta)^2 \exp(i\psi) d\theta = \left(\int_{\text{source}} T_A(\theta) \exp(i\psi) d\theta \right)$$

$$= V(d) \langle T_A \rangle_{\text{source}}$$

Généralisation à 2D (avec $u=x/\lambda$ & $v=y/\lambda$) :

$$V(u,v) = \left(\int_{\text{source}} T_A(\theta,\varphi) \exp[i2\pi(u\theta+v\varphi)] d\theta d\varphi \right) / \left(\int_{\text{source}} T_A(\theta,\varphi) d\theta d\varphi \right)$$

$$V(u,v) = t_A(u,v) / \langle T_A \rangle_{\text{source}} \quad \Rightarrow \text{théorème ZVC}$$

Et

$$V(u,v) = P_{\otimes} / \langle T_A \rangle_{\text{source}} = \langle E(0,0) \cdot E(u,v)^* \rangle / \langle T_A \rangle_{\text{source}}$$

= corrélations mesurées (à une constante près)

avec

$$E(\theta,\varphi) = \text{T.F.} [E(u,v)] \quad \Leftrightarrow \quad E(u,v) = \text{T.F.}^{-1} [E(\theta,\varphi)]$$

- Imagerie d'une source étendue

$$T_A(\theta,\varphi) = 1/4\pi \times [g(\theta,\varphi) \otimes T(\theta,\varphi)]$$

$$\Rightarrow t_A(u,v) = G(u,v) \cdot t(u,v)$$

avec

$$T_A(\theta,\varphi) = \text{T.F.} [t_A(u,v)] \quad \Leftrightarrow \quad t_A(u,v) = \text{T.F.}^{-1} [T_A(\theta,\varphi)]$$

$$T(\theta,\varphi) = \text{T.F.} [t(u,v)] \quad \Leftrightarrow \quad t(u,v) = \text{T.F.}^{-1} [T(\theta,\varphi)]$$

$$G(u,v) = 1/4\pi \times \text{TF}[g(\theta,\varphi)]$$

- Comment calculer $G(u,v)$?

Application à une source ponctuelle :

$$T(\theta,\varphi) = \delta \Rightarrow t(u,v) = 1 \Rightarrow t_A(u,v) = G(u,v)$$

$$T_A(\theta,\varphi) = 1/4\pi \times g(\theta,\varphi) = E(\theta,\varphi) \cdot E(\theta,\varphi)^* = |E(\theta,\varphi)|^2$$

$$\Rightarrow t_A(u,v) = G(u,v) = E(u,v) \otimes E^*(u,v)$$

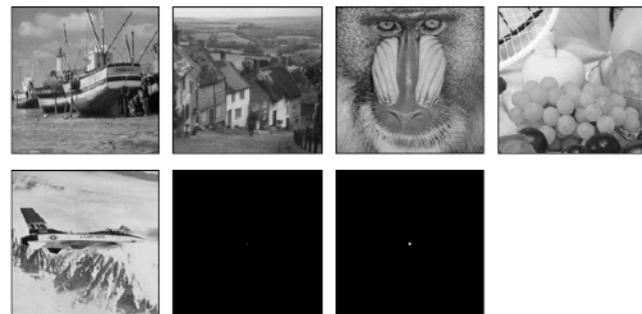
2D Inverse Fourier Transform Playground

<https://monman53.github.io/2dffft/>

Original image or the result of backward Fourier transform of forward Fourier transform (spectrum).



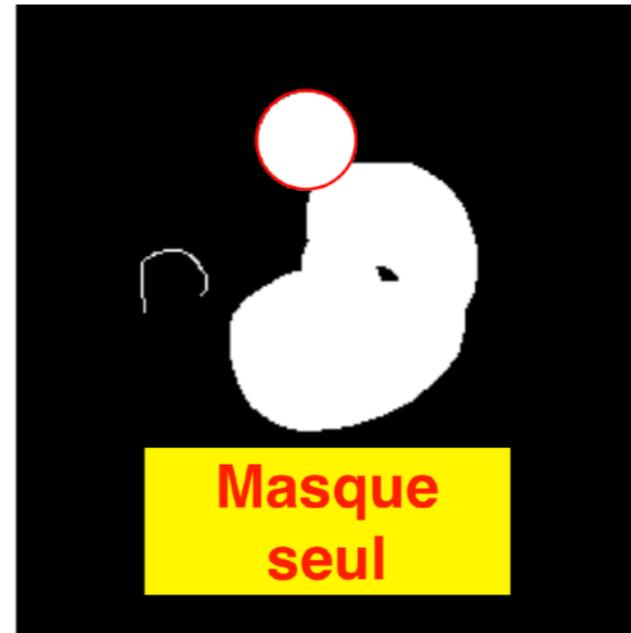
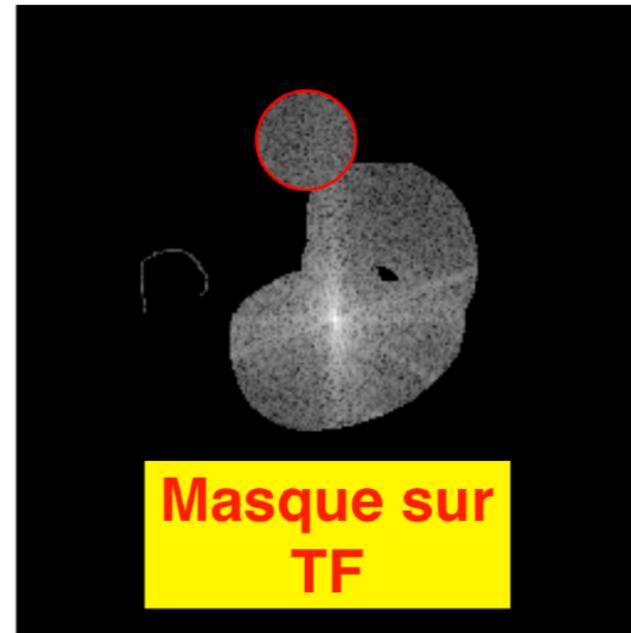
Image URL:
or Aucun fichier sélectionné.



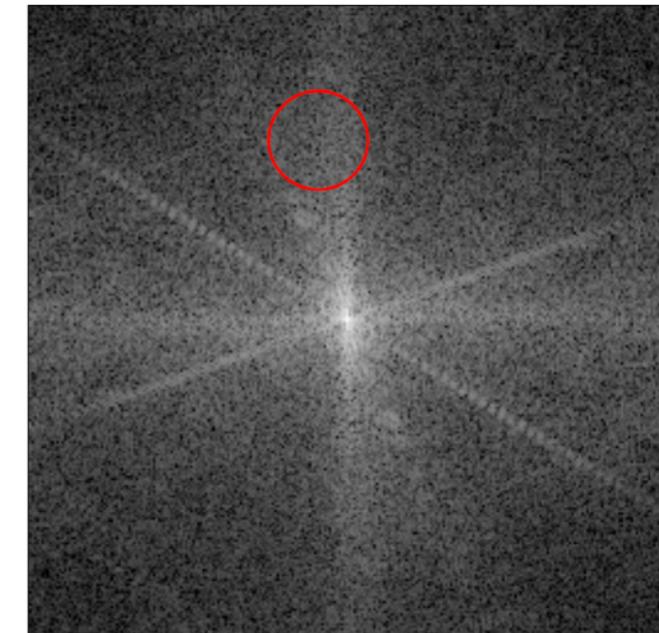
The result of backward (inverse) Fourier transform of masked spectrum.



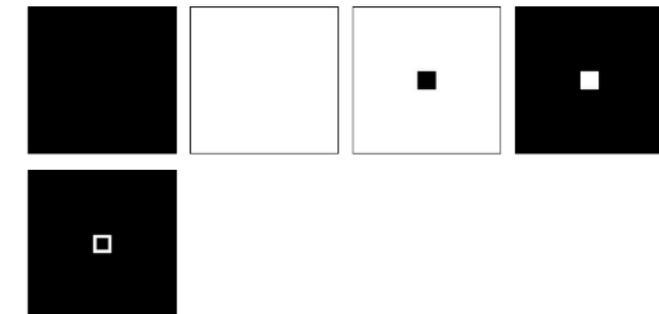
- **Left-drag:** Scratch mask
- **Right-drag:** Restore mask
- **Wheel:** Change circle size



The result of forward Fourier transform of original image. The actual values are complex numbers, but absolute values are used here for visualization.



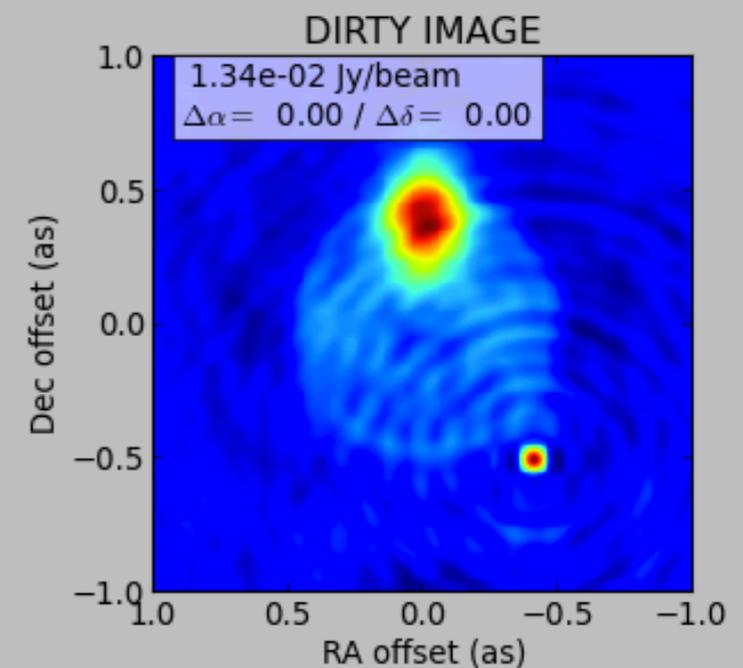
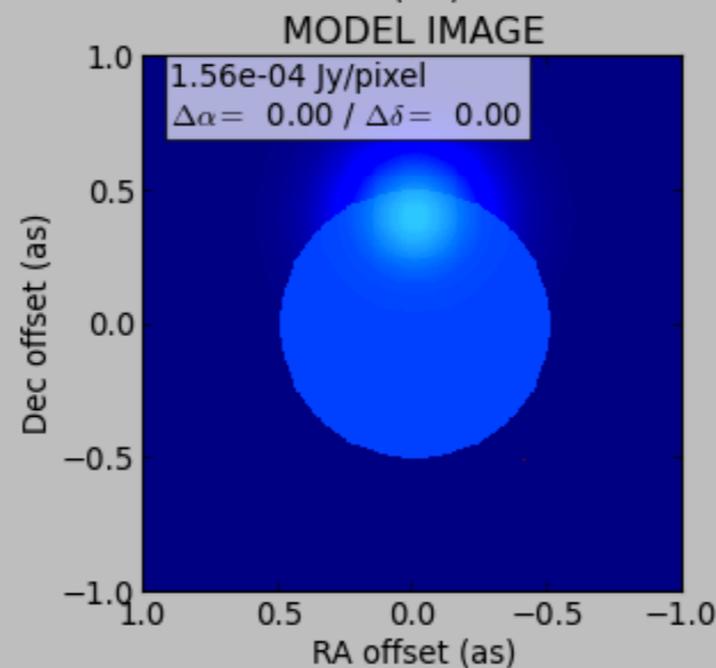
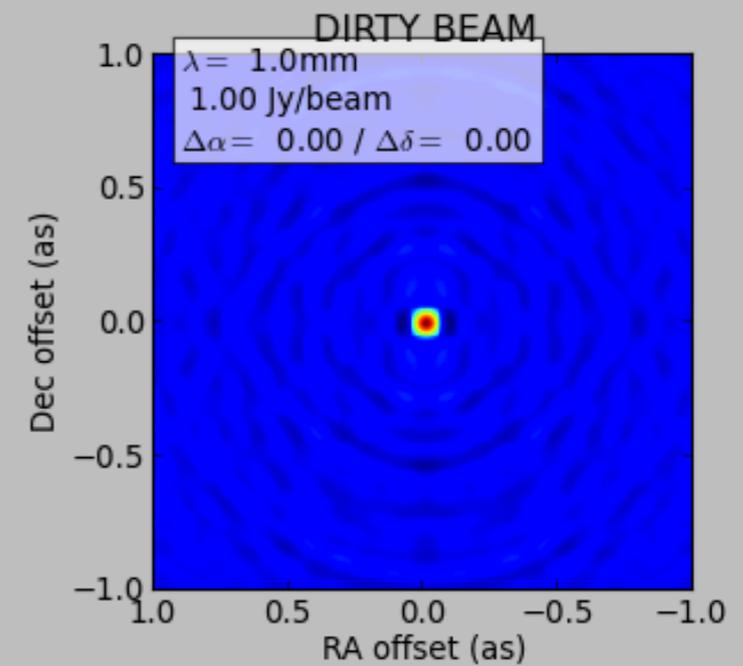
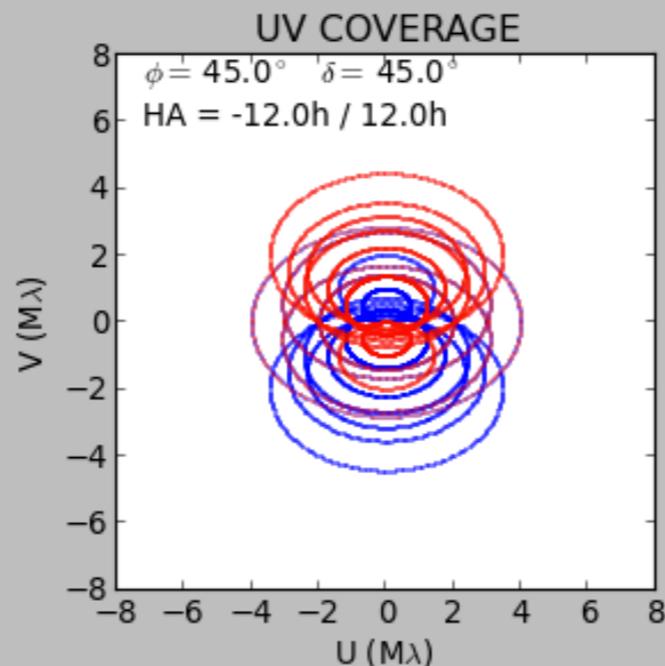
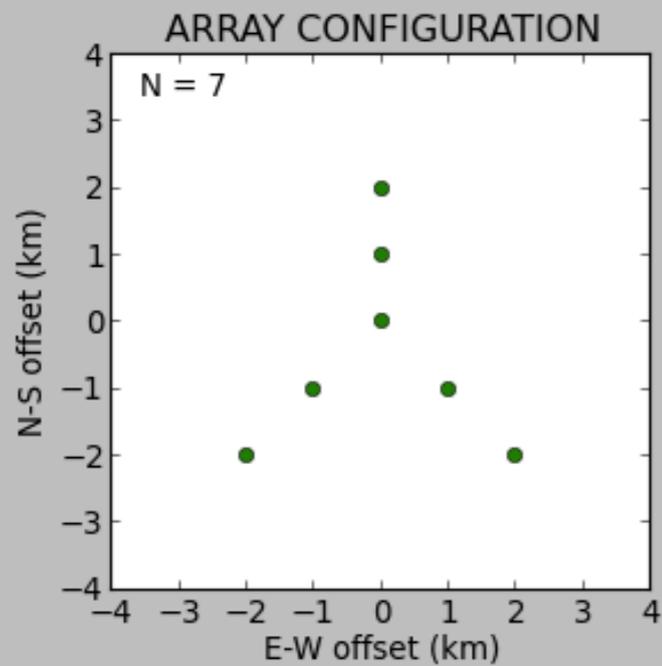
Mask URL:
or Aucun fichier sélectionné.



Aperture Synthesis Simulator: ApSynSim

<https://launchpad.net/apsynsim> ou

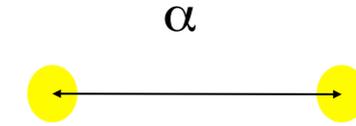
<https://github.com/marti-vidal-i/APSYNM.git> (Code → Download ZIP) (recommandé)



Lat (deg)	<input type="range" value="45.00"/>	45.00
Dec (deg)	<input type="range" value="45.00"/>	45.00
H ₀ (h)	<input type="range" value="-12.00"/>	-12.00
H ₁ (h)	<input type="range" value="12.00"/>	12.00
λ (mm)	<input type="range" value="1.00"/>	1.00
Robust	<input type="range" value="0.00"/>	0.00
<input type="button" value="+ Antenna"/> <input type="button" value="- Antenna"/>		
<input type="button" value="Save array"/> <input type="button" value="Load array"/> <input type="button" value="Load model"/>		

- Étoile binaire :

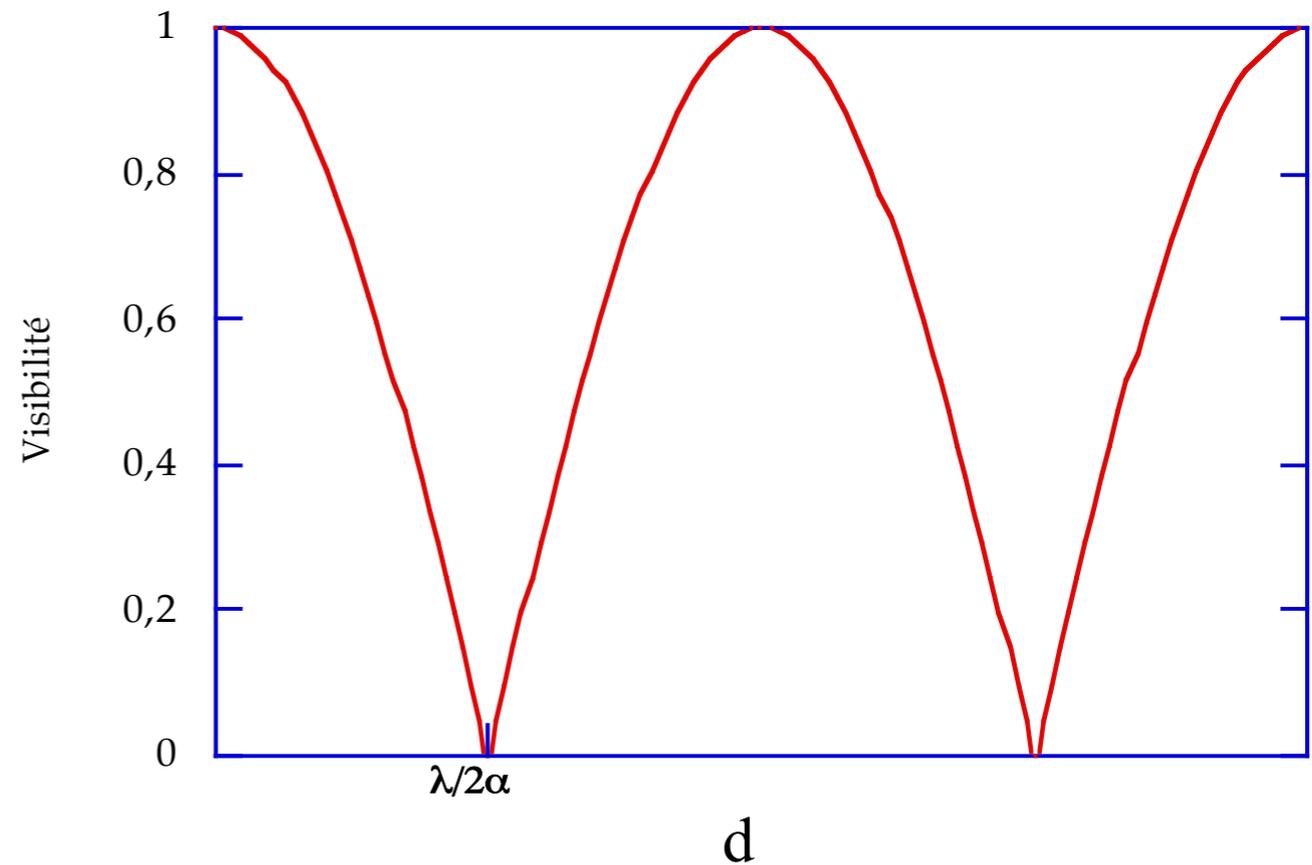
Distribution de brillance : $T(\theta) \propto \delta(-\alpha/2) + \delta(\alpha/2)$
 \Rightarrow spectre : $t(u) \propto \cos(\pi \alpha u)$

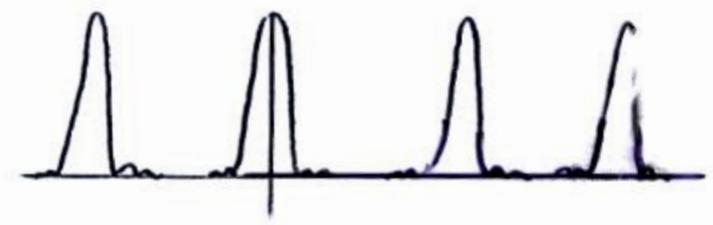
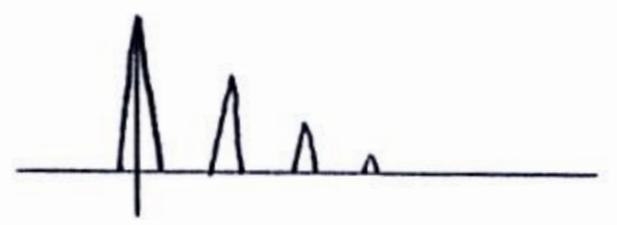
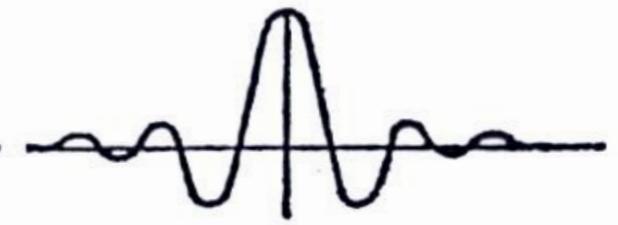
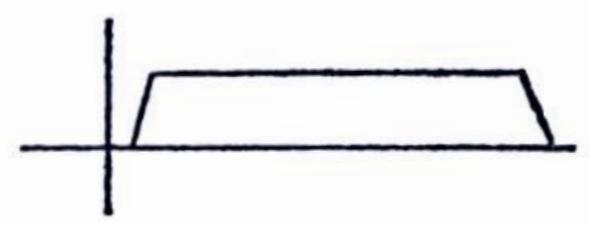
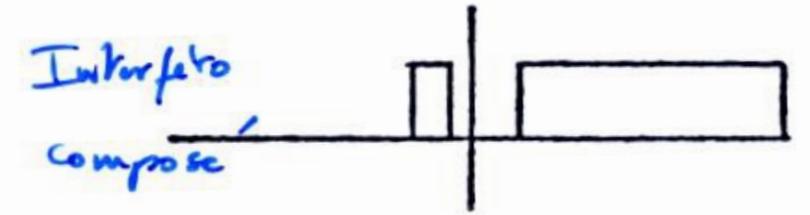
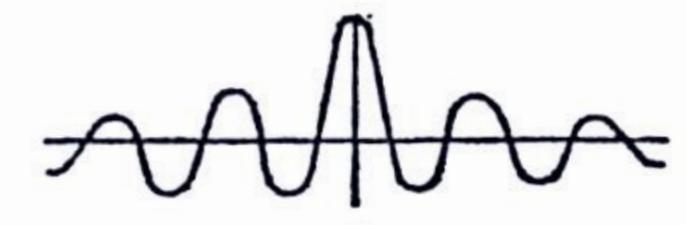
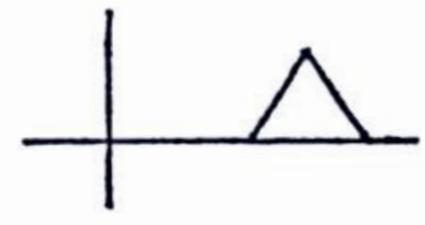
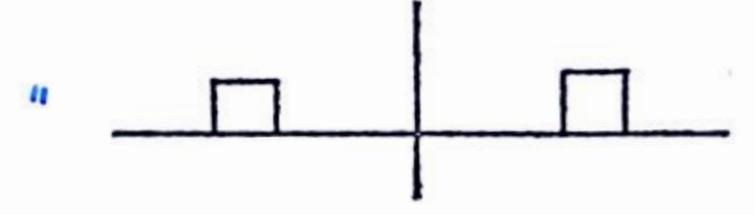
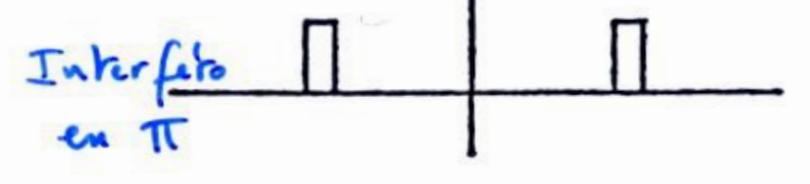
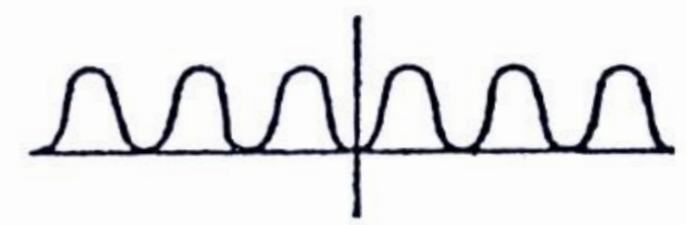
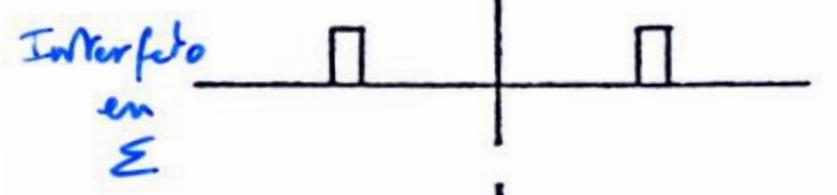
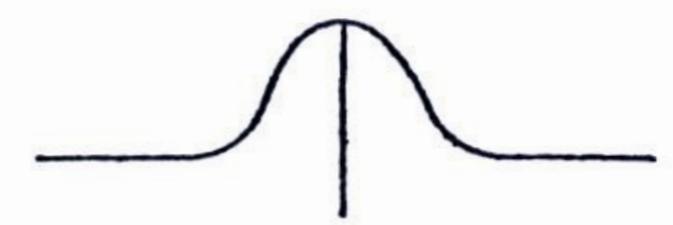
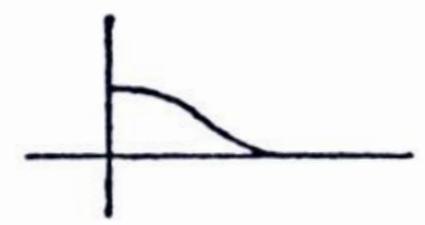
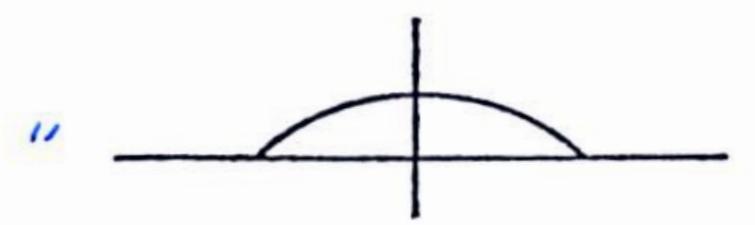
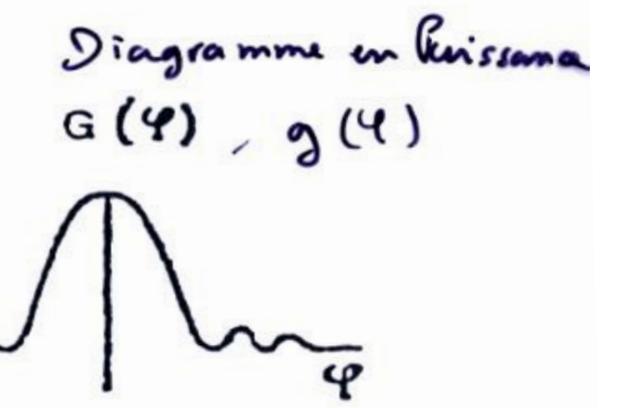
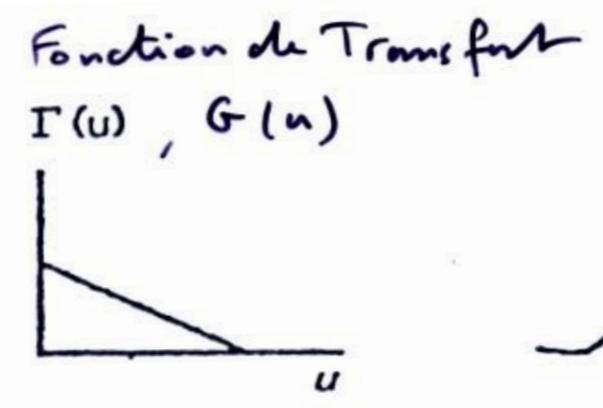
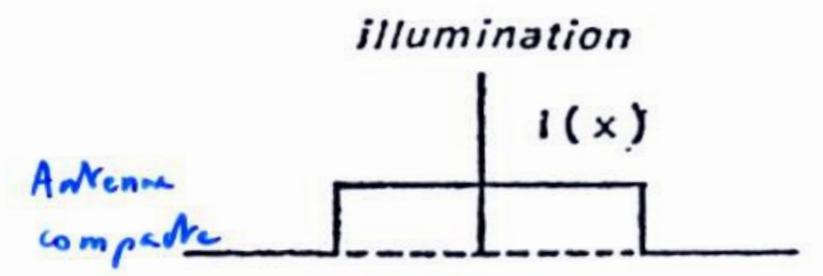


Fonction de visibilité à 2 antennes séparées de d :

$$G(u) = \delta(u) = \delta(d/\lambda) \Rightarrow t_A(u) \propto V(u) = V(d/\lambda) = \cos(\pi \vec{\alpha} \cdot \vec{d} / \lambda)$$

$|V(u)|$ pour $d // \alpha$:





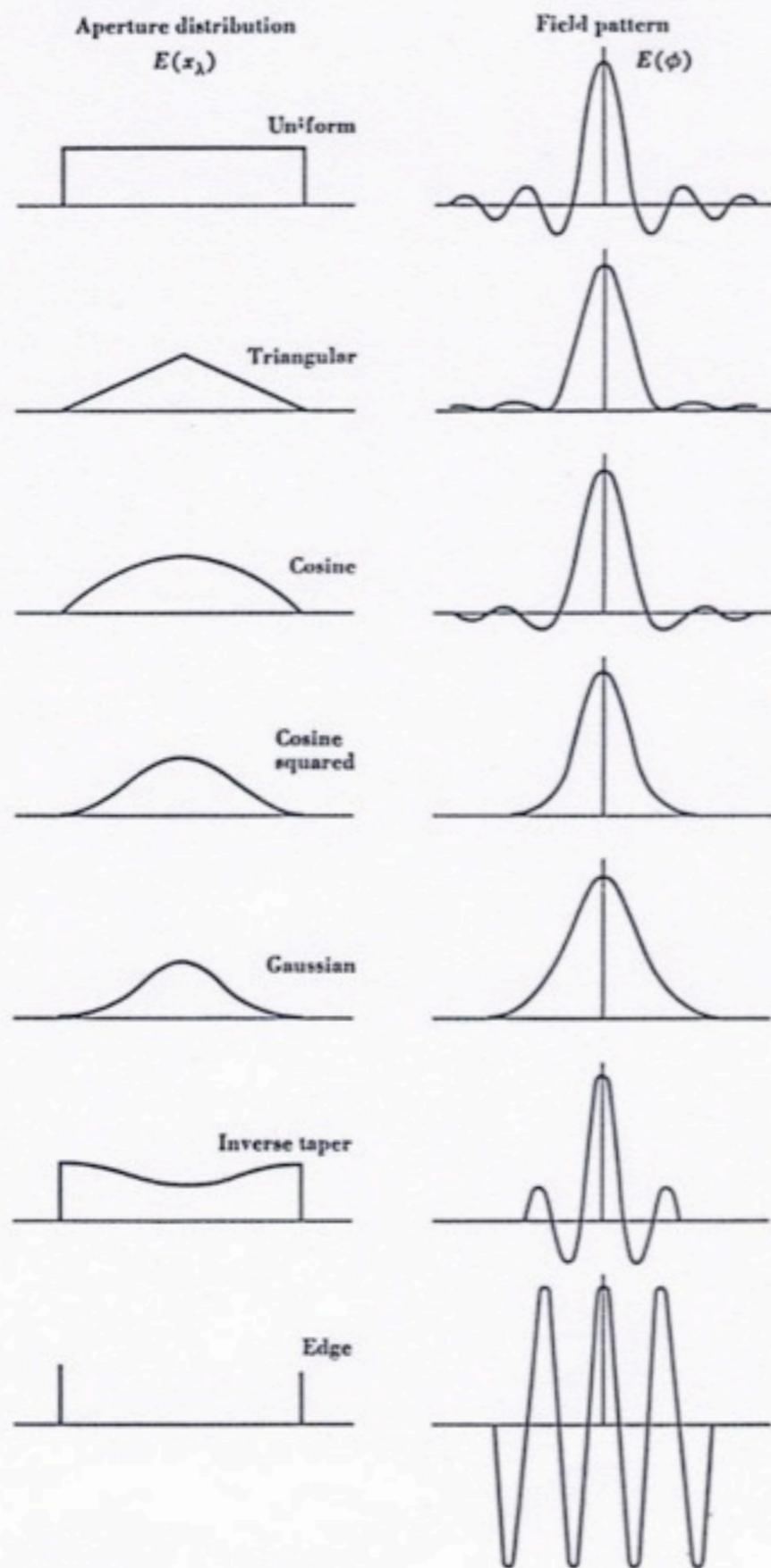


Fig. 6-9. Different aperture distributions with associated antenna patterns.

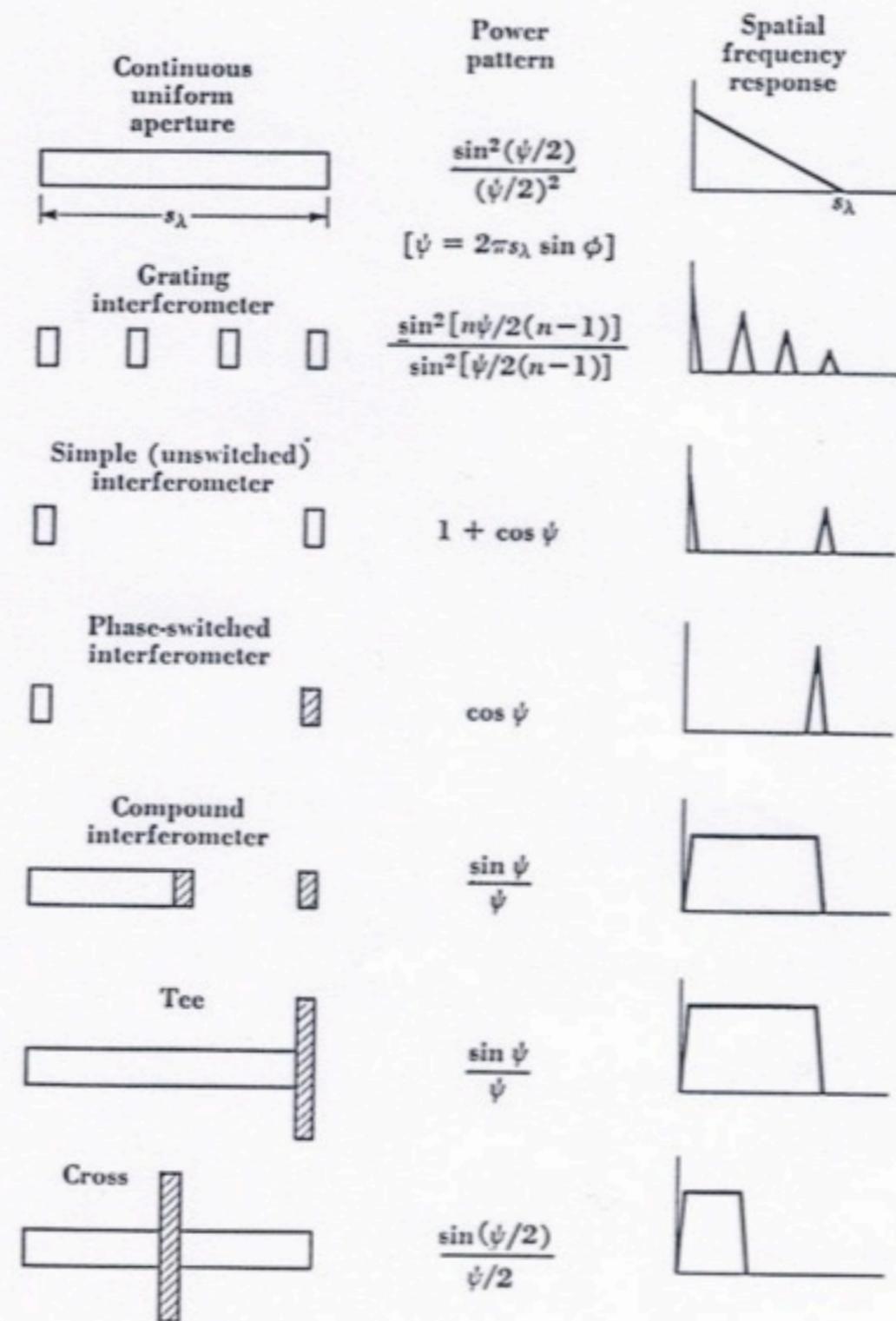


Fig. 6-31. Spatial-frequency characteristics and power-pattern expressions for a continuous uniform aperture and various interferometer arrangements. The switched portions of the interferometers are shaded. The width of the narrow interferometer elements is neglected in the pattern expressions.

• Mesure de la visibilité complexe $t_A(u,v) \propto V(u,v)$

La visibilité complexe (ou facteur de cohérence spatiale) s'exprime comme le taux de corrélation entre les champs aux deux points (1 & 2) définissant la base (u,v) :

$$V(u,v) = \text{Corr}(E_1(t), E_2(t)) = \langle E_1(t) \cdot E_2^*(t) \rangle / (\langle |E_1(t)|^2 \rangle \cdot \langle |E_2(t)|^2 \rangle)^{1/2}$$

avec $\langle \dots \rangle = \langle \dots \rangle_{|\Delta t \gg 1/v}$

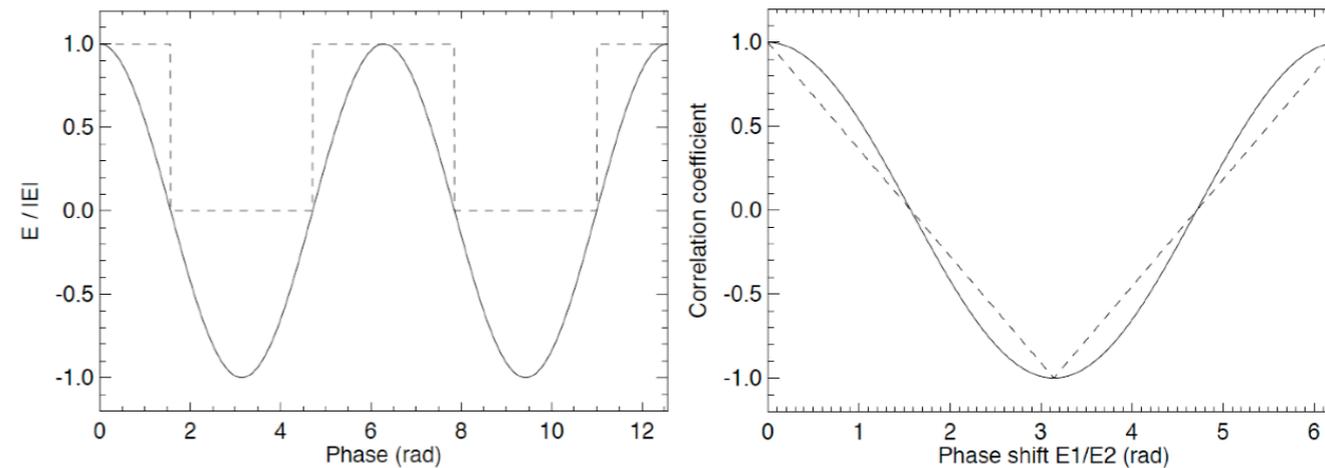
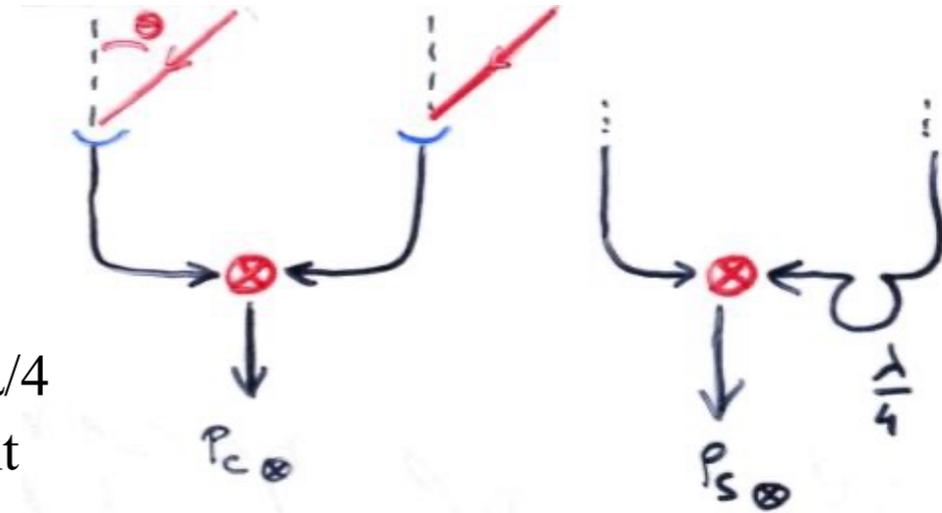
$$V(u,v) = P_{\otimes} / E_1 \cdot E_2 \approx \exp(i\psi) \text{ pour chaque point de la source}$$

En analogique, on mesure $\text{Re}(P_{\otimes} / E_1 \cdot E_2) \approx \cos(\psi) = P_{c\otimes}$
 et, après insertion d'un déphasage (longueur de câble) supplémentaire $\lambda/4$ sur le trajet de la 2^{ème} antenne au corrélateur, on obtient (successivement ou simultanément avec 2 corrélateurs) $\text{Re}(P'_{\otimes} / E_1 \cdot E_2) \approx \cos(\psi + \pi/2) = \sin(\psi) = P_{s\otimes}$

d'où on tire : $P_{\otimes} = P_{c\otimes} + i P_{s\otimes}$

En numérique, on peut directement mesurer P_{\otimes} (amplitude et phase de la corrélation).
 On a vu qu'on pouvait se limiter à une corrélation à 1-bit (signe de $E_1(t)$ et $E_2(t)$) pour des signaux de faible dynamique

$$\Rightarrow P_{c\otimes 1\text{-bit}}(t) = 1 - 2\psi/\pi \rightarrow \text{estimateur de } P_{c\otimes}(t) = \cos(\psi)$$



NB :

- si les gains (g_i) et les phases (ϕ_i) des antennes

de l'interféromètre ne sont pas identiques, on mesure en fait $g_1 g_2 \cdot \exp[i(\phi_1 - \phi_2)] \times t_A(u,v)$

\Rightarrow nécessité d'étalonner / t les g_i et ϕ_i via l'observation de radiosources "étalon" (intenses, connues – ex: Cyg A)

- Cohérence temporelle

Les calculs précédents supposent des signaux monochromatiques.

Pour un spectre fini de largeur $\Delta\nu$, E_o a une amplitude variable :

$E_o(t) = E_o \times \text{TF}(E(\nu)) = E_o \times \text{sinc}(\pi t \Delta\nu)$ e.g. pour une bande spectrale rectangulaire
 $\tau \sim 1/\Delta\nu = \text{durée caractéristique d'un paquet d'onde cohérent}$

$$E_1 = E_o(t) \exp(i2\pi\nu t) \quad E_2 = E_o(t-\tau) \exp[i(2\pi\nu t - \psi)]$$

$$\text{avec } \tau = d \sin\theta / c \quad \text{et} \quad \psi = 2\pi d \sin\theta / \lambda = 2\pi\nu \tau$$

$$\text{d'où } P_{\otimes} = \langle E_1 \cdot E_2^* \rangle = \langle E_o(t) \cdot E_o(t-\tau) \rangle \times \exp(i\psi) = E_o^2 \exp(i\psi) \times c(\tau)$$

avec $c(\tau)$ la "fonction de cohérence"

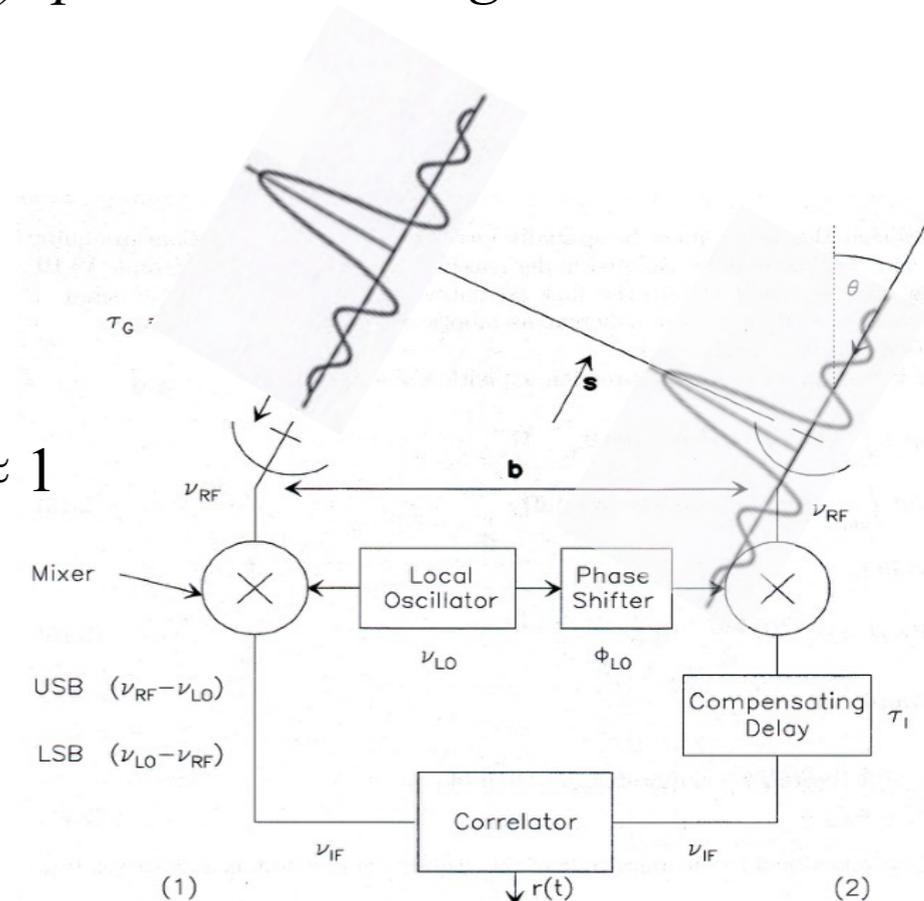
$$\text{Ex: } c(\tau) = \left(\int E^2(\nu) \exp(i2\pi\nu\tau) d\nu \right) / \left(\int E^2(\nu) d\nu \right) = \text{sinc}^2(\pi\tau \Delta\nu) \text{ pour } \Delta\nu \text{ rectangulaire}$$

Pour limiter la perte de cohérence, donc la décroissance du coefficient de corrélation, on intercale des "lignes à retard" (longueurs de câbles) multiples de λ , pour compenser approximativement la différence de marche $c\tau$:

$$\tau \rightarrow \tau' = \tau - n\lambda/c = \tau - n/\nu \sim 0 \quad \text{et rester dans le régime où } c(\tau') \approx 1$$

sans modifier la cohérence spatiale ($\psi' = \psi - 2\pi n$)

= « fringe stopping », équivalent au pointage électronique de la frange centrale de l'interféromètre par multiples de $\lambda \sim$ en direction de la source lors d'une poursuite de source.



• Synthèse d'ouverture

Un interféromètre linéaire (1D) fournit une coupe à travers le plan (u,v) des fréquences spatiales de la source, parallèlement à la direction de sa base projetée sur le ciel

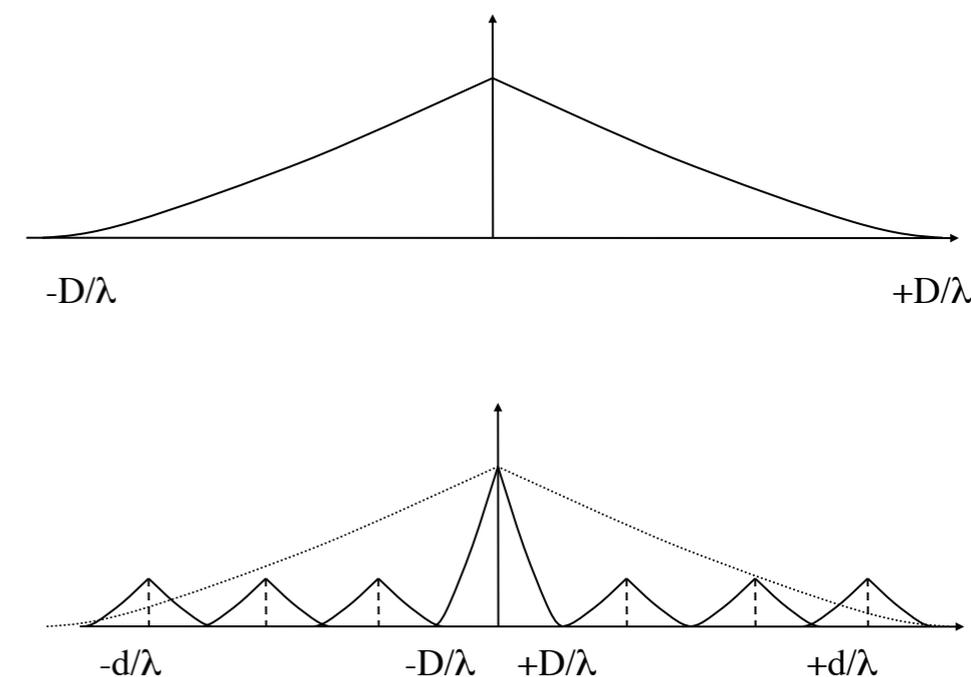
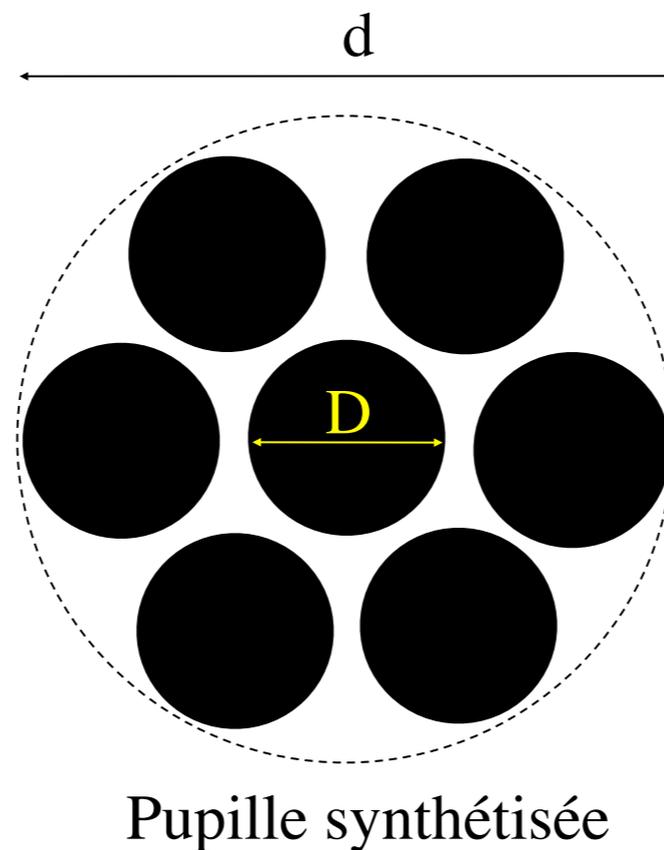
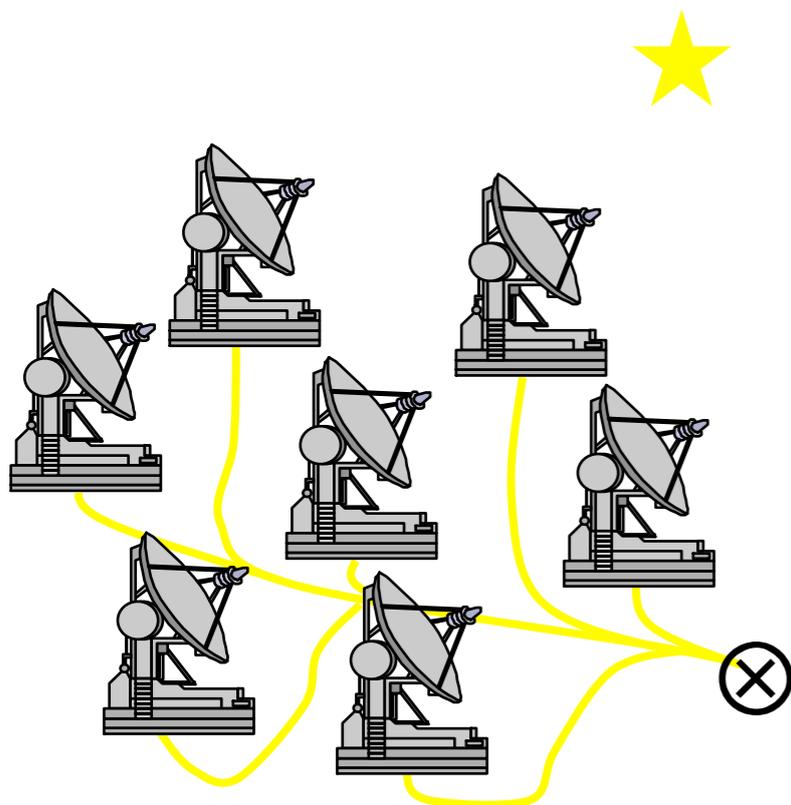
Nécessité de bases multiples à 2D pour imager une source bidimensionnelle

→ bon échantillonnage des mesures de la visibilité complexe $t_A(u,v)$

⇒ reconstruction d'une "image" $T(\theta,\phi)$ par TF

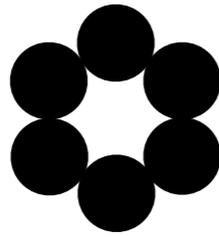
L'information sur la structure de la source est contenue dans chaque composante non nulle de $t_A(u,v)$
⇒ l'important est la couverture du plan (u,v) , les redondances sont inutiles (sauf pour augmenter le SNR).

Avec une pupille pleine, les basses fréquences sont privilégiées par rapport aux hautes fréquences (images plus contrastées aux basses fréquences qu'aux hautes fréquences spatiales).

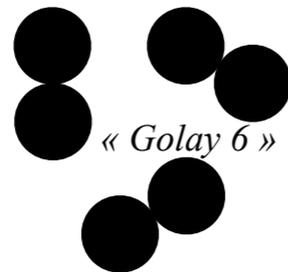


Non redondance

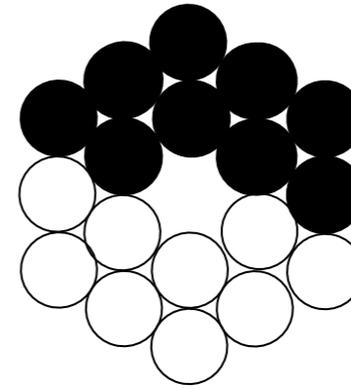
Pupille



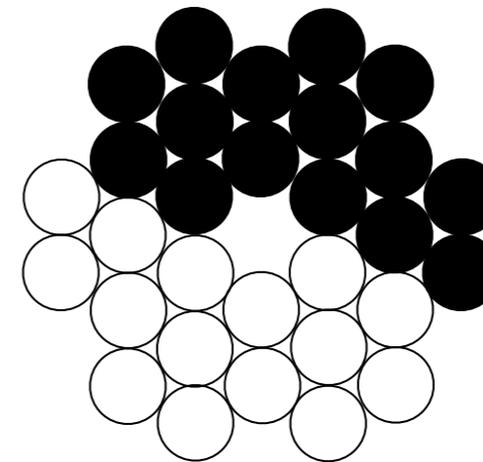
$N(N-1)/2$ lignes de base indépendantes



Fonction de transfert



9 fréquences spatiales mesurées dont 6 redondantes



15 fréquences spatiales uniques mesurées

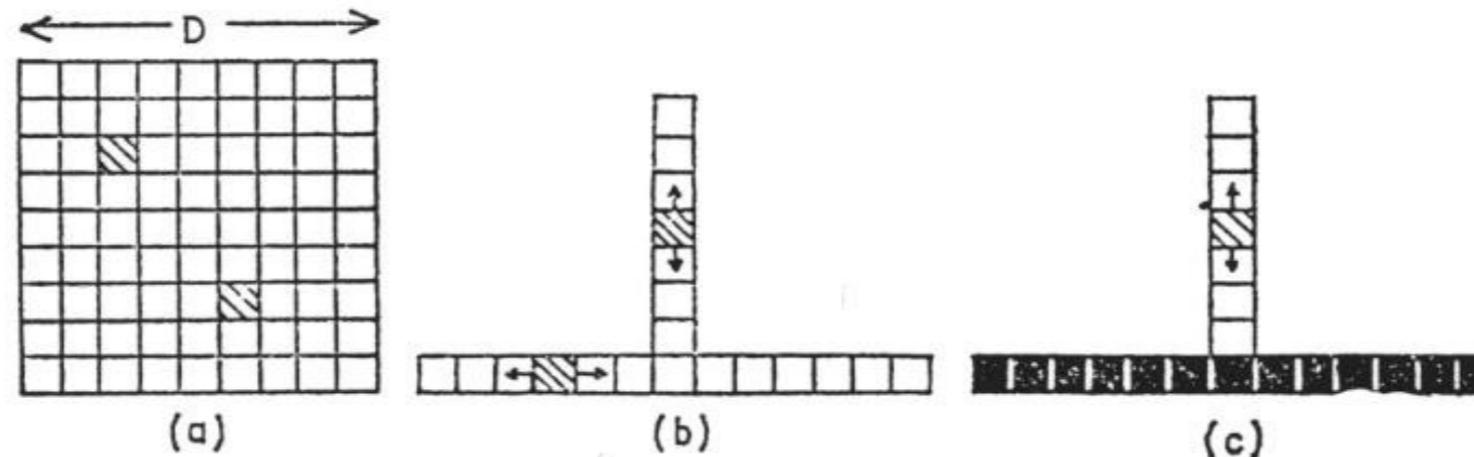


Fig. 9. — Principe des antennes synthétiques de Ryle

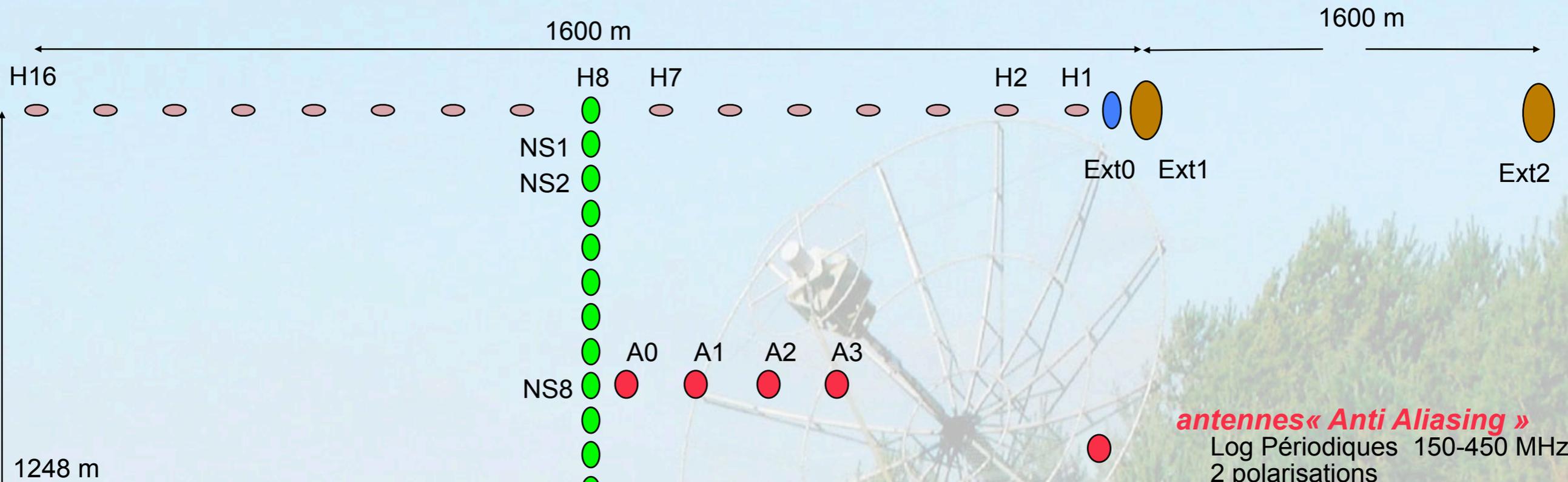
- On obtient l'équivalent d'une antenne de dimensions D en utilisant deux petites antennes (carrés hachurés) et en leur donnant toutes les positions possibles ;
- Le même résultat peut être obtenu en déplaçant seulement les antennes sur deux branches formant un 'T' ;
- Pour diminuer le temps d'observation nécessaire dans le cas b), Ryle utilise une ligne continue d'antennes orientées est-ouest, et déplace une petite antenne sur une ligne nord-sud.

- Configurations 2D réelles : « Y » (ex: VLA, 27 antennes \times 25 m \varnothing , $d_{\max} \sim 25$ km)
« O »
« T » (ex : RadioHéliographe de Nançay)



- Un interféromètre 2D ne dispose que d'un nombre de bases limitées (ex: ~ 350 pour le VLA)
- + connaissance incomplète de la visibilité complexe
 - + visibilités mesurées affectées par l'instrument & les effets de propagation (g_i, ϕ_i)
 - + problème des bases courtes, nécessairement $> \varnothing$ antenne
 - + problème des lobes secondaires & de réseau
- ⇒ artefacts de l'image reconstruite par Transformée de Fourier
- ⇒ nécessité de traitements à posteriori de la carte $t_A(u,v)$ pour corriger ces effets
(cf. chapitre « Méthodes d'Observation »)

Configuration du Radiohéliographe de Nançay



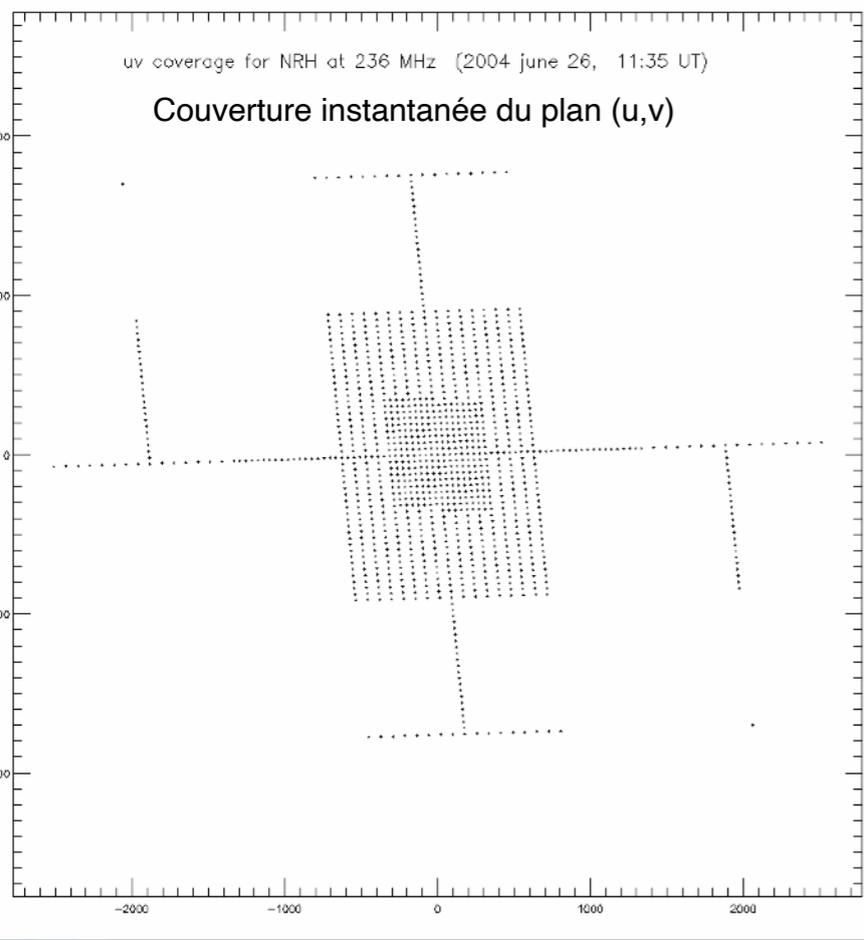
antennes « Anti Aliasing »
 Log Périodiques 150-450 MHz
 2 polarisations

antennes « Est-Ouest »
 150-450 MHz 1 polarisation

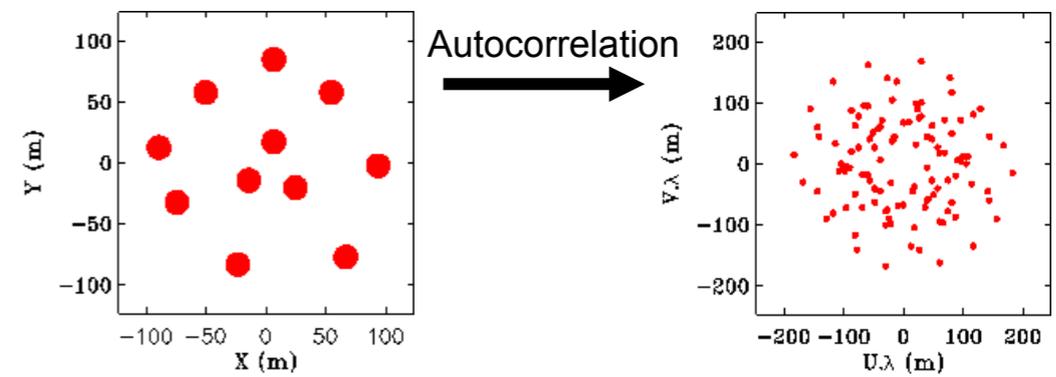
« Extension Est-Ouest » (Ext0)
« Extension Nord-Sud » ant. (NS24)
 diamètre 7 m 150-450 MHz 2 polarisations

« Extensions Est-Ouest » (Ext1,2)
 diamètre 10 m 150-450 MHz 2 polarisations

antennes « Nord-Sud »
 diamètre 5 m 150-450 MHz 2 polarisations



• Optimisation de la configuration d'un interféromètre



→ fonction du type d'observation / de la couverture (u,v) recherchée

Approche directe par essais - erreurs très coûteuse et peu performante (solution ≠ idéale ?)

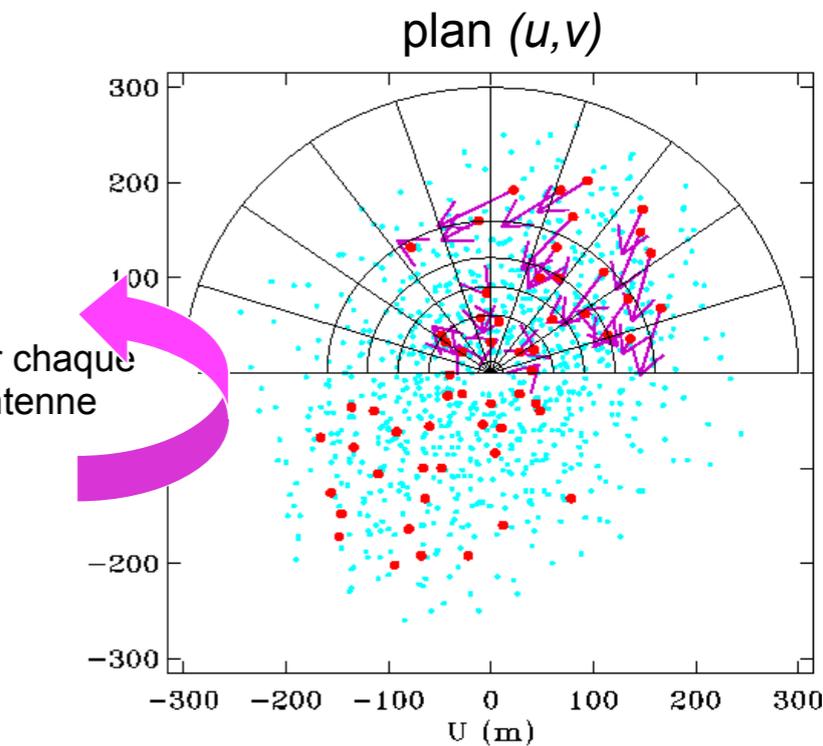
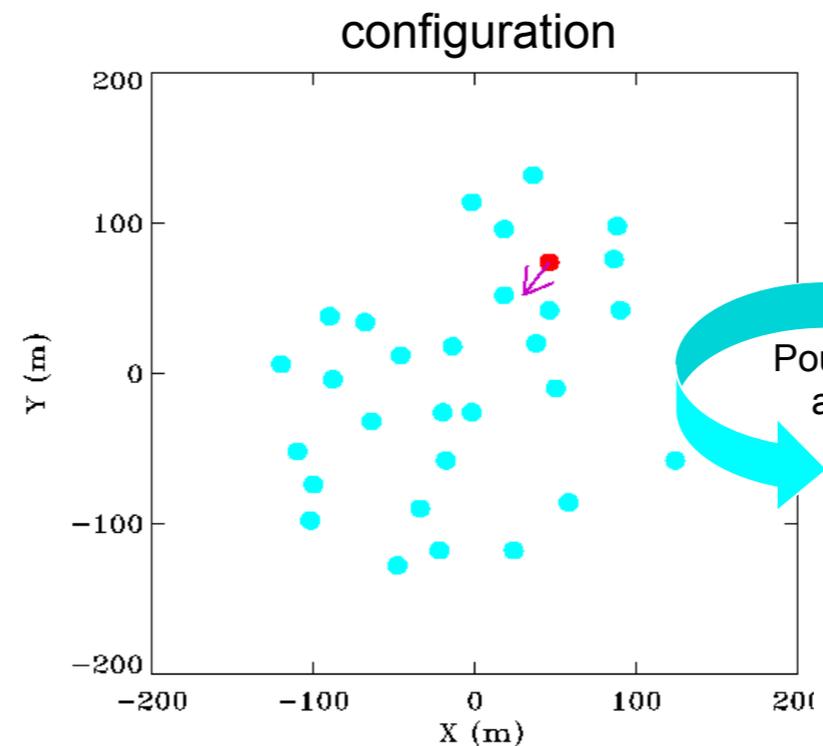
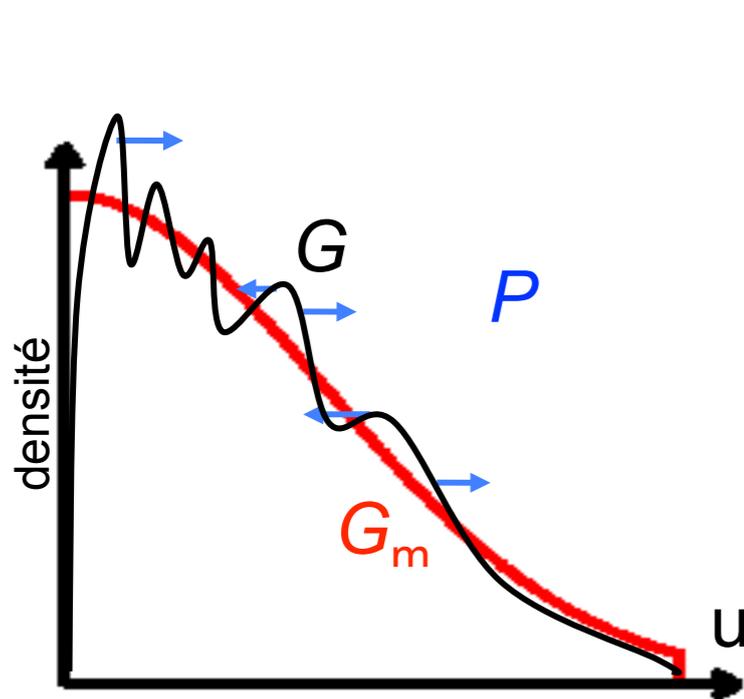
⇒ Exemple d'approche inverse : algorithme de *Boone* [A&A, 2001, 2002]

= déplacement itératif des antennes avec

$$D_i = \gamma \sum_{i=1}^{N-1} M(AH, \delta, \lambda) P(u_i, v_i)$$

γ = gain, M = matrice de passage (u,v) → plan du sol (via les coordonnées AH, δ de la source et la latitude λ du lieu)

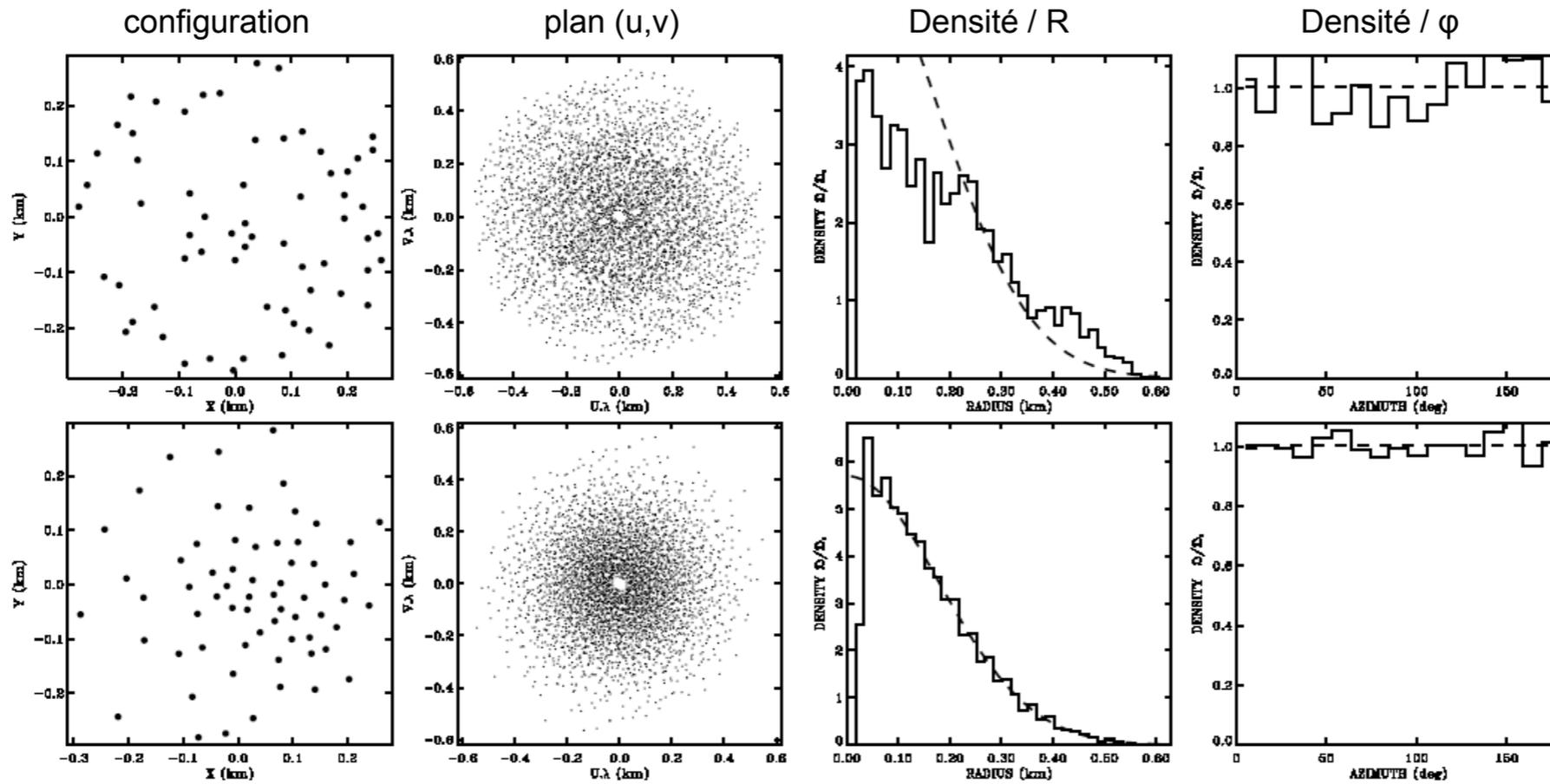
$P(u,v) = \nabla(G(u,v) - G_m(u,v))$ analogue à une force de pression, résultant du gradient entre fonction de transfert actuelle et modélisée (uniforme, gaussienne...)



→ displacement of the antenna corresponding to the sum of the forces undergone by its n-1 visibilities.

• visibilities involving the red antenna.
 → pressure forces.
 — adapted grid to compute local density of a gaussian distribution.

• Optimisation de la configuration d'un interféromètre

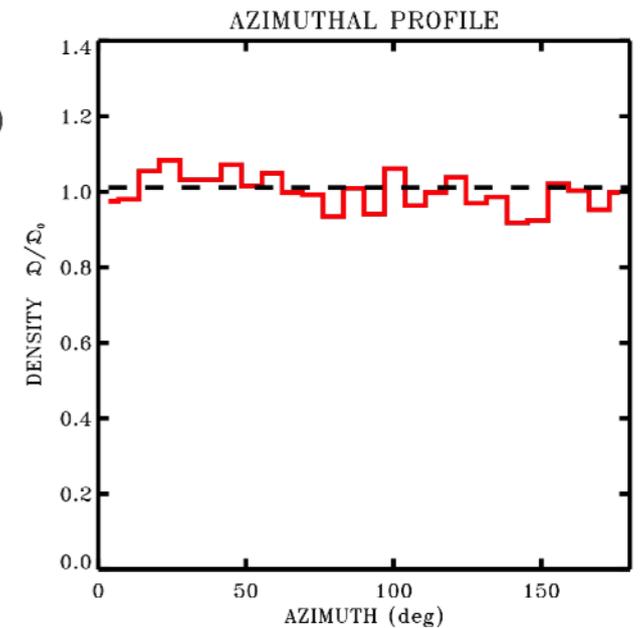
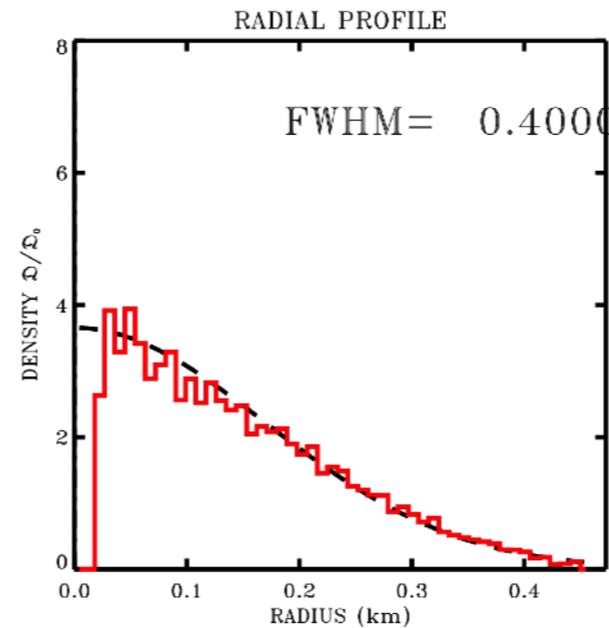
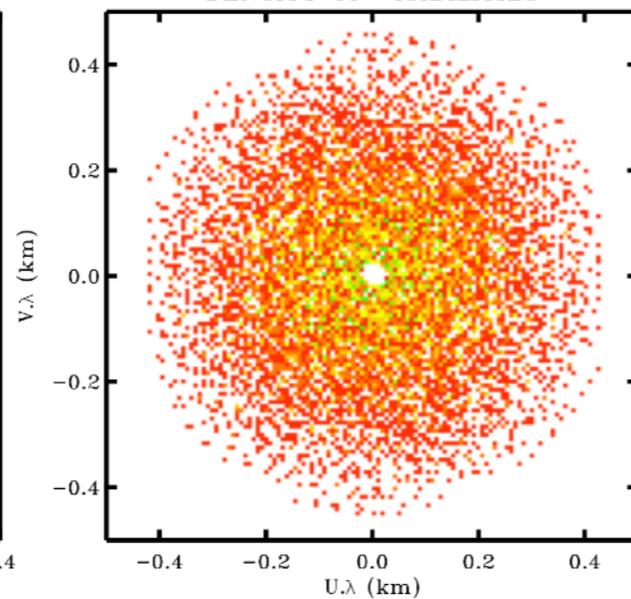
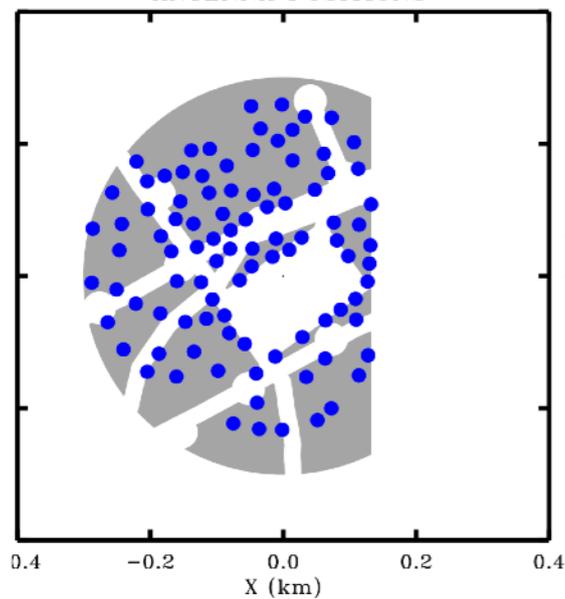


NenuFAR

SITE LAT. = 47.370 deg
 SOURCE DEC. = 23.370 deg
 SAMPLING INT. = 0.001 h
 ANTENNA POSITIONS

96 ANTENNAS
 1 CONFIGURATIONS
 0 SHARED ANT.
 DENSITY OF VISIBILITIES

BL1 = [0.000, 0.450] km HA1 = [0.000, 0.001] h



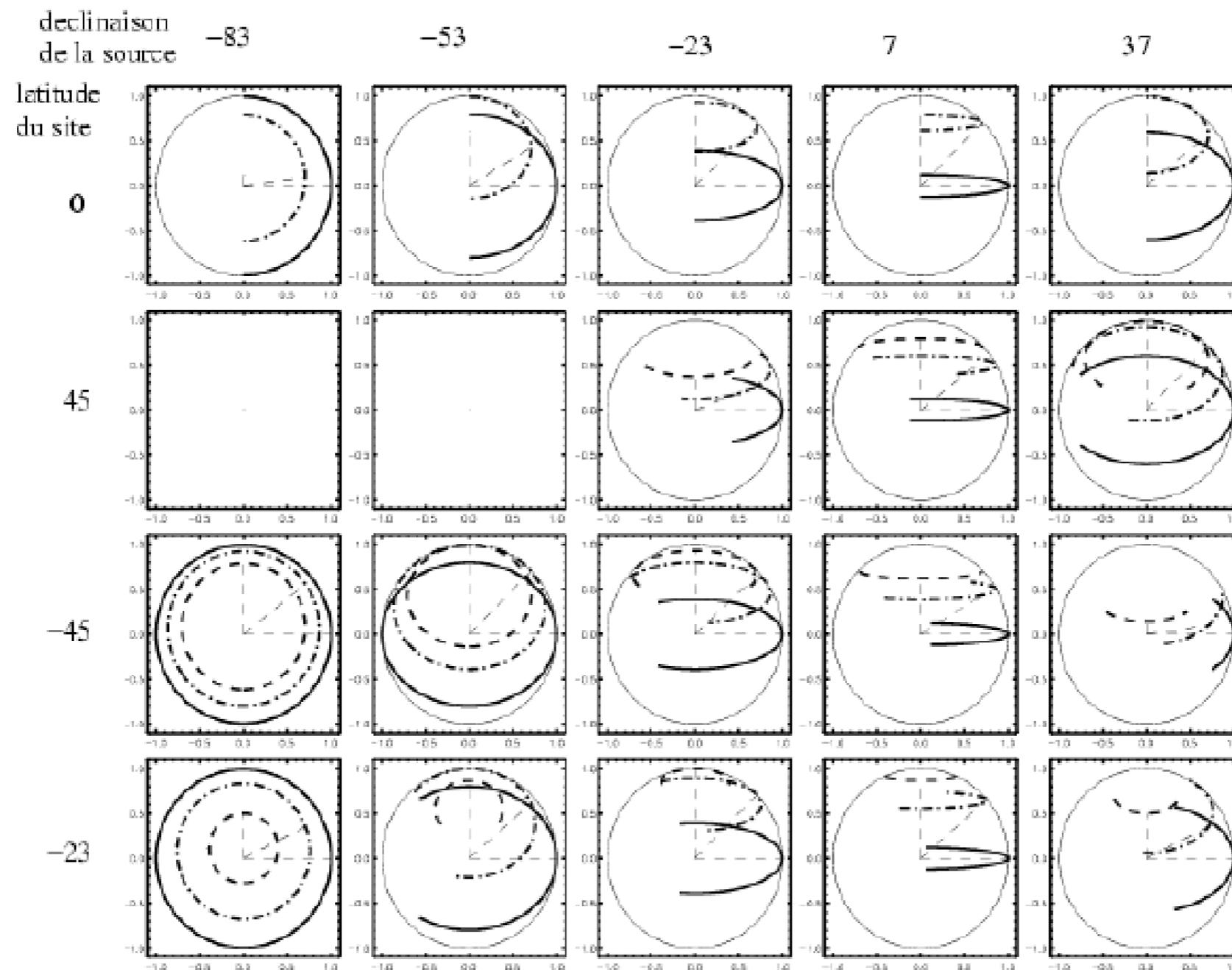
• Supersynthèse

Si la source observée est stationnaire à l'échelle de quelques heures à 1 journée (Ex: Soleil "calme", sources radio extragalactiques)

⇒ utilisation possible de la rotation terrestre

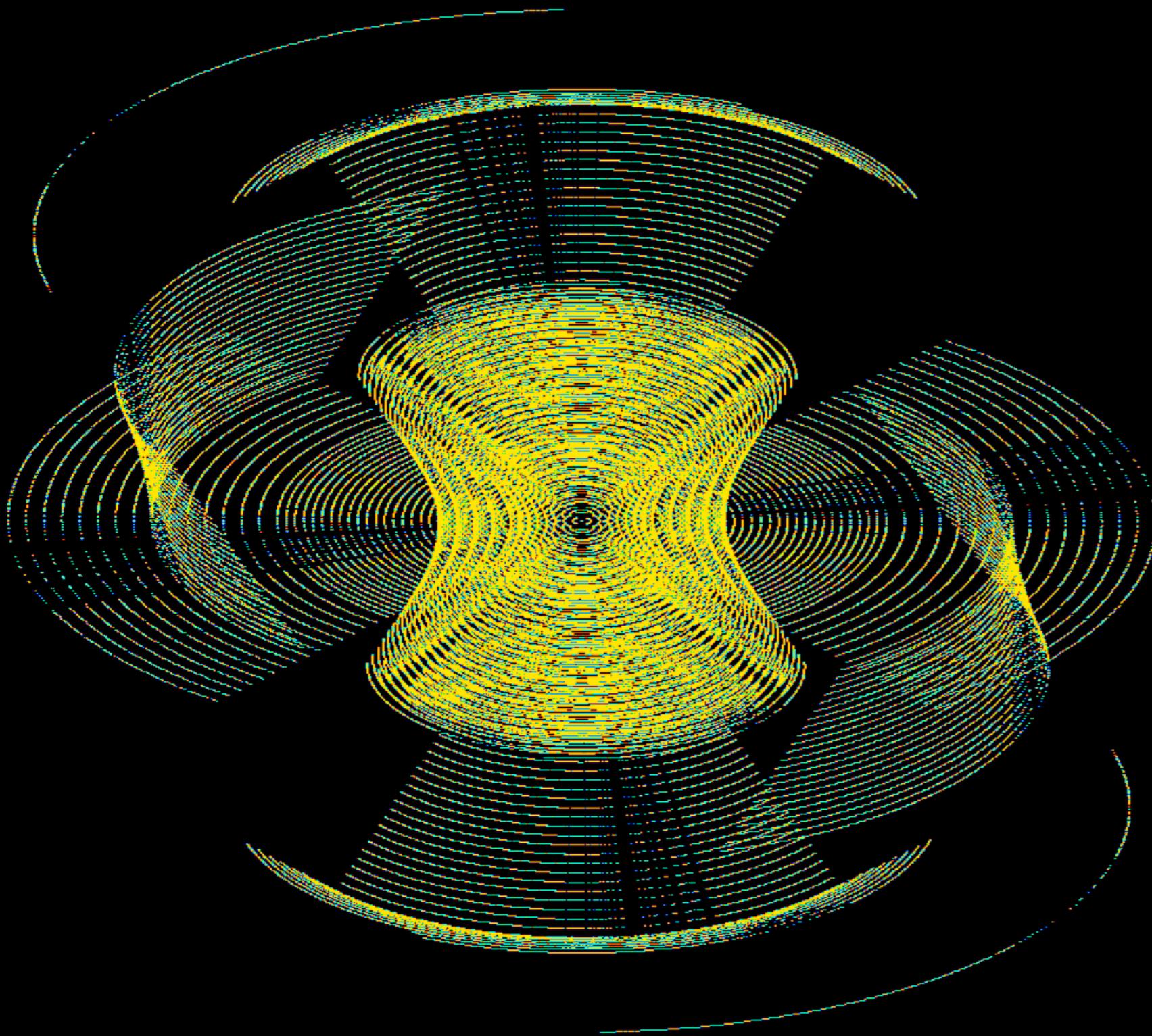
⇒ rotation des bases dans le ciel = ellipses dans le plan (u,v)

⇒ synthèse d'image possible avec un nombre réduit de bases
(ou qualité ↑ à nombre de bases constant)

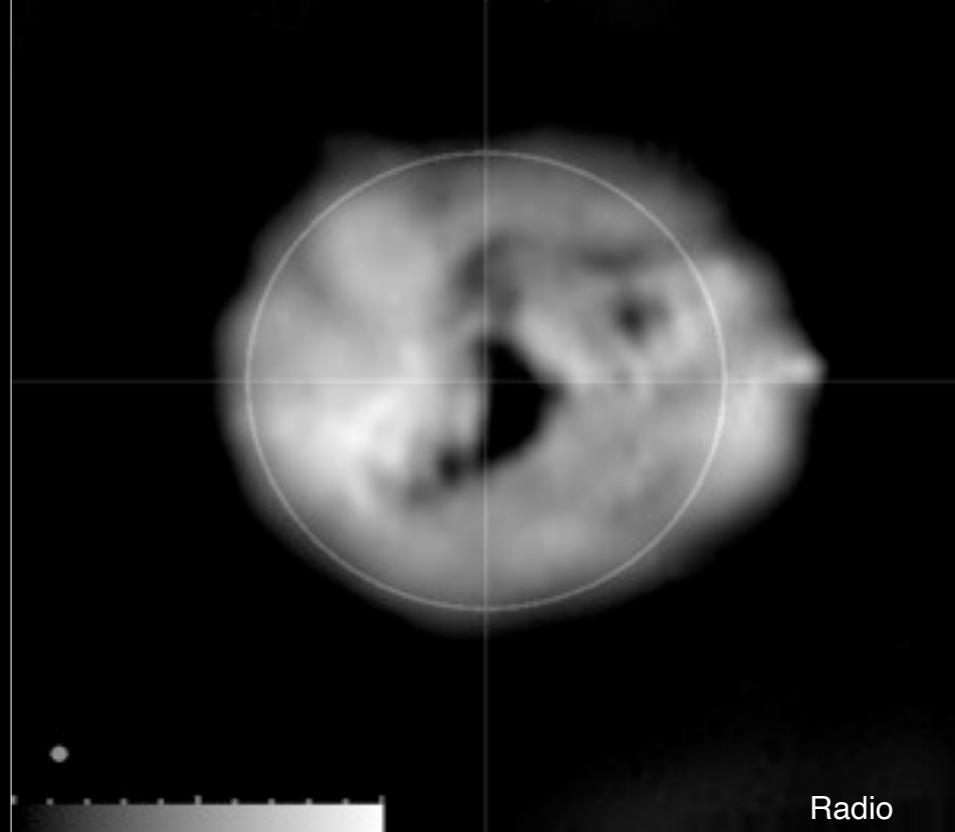


Radiohéliographe de Nançay

uv coverage. Synthesis interval : 08:24 - 15:22 TU

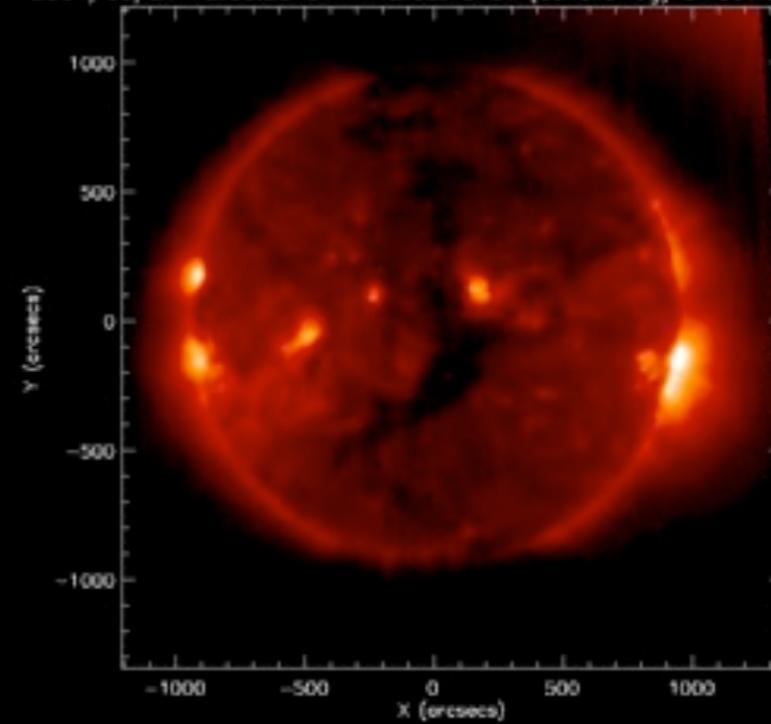


410 MHz Clean Image 1536 pts Field = 4.0 Rs (rayon anneau 1.00 Rs) rotated by angle p

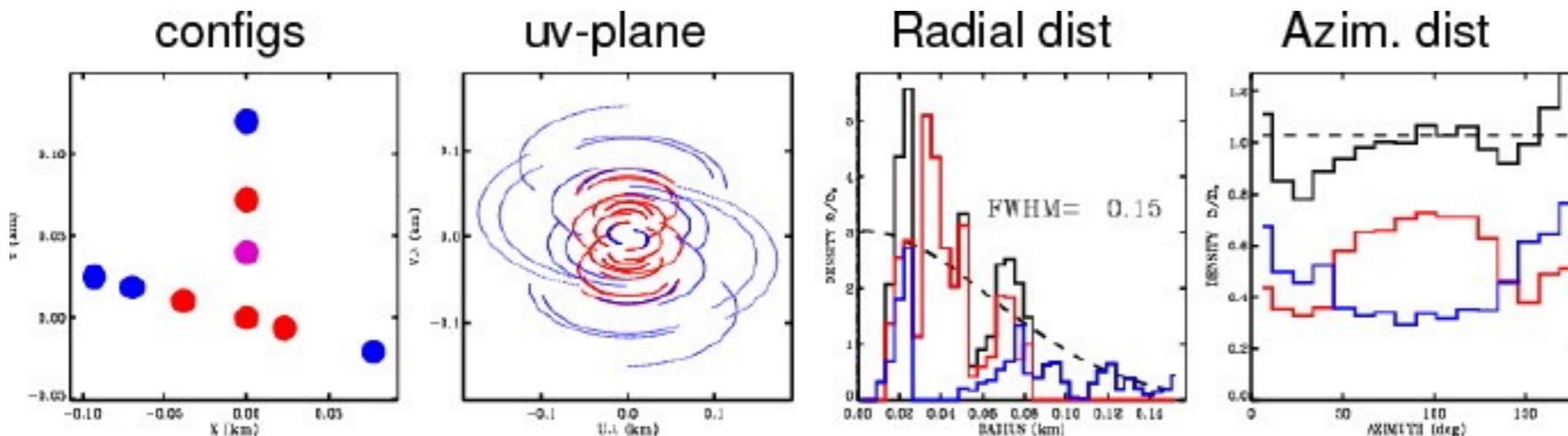


Radio

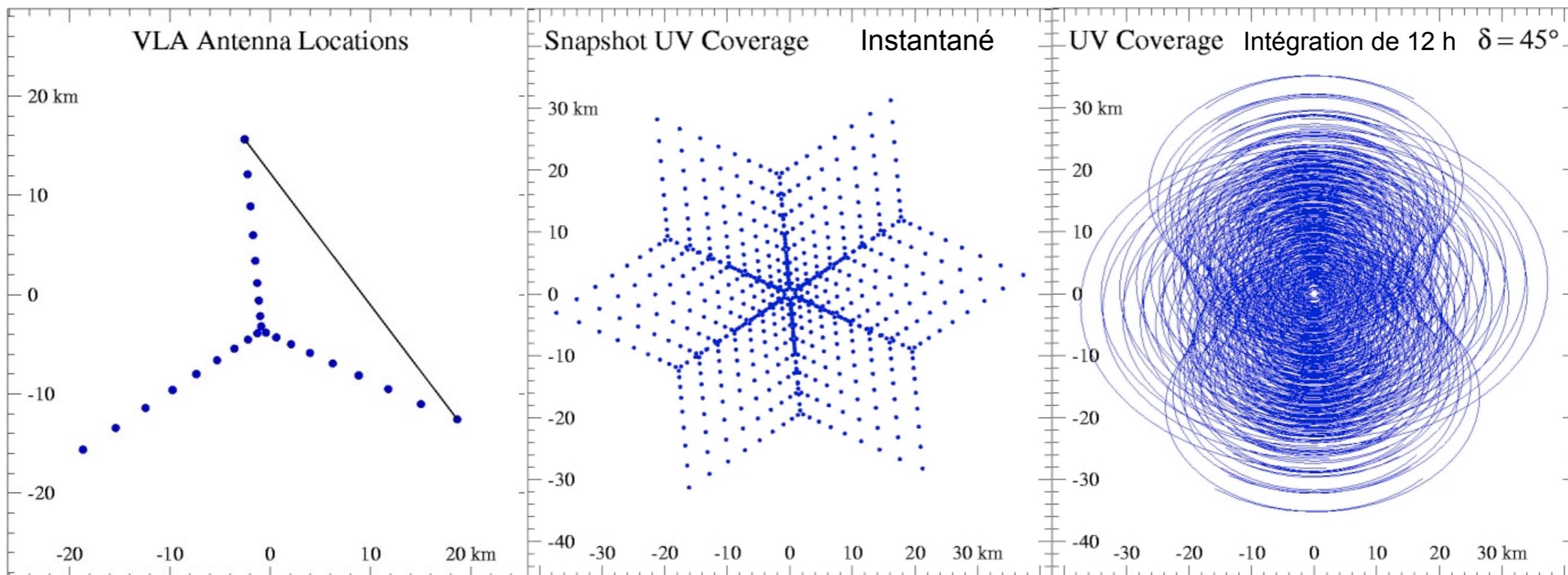
2004/06/27 12:00:25 UT - 12:02:43 UT (echelle log) smooth_width=2



Rayons X



Plateau de Bure observations, supersynthesis + multiconfiguration



• Sensibilité d'un interféromètre :

1 Antenne élémentaire : a_{eff} , $(S/B)_1$

2 Antennes élémentaires \rightarrow 1 base interférométrique : $2 \times a_{\text{eff}}$, $(S/B)_2 = (S/B)_1 \times \sqrt{2}$

N Antennes élémentaires \rightarrow $N(N-1)/2$ bases interférométriques : $N \times a_{\text{eff}}$,

$$(S/B)_N = [N(N-1)/2]^{1/2} \times (S/B)_2 = [N(N-1)/2]^{1/2} \times (S/B)_1 \times \sqrt{2}$$

$$\sim (S/B)_1 \times N \quad \text{pour } N \text{ grand}$$

\rightarrow similaire à une antenne unique d'aire effective $A_{\text{eff}} = N \times a_{\text{eff}}$

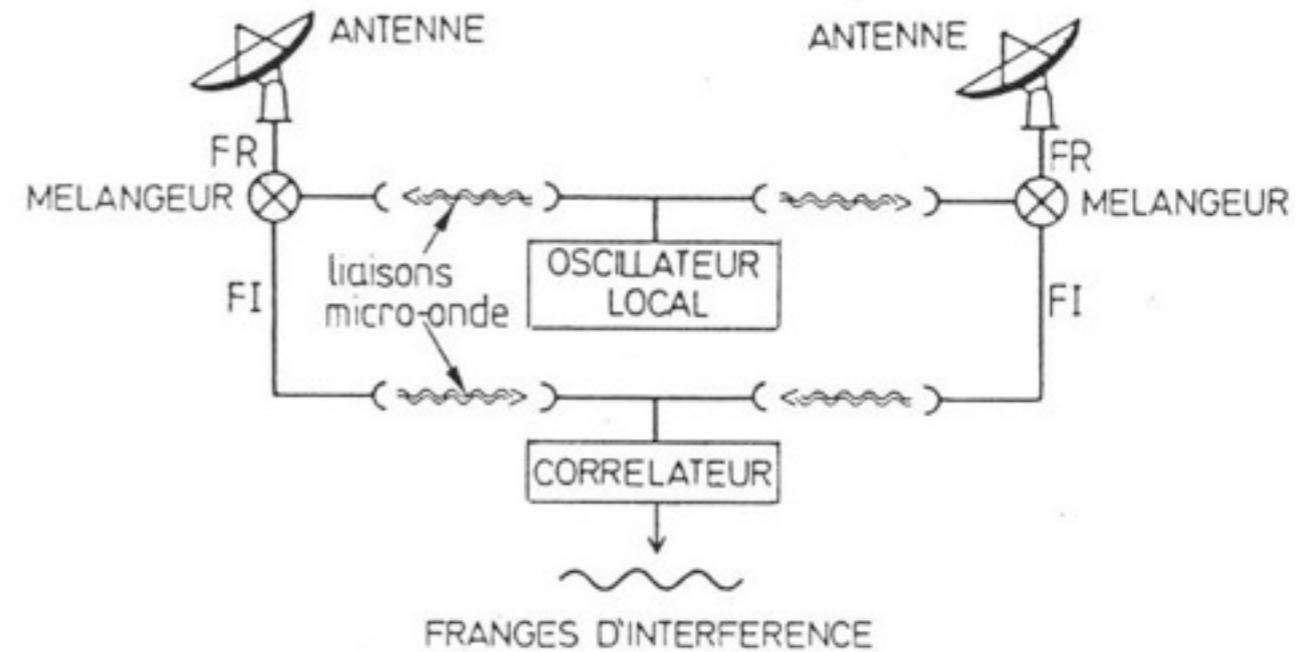
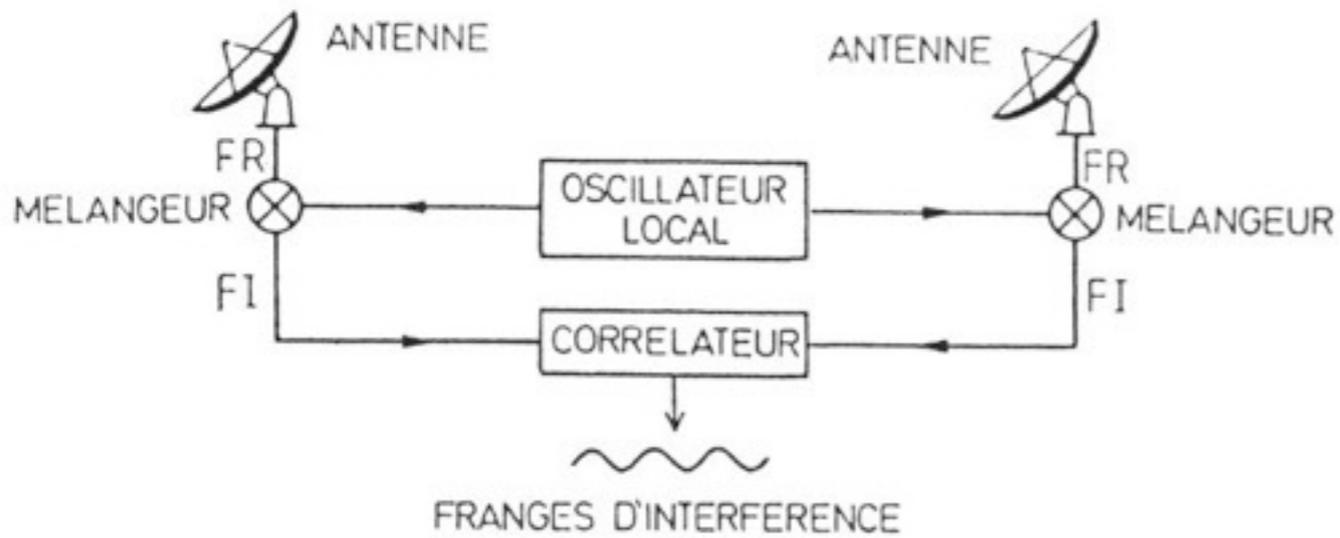
- V.L.B.I. = Very Long Baseline Interferometry (Interférométrie à très grandes bases)

Problématique : augmenter d pour augmenter la résolution maximale ($\sim \lambda/d$)

Corrélation temps réel \Rightarrow liaison des antennes par :

- câbles HF $\rightarrow \leq$ quelques km (pertes)
- fibres optiques $\rightarrow \leq$ quelques 10-100 km
- faisceaux Hertzien (HF) $\rightarrow \leq$ quelques 100 km (effets de propagation)

Au-delà, problèmes de propagation et de conservation de la phase



⇒ Technique VLBI :

Au lieu de corrélérer (⊗) les signaux en temps réel, corrélation temps différé

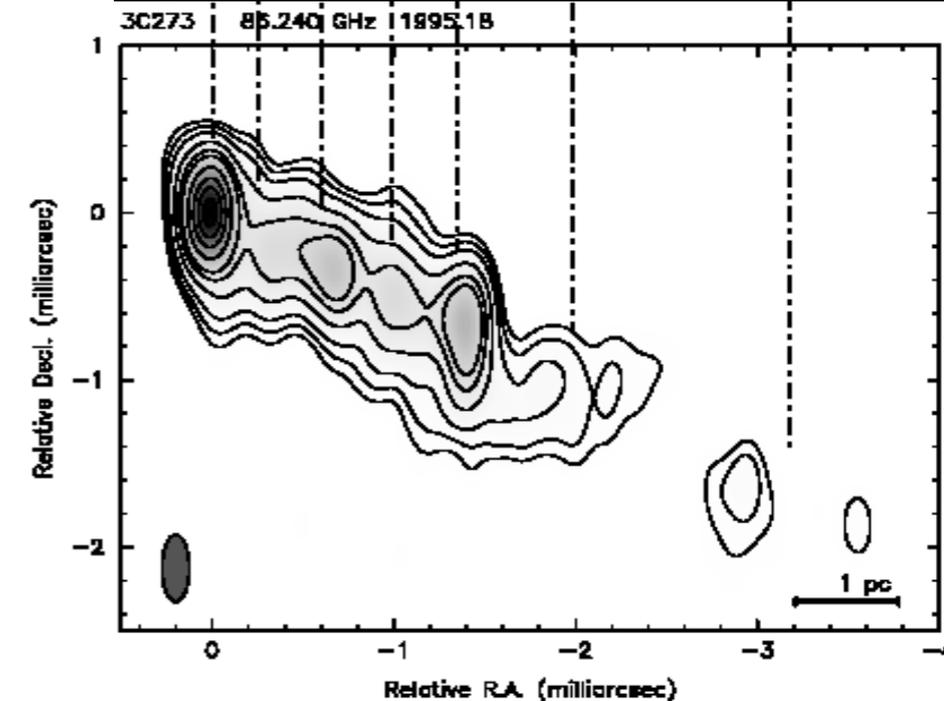
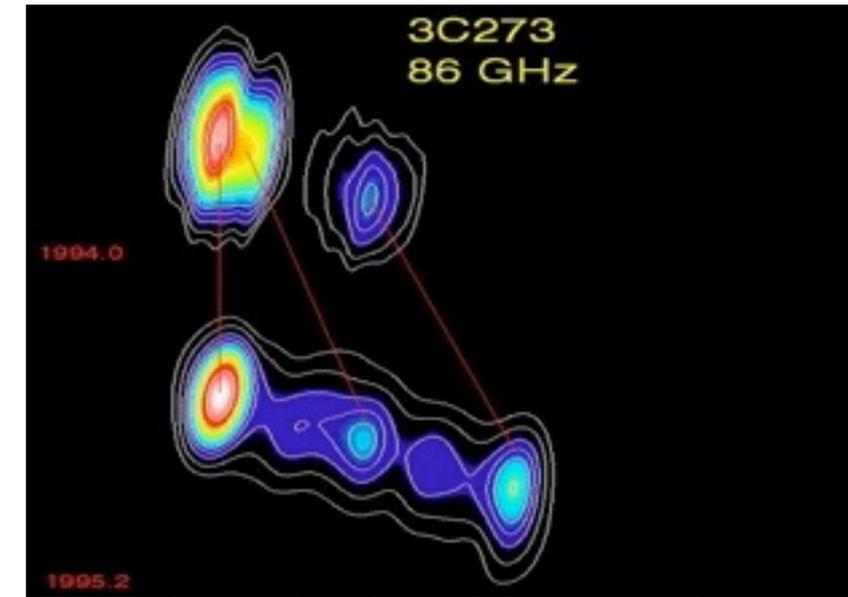
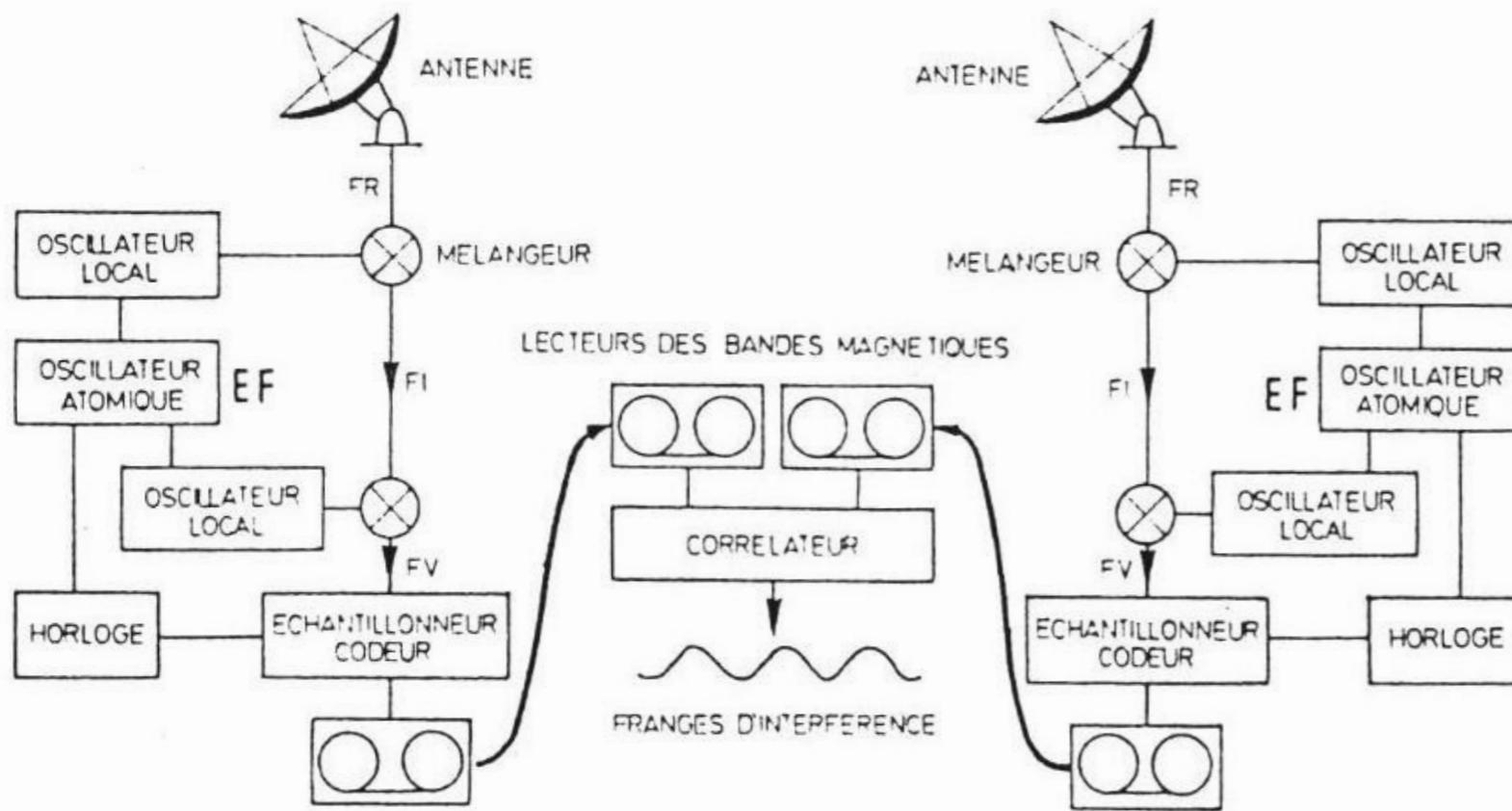
⇒ enregistrements des signaux, éventuellement numérisés (bande magnétique, disque dur) avec une référence de temps « précise », puis transfert vers un ordinateur central pour corrélation en temps différé

⇒ si $S/N > 1$ pour τ donné (correspondant à $\psi = 2\pi d \sin\theta / \lambda = 2\pi\nu \tau$), des franges sont observées

⇒ mesure de $t_A(u,v)$ pour la base considérée

⇒ Interférométrie intercontinentale possible = VLBI

Sur Terre, $d_{\max} \approx 12000 \text{ km} \Rightarrow \lambda/d_{\max} = 2 \times 10^{-8} \text{ rad} = 4 \times 10^{-3} \text{ ''}$ à $\lambda = 21 \text{ cm}$



Précision des mesures : un problème de métrologie

→ Récepteurs VLBI ~ (super-)hétérodynes identiques et synchronisés

Connaissance précise de la phase $\psi = 2\pi(\nu - \nu_{OL})t$ du signal BF utile (de bande $\Delta\nu \sim \nu - \nu_{OL}$)

avec $\delta\psi = 2\pi \Delta\nu \delta t + 2\pi \delta\nu_{OL} \Delta t$ (Δt = durée des observations)

$\delta\psi \ll 1$ requiert une précision d'horloge $\delta t \ll 1/\Delta\nu$ (ex: 10^{-6} sec pour $\Delta\nu = 1$ MHz)

Les O.L. de chaque récepteur doivent avoir une stabilité $\delta\nu_{OL} \ll 1/\Delta t$

$$\Rightarrow \delta\nu_{OL}/\nu_{OL} \ll (\nu_{OL} \times \Delta t)^{-1} \sim (\nu \times \Delta t)^{-1}$$

↓

↓

↓

fluctuations de ν_{OL} fréquence du signal reçu durée de l'observation

(ex: $\delta\nu_{OL}/\nu_{OL} \ll 10^{-12}$ pour 15 minutes d'observation à 1 GHz)

O.L. utilisés :

Lasers à vapeurs de Rubidium : $\delta\nu_{OL}/\nu_{OL} \approx 5 \times 10^{-12} \Rightarrow 20$ sec de cohérence à 10 GHz

Lasers au Césium (Cs) : $\delta\nu_{OL}/\nu_{OL} \approx 10^{-12}$

Masers à Hydrogène : $\delta\nu_{OL}/\nu_{OL} \approx 10^{-13/-14}$

\Rightarrow précision sur la connaissance des bases : des bases $\sim \emptyset$ terrestre doivent être connues à $< \lambda/10$ = au centimètre près car il faut $\delta\psi = 2\pi \delta d \sin\theta / \lambda \ll 1$

$\Rightarrow \delta d \ll \lambda / 2\pi \sin\theta$ pour pouvoir remonter à θ (direction de la source)

(mouvement des plaques tectoniques mesuré par suivi VLBI)

→ En l'absence de références absolues (t des horloges, φ des O.L., ou $d_{\text{ligne-de-base}}$), la mesure de $|t_A(u, \nu)|$ (visibilité des franges pour la base considérée) durant le défilement de la source donne une information sur la dimension angulaire de la source.

NB : VLBI très difficile à TBF (décamétrique) du fait des retards de phase inhomogènes $\delta\psi$ introduits par la traversée de l'ionosphère \Rightarrow défi majeur pour les interféromètres BF (LOFAR...)

Terminaux VLBI

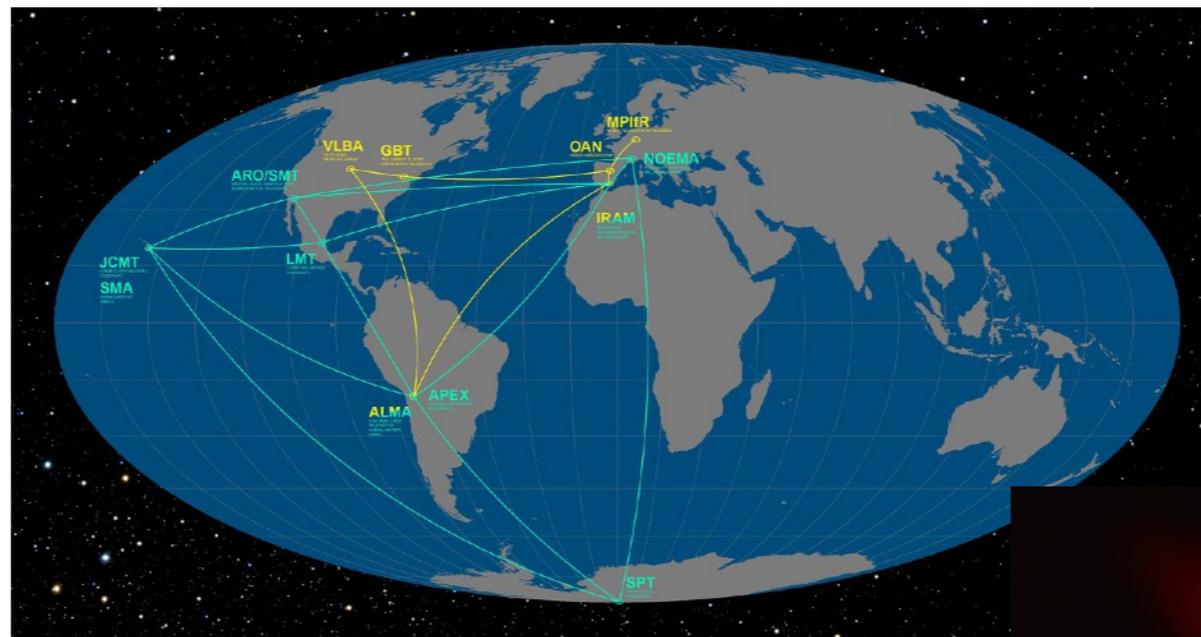
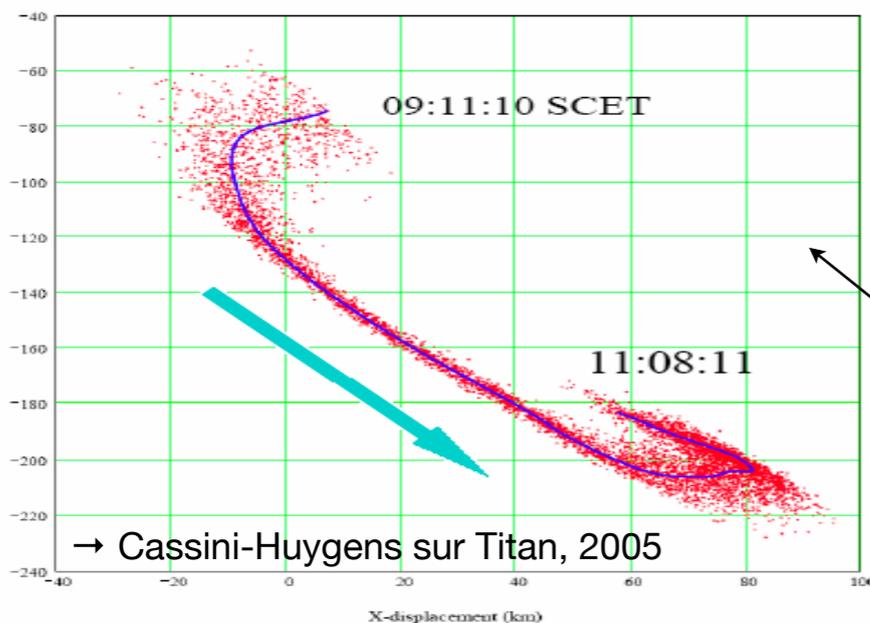
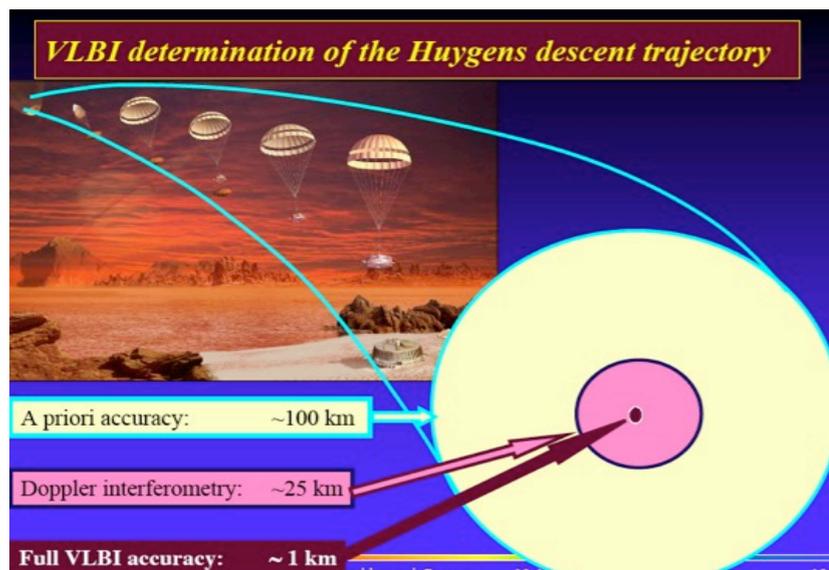
Historiques : Mark I, II, III (vidéo, $\Delta\nu = 1-56$ MHz + numérisation a posteriori) ; Mark IV (numérisation directe + enregistrement sur bande magnétique) ; Mark V (numérisation directe sur disque dur, ≥ 100 MHz)

Les réseaux VLBI incluent la plupart des grands RT dm-cm actuels

(plus difficile pour des radiotélescopes méridiens - NRT - ou fixes) :

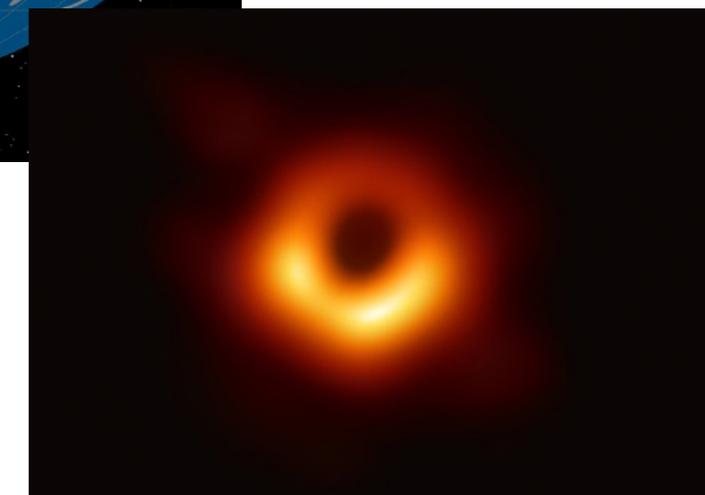
MERLIN = réseau Européen (hétérogène), VLBA = réseau US (homogène), LOFAR-Eu

VSOP (VLBI Space Observation Program - Japon) : antenne en orbite terrestre $\Rightarrow d \approx 25000$ km



EHT \Rightarrow résolution maximale atteinte $\sim 10^{-4}$ " \sim optique

100's microarcsec



\rightarrow M87 en VLBI mm avec l' Event Horizon Telescope, 10/4/2019

- Introduction (historique, intérêt, spécificités)
- Onde & Polarisation
- Plasmas & Propagation (coupure, dispersion, effet Faraday, scintillations)
- Détection Cohérente du Signal (théorie de la mesure, température d'antenne, étalonnage, bruit)
- Récepteurs (hétérodyne, température de système, filtrage, gain, RFI mitigation)
- Notions sur les Antennes Radioastronomiques : Antennes uniques
- Interférométrie et Synthèse d'ouverture (réseaux phasés, pointage électronique, imagerie, corrélation, cohérence, VLBI)
- **Méthodes d'Observation**
- Grands instruments actuels et du Futur
- Notions de Radioastronomie Spatiale

• Interférométrie & Polarimétrie : Équation de la Mesure

Relation mesures \leftrightarrow Observables :

corrélations par ligne de base \leftrightarrow composantes de Fourier de l'image

\Rightarrow comment prendre en compte la polarisation dans les corrélations entre antennes orthogonales ?

Equation explicite reliant les mesures interférométriques à S, Q, U, V

dérivées par (Morris & al. ApJ, 139, p. 551, 1964)

Cadre mathématique + général proposé par Hamaker et al. (*A&A Supp.*, 117, 137, 1996)

\rightarrow The « Radio Interferometer Measurement Equation » (RIME)

Hypothèse de base: linéarité des effets dus à la propagation & au récepteur.

$$\mathbf{E} = (E_x, E_y) \quad \Rightarrow \quad \mathbf{E}' = [\mathbf{J}] \mathbf{E} \quad (\text{propagation})$$

$$\mathbf{V} = [\mathbf{J}] \mathbf{E} \quad (\text{réception, avec } \mathbf{V} = (V_x, V_y))$$

$[\mathbf{J}]$ (ou \mathbf{J}) est une matrice 2×2 , appelée « matrice de Jones »

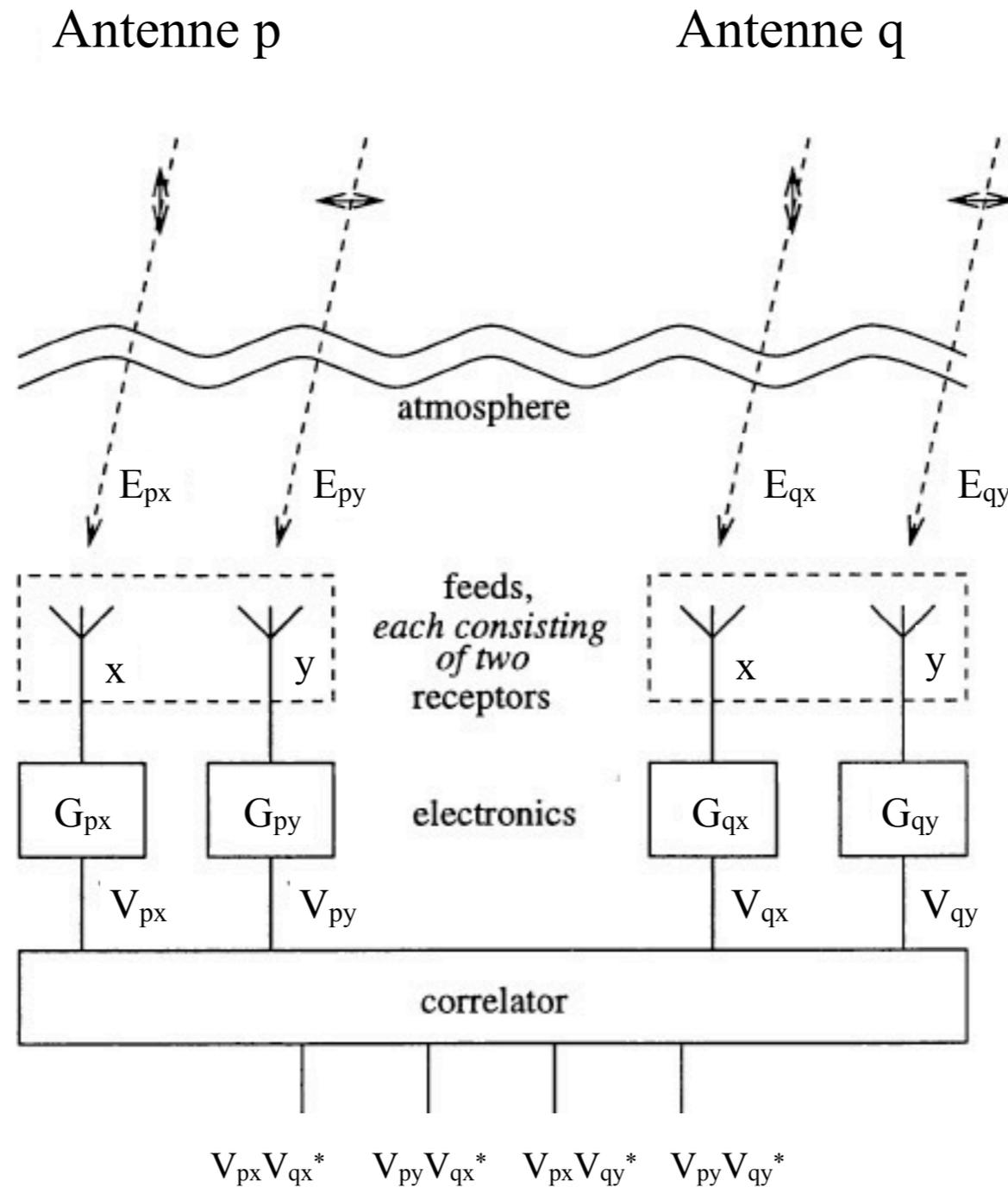
Antenne unique : $\mathbf{V} = \mathbf{J} \mathbf{E} = (V_x, V_y) =$ voltages complexes (amplitude & phase) mesurés par les 2 éléments focaux polarisés (ici linéairement), d'où on peut tirer la « matrice de cohérence » :

$$\langle \mathbf{V}^t \mathbf{V}^* \rangle |_{\Delta t} \gg 1/v = \begin{bmatrix} \langle V_x V_x^* \rangle & \langle V_x V_y^* \rangle \\ \langle V_y V_x^* \rangle & \langle V_y V_y^* \rangle \end{bmatrix}$$

$$\propto \begin{bmatrix} \langle E_x E_x^* \rangle & \langle E_x E_y^* \rangle \\ \langle E_y E_x^* \rangle & \langle E_y E_y^* \rangle \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} S+Q & U+iV \\ U-iV & S-Q \end{bmatrix} = \mathbf{B}$$

Interféromètre : $\mathbf{V}_i = \mathbf{J}_i \mathbf{E}$ pour chaque élément de l'interféromètre, d'où on définit la « matrice de visibilité », qui rassemble les mesures d'un interféromètre à 2 antennes p,q :

$$\langle \mathbf{V}_p^t \mathbf{V}_q^* \rangle |_{\Delta t} \gg 1/v = \begin{bmatrix} \langle V_{px} V_{qx}^* \rangle & \langle V_{px} V_{qy}^* \rangle \\ \langle V_{py} V_{qx}^* \rangle & \langle V_{py} V_{qy}^* \rangle \end{bmatrix} = \mathbf{V}_{pq}$$



Interferometer block diagram

Pour un champ électrique incident \mathbf{E} provenant d'une source ponctuelle, les antennes p & q mesurent :

$$\mathbf{V}_p = \mathbf{J}_p \mathbf{E} \quad \& \quad \mathbf{V}_q = \mathbf{J}_q \mathbf{E}$$

avec

$$\mathbf{V}_p = \begin{bmatrix} V_{px} \\ V_{py} \end{bmatrix} \quad \& \quad \mathbf{V}_q = \begin{bmatrix} V_{qx} \\ V_{qy} \end{bmatrix}$$

où \mathbf{J}_p & \mathbf{J}_q sont les matrices de Jones décrivant les transformations du signal entre la source et les récepteurs

$$\Rightarrow \mathbf{V}_{pq} = \langle \mathbf{V}_p {}^t \mathbf{V}_q^* \rangle = \langle \mathbf{J}_p \mathbf{E} {}^t (\mathbf{J}_q \mathbf{E})^* \rangle$$

avec ${}^t(AB) = {}^tB {}^tA$ et en supposant que \mathbf{J}_p & \mathbf{J}_q sont constantes sur $\langle \dots \rangle$

$$\Rightarrow \mathbf{V}_{pq} = \mathbf{J}_p \langle \mathbf{E} {}^t \mathbf{E}^* \rangle {}^t \mathbf{J}_q^* = \mathbf{J}_p \mathbf{B} {}^t \mathbf{J}_q^*$$

= « **Measurement Equation** » (Équation de la Mesure)

(peut aussi être écrite en polarisations circulaires)

Si on décompose les transformations du signal dues à la propagation & au récepteur en produit

(non commutatif) de n matrices de Jones, e.g. : $\mathbf{J}_p = \mathbf{J}_{pn} \mathbf{J}_{p(n-1)} \dots \mathbf{J}_{p1}$

d'où $\mathbf{V}_{pq} = \mathbf{J}_{pn} \mathbf{J}_{p(n-1)} \dots \mathbf{J}_{p1} \mathbf{B} {}^t \mathbf{J}_{q1}^* {}^t \mathbf{J}_{q2}^* \dots {}^t \mathbf{J}_{qm}^*$

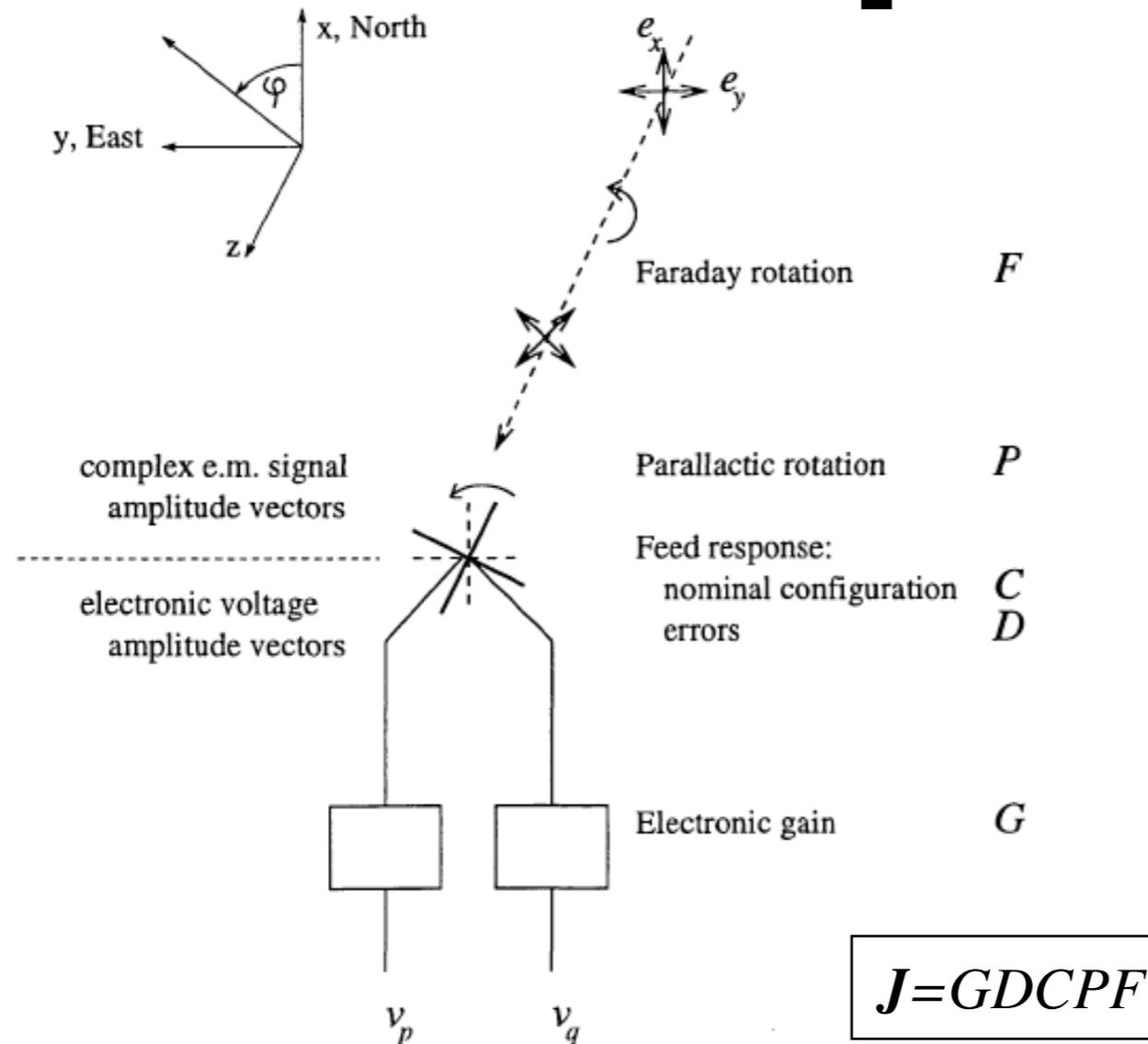
Les termes $J_{p,q}$ peuvent contenir toutes les transformations subies par le signal:

- gain de l'antenne et du récepteur : $\mathbf{G} = \begin{bmatrix} G_x & 0 \\ 0 & G_y \end{bmatrix}$

- déphasages : $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} e^{i\psi} & 0 \\ 0 & e^{i\psi} \end{bmatrix}$

- rotations (des dipôles, Faraday...): $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix}$

- termes de polarisation croisée (erreurs) : $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & \delta_{x\leftarrow y} \\ -\delta_{y\leftarrow x} & 1 \end{bmatrix} \dots$



Modélisation d'un interféromètre radio = détermination des matrices de Jones qui le décrivent

Packages dédiés à un type d'instrument: AIPS, AIPS++, CASA ...

Exemples :

- Observation d'une source ponctuelle avec un instrument parfait :

$$\mathbf{V}_{pq} = \mathbf{D}_p \mathbf{B} {}^t\mathbf{D}_q^*$$

avec \mathbf{D} la matrice de Jones scalaire représentant le déphasage dû à la différence de marche:

$$\psi = 2\pi d \sin\theta / \lambda$$

$$\Rightarrow \psi_{pq} = 2\pi \mathbf{u}_{pq} \cdot \mathbf{k} = 2\pi (\mathbf{u}_p - \mathbf{u}_q) \cdot \mathbf{k} = 2\pi \mathbf{u}_p \cdot \mathbf{k} - 2\pi \mathbf{u}_q \cdot \mathbf{k} = \psi_p - \psi_q$$

Cas scalaire (intensité S) : $\mathbf{D}_p = e^{i\psi_p}$, $\mathbf{D}_q = e^{i\psi_q} \Rightarrow \mathbf{V}_{pq} = e^{i\psi_p} S e^{-i\psi_q}$

Measurement Equation :

$$\mathbf{V}_{pq} = \mathbf{D}_p \mathbf{B} {}^t\mathbf{D}_q^*$$

$$\langle \mathbf{V}_{px} \mathbf{V}_{qx}^* \rangle = e^{i\psi_p} (1/2(S+Q)) e^{-i\psi_q}$$

- Pour une source quelconque (étendue) \Rightarrow décomposition en sources ponctuelles élémentaires :

$$\mathbf{V}_{pq} = \sum_s (\mathbf{D}_p \mathbf{B} {}^t\mathbf{D}_q^*)$$

\Rightarrow tous les résultats obtenus pour S en imagerie d'une source quelconque s'appliquent aux éléments de \mathbf{B} , ou de manière équivalente aux paramètres de Stokes S, Q, U, V

- Gains complexes variables (éventuellement dépendant du temps) :

$$\mathbf{V}_{pq} = \mathbf{G}_p \mathbf{D}_p \mathbf{B} {}^t\mathbf{D}_q^* {}^t\mathbf{G}_q^* \quad \text{avec} \quad \mathbf{G}_p = \begin{bmatrix} G_{px} & 0 \\ 0 & G_{py} \end{bmatrix}$$

- Étalonnage des observations = observation de sources de référence (position & taille connue) + interpolation/t \Rightarrow ajustement des gains & phases des antennes

Cas scalaire : $g_p(t)$ & $\phi_p(t)$, avec $G_p = g_p(t) \exp[i \phi_p(t)]$

Measurement Equation :

Étalonnage : modélisation des \mathbf{G}_p et \mathbf{G}_q par ajustement (itératif) des \mathbf{V}_{pq-m} modélisés aux \mathbf{V}_{pq-o} observés :

$\mathbf{D}_p \mathbf{B} {}^t\mathbf{D}_q^*$ ou $\sum_s (\mathbf{D}_p \mathbf{B} {}^t\mathbf{D}_q^*) = \ll \text{sky model} \gg$

$\mathbf{V}_{pq-m} = \mathbf{G}_p \mathbf{D}_p \mathbf{B} {}^t\mathbf{D}_q^* {}^t\mathbf{G}_q^* = \text{modèle avec les } \mathbf{G}_p \text{ et } \mathbf{G}_q \text{ à une itération donnée}$

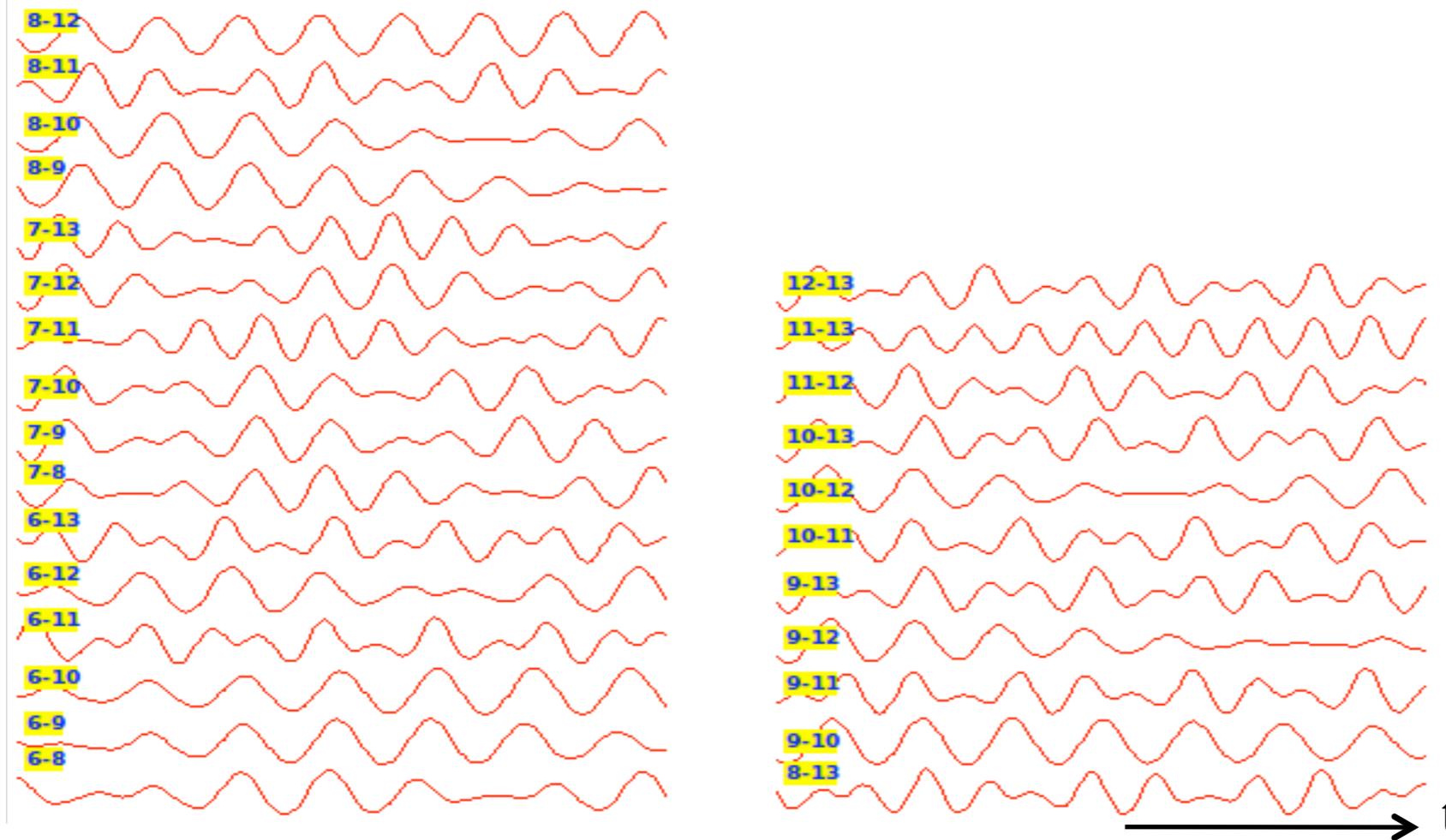
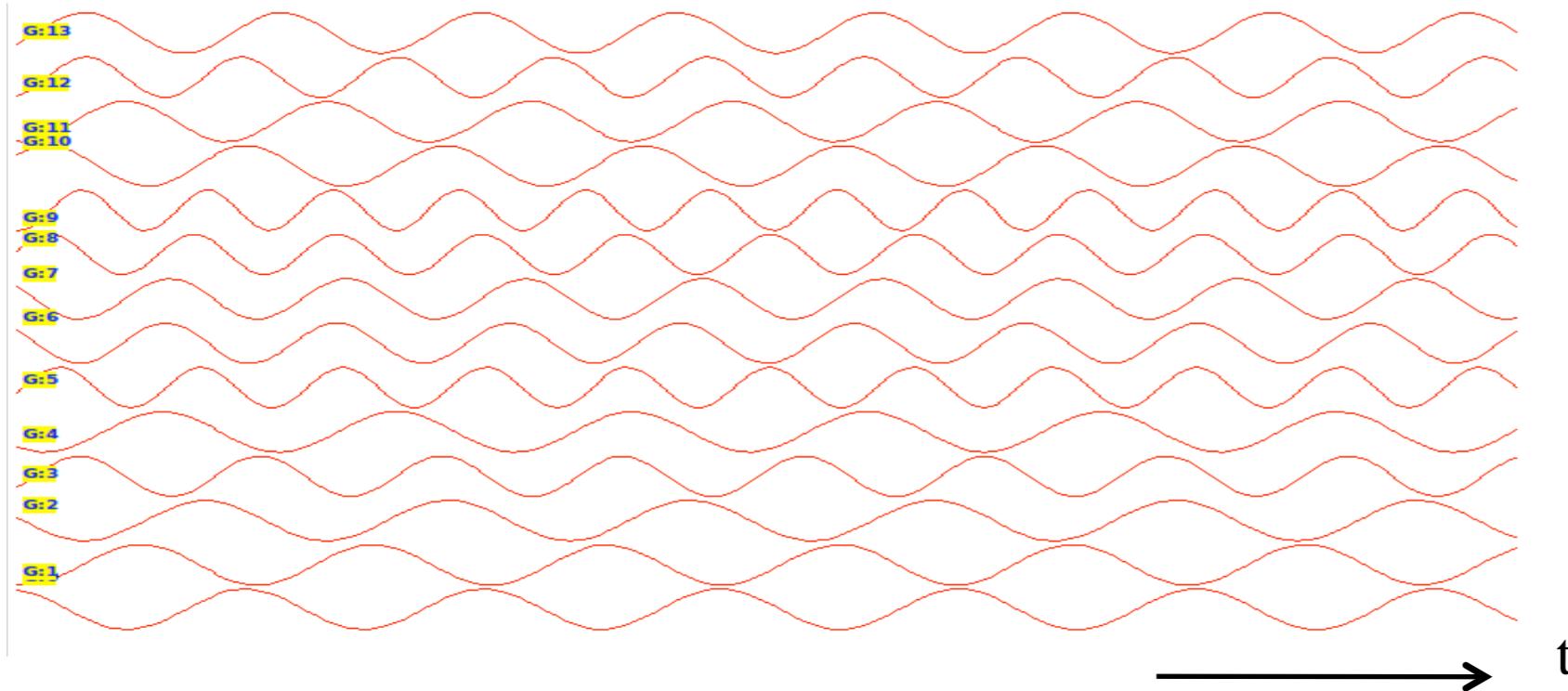
$\mathbf{V}_{pq-o} - \mathbf{V}_{pq-m} = \text{résidus}$

\rightarrow minimisation des résidus \rightarrow détermination de \mathbf{G}_p et \mathbf{G}_q

Imagerie : application des \mathbf{G}_p et \mathbf{G}_q étalonnées et amélioration itérative du sky model pour minimiser les résidus

Simulation d'une source ponctuelle (connue a-priori = calibrateur) non polarisée de 10 Jy observée au Westerbork Synthesis Radio Telescope @ 1432 MHz avec erreurs de gains

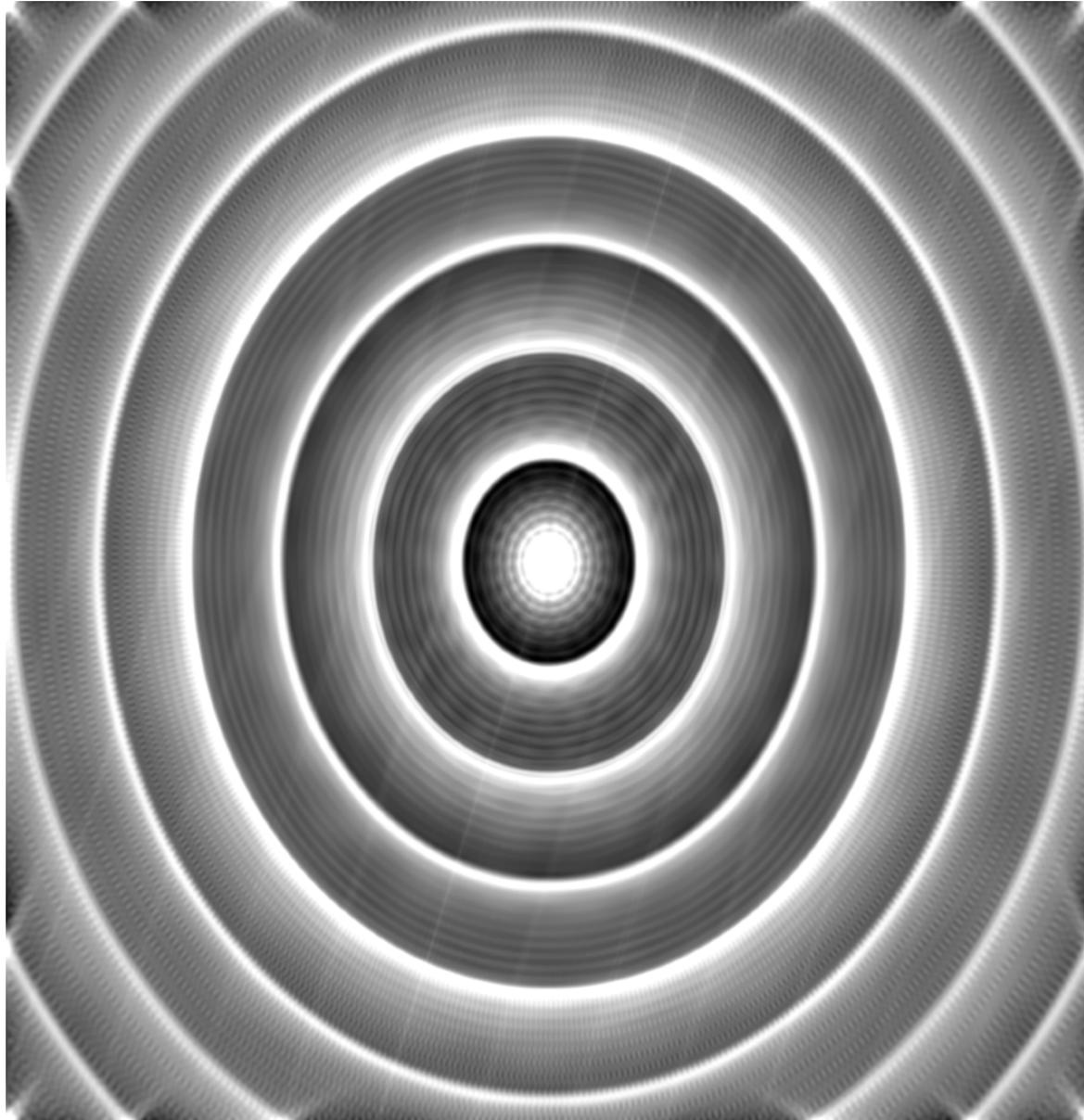
Simulation d'une erreur périodique du gain de 20% (0.8-1.2) sur chacune des 14 antennes du WSRT



⇒ Amplitude de la visibilité pour quelques lignes de bases (en fonction de t)

Simulation d'une source ponctuelle (connue a-priori = calibrateur) non polarisée de 10 Jy observée au Westerbork Synthesis Radio Telescope @ 1432 MHz avec erreurs de gains

Image brute : $S(\theta, \phi)$, $Q, U, V = 0$ Jy

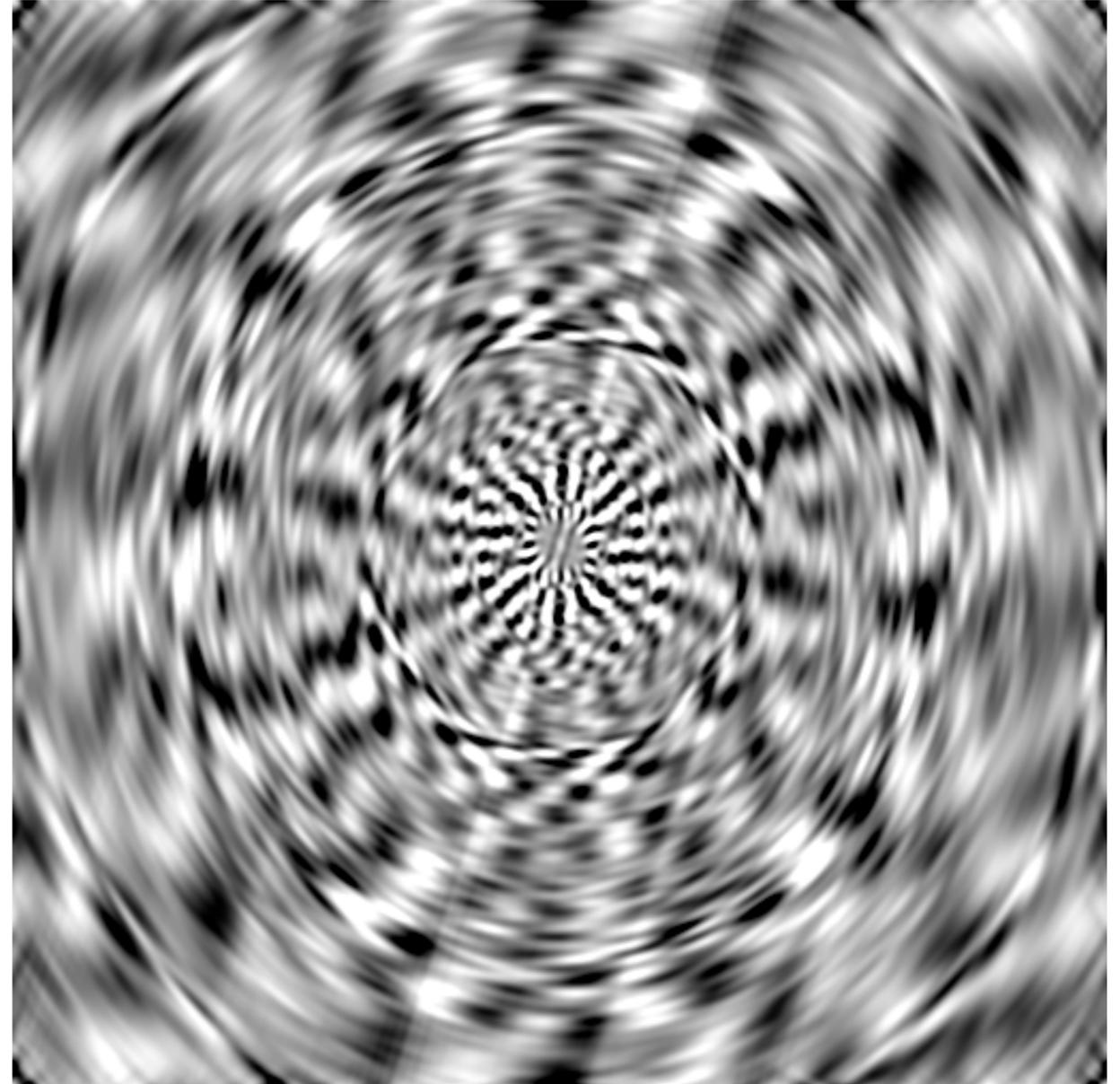


Min=-0.17 Jy

Max= 5. Jy

Soustraction d'un modèle supposé de la source

Résidus $\delta S(\theta, \phi)$ avant étalonnage des Gains



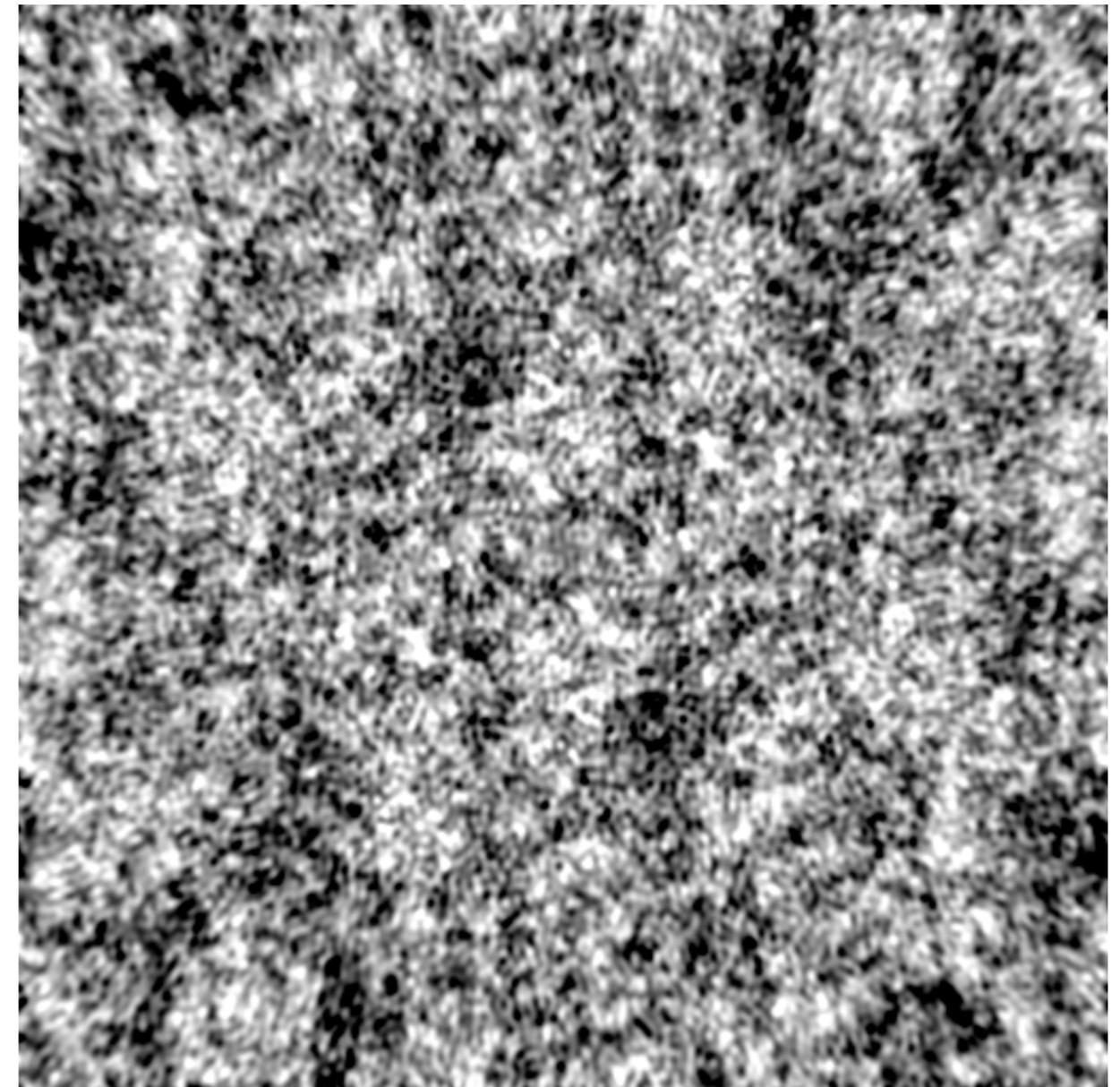
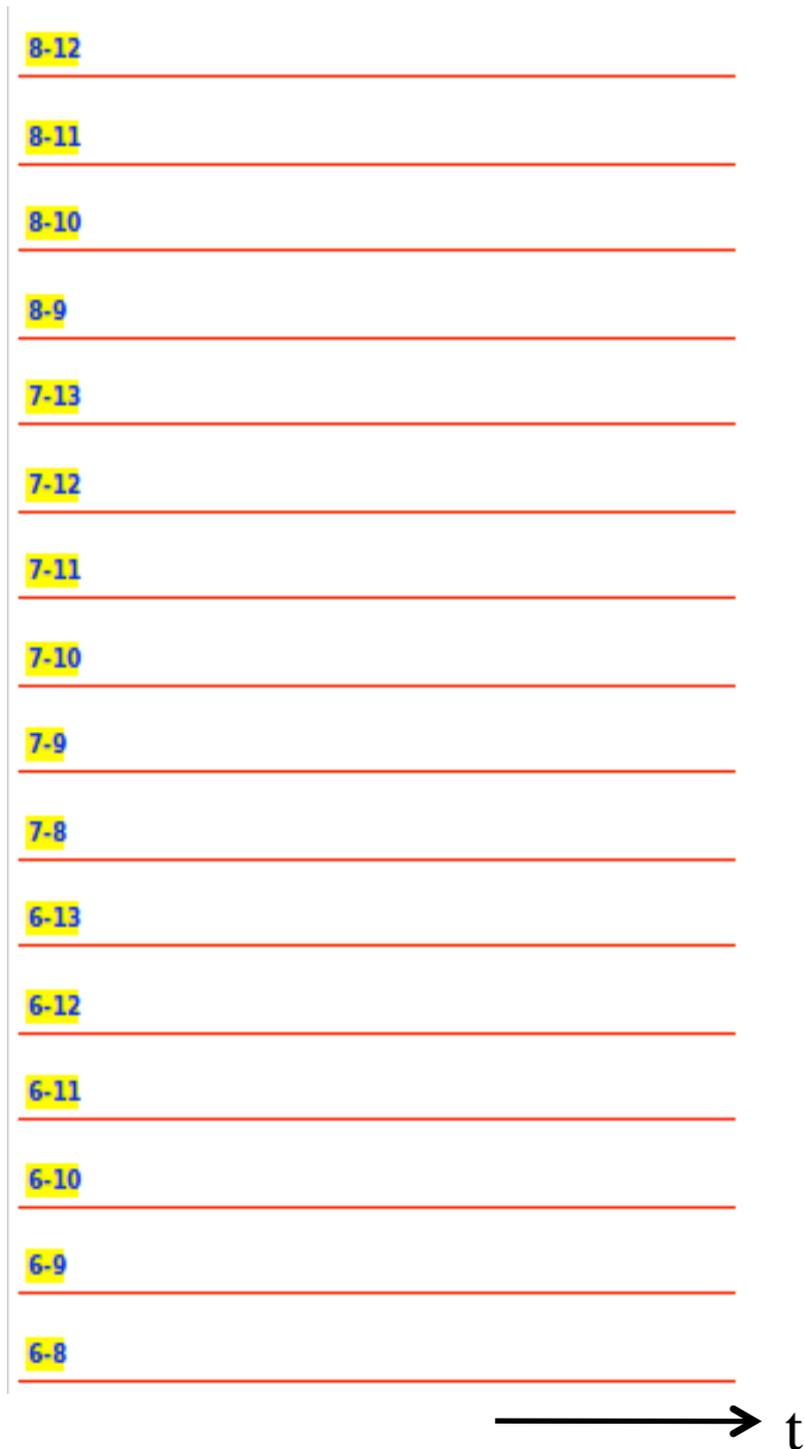
Min = -0.03 Jy

Max = 0.03 Jy

⇒ La source a bien été soustraite, mais il reste des résidus (variations d'intensité) élevés dus aux erreurs de gain artificiellement introduites et non corrigées.

Simulation d'une source ponctuelle (connue a-priori = calibrateur) non polarisée de 10 Jy observée au Westerbork Synthesis Radio Telescope @ 1432 MHz avec erreurs de gains

Soustraction d'un modèle supposé de la source
Résidus $\delta S(\theta, \phi)$ après étalonnage des Gains (M.E.)



Min = $-1.5 \cdot 10^{-9}$ Jy

Max = $1.5 \cdot 10^{-9}$ Jy

⇒ Les résidus ont une statistique gaussienne (erreur numérique dans ce cas)

Amplitude de la visibilité pour quelques lignes de base après soustraction de la source et étalonnages des gains

- Étalonnage à partir de l'observation de la cible elle-même (Self-Cal) \Rightarrow ajustement des gains (amplitudes et phases) des antennes pour corriger des effets de propagation ionosphérique

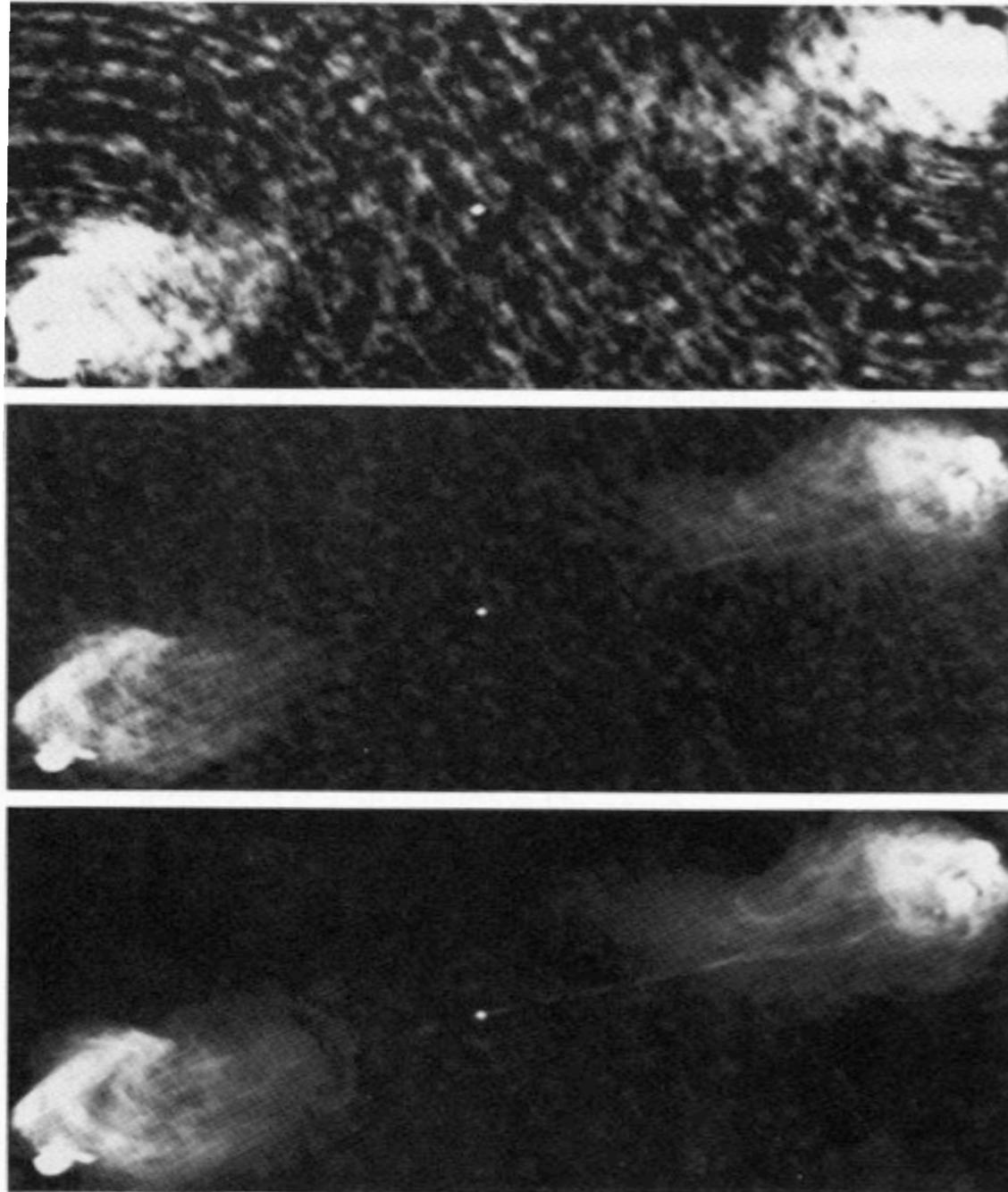


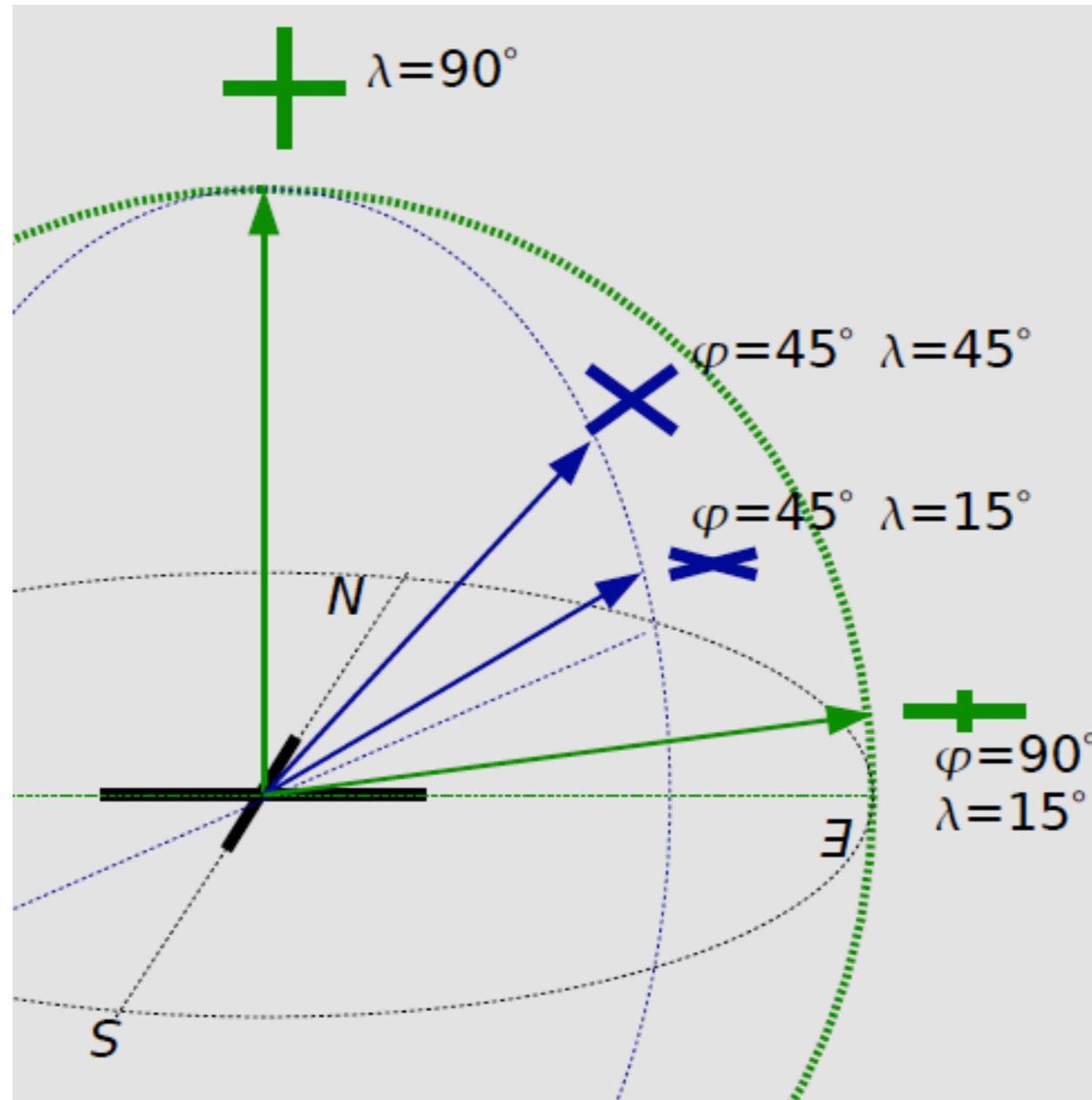
Fig. 8.6. Three images of the radio galaxy Cygnus A, taken with the VLA using all four configurations at 6 cm. In the top panel the interferometer data were calibrated, gridded and Fourier transformed, with no additional processing. Much of the structure is *not* real, but rather due to side lobes of the synthesized beam. In the middle panel, the image was deconvolved using the Maximum Entropy Method (MEM). Note the vast increase in dynamic range. The image in the bottom panel has been self-calibrated. This gives an additional factor of 3 in dynamic range (observed by Perley and Dreher, courtesy of NRAO/AUI)

- Effets de projection des dipôles : décrits par une matrice de Jones

$$\mathbf{L}(\varphi, \lambda) = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \sin\lambda \\ \sin\varphi & \cos\varphi \sin\lambda \end{bmatrix} \quad \text{avec } \varphi = \text{azimuth}, \lambda = \text{élévation}$$

\mathbf{L} varie avec t , avec la position de la source (grand champ), avec la position de l'antenne (grand réseau) + *diagramme de rayonnement de l'antenne, ionosphère, imprécisions de pointage*

⇒ nécessité de résoudre l'équation des Mesures par « facettes » (Direction Dependent Effects) car les corrections apportées aux visibilité ne sont valables que dans une seule direction...



• Interférométrie & Polarimétrie : Techniques d'Imagerie

$$T_A(\theta, \phi) = 1/4\pi \times [g(\theta, \phi) \otimes T(\theta, \phi)] \Rightarrow t_A(u, v) = G(u, v) \cdot t(u, v) = V(u, v)$$
$$\text{avec } G(u, v) = 1/4\pi \times \text{TF}[g(\theta, \phi)] = E(u, v) \otimes E^*(u, v)$$

Couverture (u,v) incomplète + bruit \Rightarrow restauration de $T(\theta, \phi)$ à partir de $t_A(u, v)$ non unique

"Solution principale" obtenue par la mise à 0 des $t_A(u, v)$ non contraints $\Rightarrow T(\theta, \phi)_{sp}$

$T(\theta, \phi)_{réelle} - T(\theta, \phi)_{sp} =$ solution « fantôme » ou « invisible »,

se décomposant sur les portions du plan (u,v) où $t_A(u, v) = 0$

$\text{TF} [G(u, v)] = g(\theta, \phi) = \text{PSF} =$ « dirty beam » \Rightarrow lobes secondaires généralement élevés

$\text{TF} [t_A(u, v) / G(u, v)]$ généralement très bruitée car la déconvolution linéaire ajoute du bruit du fait des lobes secondaires de $\text{TF} [G(u, v)]$ liés à l'échantillonnage peu dense de $G(u, v)$

(dirty beam is dirty !)

\Rightarrow utilisation de « recettes » non linéaires pour améliorer la restauration

Pondération de $t_A(u_i, v_i)$ par une Gaussienne($(u_i^2 + v_i^2)^{1/2}$) \Rightarrow réduction des lobes secondaires à $\sim 1\%$

$g_C(\theta, \phi) =$ « clean beam » = approximation gaussienne du « dirty beam »

- Aliasing :

T.F. par FFT \Rightarrow requiert l'interpolation de $t_A(u,v)$ sur une grille régulière

$$t'_A(u,v) = \text{III}(u,v) \cdot [P(u,v) \otimes t_A(u,v)] \quad \text{où } t'_A(u,v) \text{ prend ses valeurs sur une grille régulière } (\Delta u, \Delta v)$$

$$P(u,v) = \text{pondération des mesures } t_A(u,v) \quad [ex : P(u,v) = \text{disque uniforme}]$$

$$\text{III}(u,v) = \Delta u \cdot \Delta v \times \sum_{i,j=-\infty}^{+\infty} \delta(u-i \cdot \Delta u) \times \delta(v-j \cdot \Delta v)$$

$$\Rightarrow T'(\theta, \phi) = \text{III}(\theta, \phi) \otimes [p(\theta, \phi) \cdot t_A(\theta, \phi)]$$

$$\text{Si } p(\theta, \phi) \neq 0 \text{ hors de la source} \quad [ex : P(u,v) = \text{disque uniforme } (u,v) \Rightarrow p(\theta, \phi) = J_1 \text{ (Bessel ordre 1)}]$$

\Rightarrow repliement de signal artificiel dans l'image de la source

\Rightarrow images fantômes par « aliasing » (e.g. du fait d'une source ponctuelle intense non résolue)

$T'(\theta, \phi) =$ « dirty map » (généralement dynamique faible, instabilité / ajout de mesures de visibilité)

- CLEAN :

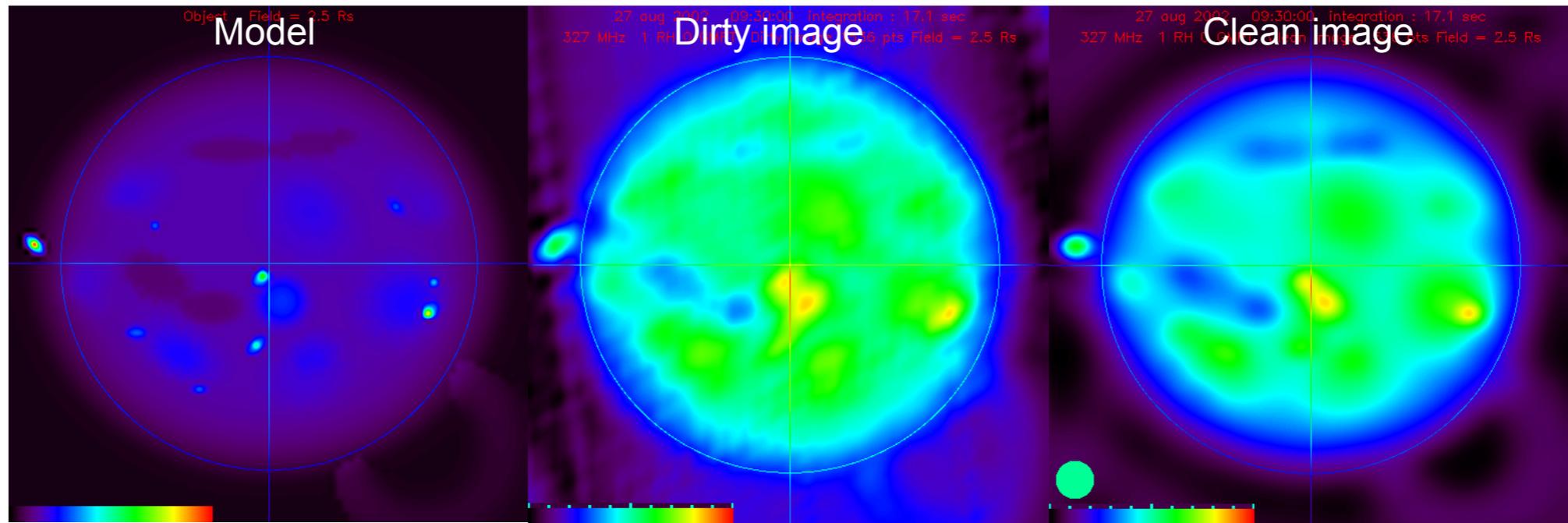
Représentation de $T'(\theta, \phi)$ par une somme de sources ponctuelles :

$$T'(\theta, \phi) = \sum_i A_i g_D(\theta - \theta_i, \phi - \phi_i) + t_\varepsilon(\theta, \phi) \quad \text{avec intensités } A_i > 0$$

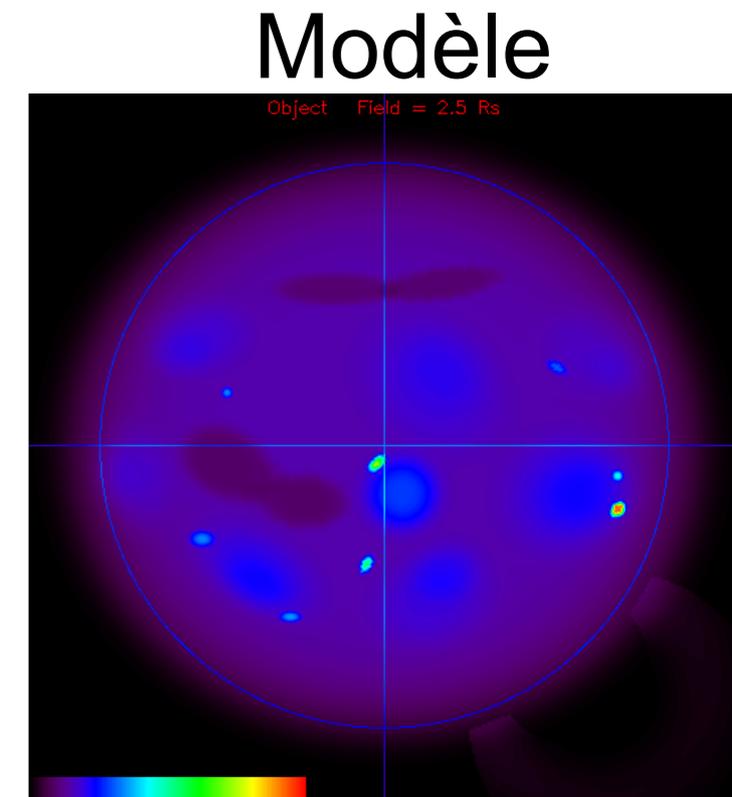
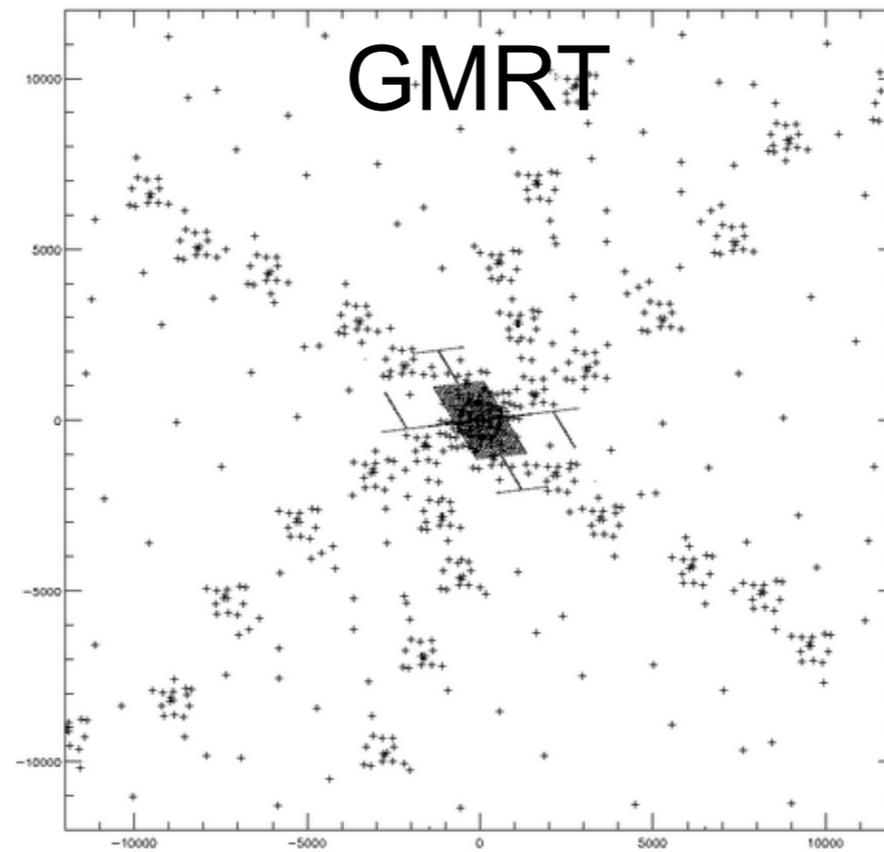
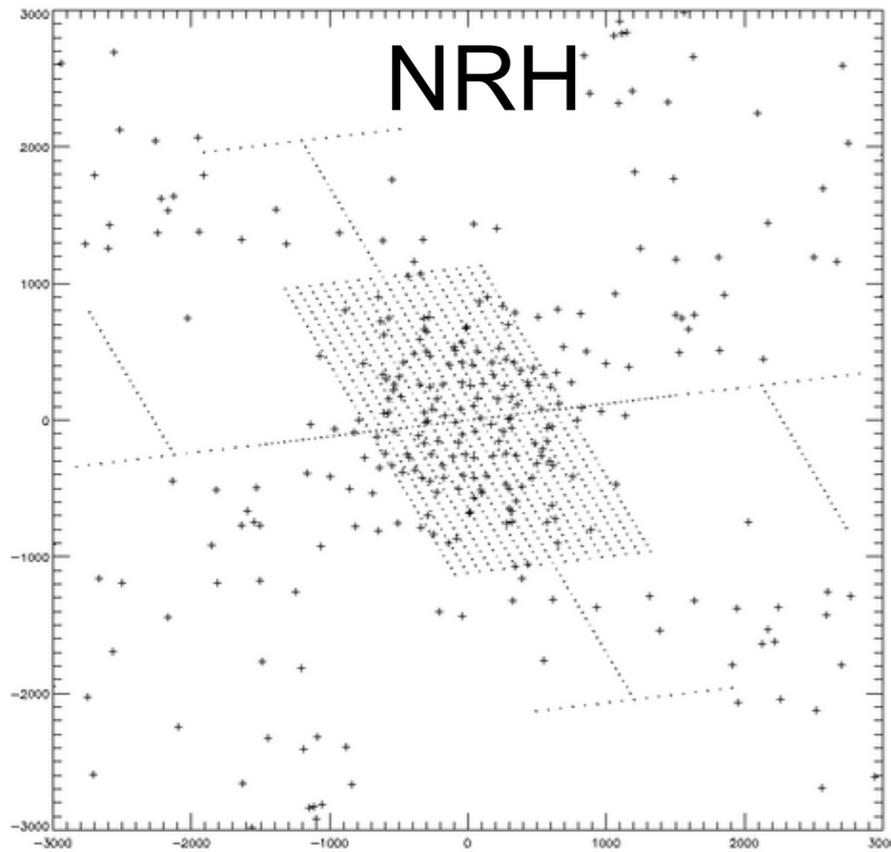
Décomposition itérative à partir du pic le plus intense avec un facteur de convergence γ ($0 < \gamma < 1$), converge si $t_\varepsilon \rightarrow$ bruit des mesures

$$\text{Clean Image} = (\sum_i A_i(\theta_i, \phi_i)) \otimes g_C(\theta, \phi) \quad [+ \text{résidus}]$$

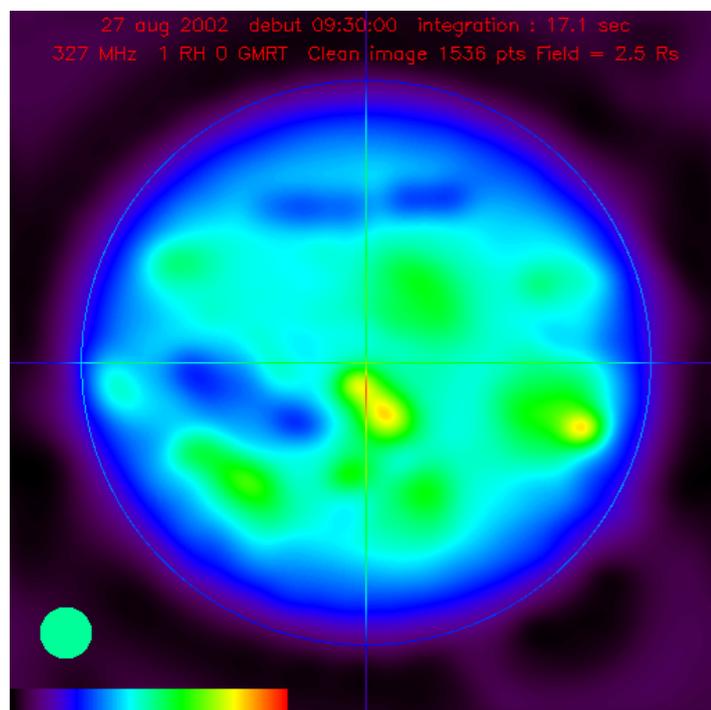
NRH @
327 MHz



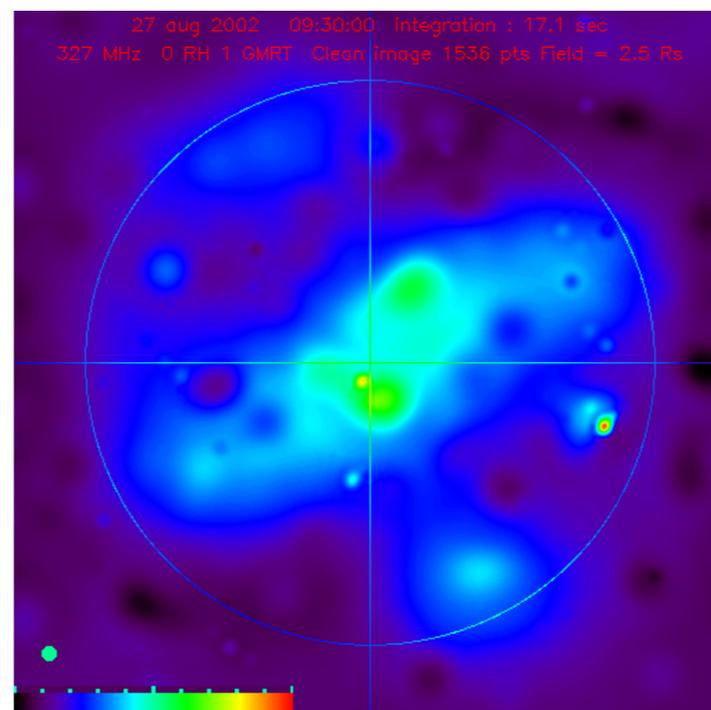
La combinaison d'ensembles de visibilités de différent instruments est possible



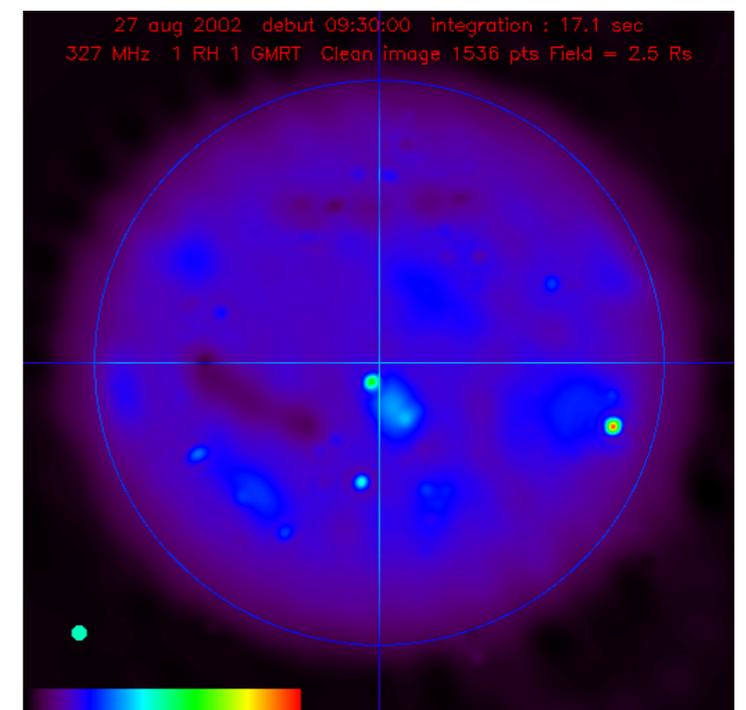
NRH Clean



GMRT Clean



NRH&GMRT Clean



- Autres Méthodes : Maximum d'Entropie ; Clôture de phase, d'amplitude ; Compressed sensing ...

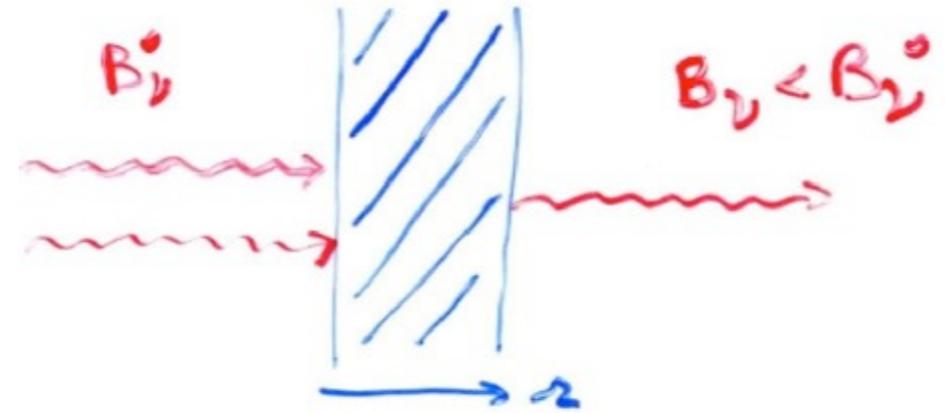
• Observations spectrales (en antenne unique) & Transfert radiatif

Absorption (interaction photon – matière) :

$$dB_\nu = B_\nu - B^0_\nu = -\alpha B_\nu dr$$

$$\Rightarrow B_\nu(r) = B^0_\nu e^{-\alpha r} = B^0_\nu e^{-\tau} \quad (\tau = \text{épaisseur optique})$$

→ Source de brillance B_S derrière un nuage absorbant d'épaisseur optique τ : $B = B_S \times e^{-\tau}$



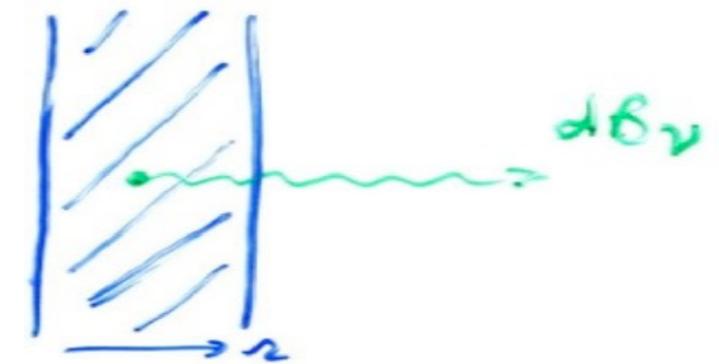
Emission + auto-absorption :

$$dB_\nu = \beta dr e^{-\alpha r}$$

$$\Rightarrow B_\nu = \int_0^\tau \beta e^{-\alpha r} dr = \beta/\alpha \times (1 - e^{-\tau})$$

→ Nuage émissif & absorbant d'épaisseur optique τ et de température T :

$$B = 2kT/\lambda^2 \times (1 - e^{-\tau}) = B_N \times (1 - e^{-\tau}) \rightarrow B_N \text{ pour un milieu opaque } (\tau \gg 1)$$



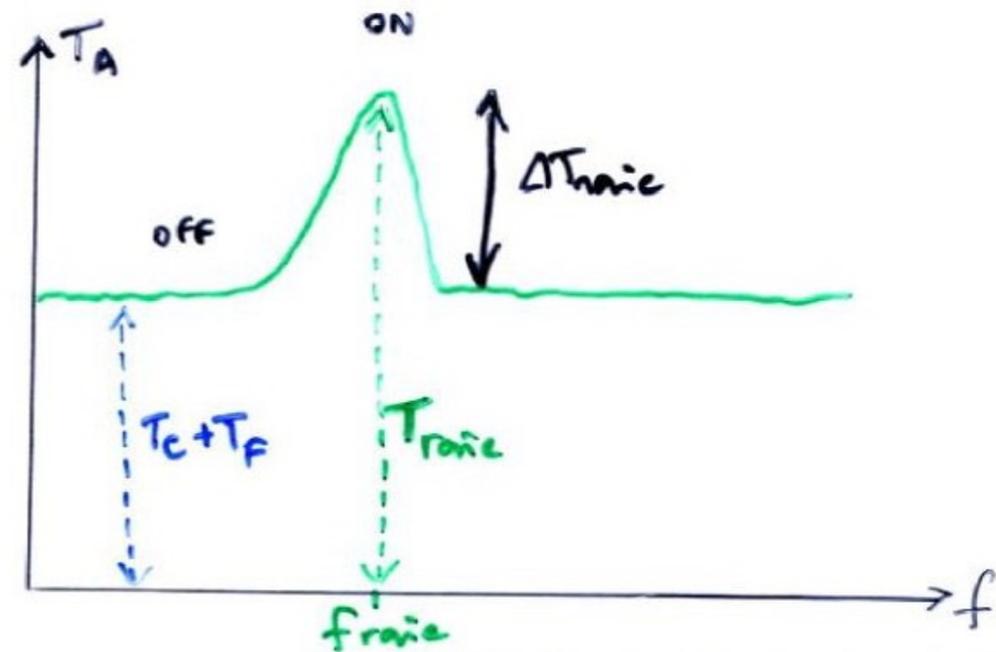
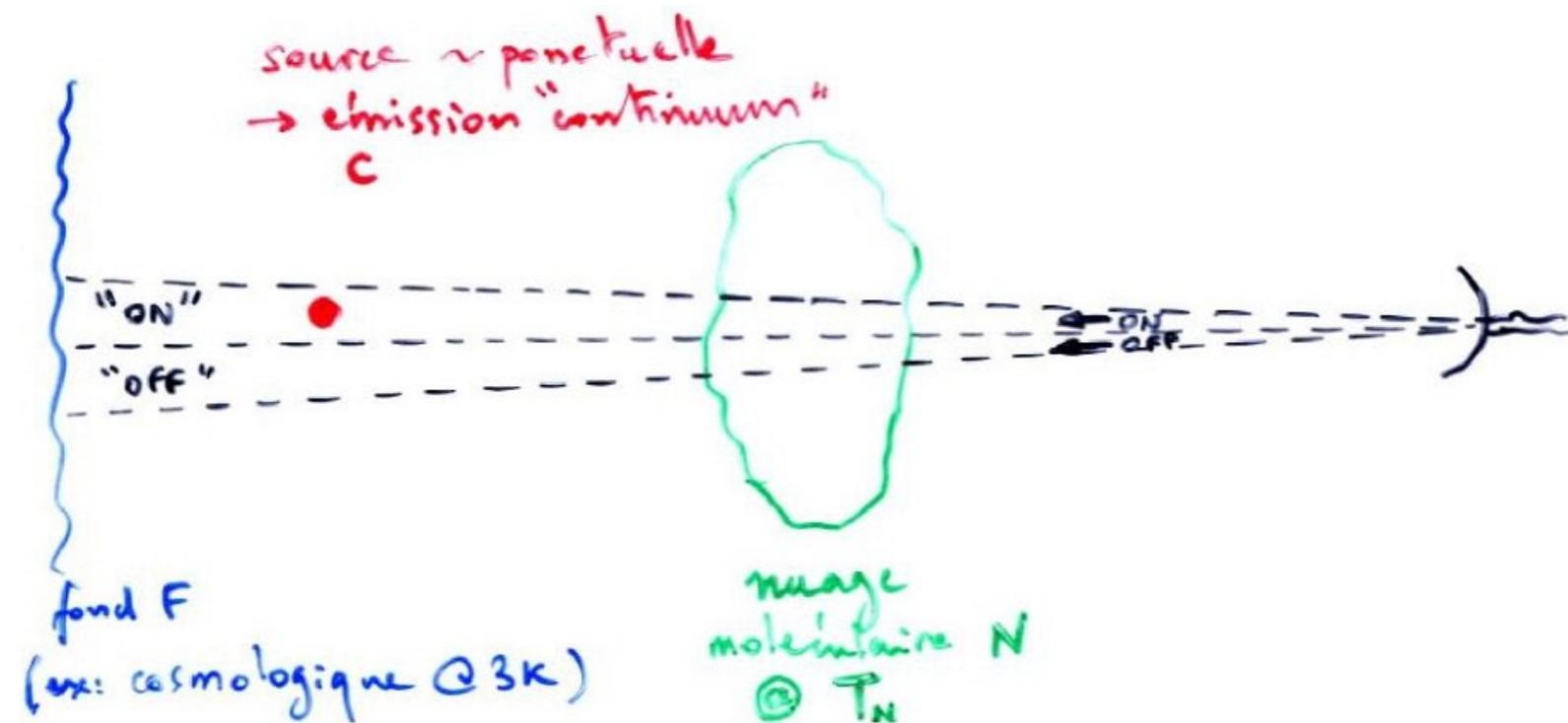
Cas réel = combinaison des deux : $B = B_S \times e^{-\tau} + B_N \times (1 - e^{-\tau})$

Dans le domaine Radio (Rayleigh-Jeans) : $T_B = T_S \times e^{-\tau} + T_N \times (1 - e^{-\tau})$

Selon l'épaisseur optique du nuage : $\tau \approx 0 \Rightarrow T_B = T_S$

$$\tau \rightarrow \infty \Rightarrow T_B = T_N \times (1 - e^{-\tau})$$

+ cas intermédiaires



"ON" source : $\Rightarrow T_{\text{raie}}(f) = (T_C + T_F) e^{-\tau} + T_N (1 - e^{-\tau})$

"OFF" source spectral : on retranche le fond aux fréquences voisines hors raie

$$T_{\text{hors-raie}}(f) = T_C + T_F$$

"ON" - "OFF" :

$$\Rightarrow \Delta T_{\text{raie}}(f) = (T_N - T_C - T_F) \times (1 - e^{-\tau})$$

"OFF" source spatial : observation à côté de la radiosource continuum "C" : $T_C = 0$

on obtient de même $\Rightarrow \Delta T_{\text{raie}}(f) = (T_N - T_F) \times (1 - e^{-\tau})$

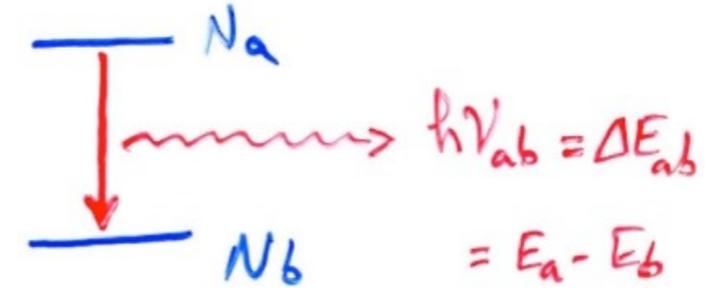
→ La combinaison de "ON" et "OFF" permet de tirer T_N et τ.

NB : la raie peut apparaître en émission ($\Delta T_{\text{raie}} > 0$) ou en absorption ($\Delta T_{\text{raie}} < 0$) selon que T_N est > ou < (T_C + T_F)

→ De T_N on déduit le rapport N_a/N_b de la transition considérée par la Formule de Boltzmann :

$$N_a/N_b \approx \exp(-\Delta E_{ab}/kT_N)$$

avec $T_N = T$ excitation du nuage = T cinétique si nuage à l'ETL



La densité de colonne moléculaire = $\int_{\text{ligne de visée}} N \cdot dr$ est déduite de $\int_{\text{profil de la raie}} \Delta T_{\text{raie}}(f) \cdot df$

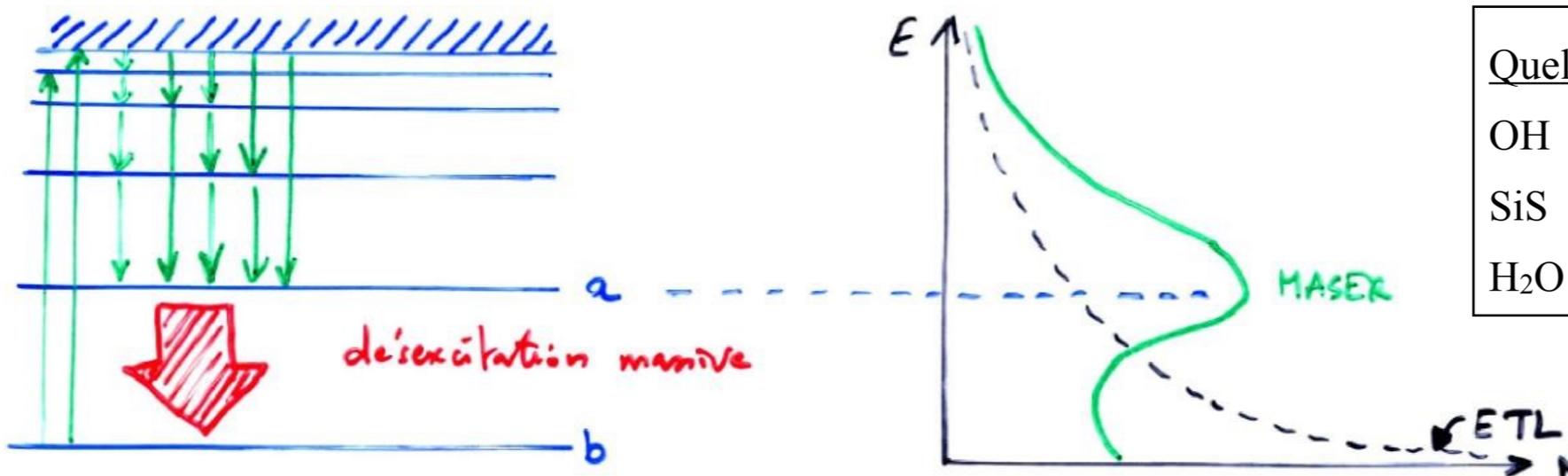
$$\text{On montre que : } N \propto \tau f^2 \Delta f_{\text{raie}} / [A_{ab} (N_b/(N_a+N_b)) (1-\exp(-h\nu/kT_N))]$$

↘ probabilité de transition spontanée $a \rightarrow b$

MASER

Quand \exists une "pompe" qui perturbe l'ETL et peuple les niveaux d'énergie élevé (collisions / H, émission IR d'* proches ou de poussières IS ...)

⇒ Inversion de population $N_a > N_b$, puis désexcitation induite (en cascade)



Quelques MASERS détectés :

OH	à	1.665 GHz	CH ₃ OH	à	25 GHz
SiS	à	18 GHz	SiO	à	43 & 86 GHz
H ₂ O	à	22 GHz	HCN	à	89 GHz

$N_a/N_b > 1 \Rightarrow T_N < 0$ et $\tau \propto (N_b - N_a) < 0 \Rightarrow \Delta T_{\text{raie}} > 0 \Rightarrow$ une raie MASER est toujours en émission
Croissance exponentielle ($\propto e^{-\tau}$) de B et T $\Rightarrow T_N > 10^{15}$ K observées

Masers galactiques : $L \approx 10^{3-6} L_{\text{Soleil}}$; \exists Méga-MASERS extragalactiques : $L \sim 10^{6-9} \times$ galactiques
→ galaxies en interaction ? noyaux actifs ?

- Introduction (historique, intérêt, spécificités)
- Onde & Polarisation
- Plasmas & Propagation (coupure, dispersion, effet Faraday, scintillations)
- Détection Cohérente du Signal (théorie de la mesure, température d'antenne, étalonnage, bruit)
- Récepteurs (hétérodyne, température de système, filtrage, gain, RFI mitigation)
- Notions sur les Antennes Radioastronomiques : Antennes uniques
- Interférométrie et Synthèse d'ouverture (réseaux phasés, pointage électronique, imagerie, corrélation, cohérence, VLBI)
- Méthodes d'Observation
- **Grands instruments actuels et du Futur**
- Notions de Radioastronomie Spatiale

Antennes uniques et interféromètres «historiques»

Dénomination et situation	Dimensions	Fréquence de travail maximale	Remarques	
I. Antennes uniques				
Amherst (États-Unis)	Diamètre: 14 m	115 GHz	Fixe, zénithal	
Arecibo (Porto Rico)	Diamètre: 300 m	5 GHz		
Crawford Hill (États-Unis)	Diamètre: 7 m	115 GHz	<i>Deep Space Network</i> de la NASA (poursuite engins spatiaux, mais aussi radioastronomie)	
Crimée (Russie)	Diamètre: 22 m	22 GHz		
CSO Hawaï (États-Unis)	Diamètre: 10,4 m	690 GHz		
Goldstone (États-Unis)	Diamètre: 70 m	9 GHz		
Madrid (Espagne)				
Tidbinbilla (Australie)	Diamètre: 100 m	46 GHz		Plus grande antenne orientable En construction
Effelsberg (Allemagne)				
Green Bank (GBT) (États-Unis)	Diamètre: 100 m	110 GHz		
Green Bank, 140' (États-Unis)	Diamètre: 42 m	22 GHz		
JCMT Hawaï (États-Unis)	Diamètre: 15 m	350 GHz		
Jodrell Bank (Royaume-Uni)	Diamètre: 76 m	3 GHz		
Kitt Peak (États-Unis)	Diamètre: 11 m	230 GHz		
Nobeyama (Japon)	Diamètre: 45 m	115 GHz		
Onsala (Suède)	Diamètre: 20 m	115 GHz		
Parkes (Australie)	Diamètre: 64 m	43 GHz		
Pico Veleta (Espagne)	Diamètre: 30 m	350 GHz		
Plateau de Bure (France)	Diamètre: 2,5 m	230 GHz		
Nançay (France)	200 m x 35 m	3,3 GHz	Méridien	
SEST (Chili)	Diamètre: 15 m	230 GHz		
Zelenchuk (Russie)	Anneau de 600 m	5 GHz		
II. Interféromètres				
	(1)			
Australian Telescope (Australie)	6 x 22 m de diamètre	115 GHz	Longueur 6 km	
BIMA, Hat Creek (États-Unis)	9 x 6 m de diamètre	230 GHz	Longueur 300 m	
Cambridge (Royaume-Uni)	3 x 25 m de diamètre	1,4 GHz	Longueur 1,6 km	
	8 x 14 m de diamètre	10 GHz	Longueur 5 km	
Cambridge (Royaume-Uni)	Dipôles sur 40 000 m ²	38 MHz	5 km	
GMRT, Poona (Inde)	34 x 45 m de diamètre	1,4 GHz	En construction	
Lanlherne (Australie)	40 000 m ²	3 - 32 MHz	Sur 240 km	
Merlin (Royaume-Uni)	7 antennes diverses			
Nançay (France)	43 antennes diverses	450 MHz	En forme de T, solaire	
Nançay (France)	144 antennes hélicoïdales,	110 MHz		
	10 000 m ²			
Nobeyama (Japon)	5 x 10 m de diamètre	115 GHz	Longueur 560 m	
Ootacamund (Inde)	17 000 m ²	300 MHz	Cylindre parabolique	
Owens Valley (États-Unis)	6 x 10 m de diamètre	230 GHz	Longueur 300 m	
Plateau de Bure (France)	4 x 15 m de diamètre	230 GHz		
Université de Floride (États-Unis)	30 000 m ²	26 MHz	En forme de Y, branches de 19 km	
UTR2, Kharkov (Ukraine)	100 000 m ²	35 MHz		
VLA, Socorro (États-Unis)	27 x 25 m de diamètre	22 GHz	Réseau VLBI	
VLBA (États-Unis)	10 x 25 m de diamètre	22 GHz	Longueur 3 km	
Westerbork (Pays-Bas)	14 x 25 m de diamètre	5 GHz		

(1) Nombre d'antennes x valeur du diamètre.

BIMA Berkeley Illinois Maryland Array.

CSO Caltech Submillimeter Observatory.

GMRT Giant Meter wave Radio Telescope.

JCMT James Clerk Maxwell Telescope.

UTR2 Ukrainian T-shaped Radiotelescope, Mark 2.

VLA Very Large Array.

VLBA Very Long Baseline Array.

Réseaux basses fréquences «historiques»

Instrument & Localisation	Description	Auteur & Année	Gamme de fréquences (MHz)	Aire effective (m ²)	Lobe	Polarisation
RDN - Réseau Décamétrique Nançay, France	144 antennes log-hélicoïdales	Boischot 1977	10 - 100	~2 × 4000	6° × 10° (tracking)	4 Stokes
Réseau UTR-2 Kharkov, Ukraine	2040 dipôles dans 2 branches (EW & NS)	Braude 1977	7 - 35	~60000 (A ~143000)	30' × 10° (tracking)	1 polar. linéaire EW
DKR & BSA Pushchino, Russie	cylindre EW & dipôles	Shitov 1974	30 - 120 & 109 - 113	~40000 & ~3000	11' × 4.5° & 22' × 48' (16 beams)	1 polar. linéaire EW
UFRO Floride	16 log-hélicoïdales & 640 dipôles	Carr 1972	18 - 40 & 26.3 ± 0.2	1200 & 20000	~20° & ~5°	2 polar. circ. ⊥ & 2 polar. lin. ⊥
SURA Nizhny Novgorod, Russie	Emetteur 200 MW+ dipôles	Tokarev 1980	4.5 - 9.3	3 × 30000	~10°	?



Interferomètres modernes "standard"

Westerbork
(ASTRON, Pays-Bas)

14 paraboles de 6m
Base max: 2.7 km
 $\lambda \sim 10\text{cm} - 1\text{m}$
 $A \sim 400\text{ m}^2$



GMRT

(Pune, Inde)
30 paraboles de 45 m
Base max: 25 km
 $\lambda \sim 1\text{m}$, $f_{\text{min}} = 153\text{ MHz}$
 $A \sim 50000\text{ m}^2$

VLA
(NRAO, Nouveau Mexique)

27 paraboles de 25 m
Base max: 36 km
 $\lambda \sim 1\text{cm} - 1\text{m}$
 $f_{\text{min}} = 74\text{ MHz}$
 $A \sim 14000\text{ m}^2$



SMA

(USA – Taiwan)
Hawaïi
8 paraboles de 6 m
Base max: 0.5 km
 $\lambda \sim 0.5\text{mm}$
 $A \sim 220\text{ m}^2$

IRAM

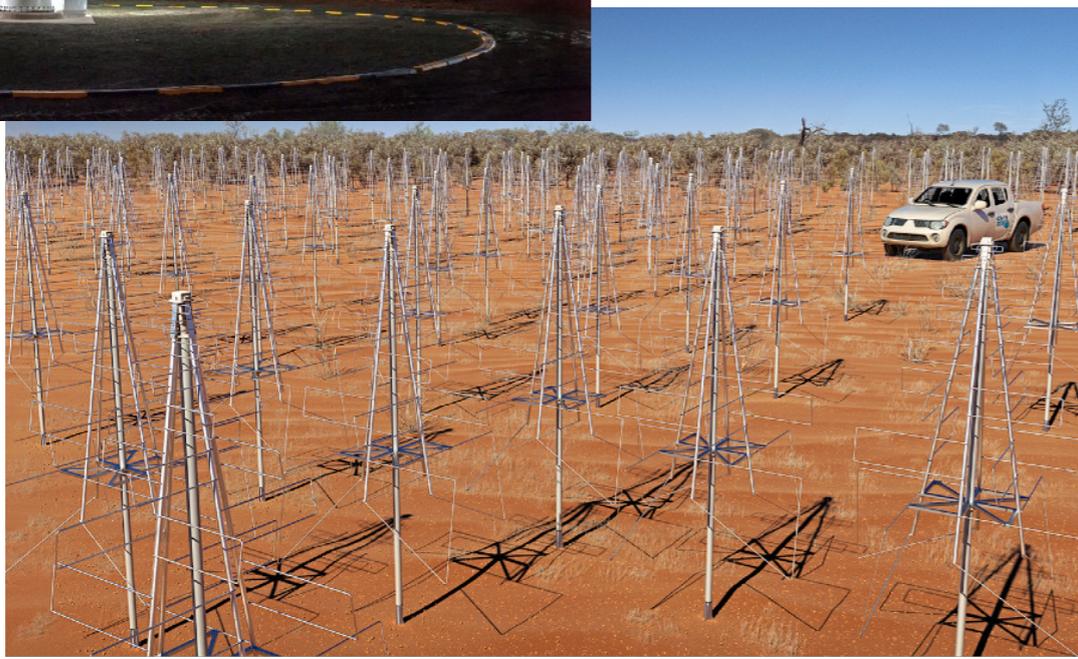
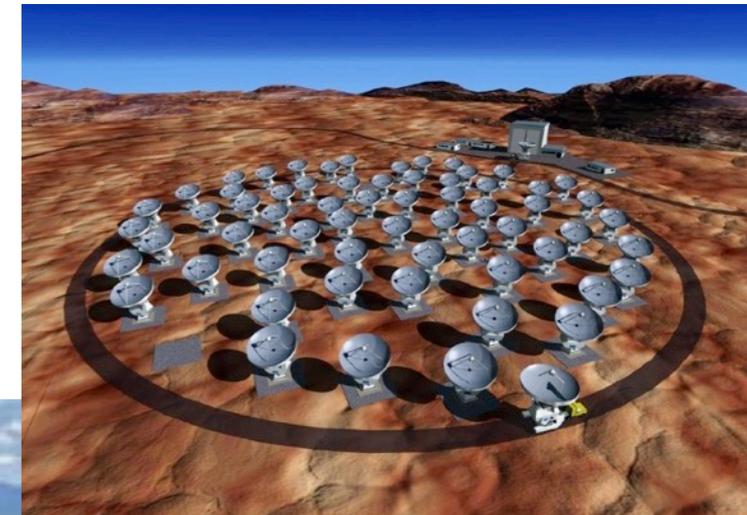
(Plateau de Bure, France)
6 paraboles de 15m
Base max: $\sim 1\text{ km}$
 $\lambda \sim 1\text{mm}$
 $A \sim 1000\text{ m}^2$



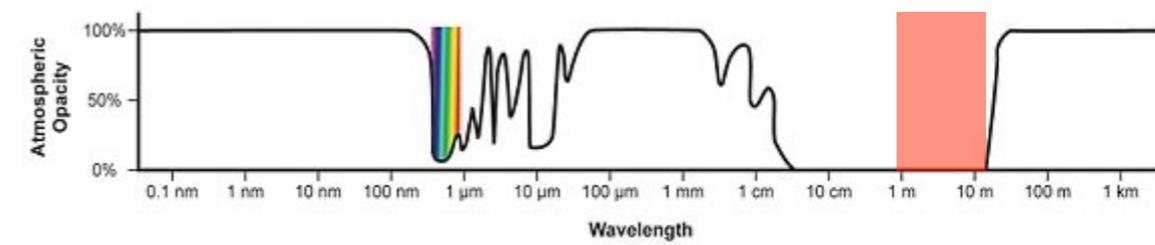
Grands instruments en opération / construction / projet



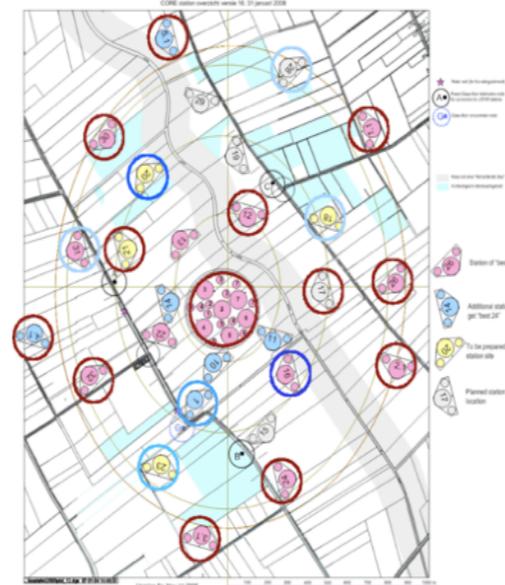
- LOFAR, LWA, MWA (≥ 2010)
- ALMA (≥ 2013)
- MeerKAT (≥ 2018)
- SKA ($\geq 2027-8$)
- LOFAR-on-the-Moon (?)



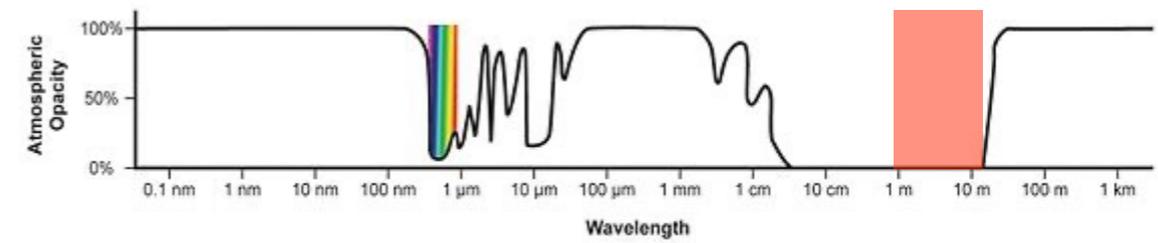
LOFAR (Low Frequency Array)



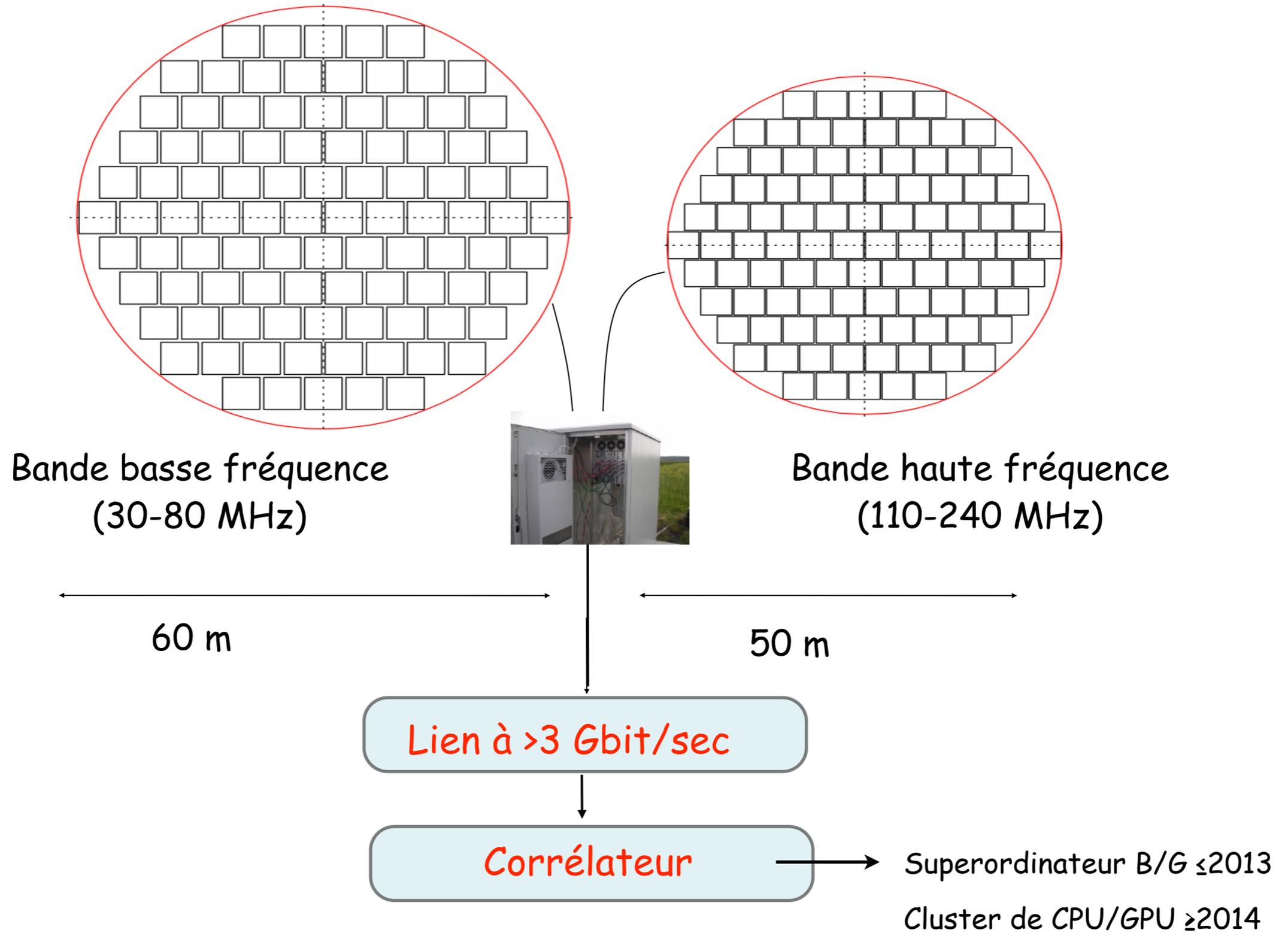
- Interféromètre de réseaux phasés aux Pays-Bas + Europe
- Diamètre ~100 km, Extensions européennes > 2000 km, 24 stations «coeur» + 14 stations distantes + ~15 stations internationales
- Gamme de fréquences = (10)30-80 & 110-250 MHz ($\lambda=1.2-10\text{m}$)
- $A_{\text{eff}} \sim 200000 \text{ m}^2$ ($\propto \lambda^2$)
- Résolution $\sim 1-10''$, grand champs (plusieurs $^\circ$)
- Modes imagerie, Réseau phasé (jusqu'à 24 faisceaux en //), Transient Buffer (forme d'onde)
- Sensibilité $< 0.1 \text{ mJy}$, résolutions $\rightarrow 1 \text{ msec} \times 1 \text{ kHz}$
- Polarisation complète, RFI mitigation
- Premier spectro-imageur BF «généraliste»
- ~ VLBI via internet en temps quasi-réel
- 1^{er} SKA «pathfinder»



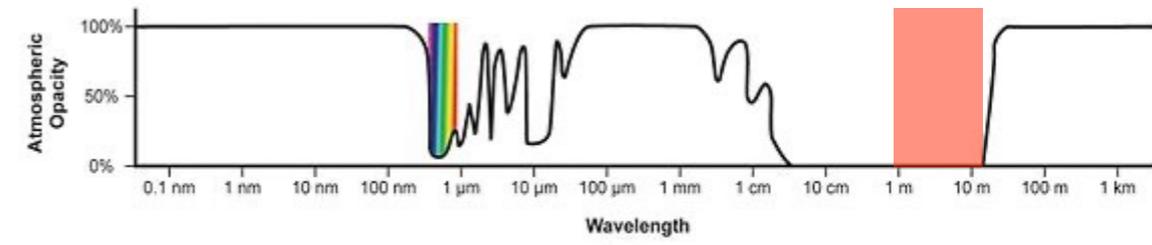
LOFAR (Low Frequency Array)



Station LOFAR

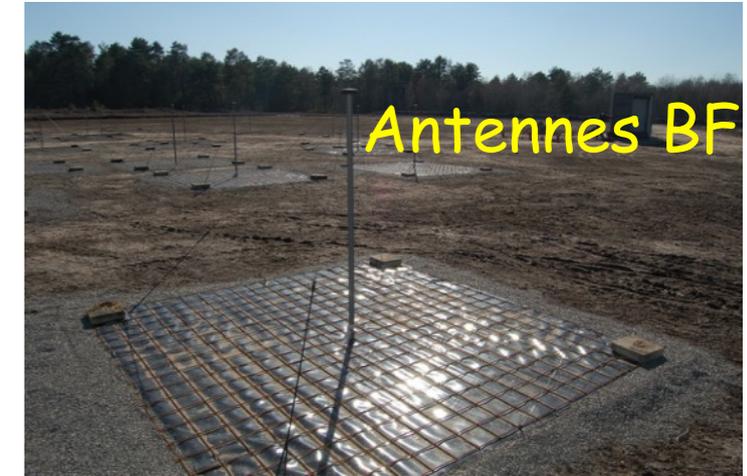
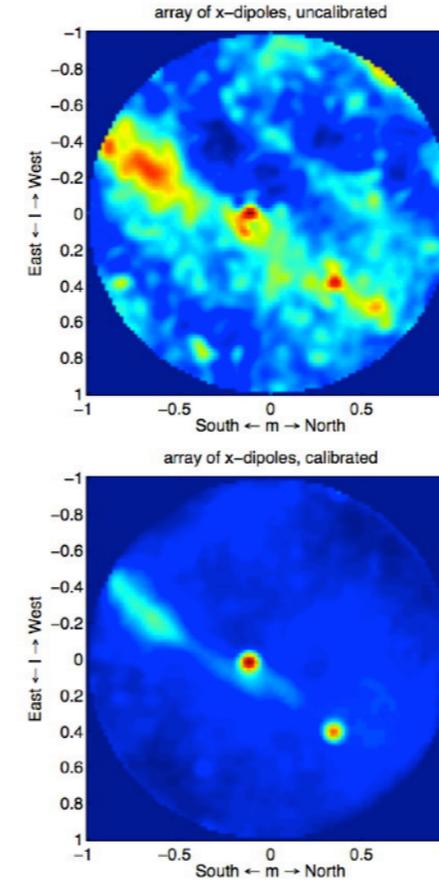


LOFAR (Low Frequency Array)



La Station FR606 de Nançay

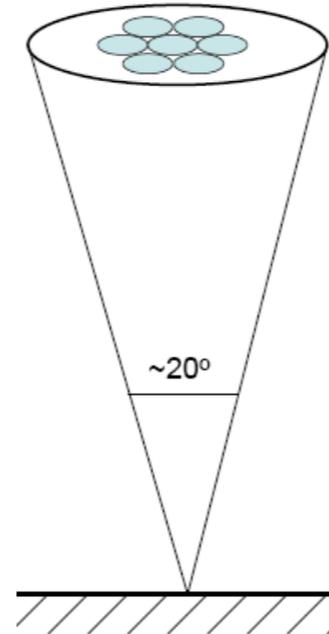
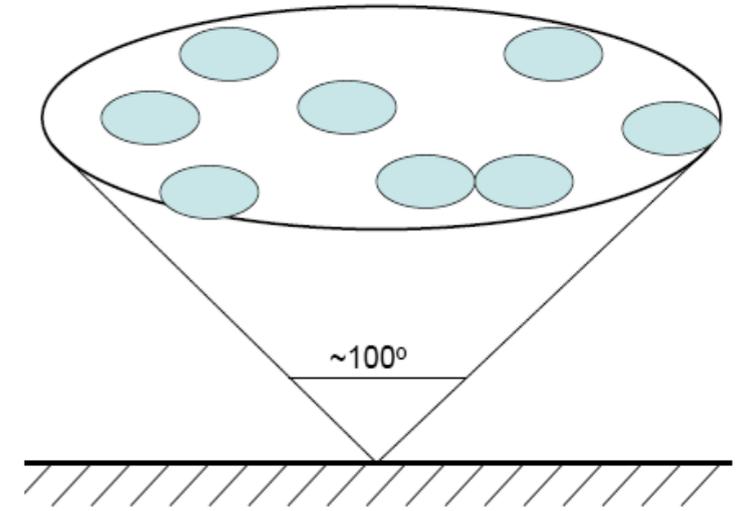
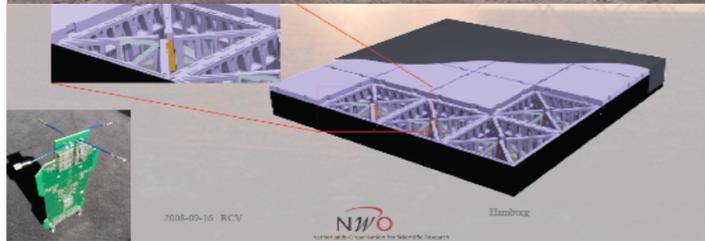
© 2010 Ivan THOMAS



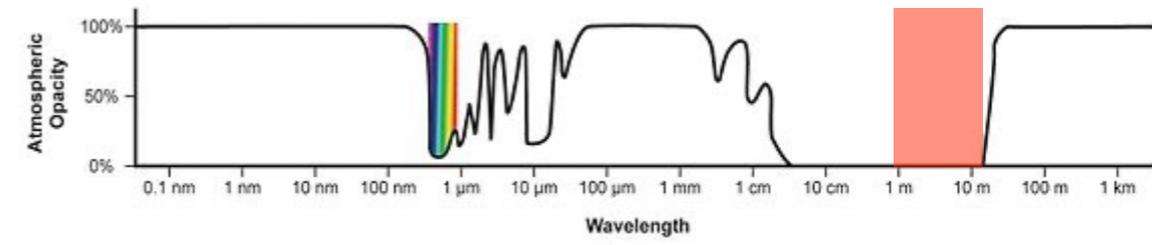
Antennes BF



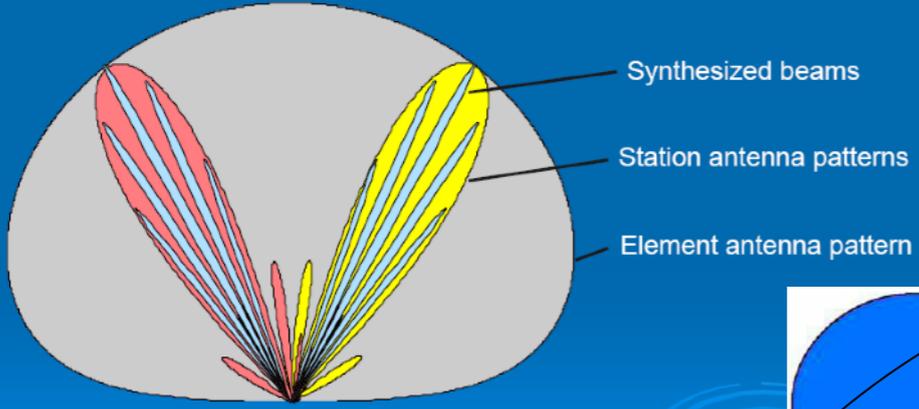
Antennes HF



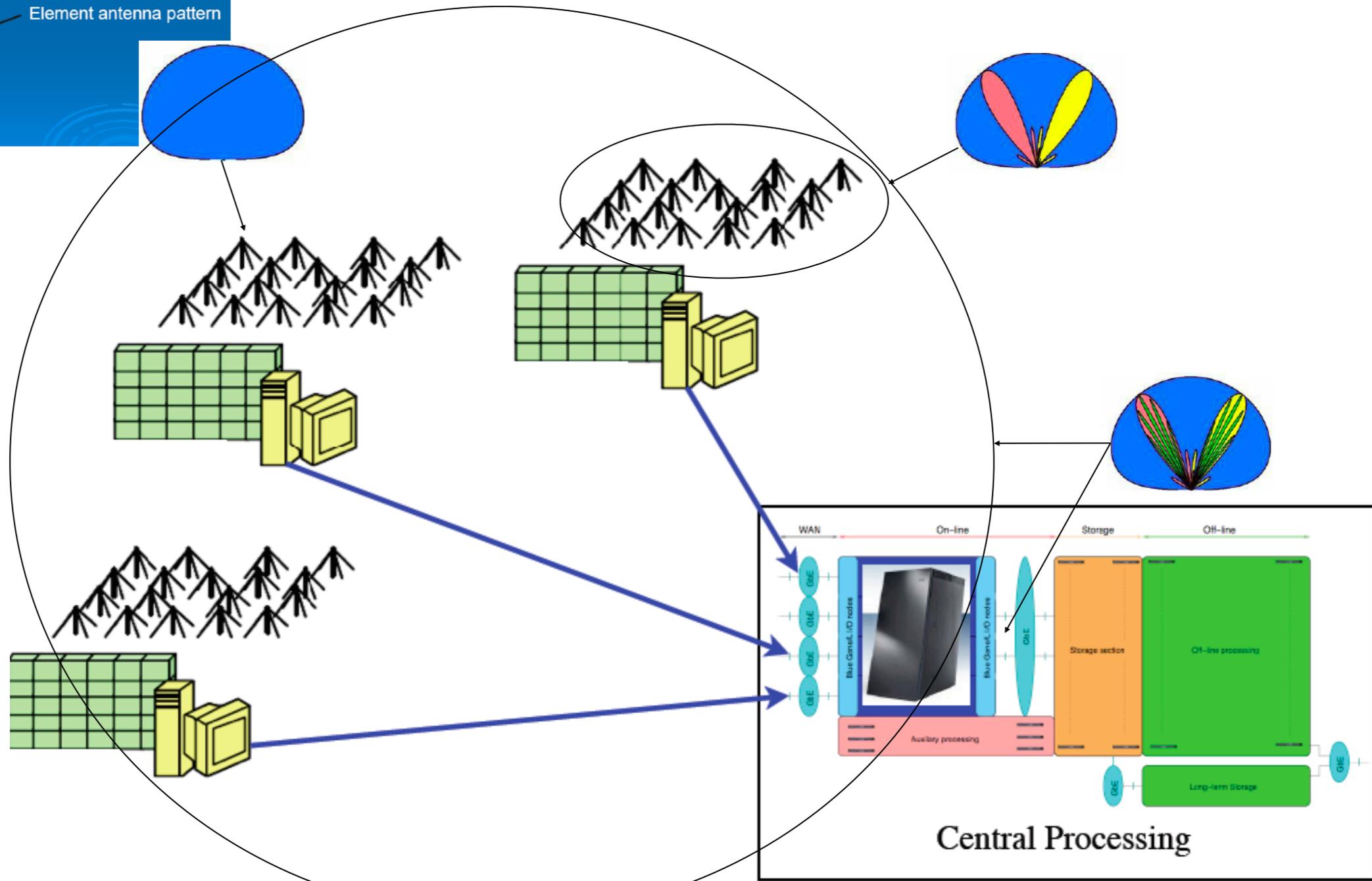
LOFAR (Low Frequency Array)



Aperture Array



Lobe d'antenne / de station / de réseau



Central Processing

Programmes multiples possibles en //

LOFAR (Low Frequency Array)

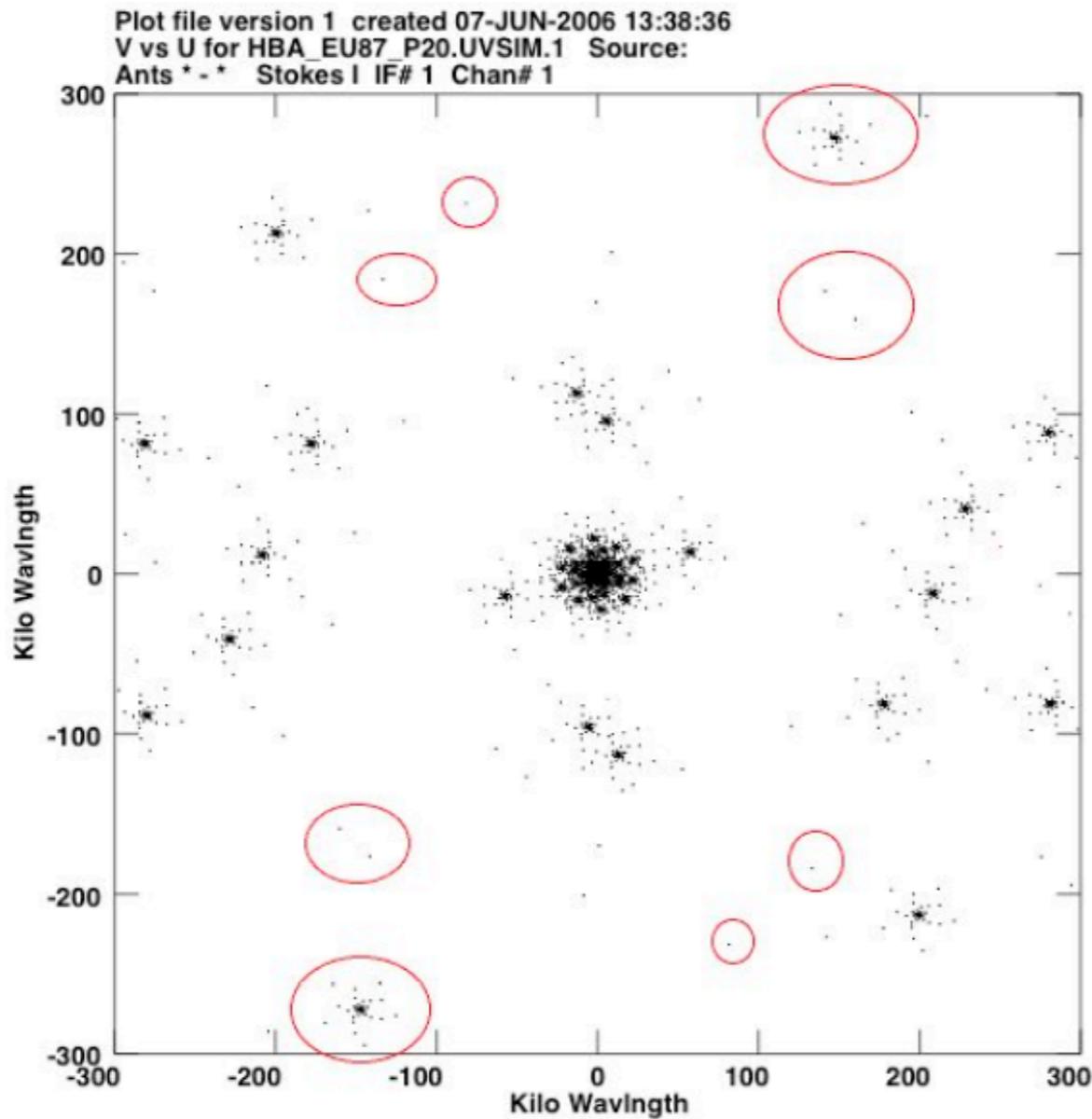
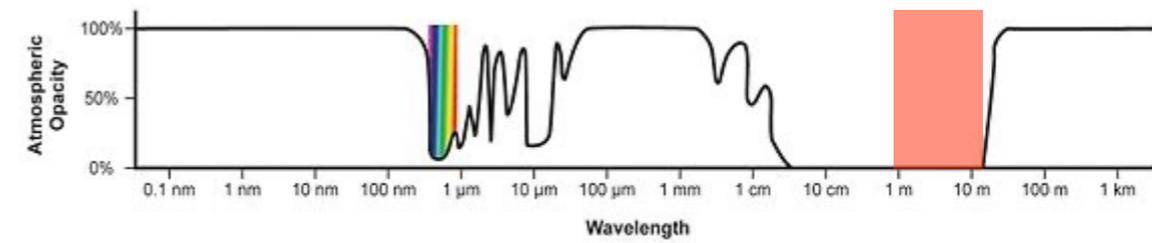


Figure 4 : simulation de couverture du plan u-v de LOFAR incluant les stations prévues en Allemagne et au Royaume-Uni. En rouge l'apport de la station de Nançay. Par intégration sur plusieurs heures, et grâce à la rotation terrestre la synthèse améliore encore la couverture du plan. Couverture instantanée pour $H.A.=0$ (limitée à une élévation de 45°) pour une déclinaison de 20° à 150 MHz.

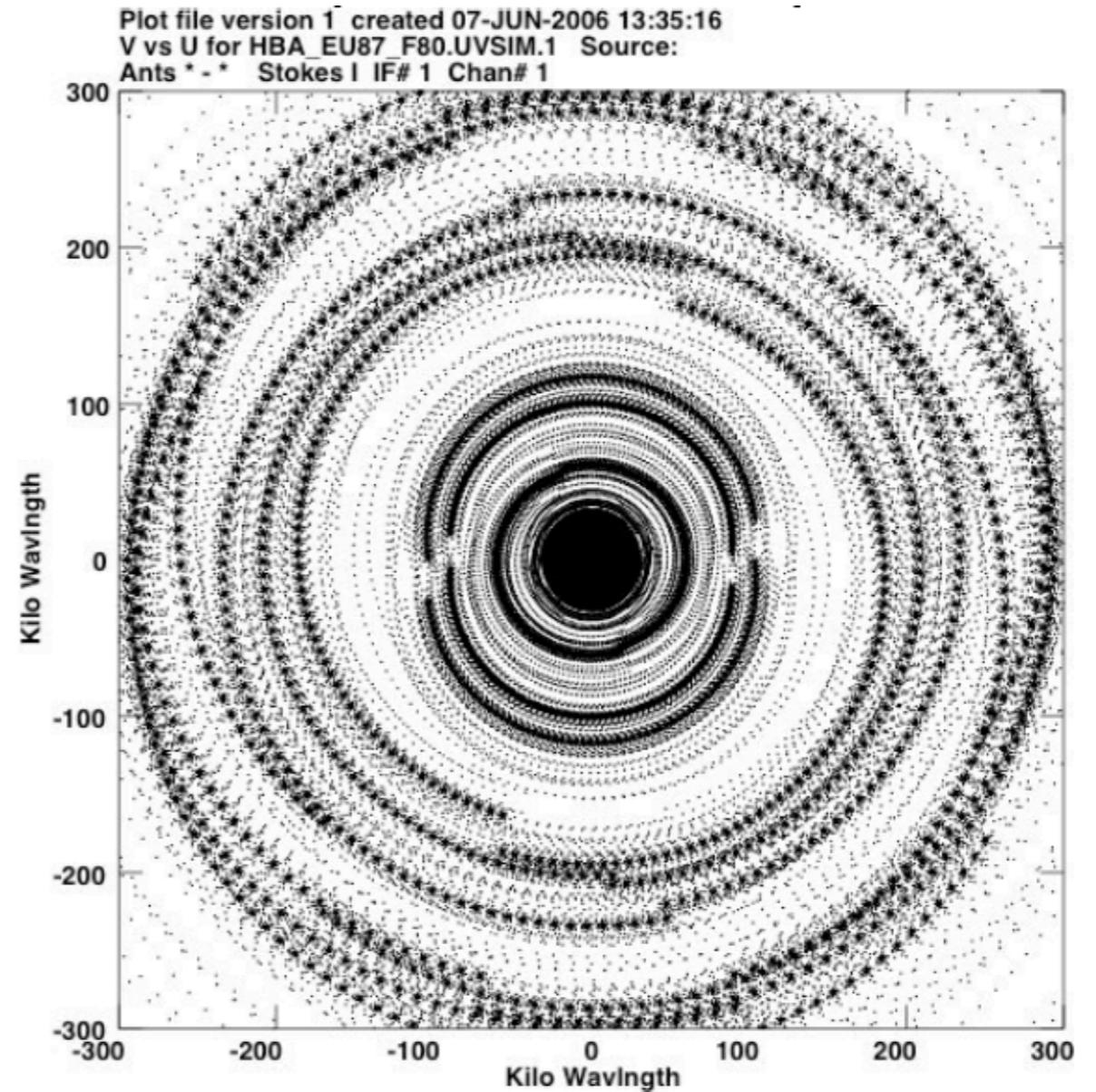
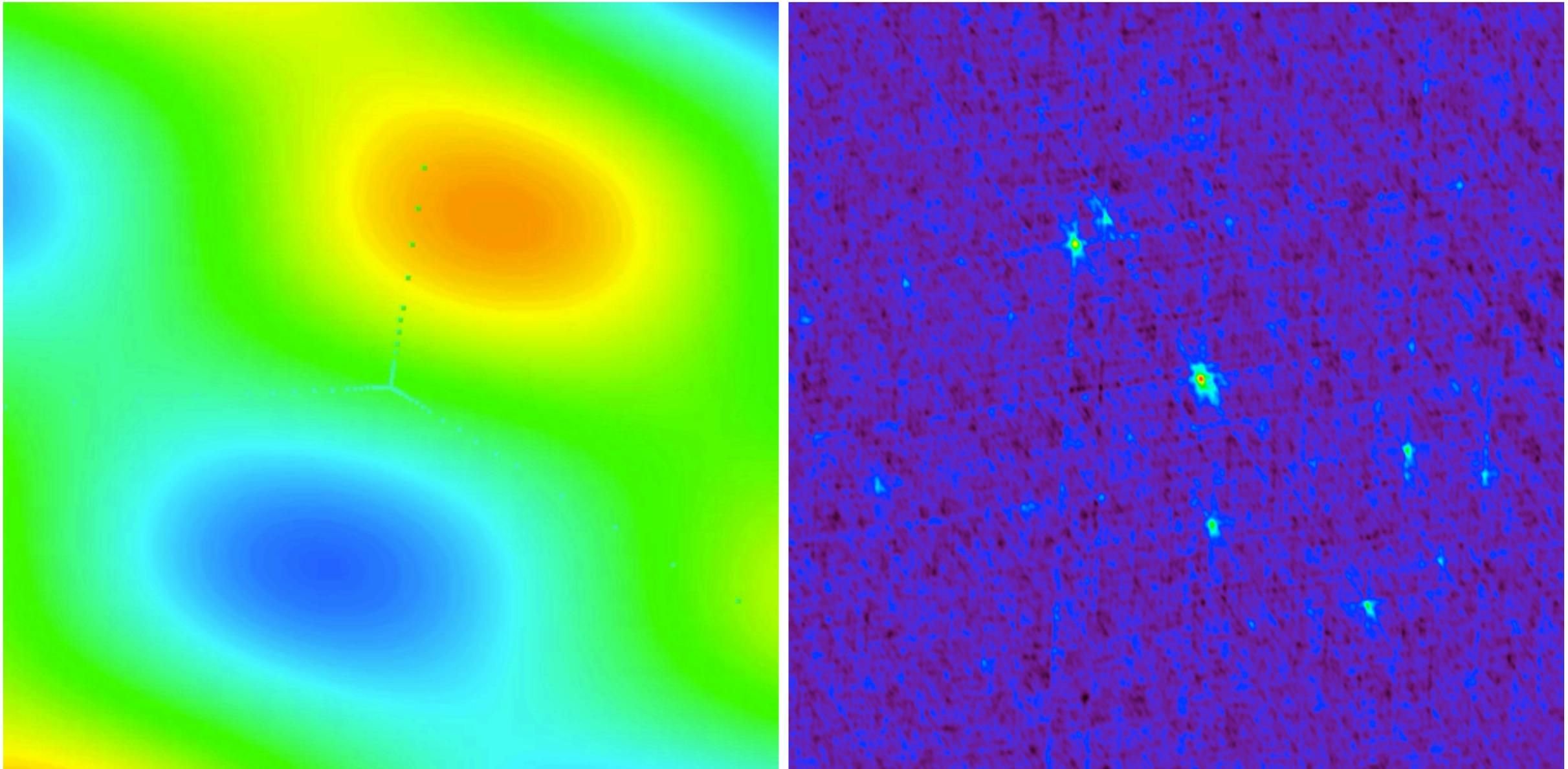
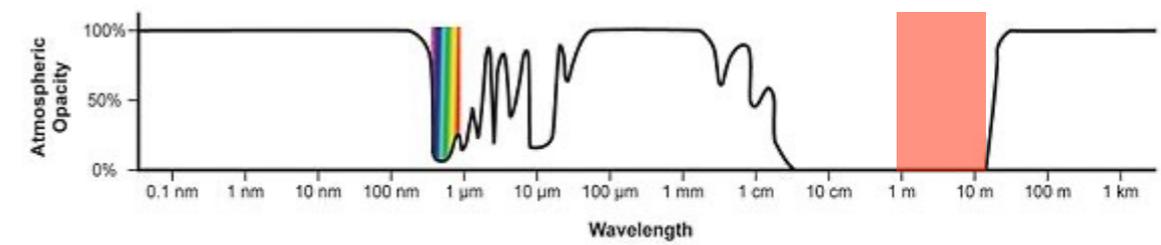


Figure 5 : Couverture du plan u-v pour une déclinaison de 80° , utilisant la rotation de la Terre pour une intégration pendant 8 heures.

Couverture (u,v)

LOFAR (Low Frequency Array)

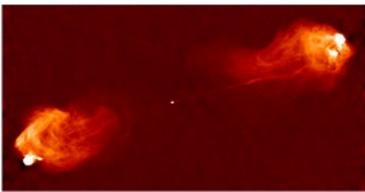
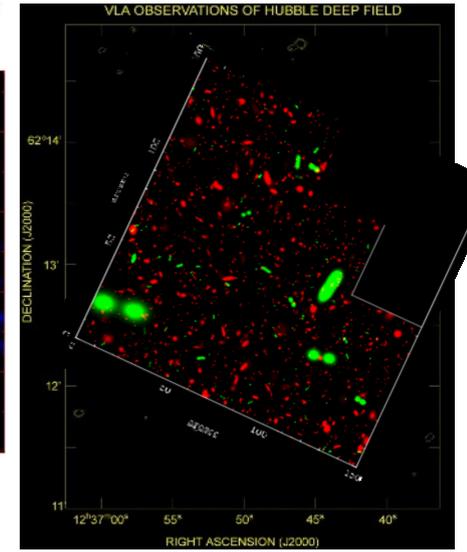
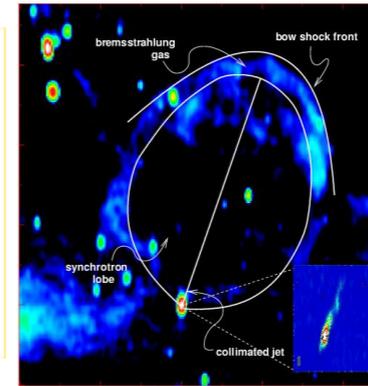
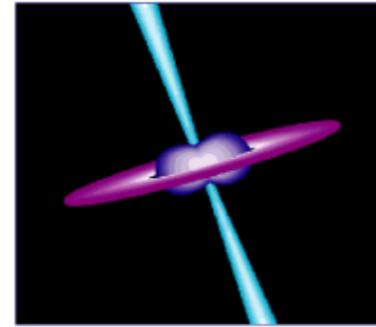
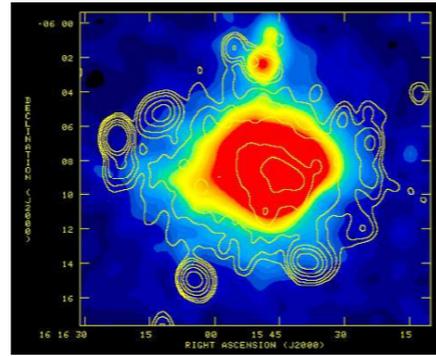
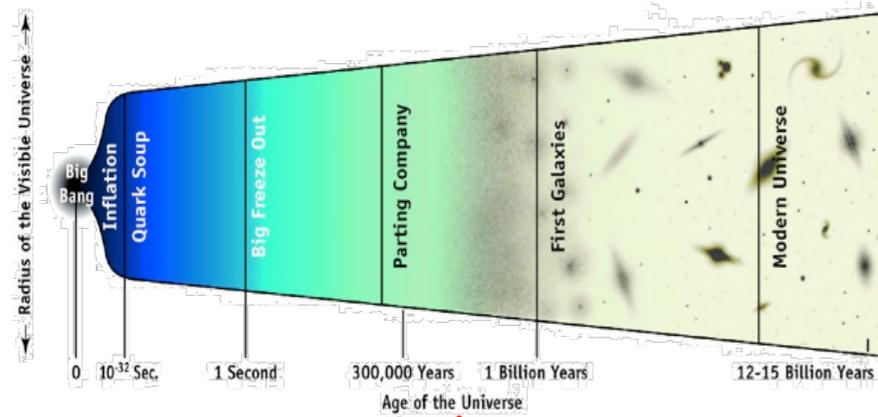
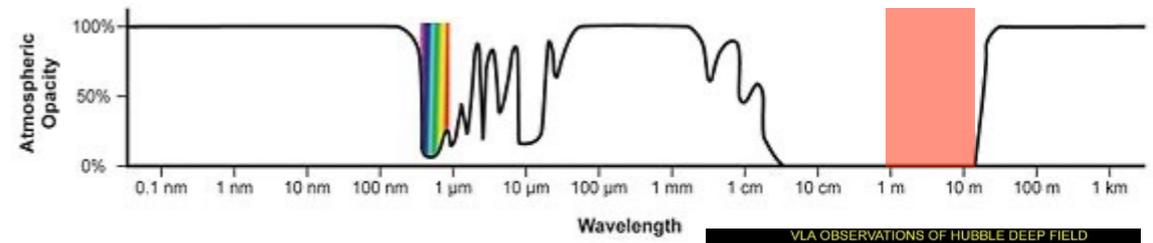


Modélisation de l'ionosphère

Difficulté de calibration (étalonnage)

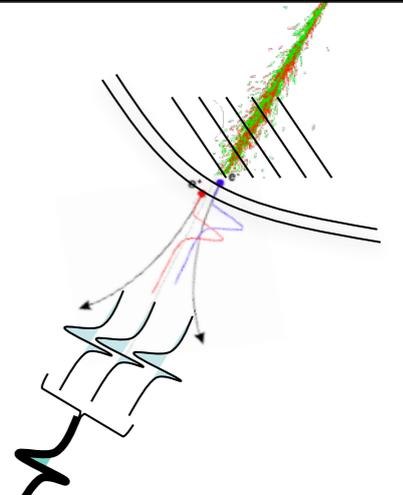
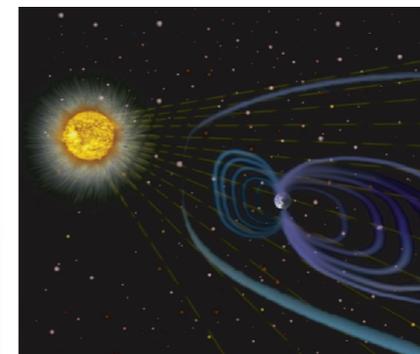
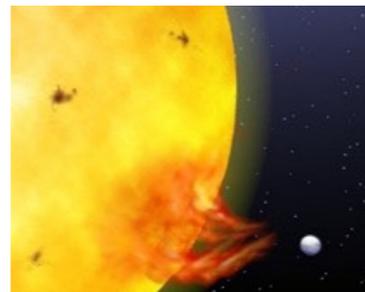
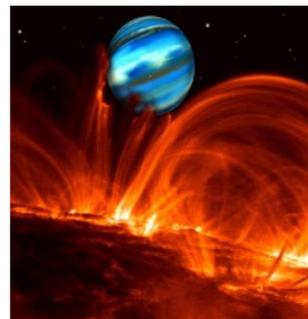
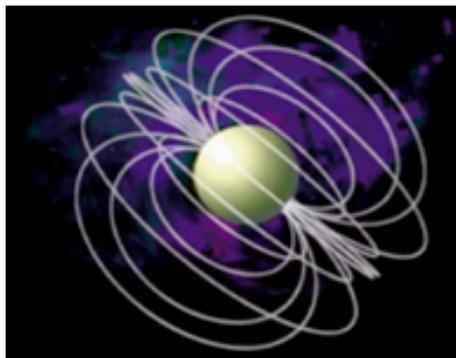
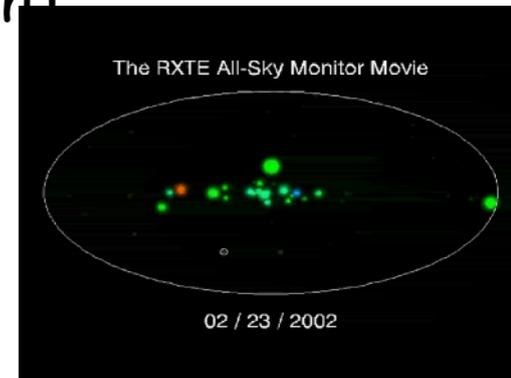
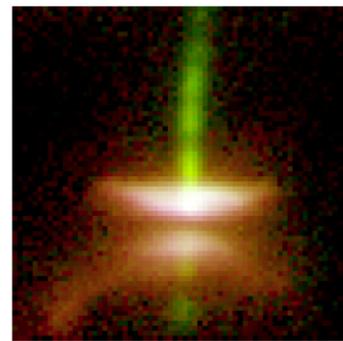
→ résolue par l'utilisation de nombreux calibrateurs dans chaque faisceau

LOFAR (Low Frequency Array)



Projets clés initiaux (KSP)

- Cosmologie / Reionisation, 1ères étoiles (Groningen)
- Surveys profonds, formation stell., AGN, amas... (Leiden)
- Transitoires = Sources sporadiques (Amsterdam...Meudon)
- Astroparticules, Rayons cosmiques, CR + neutrinos impactant la Lune (Nijmegen)
- Magnétisme galactique (Bonn)
- Physique solaire & spatiale (Potsdam)

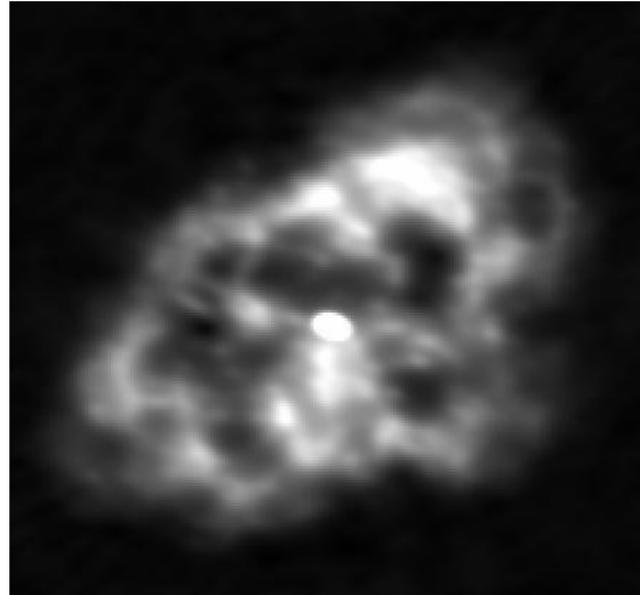
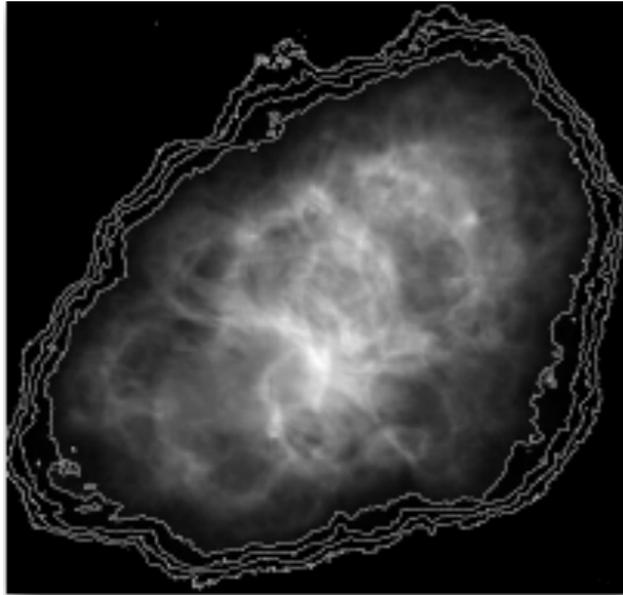


LOFAR (Low Frequency Array)

Imagerie de la nébuleuse du Crabe (Taurus A)

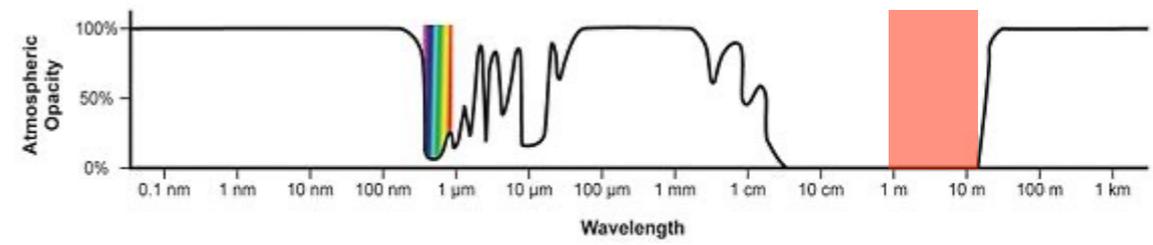
VLA 5 GHz

LOFAR 250 MHz

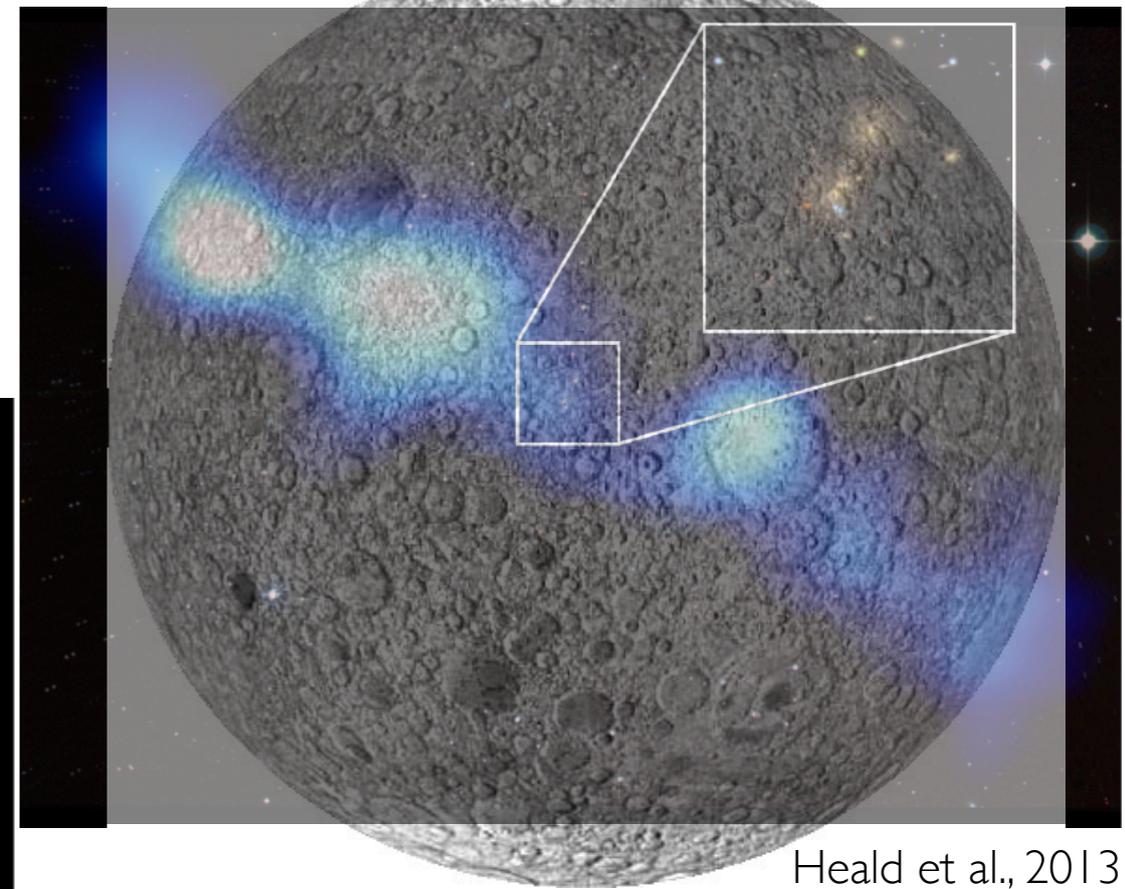


Bietenholz et al., 2004

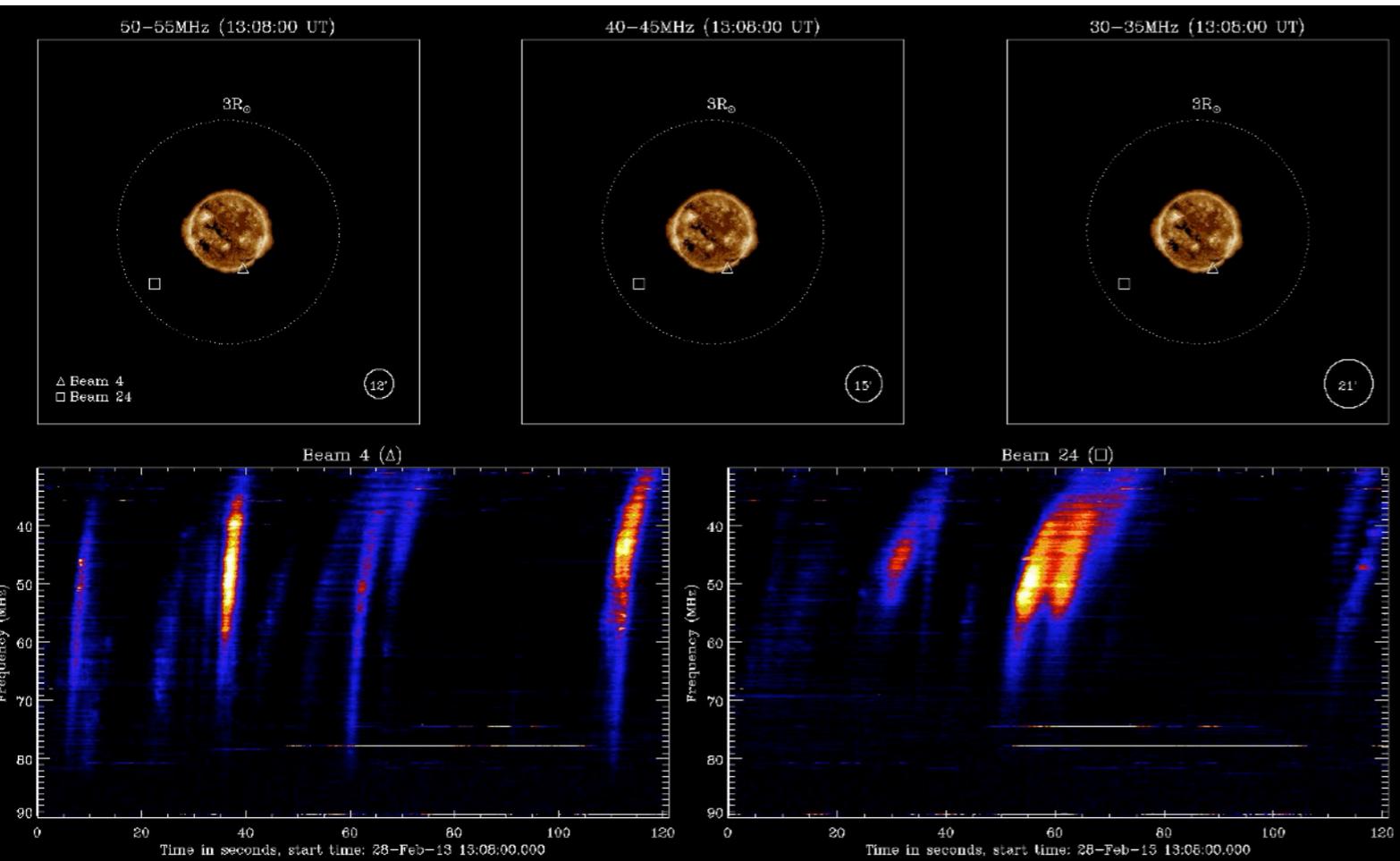
Wucknitz et al., 2011



Découverte d'une radiogalaxie géante
triplet UGC 09555



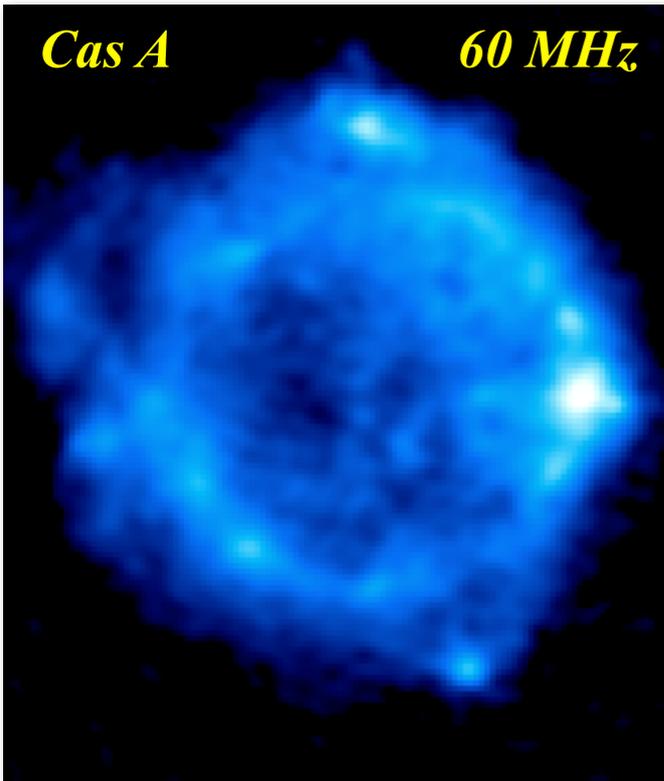
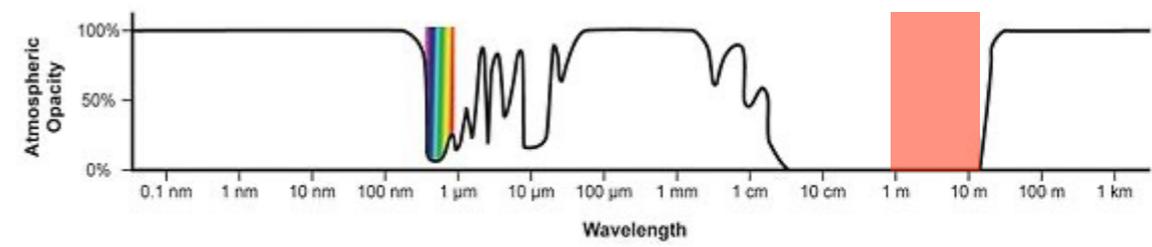
Heald et al., 2013



Imagerie et spectres dynamiques
rapides simultanés du Soleil

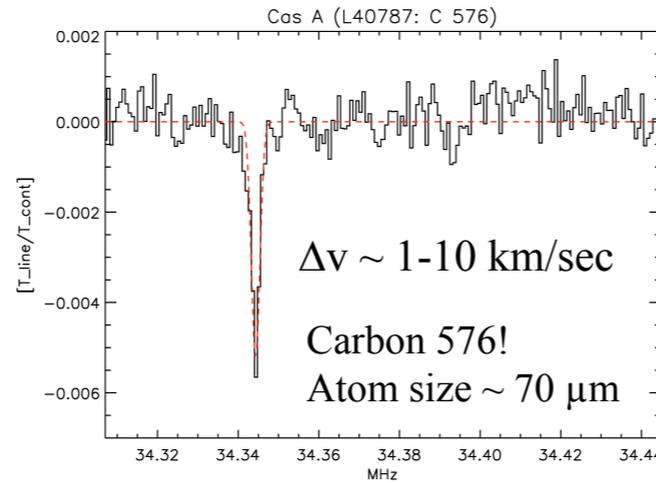
Morosan et al., 2014

LOFAR (Low Frequency Array)



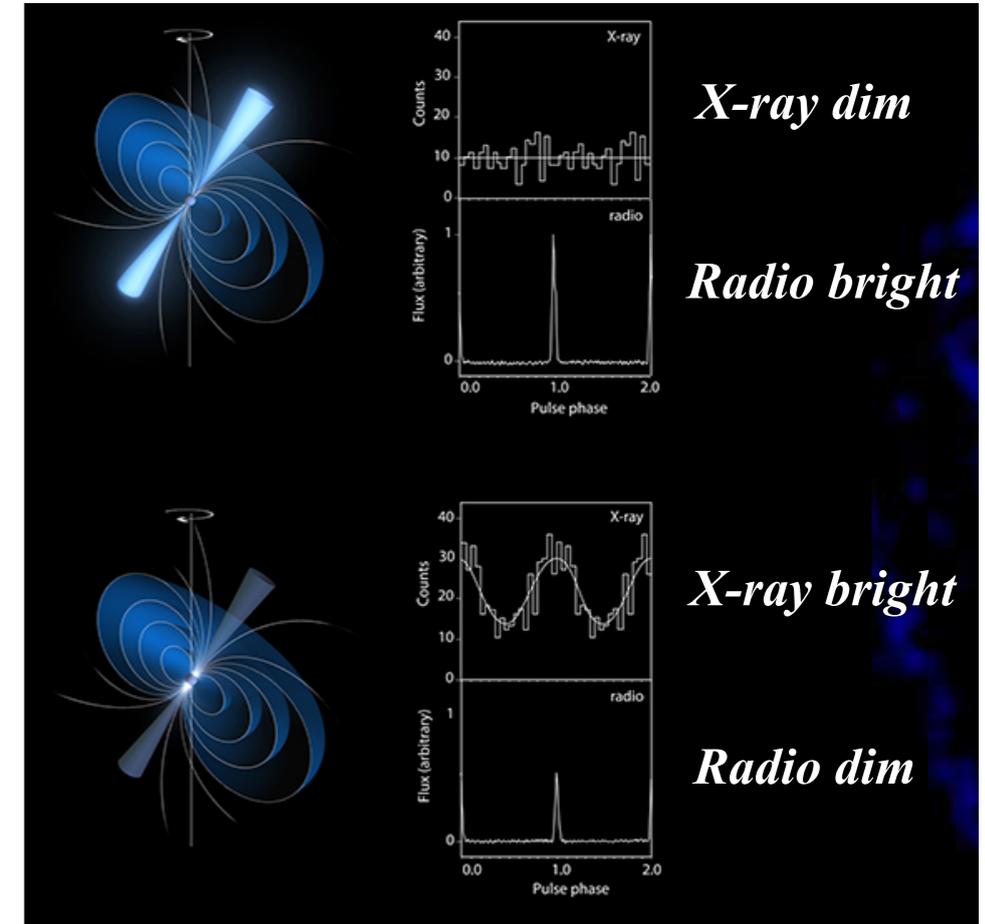
RRLs probe the Cold Neutral Medium (CNM)

LOFAR spectrum towards Cas A



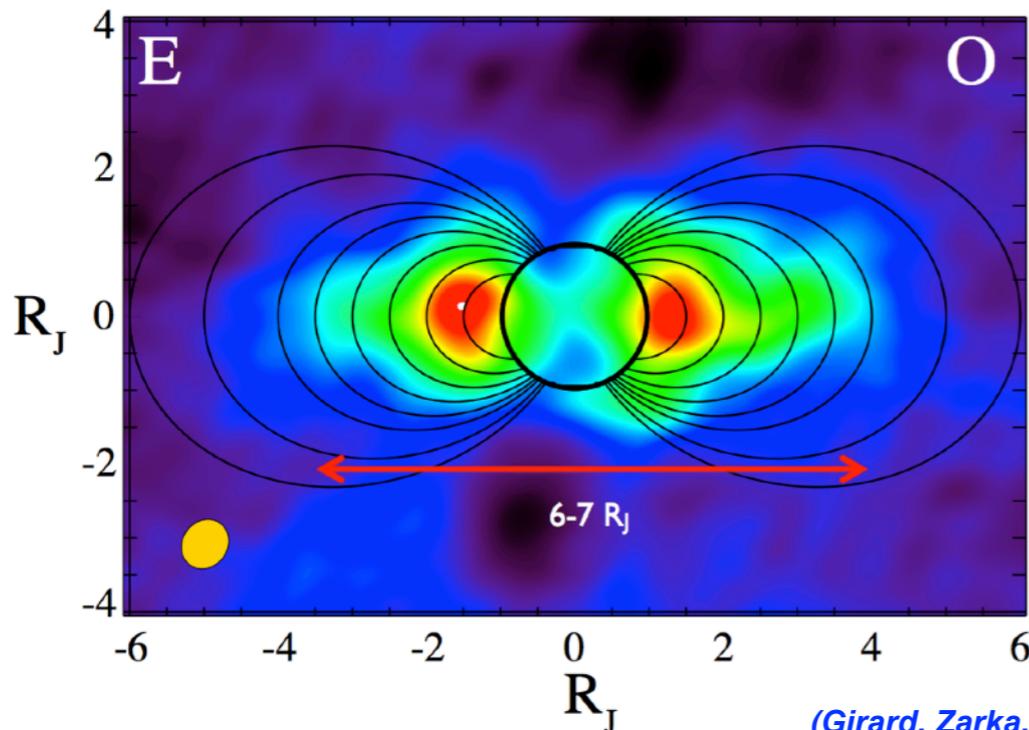
(Asgekar, Oonk, et al. 2013)

C-RRLs actually seen throughout Galaxy!



Pulsar

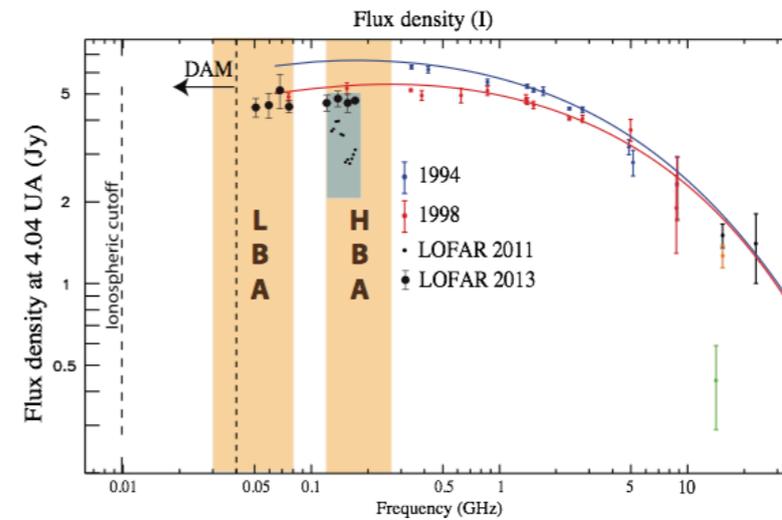
Radio emission from Jovian radiation belts



(Girard, Zarka, et al. 2016)

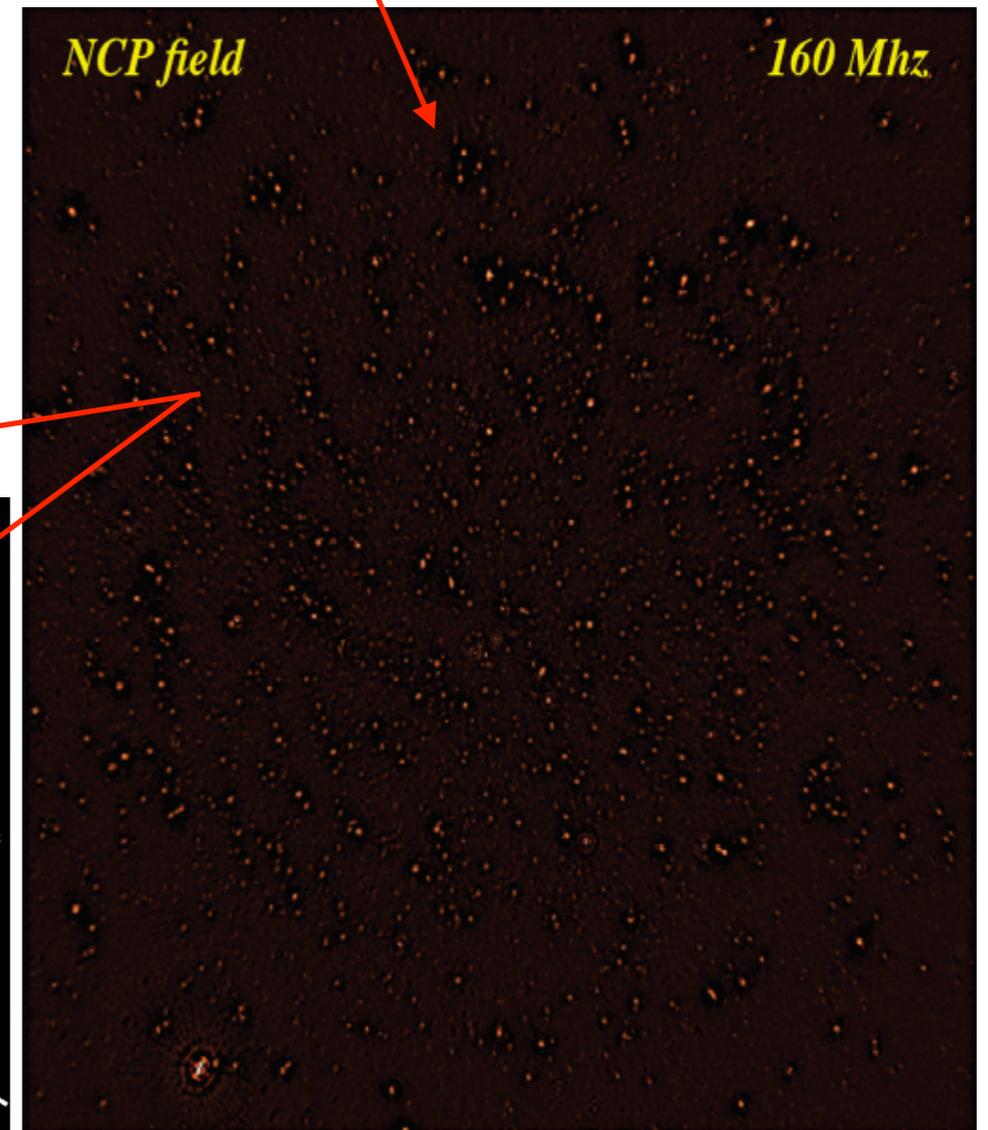
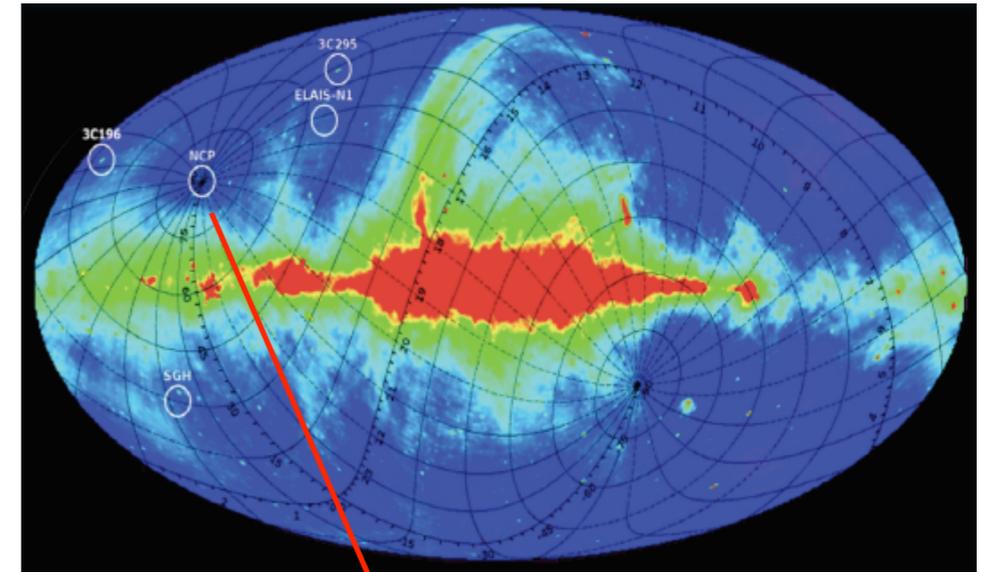
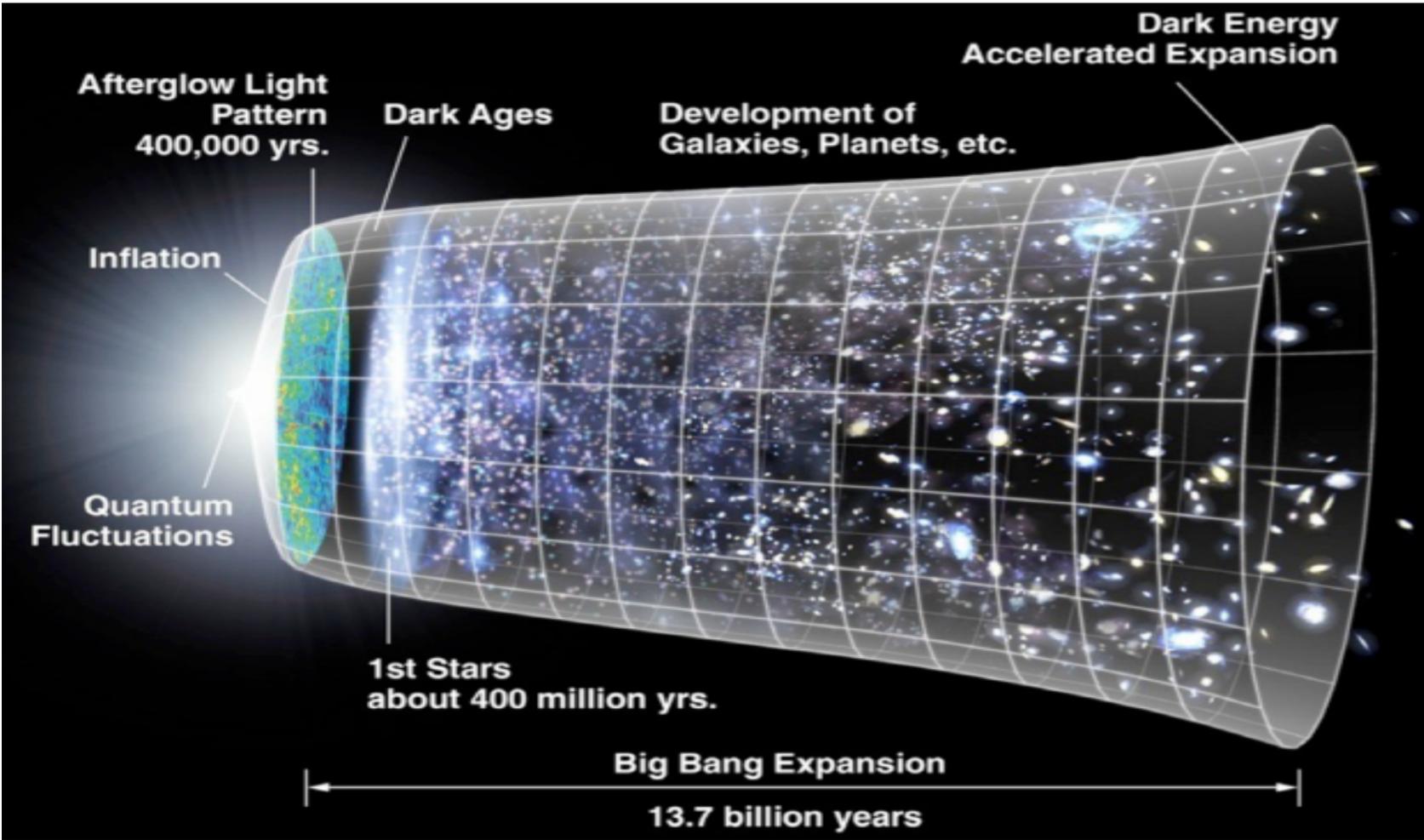
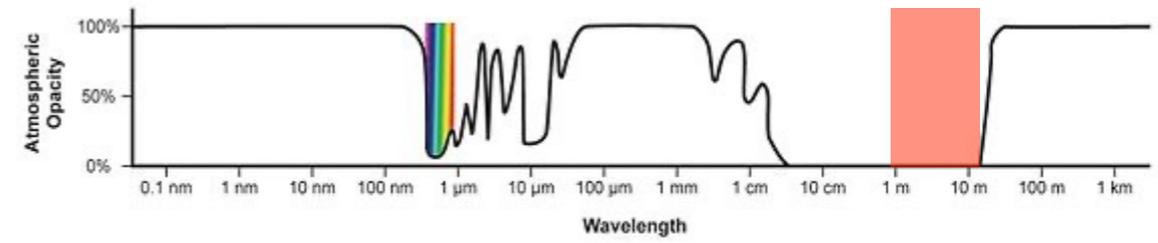
Rotation & frequency averaged image:

$\Delta f = 127-172$ MHz,
 $\Delta t = 7$ h
 $uv = 0-15$ k λ
 Beam = $17.8'' \times 15.5''$
 Pixel = $1''$
 Jupiter disk = $49''$

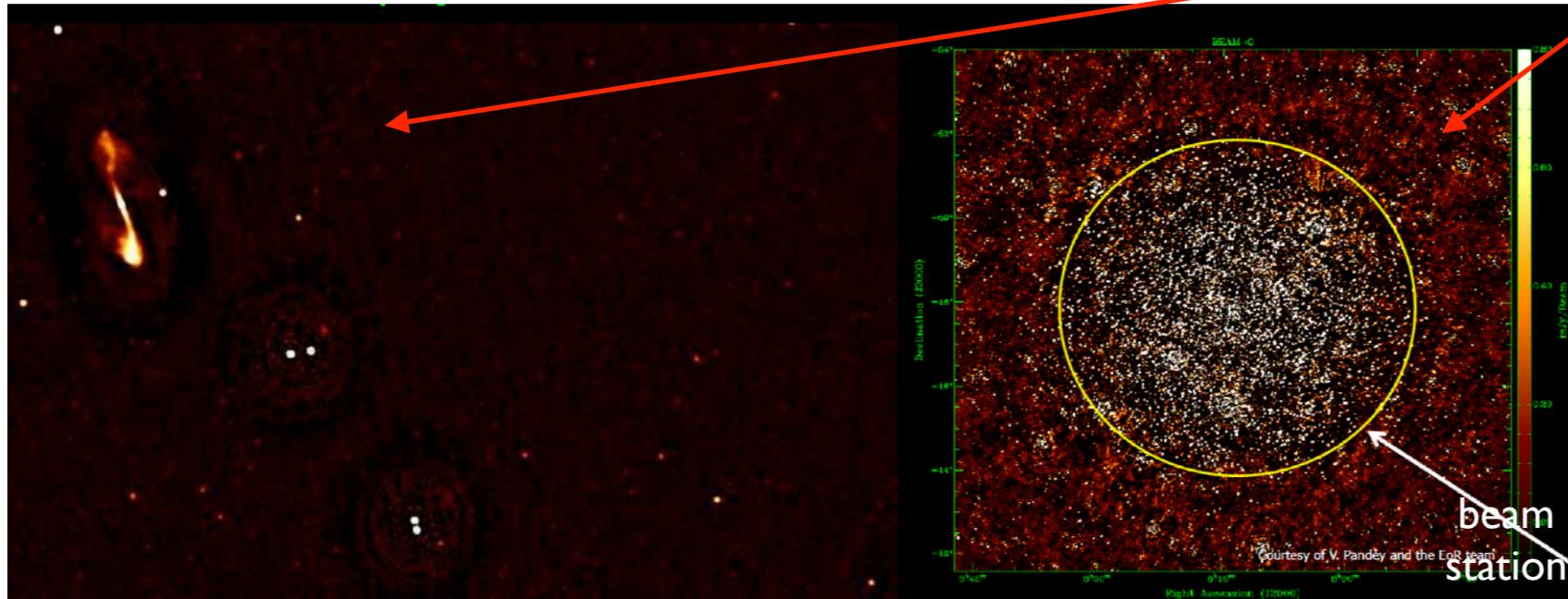


LOFAR (Low Frequency Array)

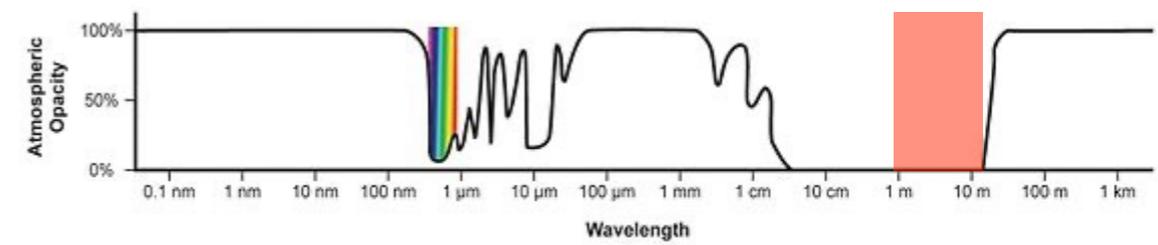
Signal de l'époque de réionisation ?



2000 h sur 2 FoV $\rightarrow \sigma = 25 \mu\text{Jy}$, DR = 10^6 à 30'-60'



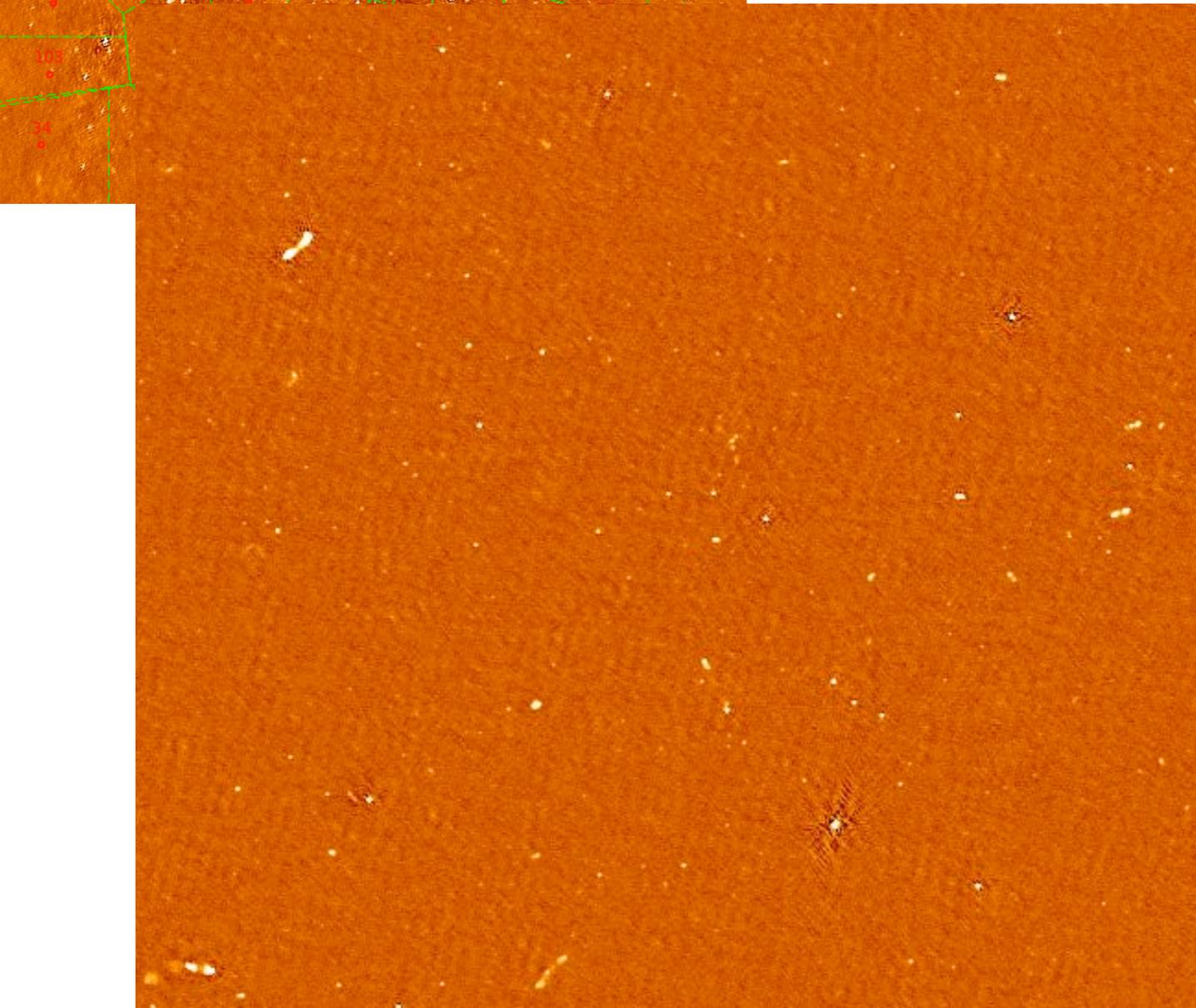
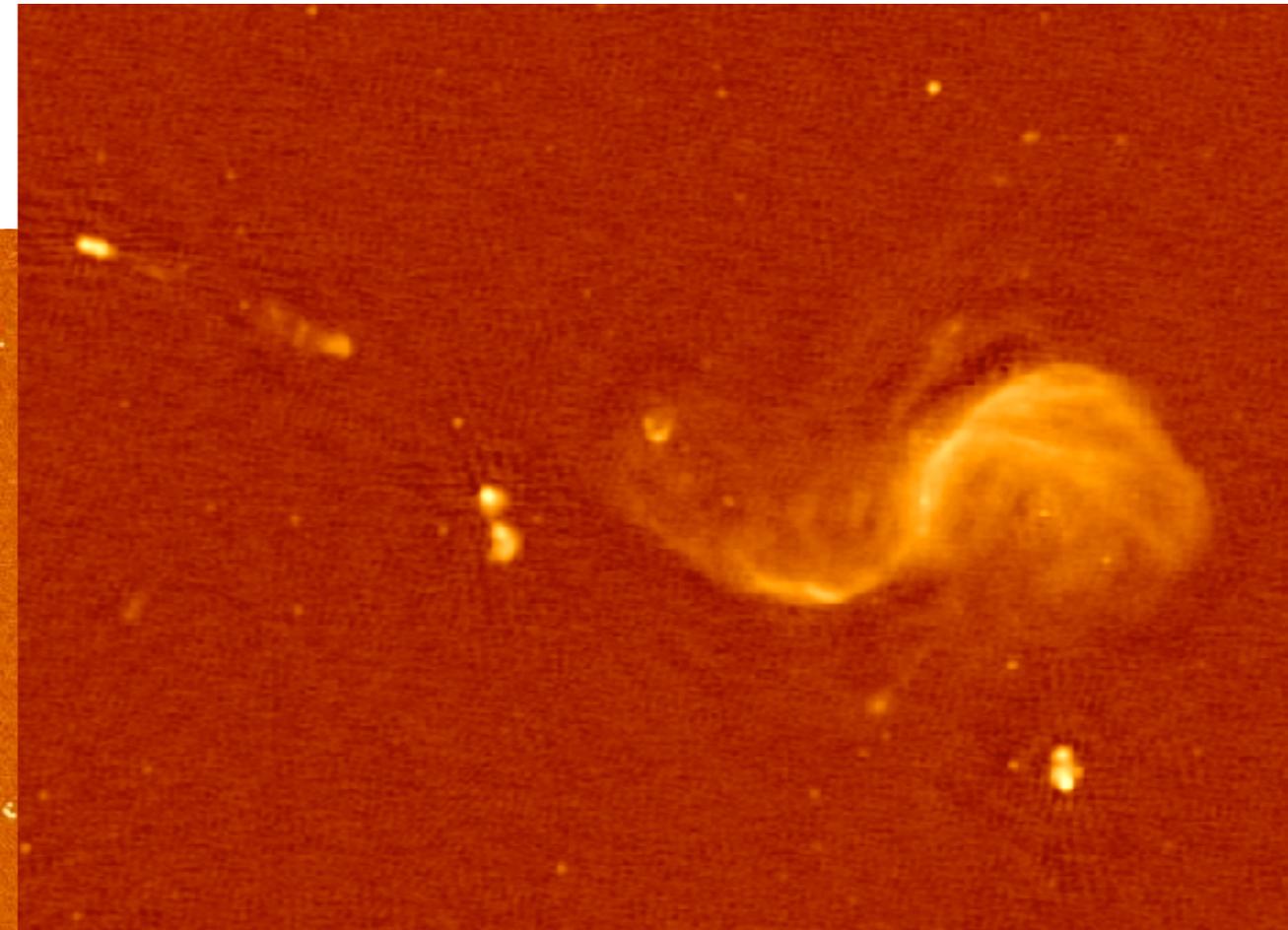
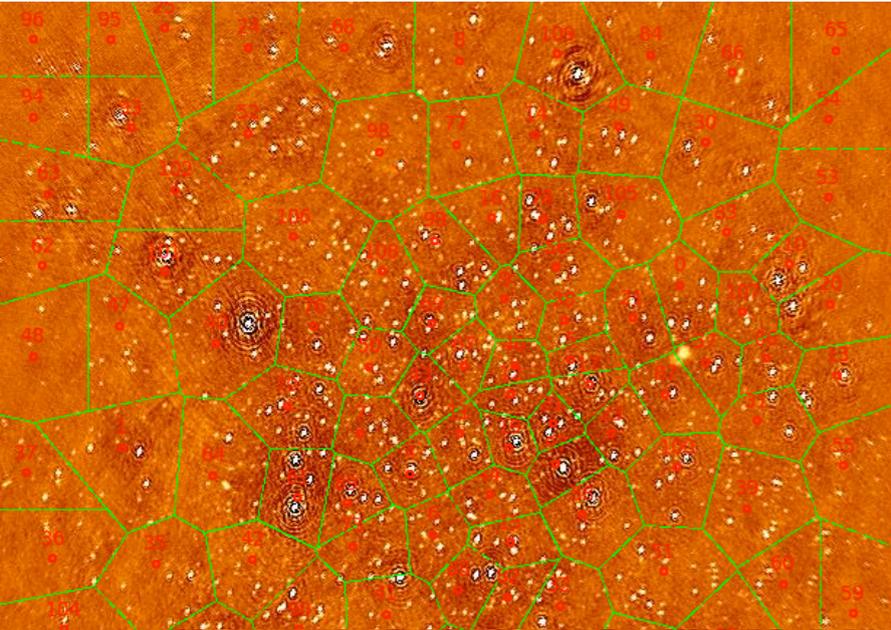
LOFAR (Low Frequency Array)



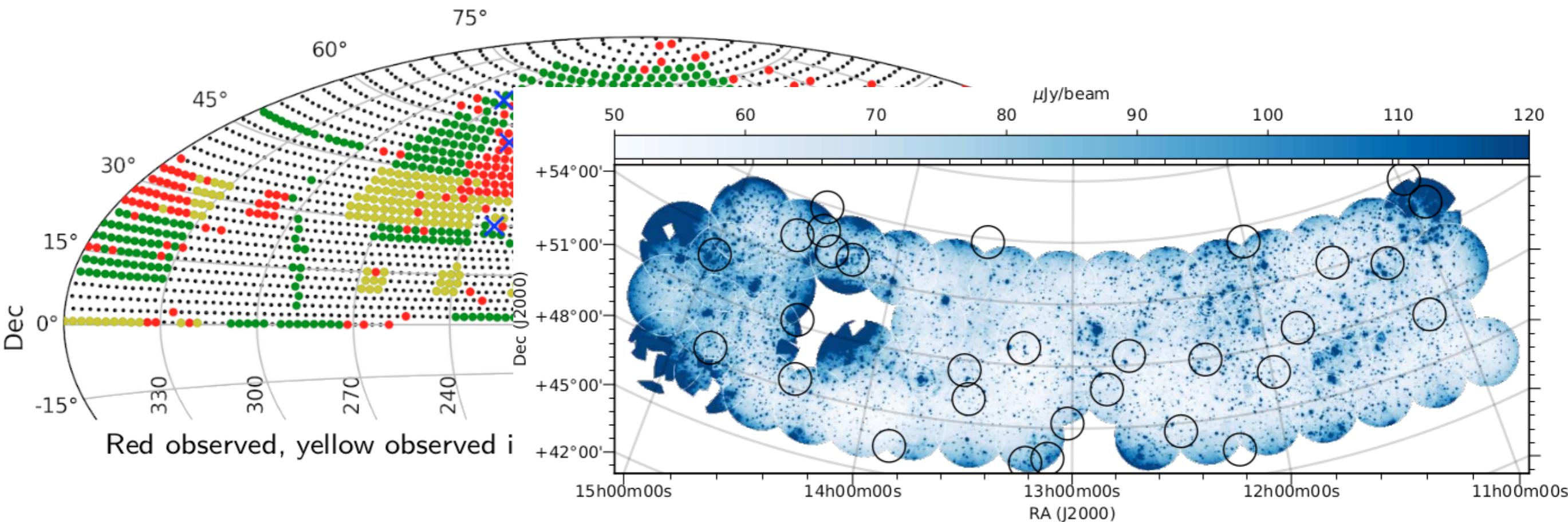
kiIIMS/DDfacet (2016)

→ calibrateur + imageur prennent en compte les effets instrumentaux dépendant de la direction

~ adaptative optique numérique avec polarisation



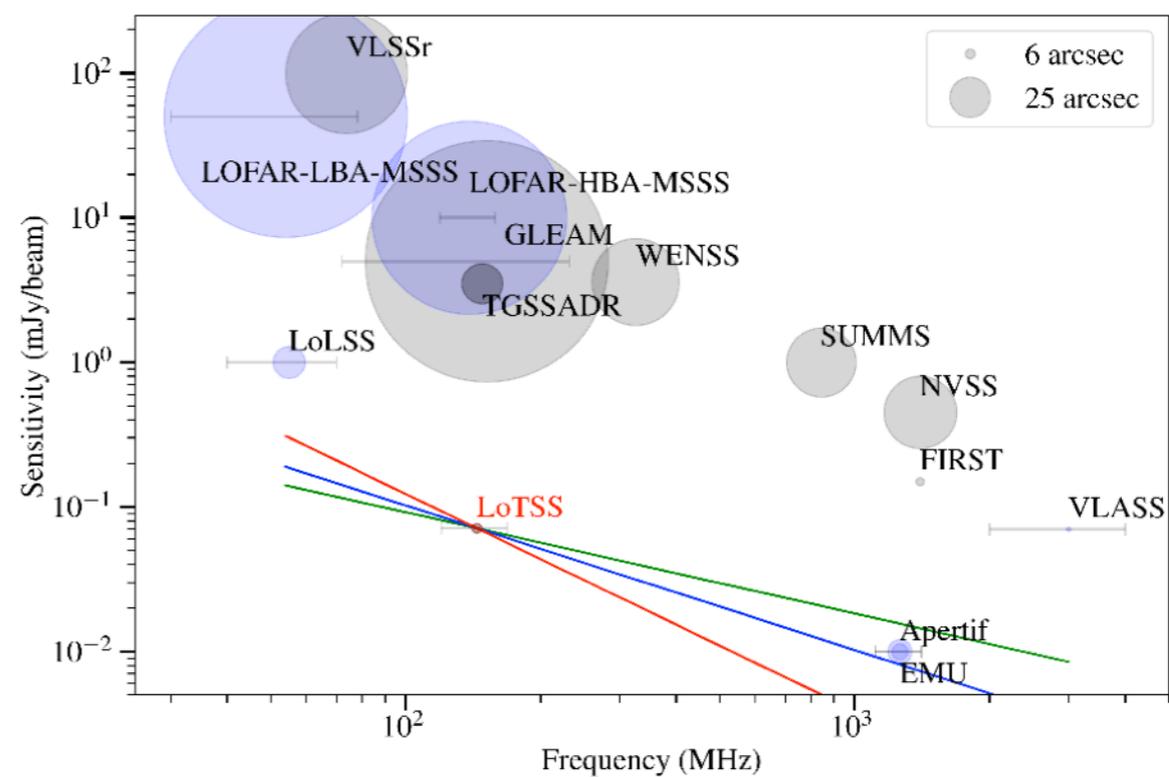
LOFAR Two-meter Sky Survey : LoTSS



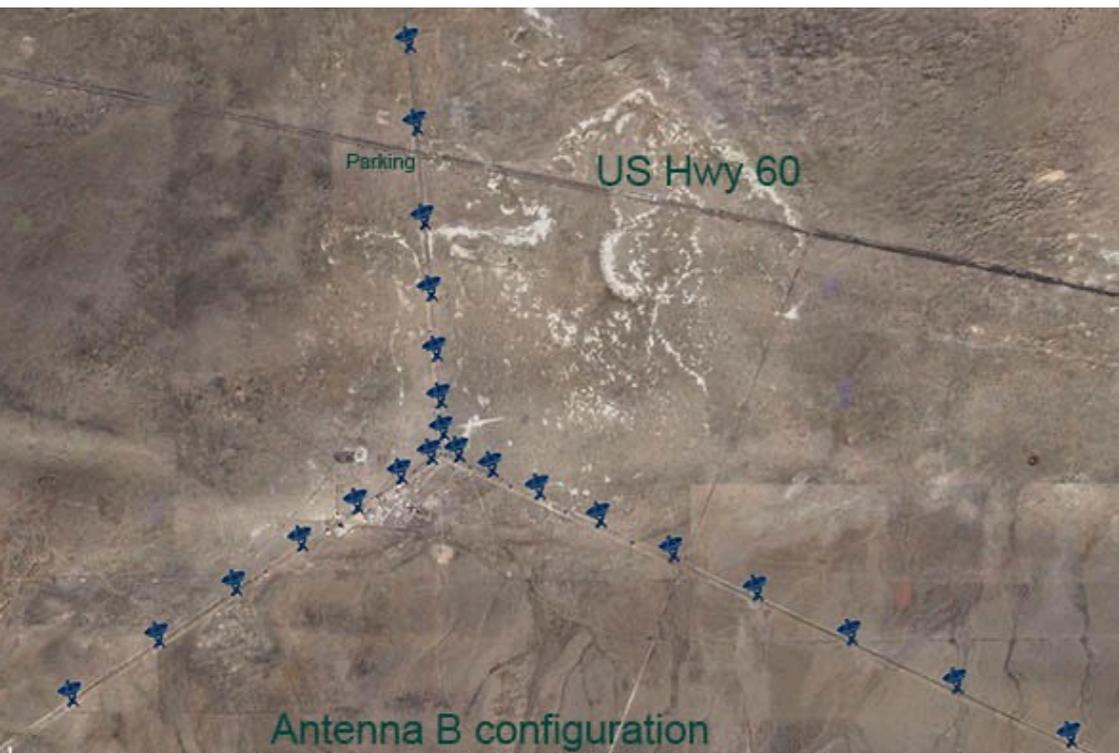
Cartographie de l'hémisphère
Nord à 150 MHz

>3000 pointés (FoV),
Résolution $\approx 5''$

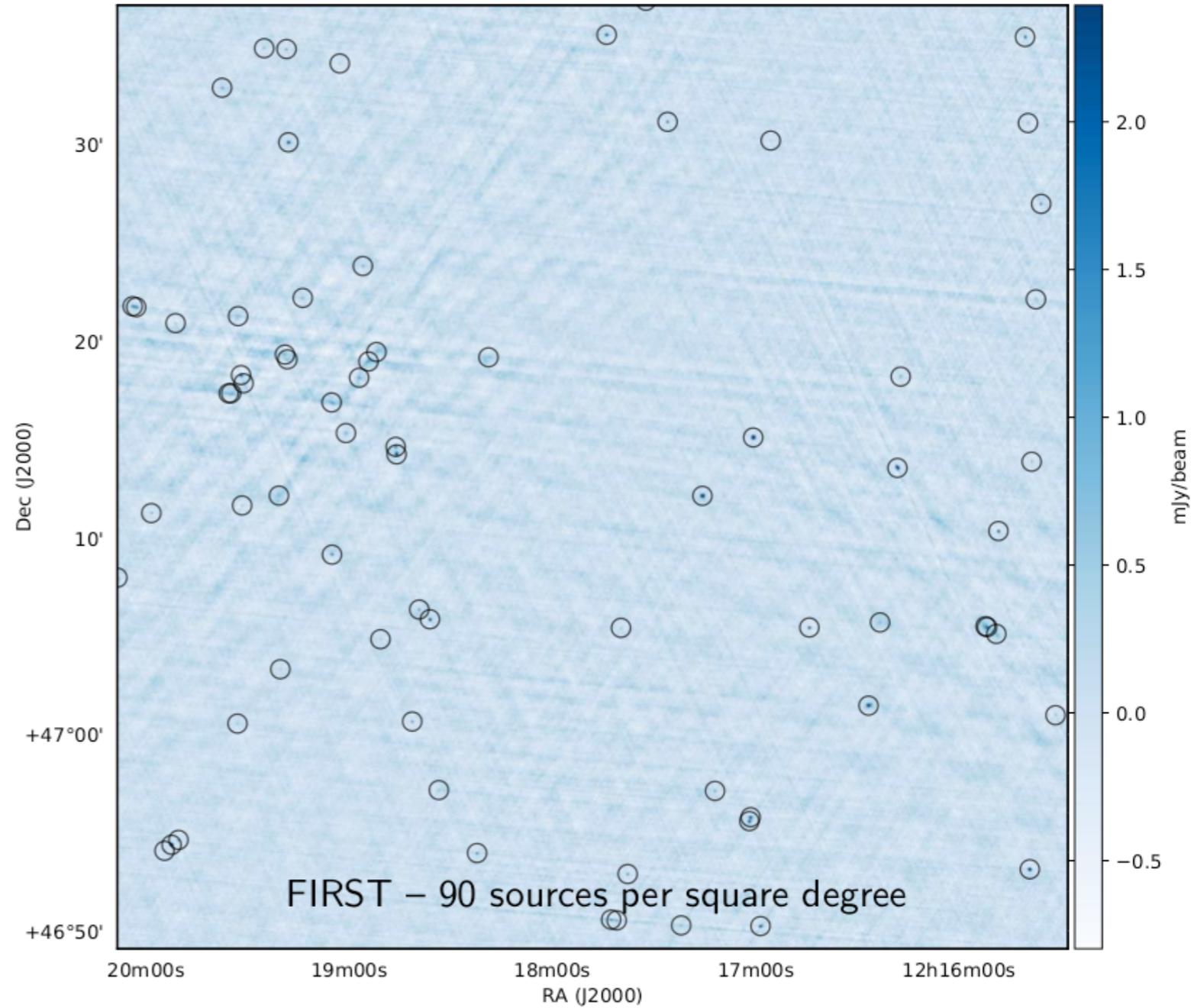
Sensibilité $\approx 100 \mu\text{Jy}/\text{beam}$



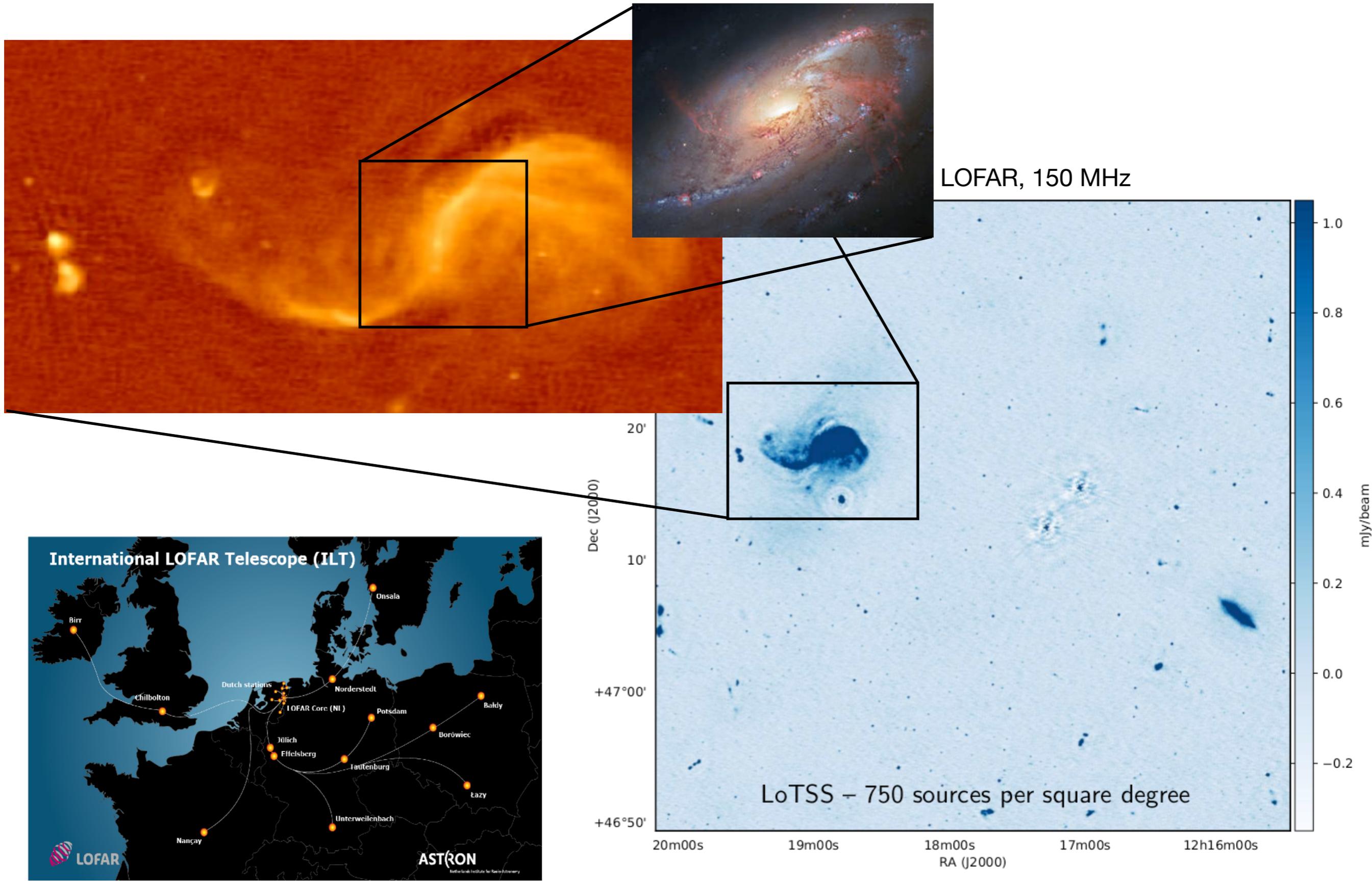
LOFAR Two-meter Sky Survey : LoTSS



VLA étendu, 1.4 GHz



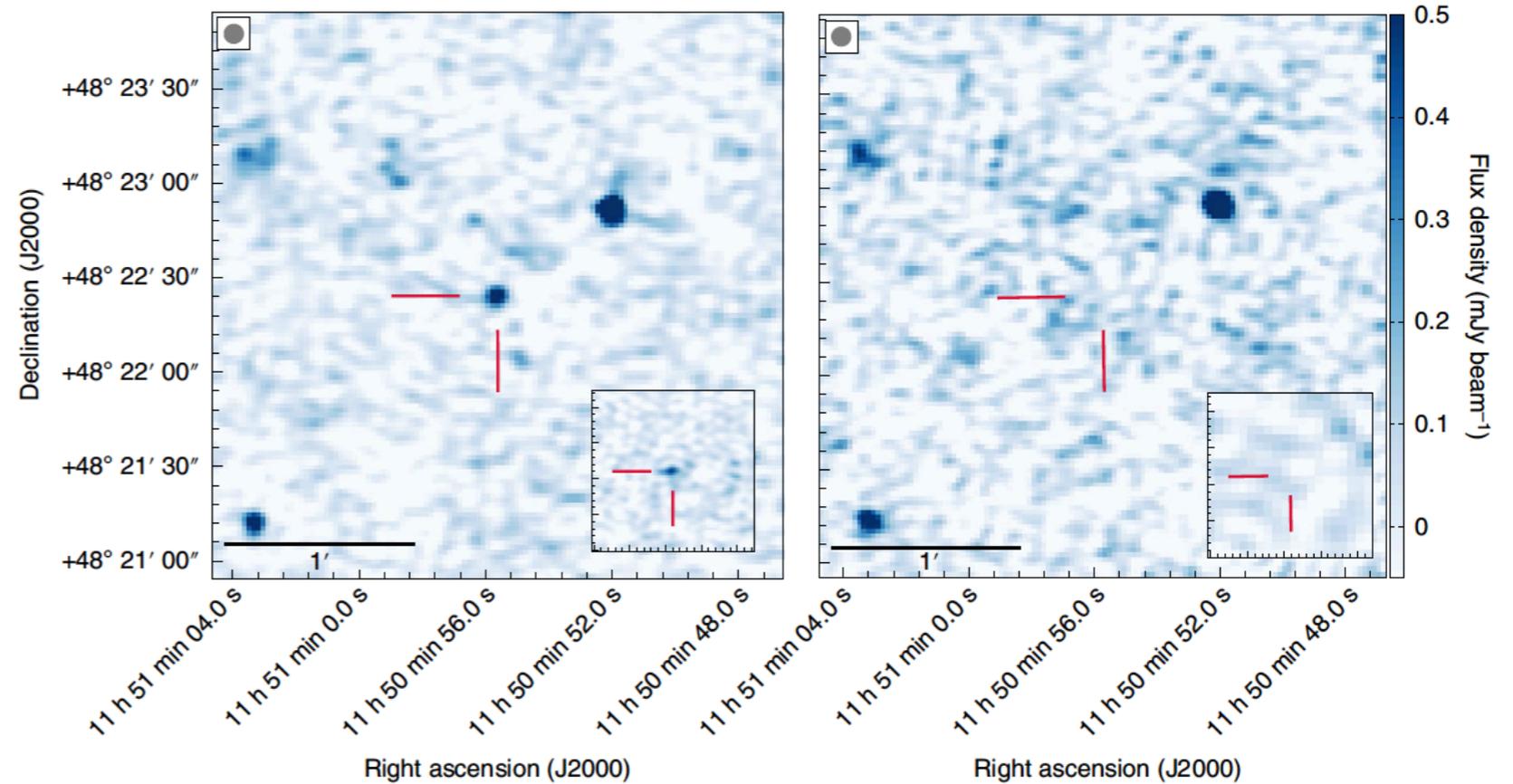
LOFAR Two-meter Sky Survey : LoTSS



LOFAR Two-meter Sky Survey : LoTSS

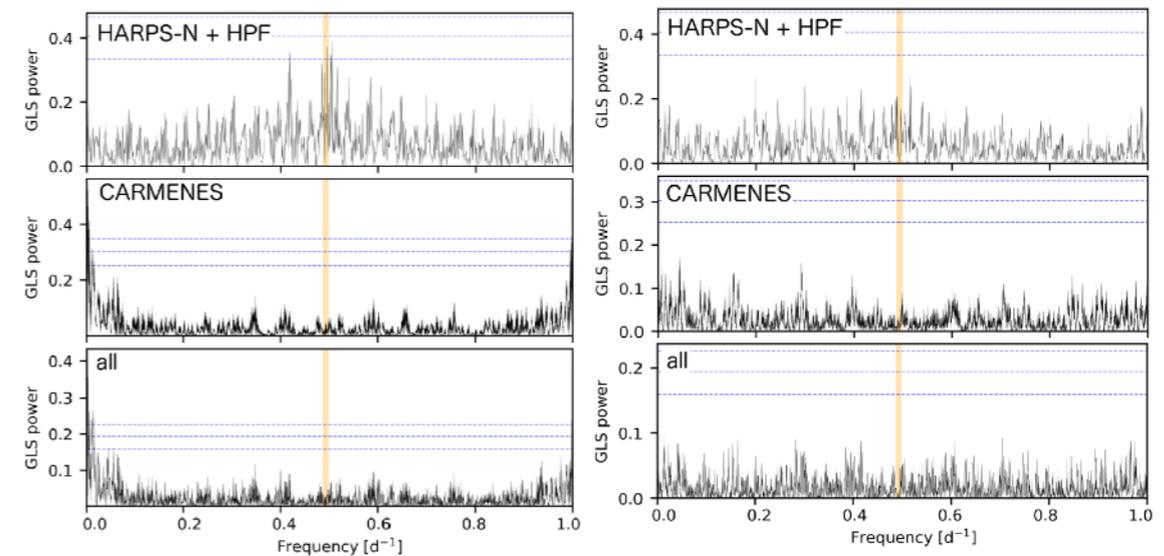
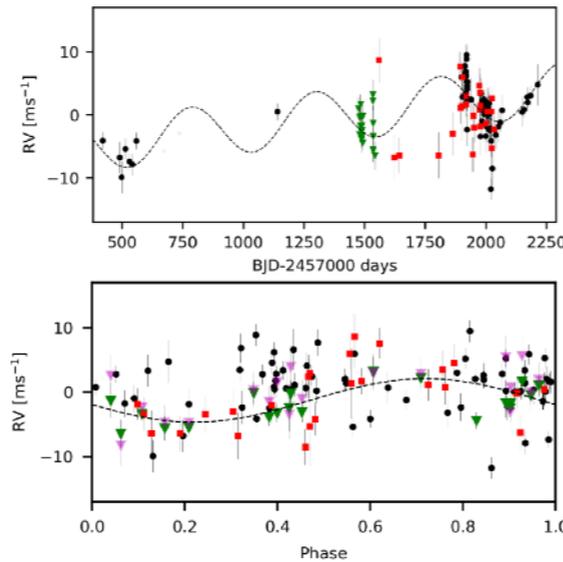
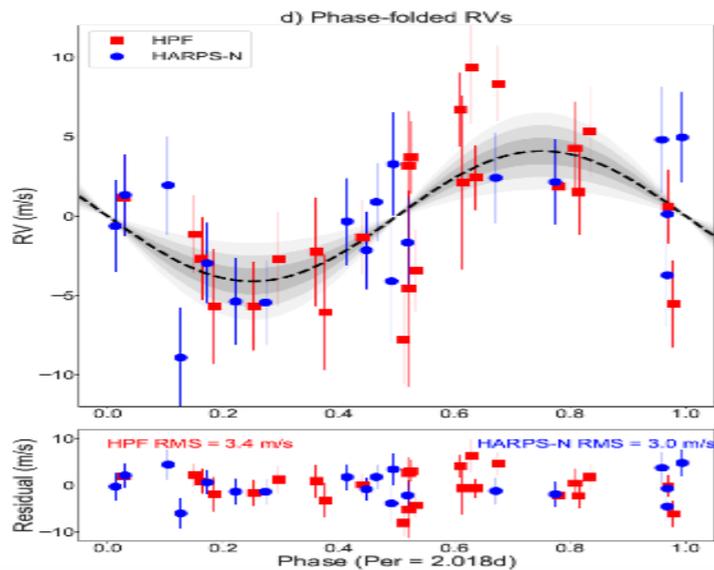
Interaction étoile-planète ?

GJ 1151 : naine rouge quiescente
 $P_{\text{rot}} \sim 125$ jours, émission variable
120-167 MHz, polarisée
circulairement

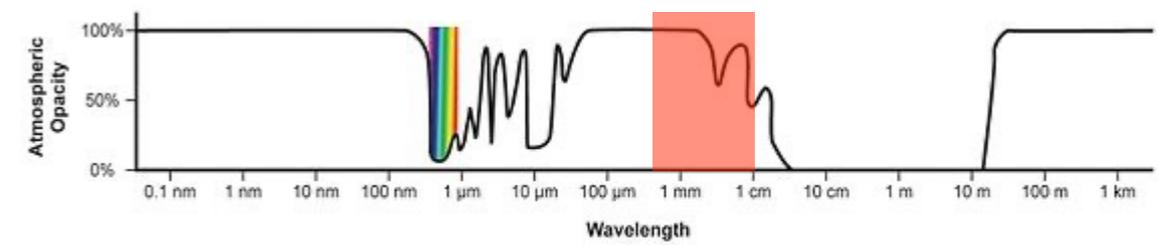


⇒ interaction avec une planète de $\sim 2.5 M_E$, $P \sim 2$ j ?

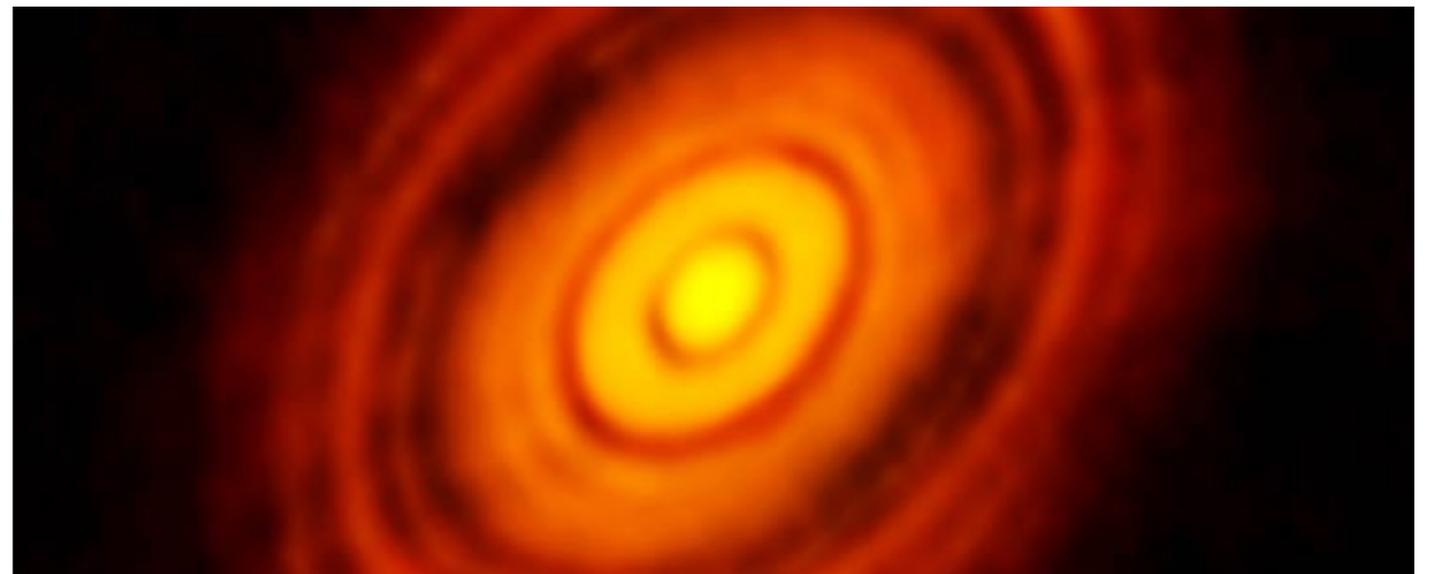
... ou peut-être pas.



ALMA (Atacama Large Millimeter Array)



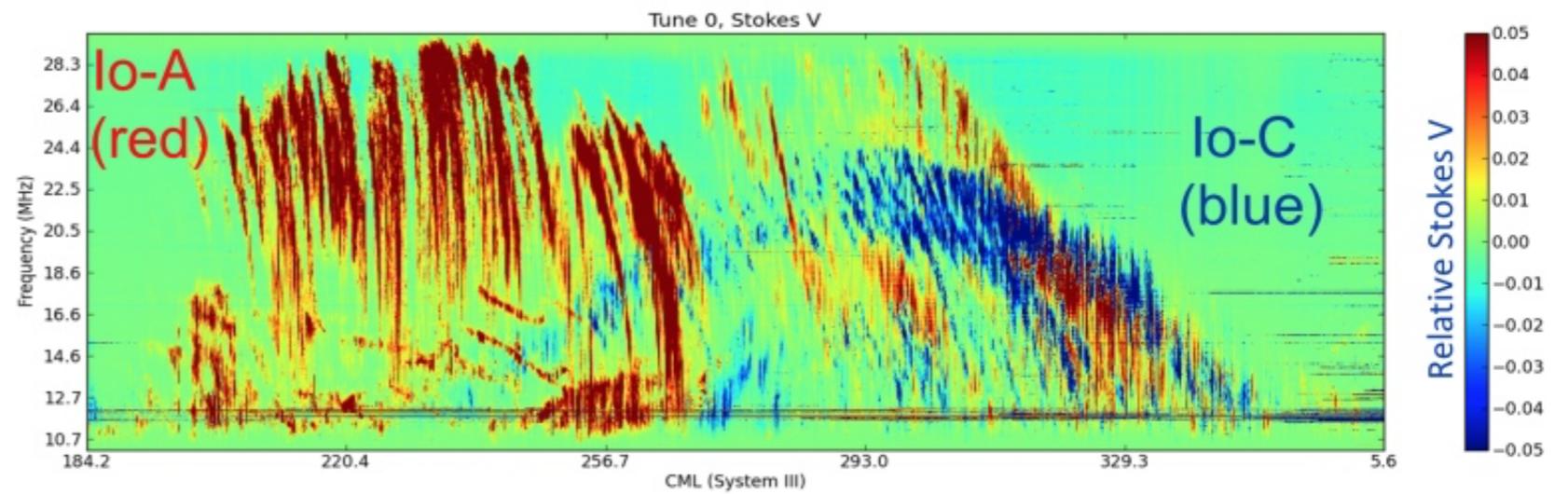
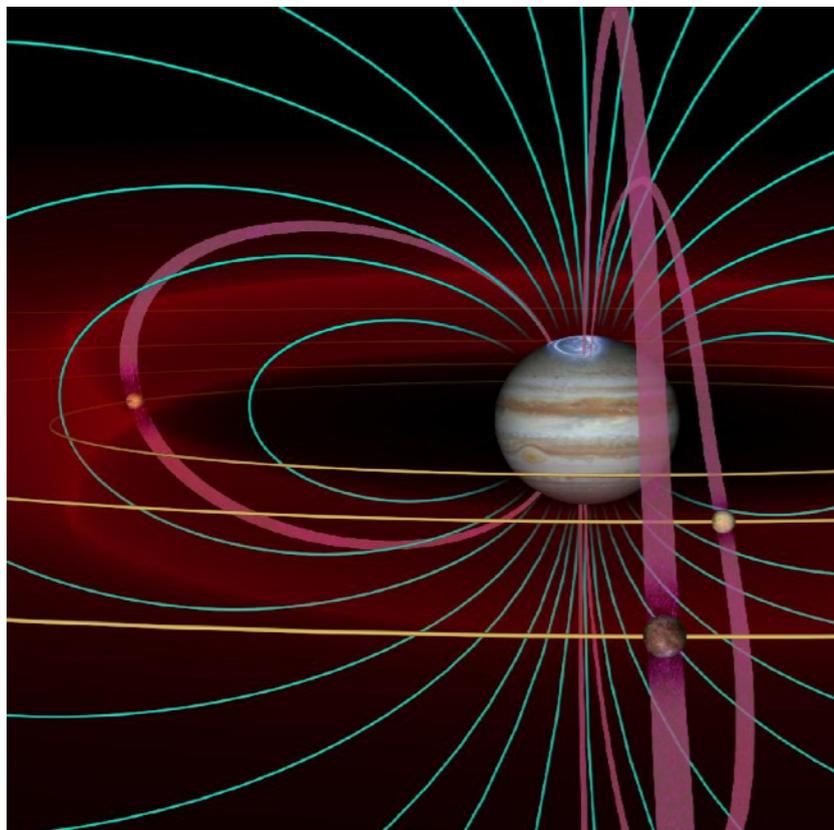
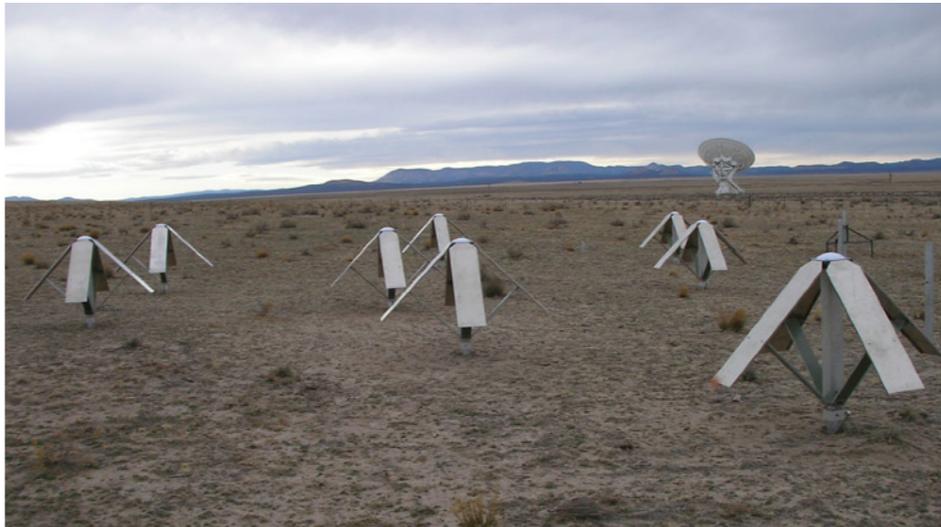
- Chili: 5000m d'altitude
- 50 paraboles de 12m
- $f = [30-900\text{GHz}]$
- $\lambda = [1 \text{ cm}-0.3\text{mm}]$
- $S = 5600\text{m}^2$
- lignes de base $\Rightarrow 14\text{km}$
- résolution $\Rightarrow 0.007'' @ 0.4\text{mm}$
(750 GHz)



\Rightarrow *Spectro-imagerie de très haute résolution dans le mm/sub-mm*

LWA (USA)

LWA ~ LOFAR BF
(10-88 MHz)

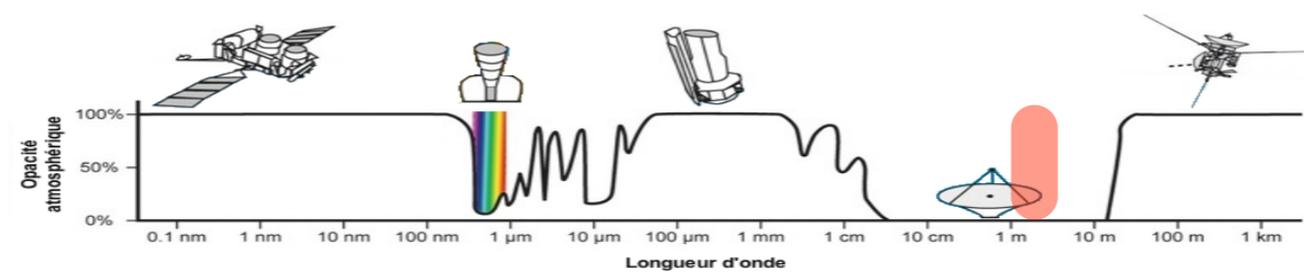
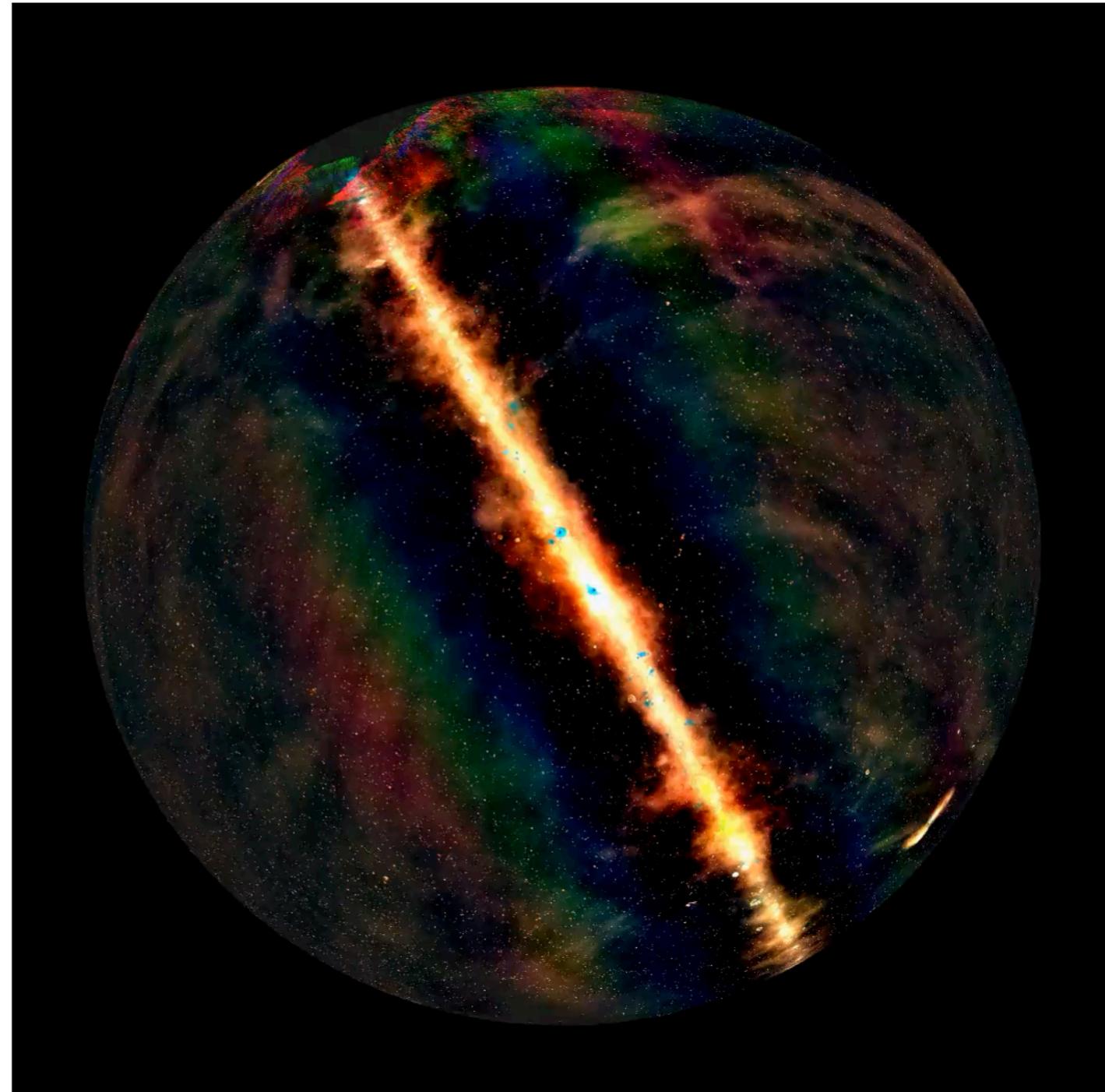


MWA (Australie)

(70-230 MHz)



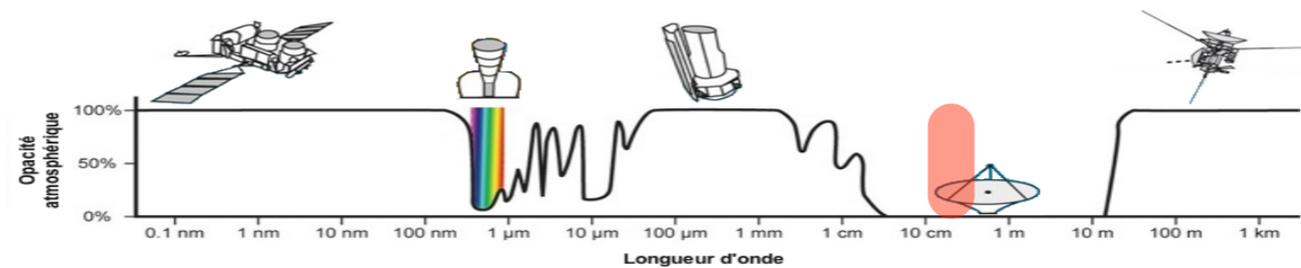
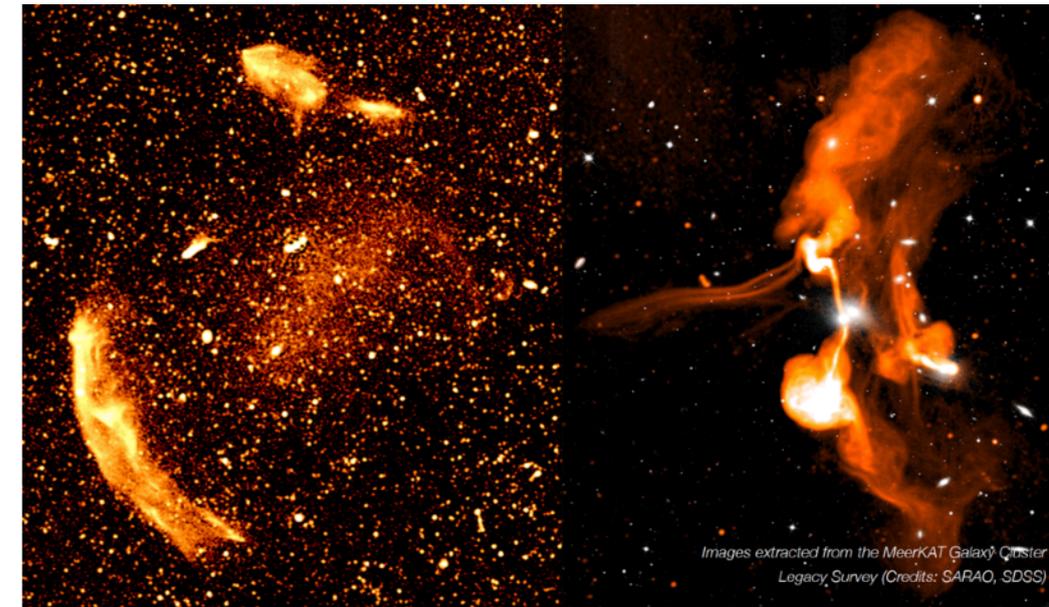
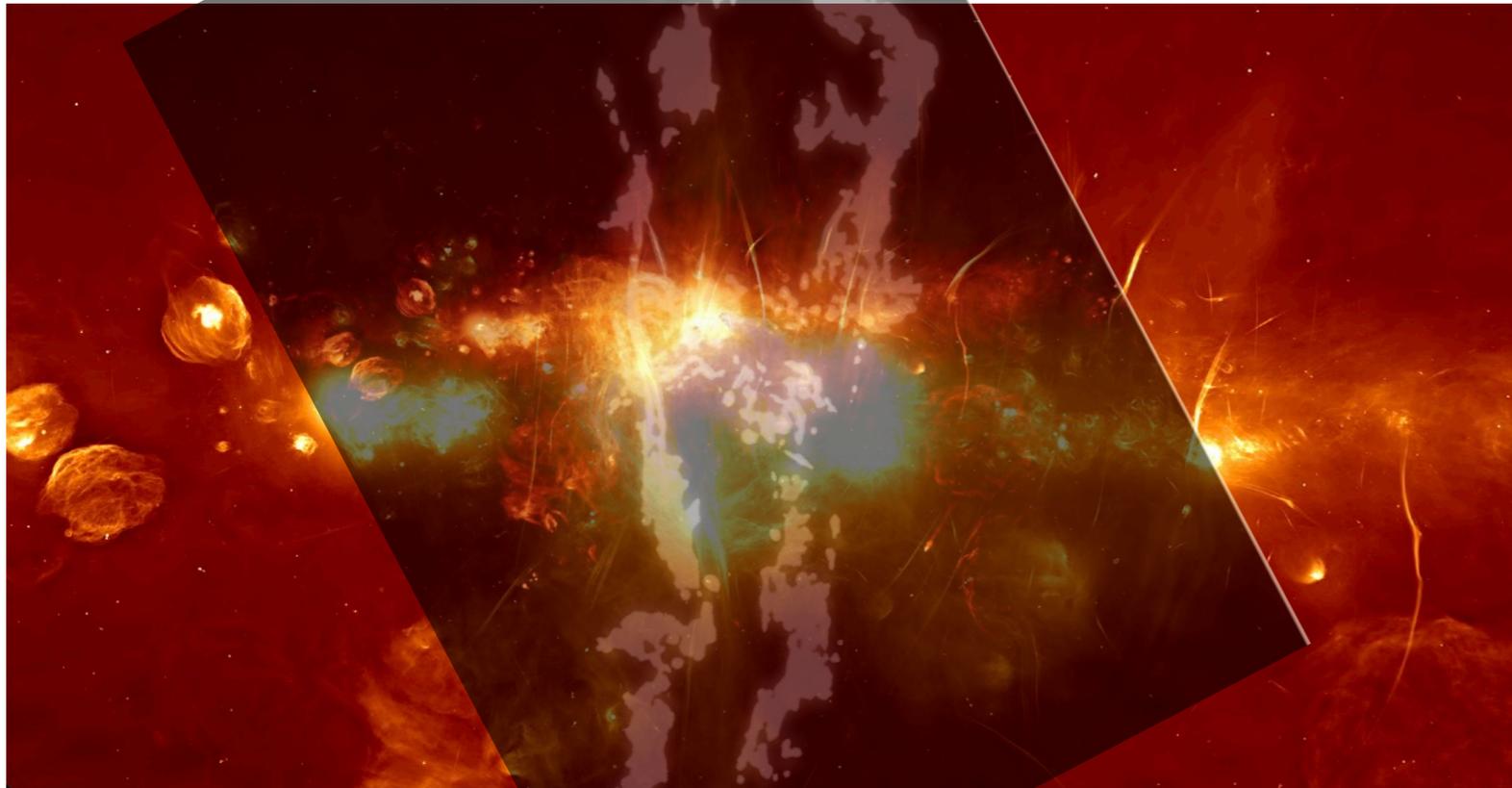
GLEAM



MeerKAT (Afrique du Sud)

(1-10 GHz)

Centre Galactique
Legacy Amas de galaxies
à ~1.4 GHz

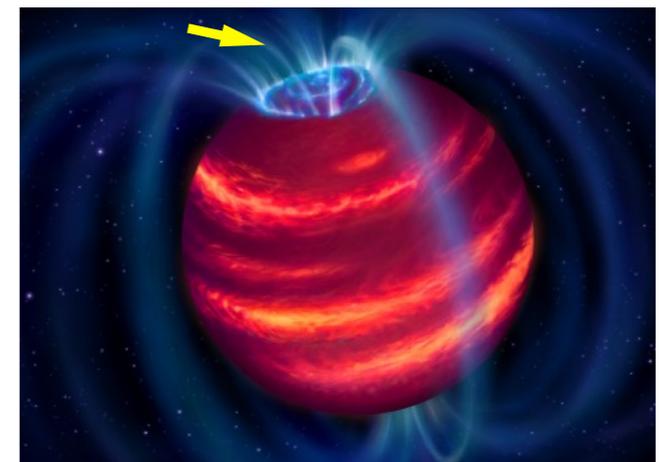
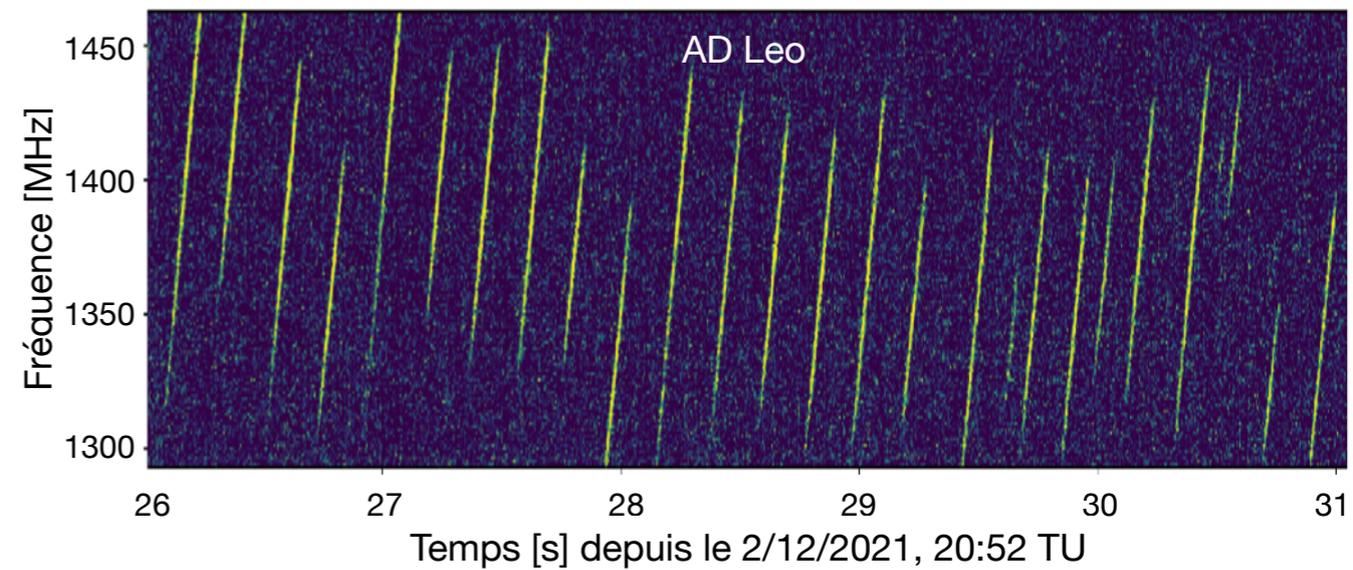


FAST (Chine)

Télescope sphérique de 500 m
inspiré du concept d'Arecibo
(amélioré), 70 MHz - 3 GHz

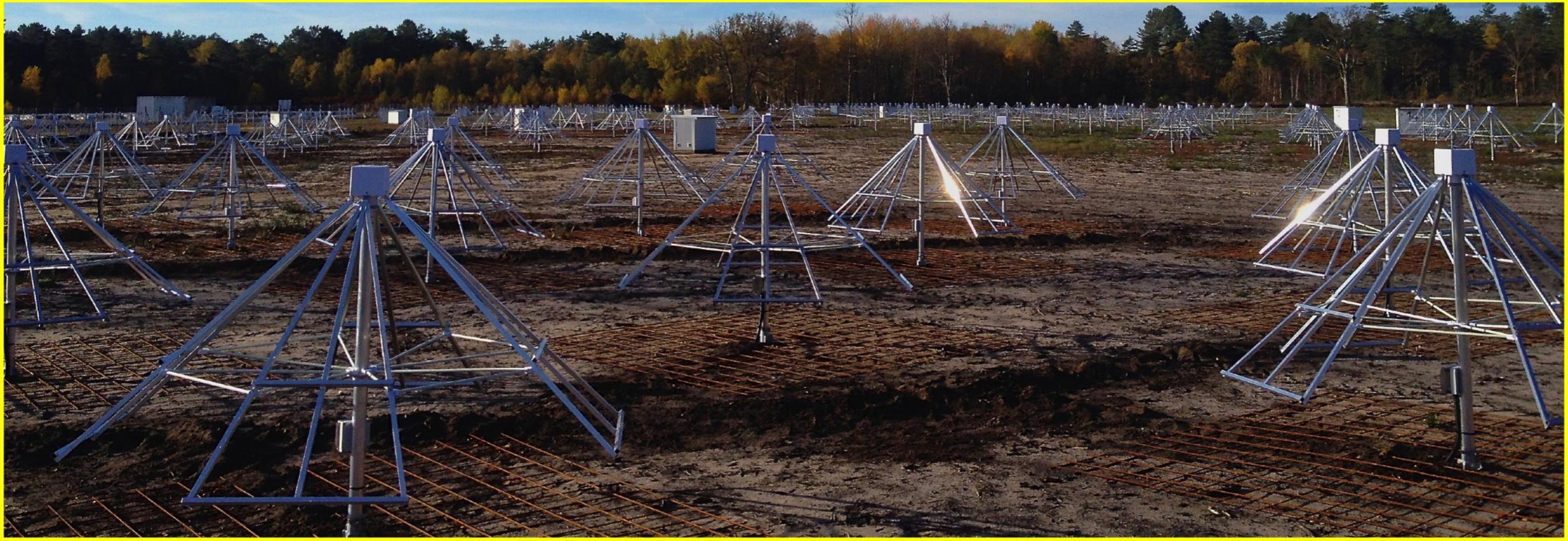
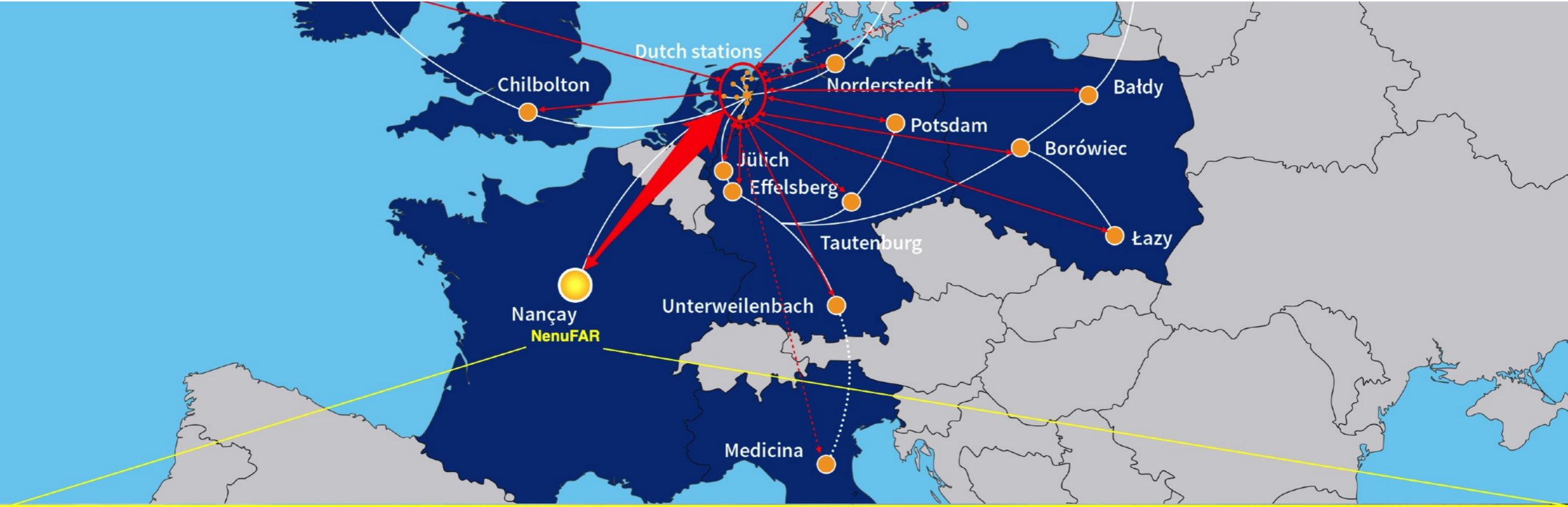
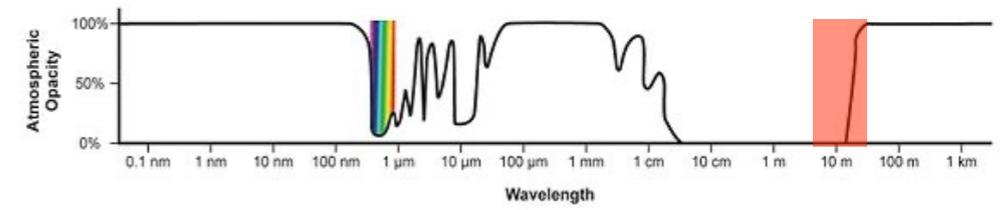


Sursauts Radio d'AD Leo, FRB...



NenuFAR (Télescope & LOFAR Super Station)

New extension in Nançay upgrading LOFAR



NenuFAR

en chiffres...



3 instruments en 1
réseau phasé autonome
imageur autonome
super station LOFAR



un réseau total
de **1 938** antennes
situé à Nançay



96
mini-réseaux



6
mini-réseaux
distants



400 m
de diamètre au
cœur du réseau



180 km
de câbles
coaxiaux



60 000 m²
d'aire effective
à 25 MHz



10 à 85 MHz
de gamme de fréquence
(longueurs d'onde
de 3,5 m à 30 m)



19
antennes dans
1 mini-réseau



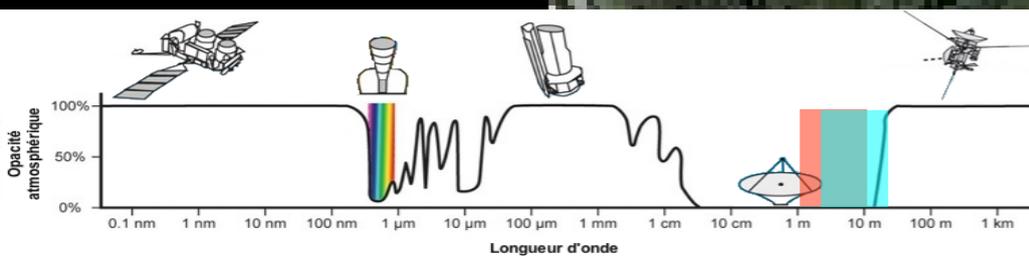
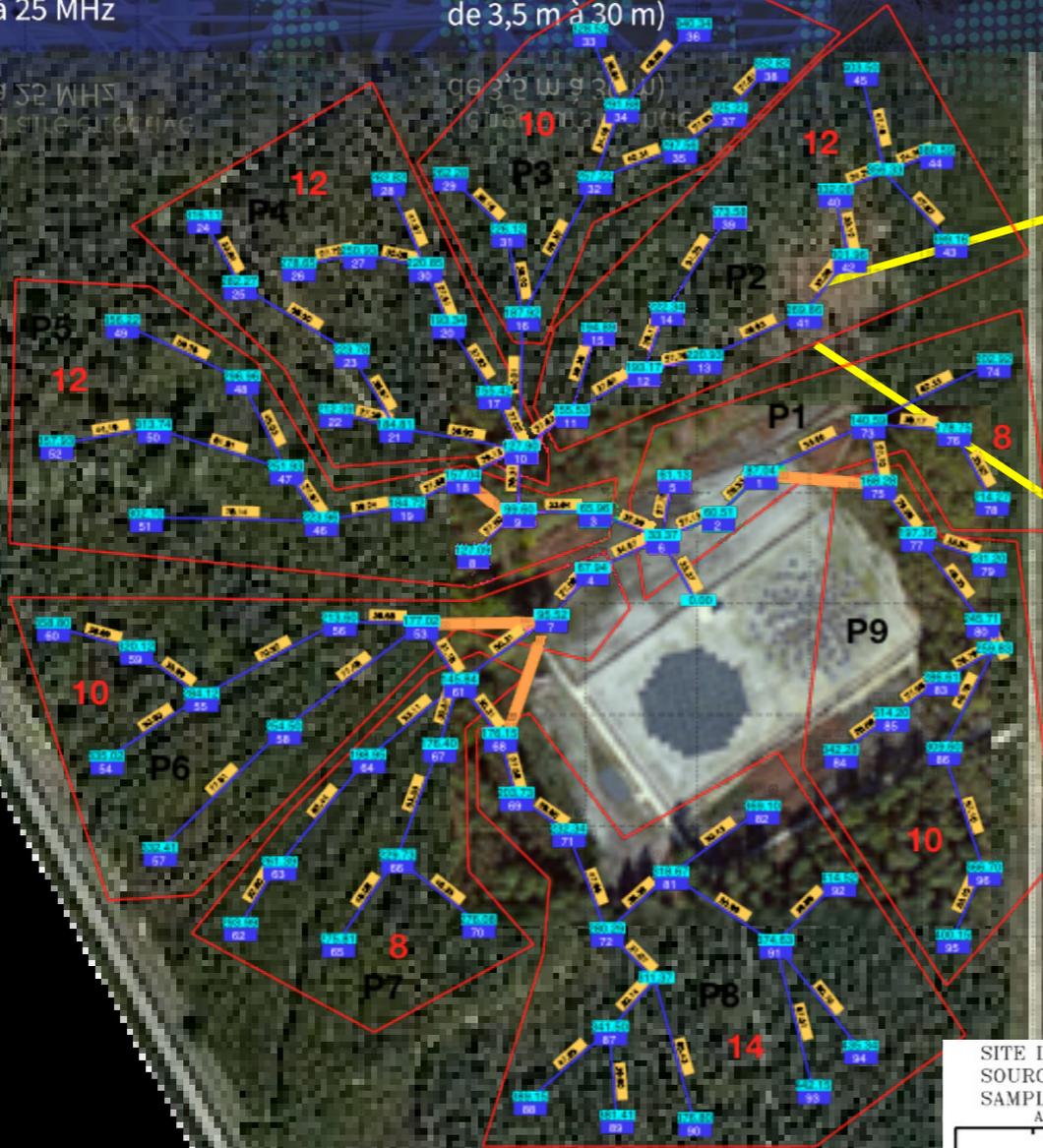
3 km
de distance
au mini-réseau
le plus éloigné



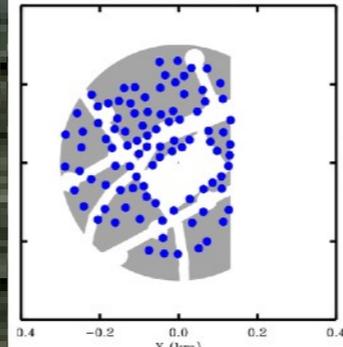
600 Gbits/s
de volume de données
traitées en temps réel
24/7



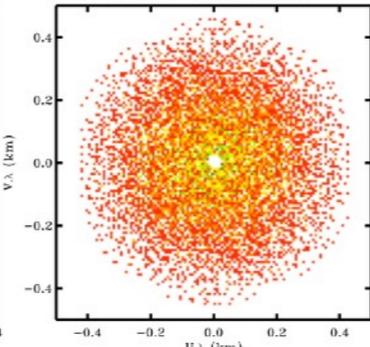
10 Po
de données brutes
traitées par an



SITE LAT. = 47.370 deg
SOURCE DEC. = 23.370 deg
SAMPLING INT. = 0.001 h
ANTENNA POSITIONS

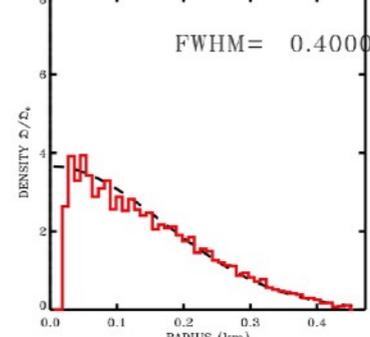


96 ANTENNAS
1 CONFIGURATIONS
0 SHARED ANT.
DENSITY OF VISIBILITIES

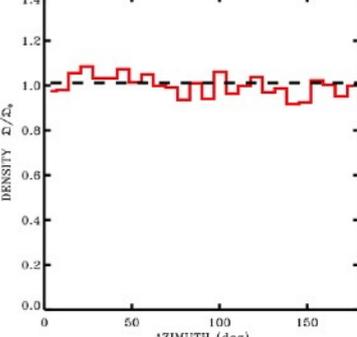


BL1 = [0.000, 0.450] km HA1 = [0.000, 0.001] h

RADIAL PROFILE

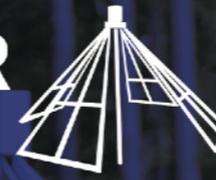


AZIMUTHAL PROFILE



NenuFAR

en chiffres...



3 instruments en 1
réseau phasé autonome
imageur autonome
super station LOFAR



un réseau total
de **1 938** antennes
situé à Nançay



96
mini-réseaux



6
mini-réseaux
distants



400 m
de diamètre au
cœur du réseau



180 km
de câbles
coaxiaux



60 000 m²
d'aire effective
à 25 MHz



10 à 85 MHz
de gamme de fréquence
(longueurs d'onde
de 3,5 m à 30 m)



19
antennes dans
1 mini réseau



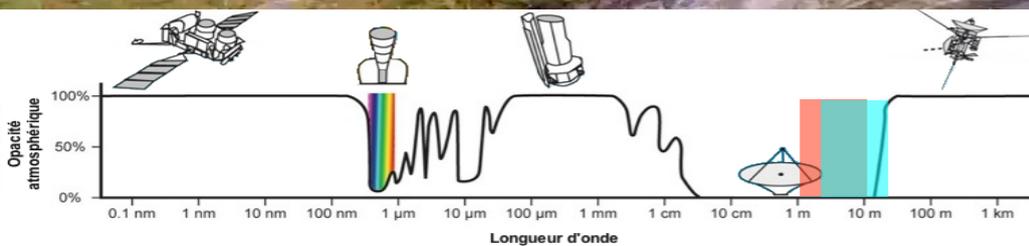
3 km
de distance
au mini-réseau
le plus éloigné



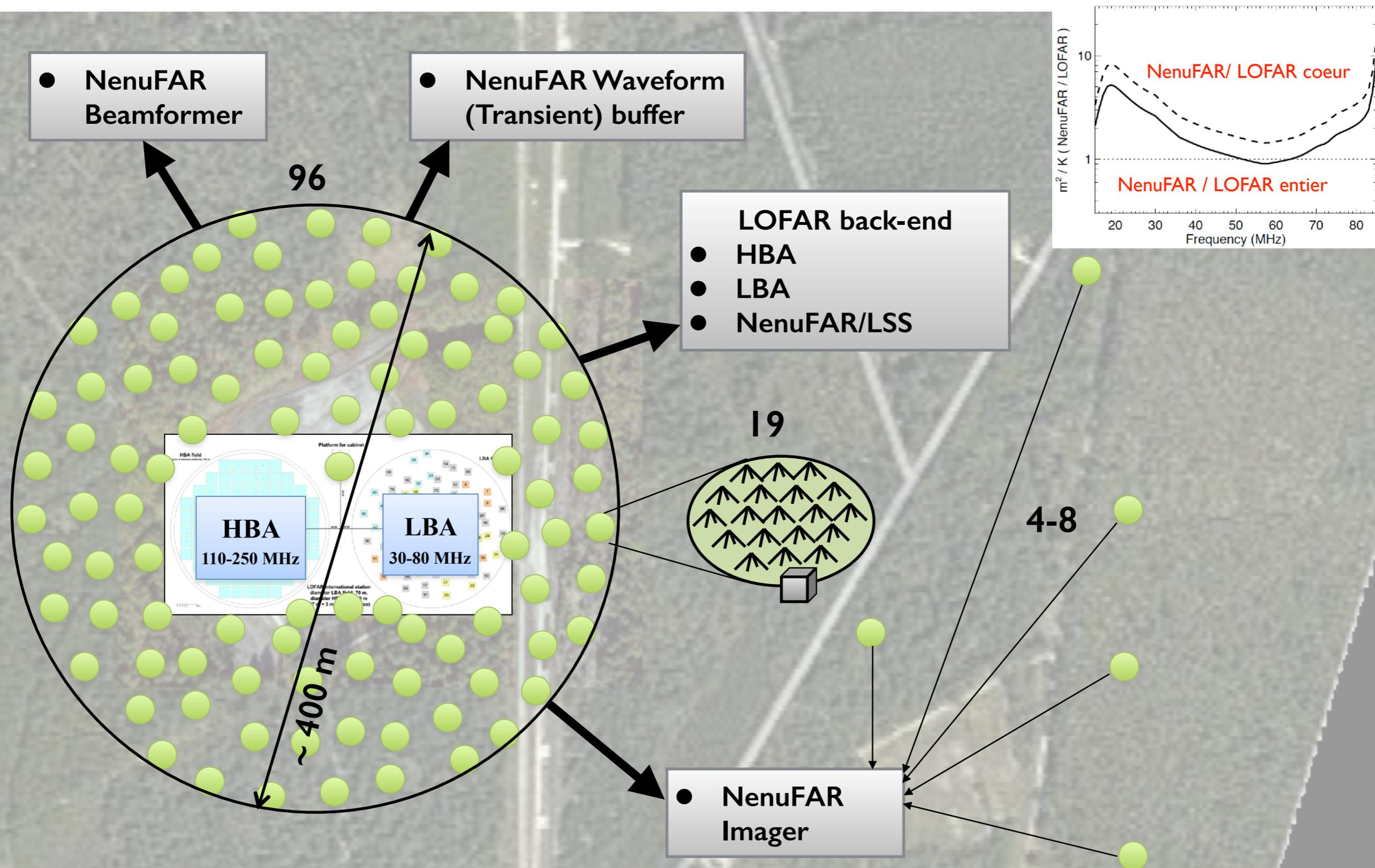
600 Gbits/s
de volume de données
traitées en temps réel
24/7



10 Po
de données brutes
traitées par an



4 instruments en 1: Beamformer / Imager / Waveform / LSS



- Grand réseau compact sensible aux (très) basses fréquences
- Grand champ de vue, multi-faisceaux, sensible aux structures étendues
- Complémentaire à LOFAR: haute résol. BF avec des lignes de base internationales sensibles

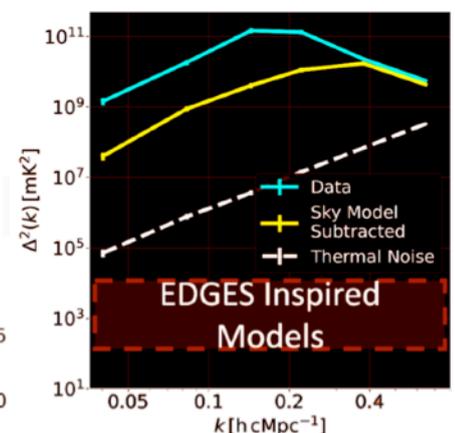
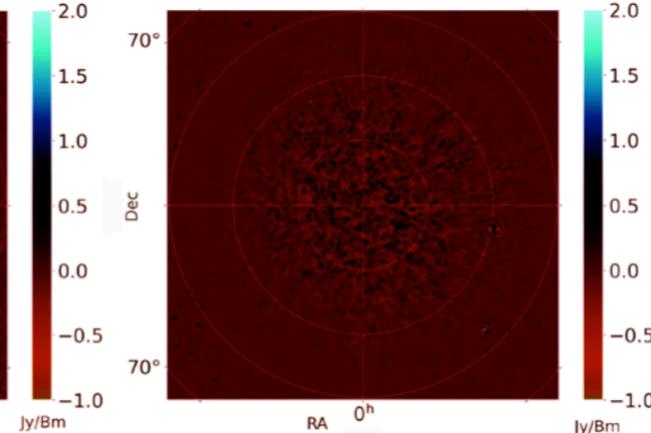
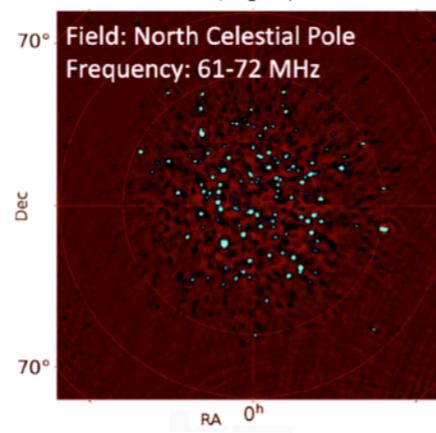
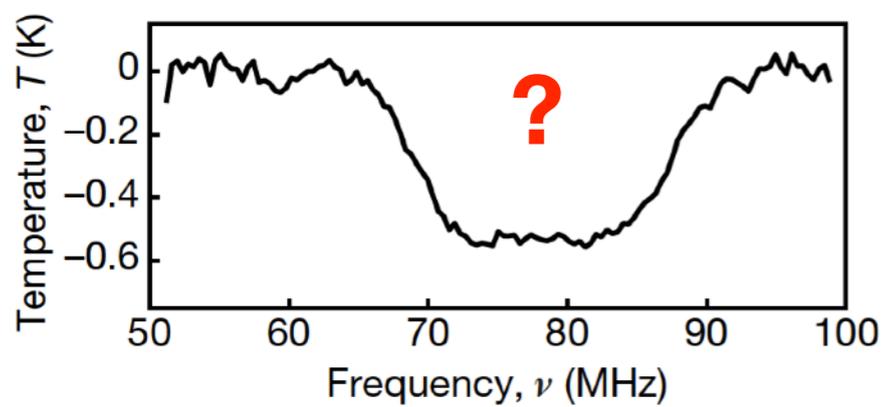
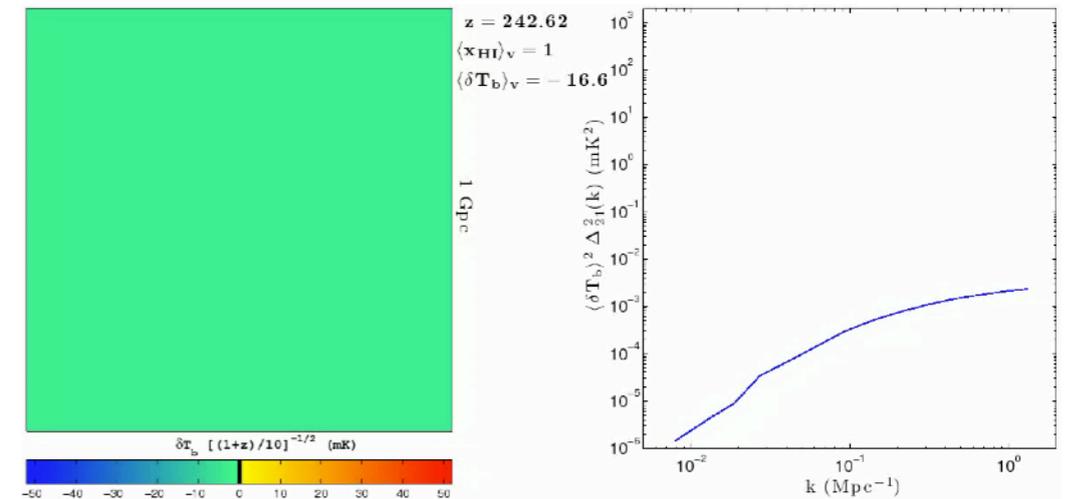
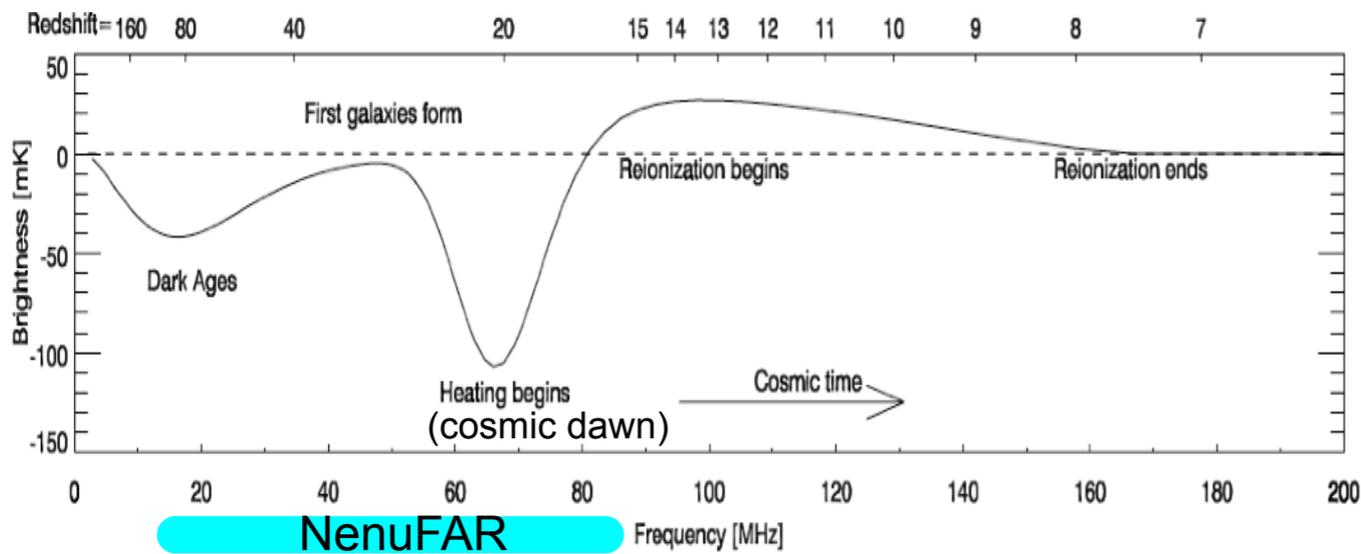
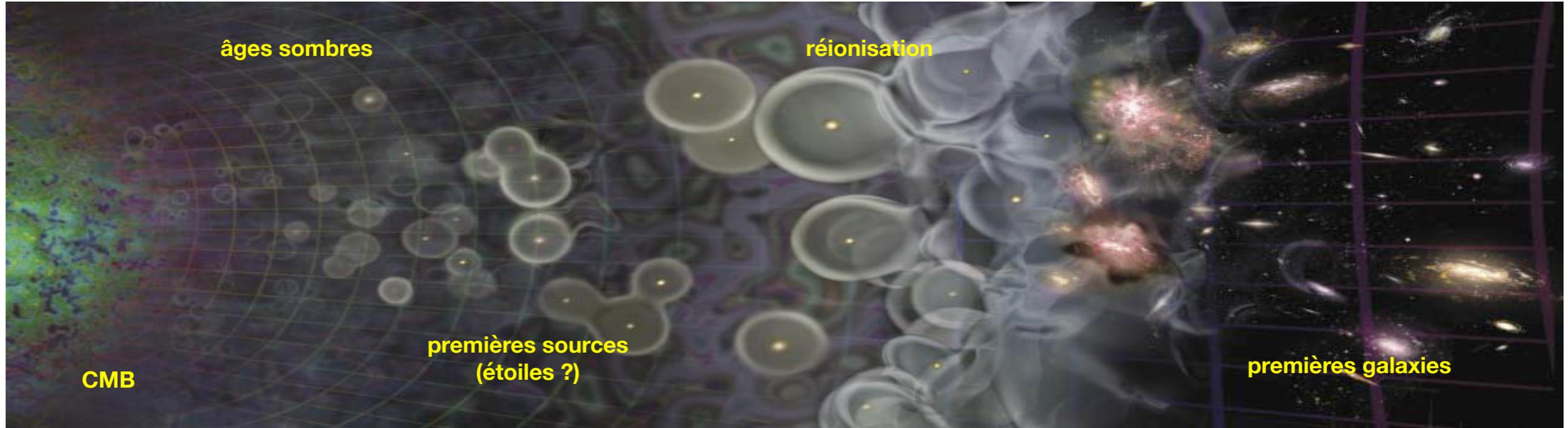
NenuFAR : LOFAR Super Station



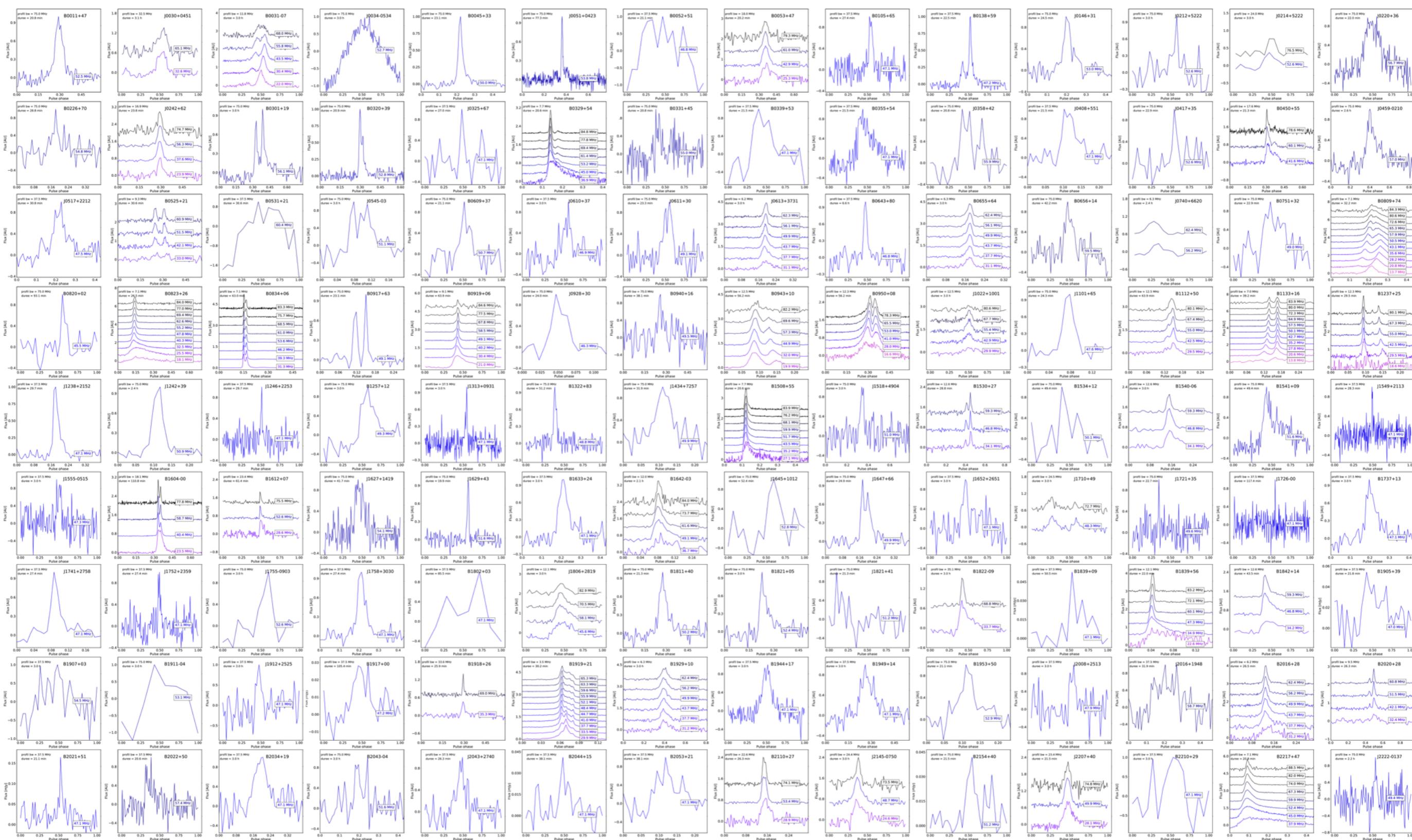
Nançay
NenuFAR



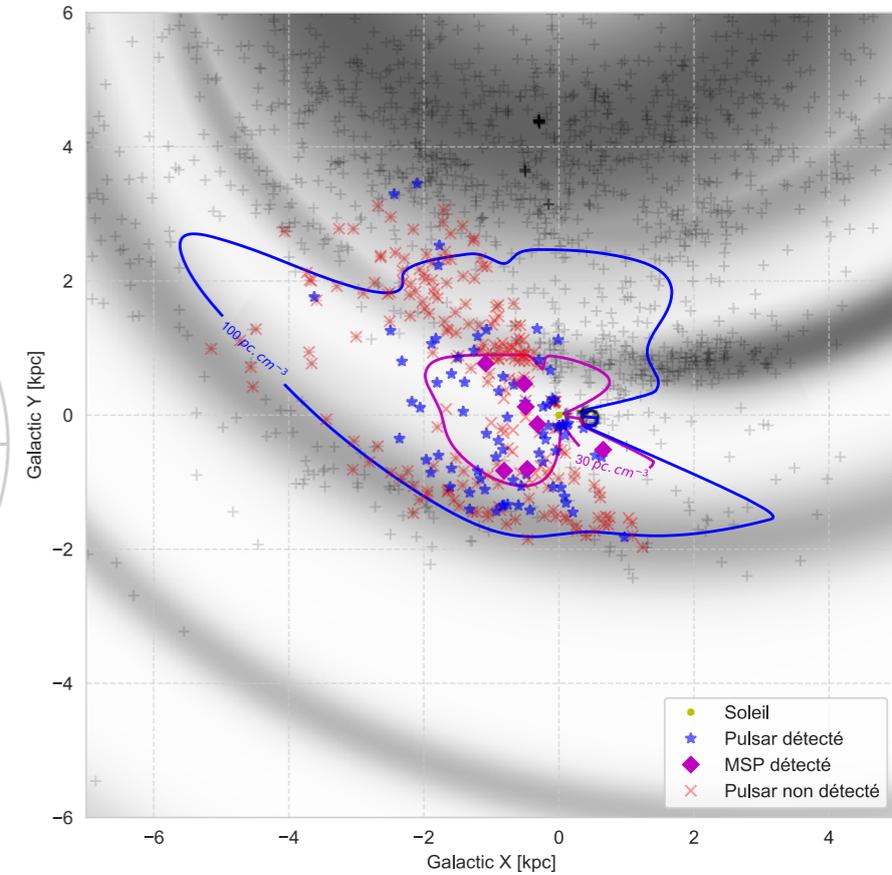
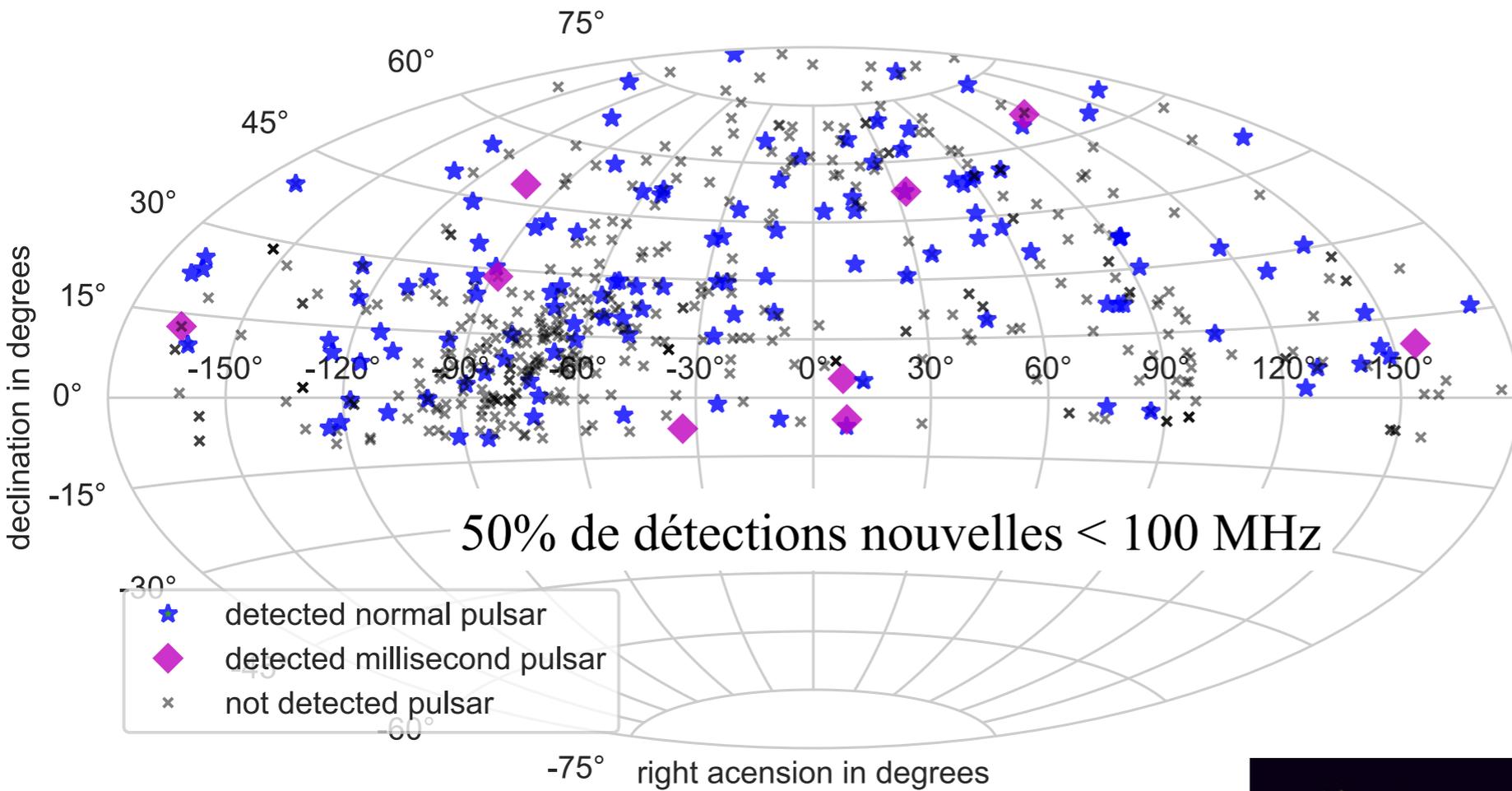
L'aube cosmique avec NenuFAR



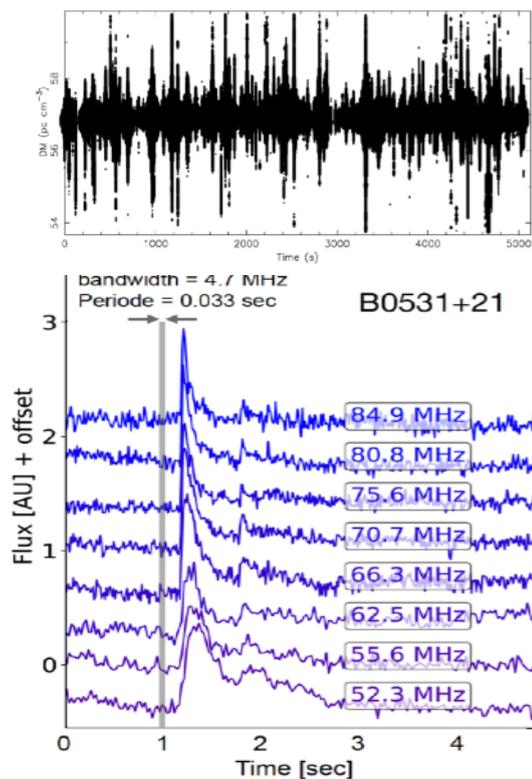
Les pulsars avec NenuFAR



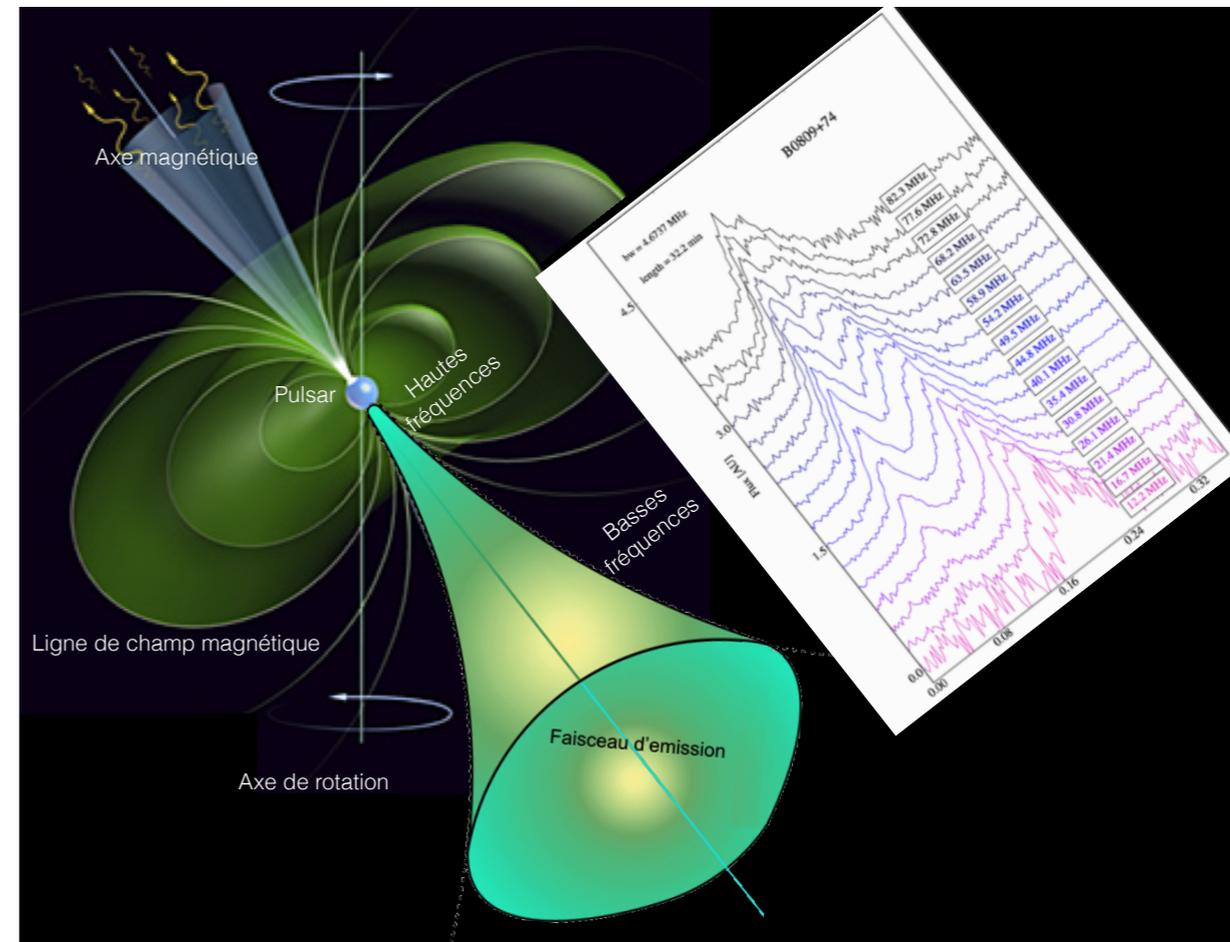
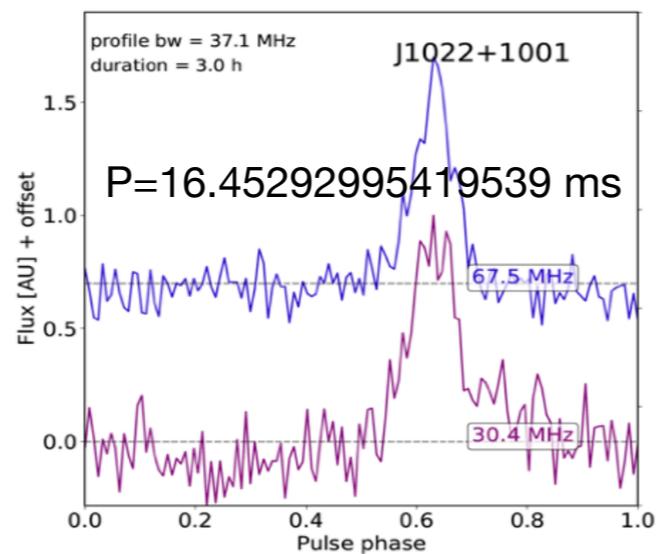
Les pulsars avec NenuFAR



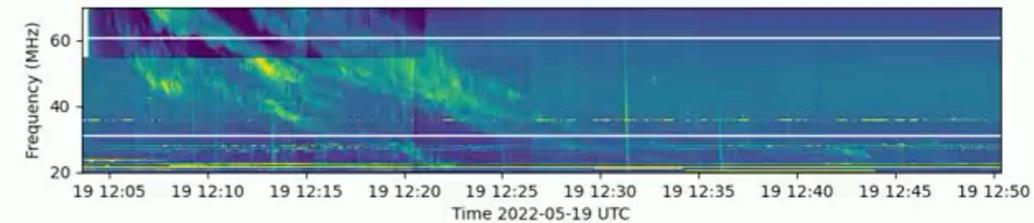
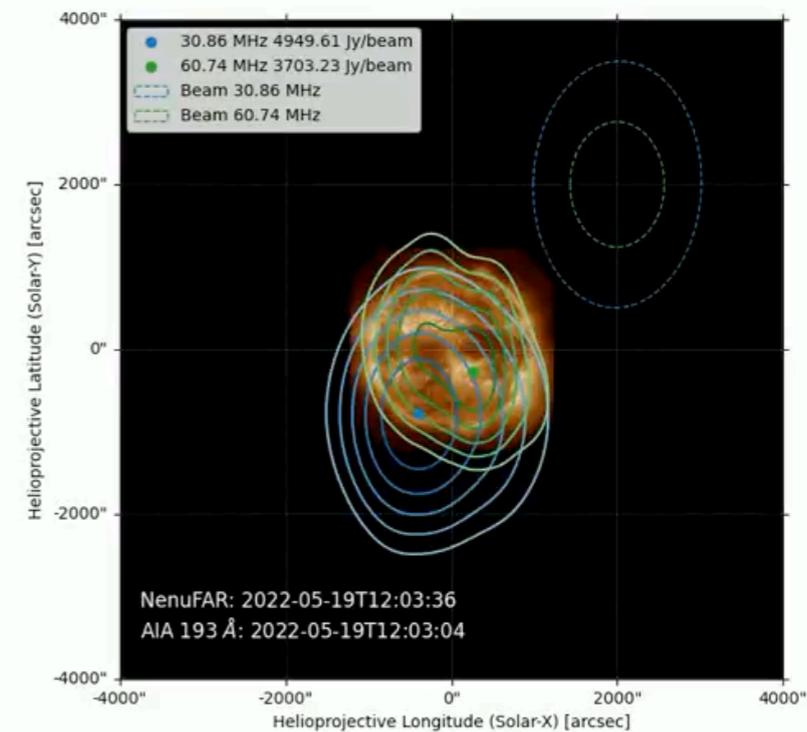
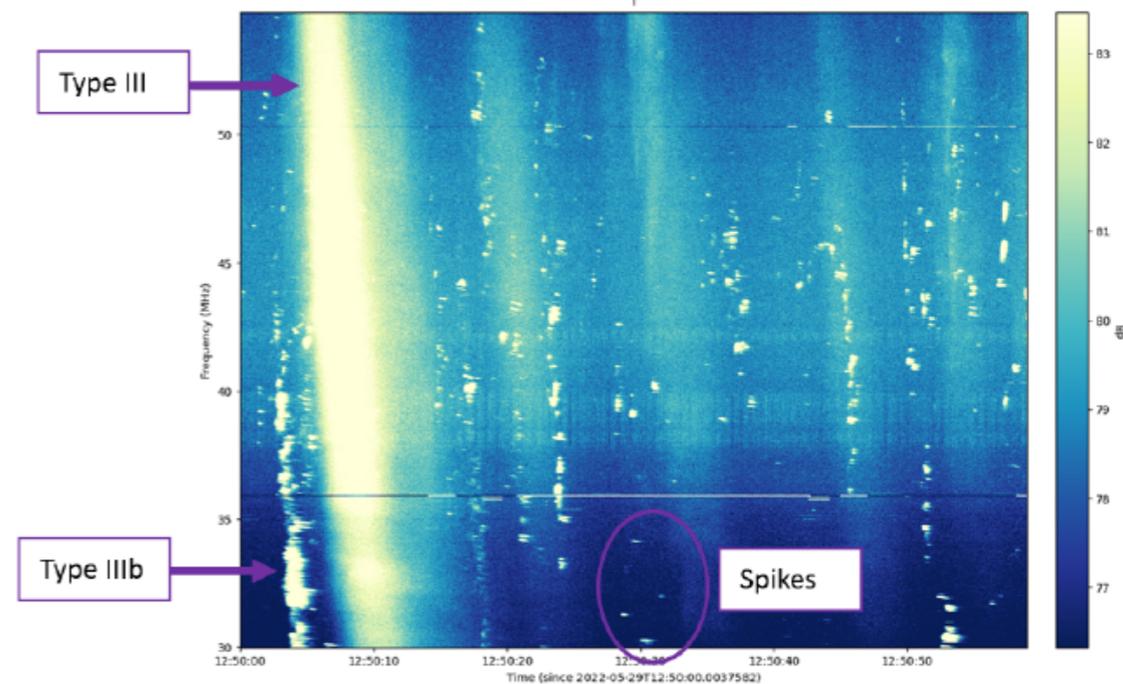
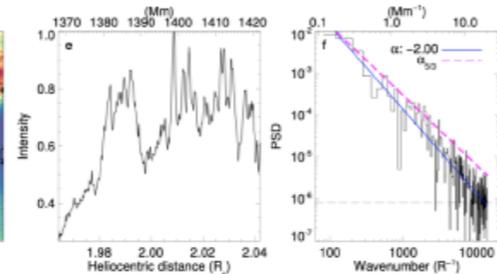
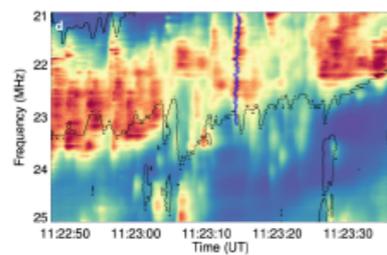
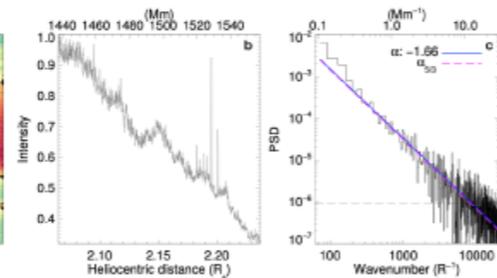
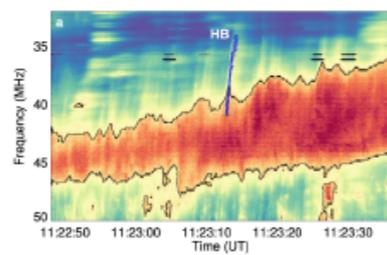
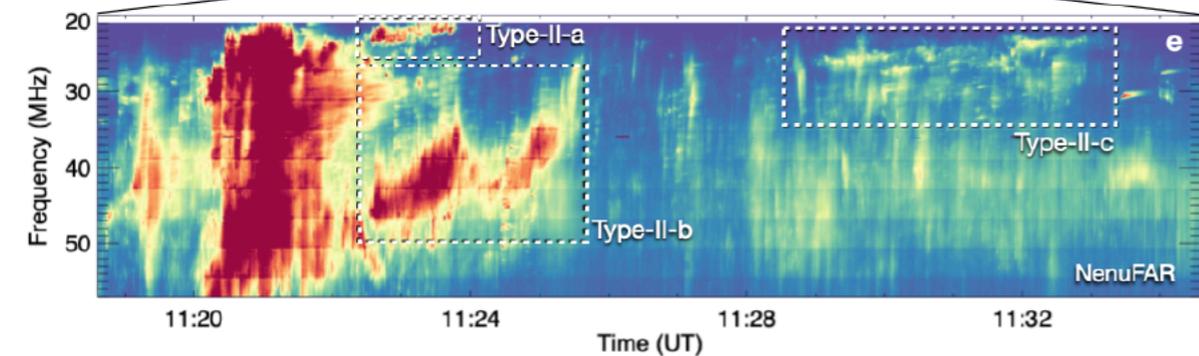
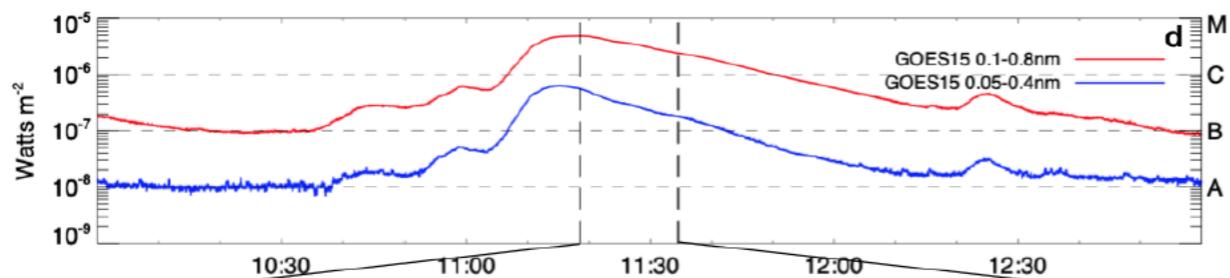
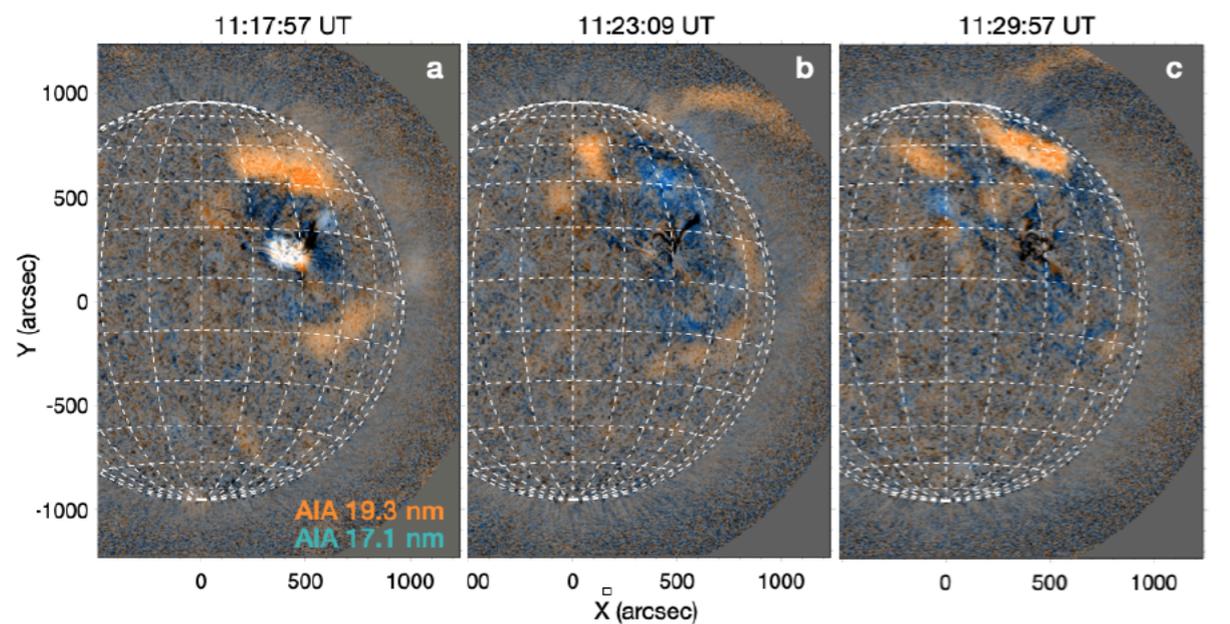
Pulsars géants du Crabe

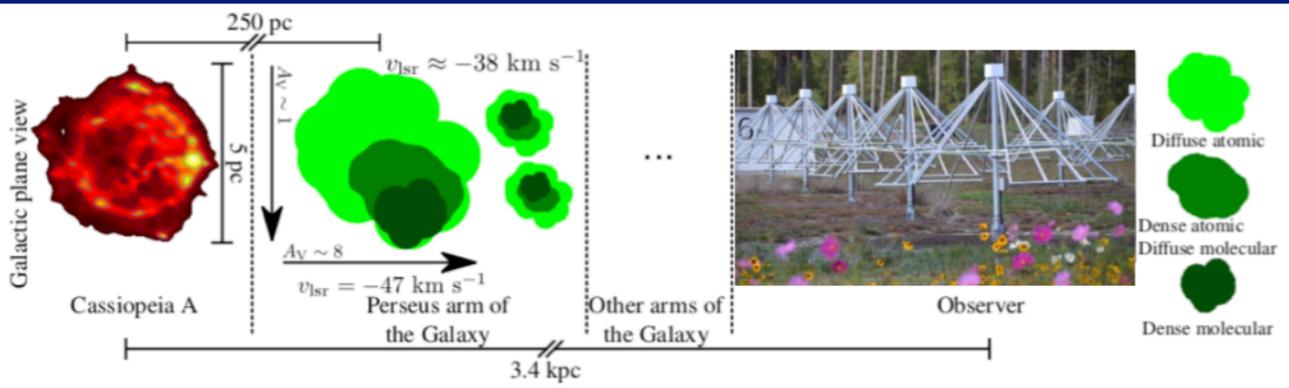


Pulsars milliseconde

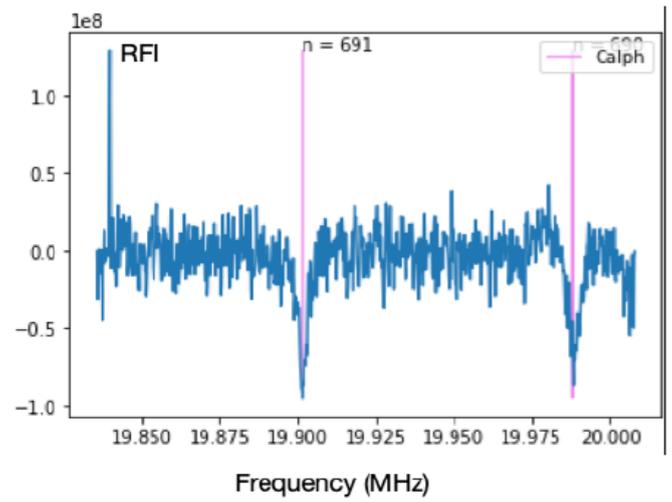


Observations du Soleil avec NenuFAR

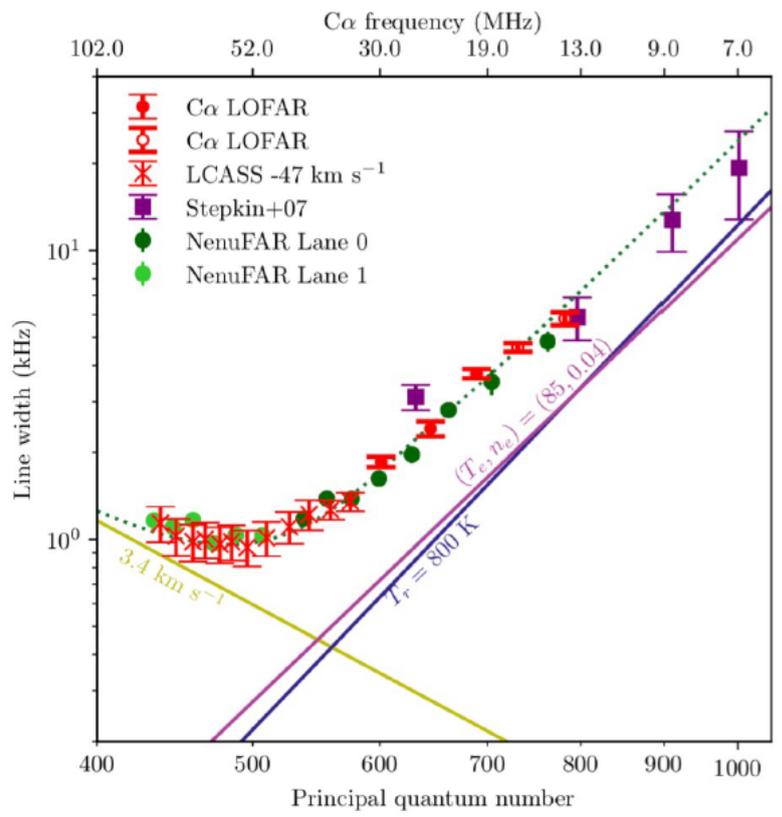




- Détection à haut SNR



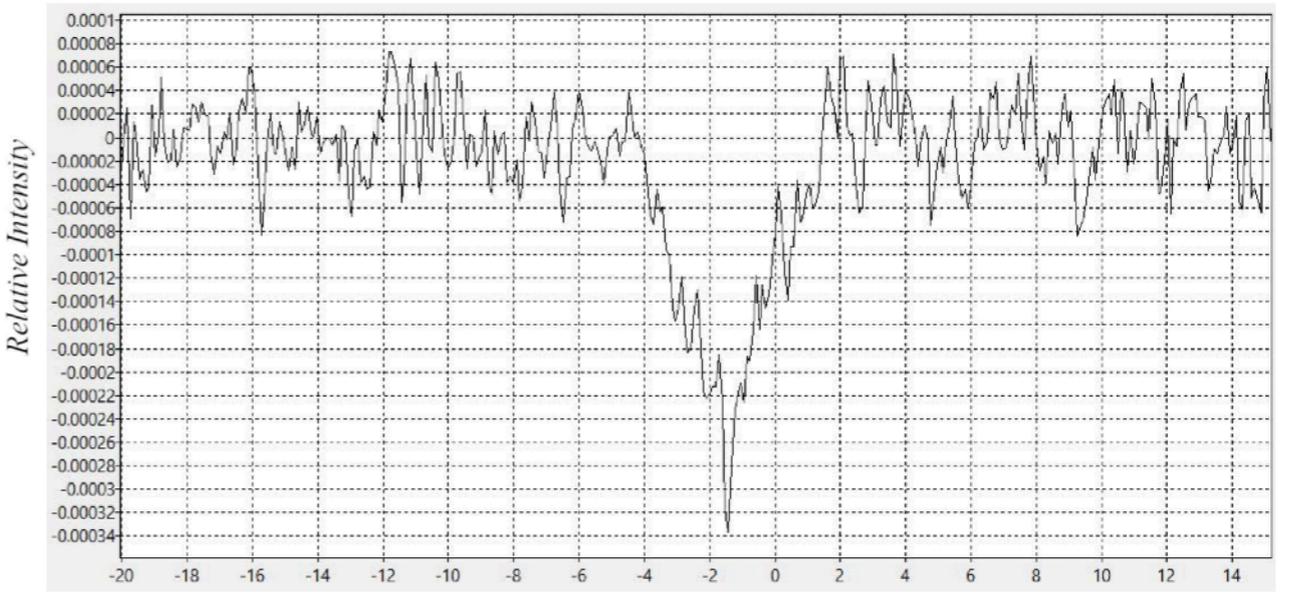
- Cyg A studies



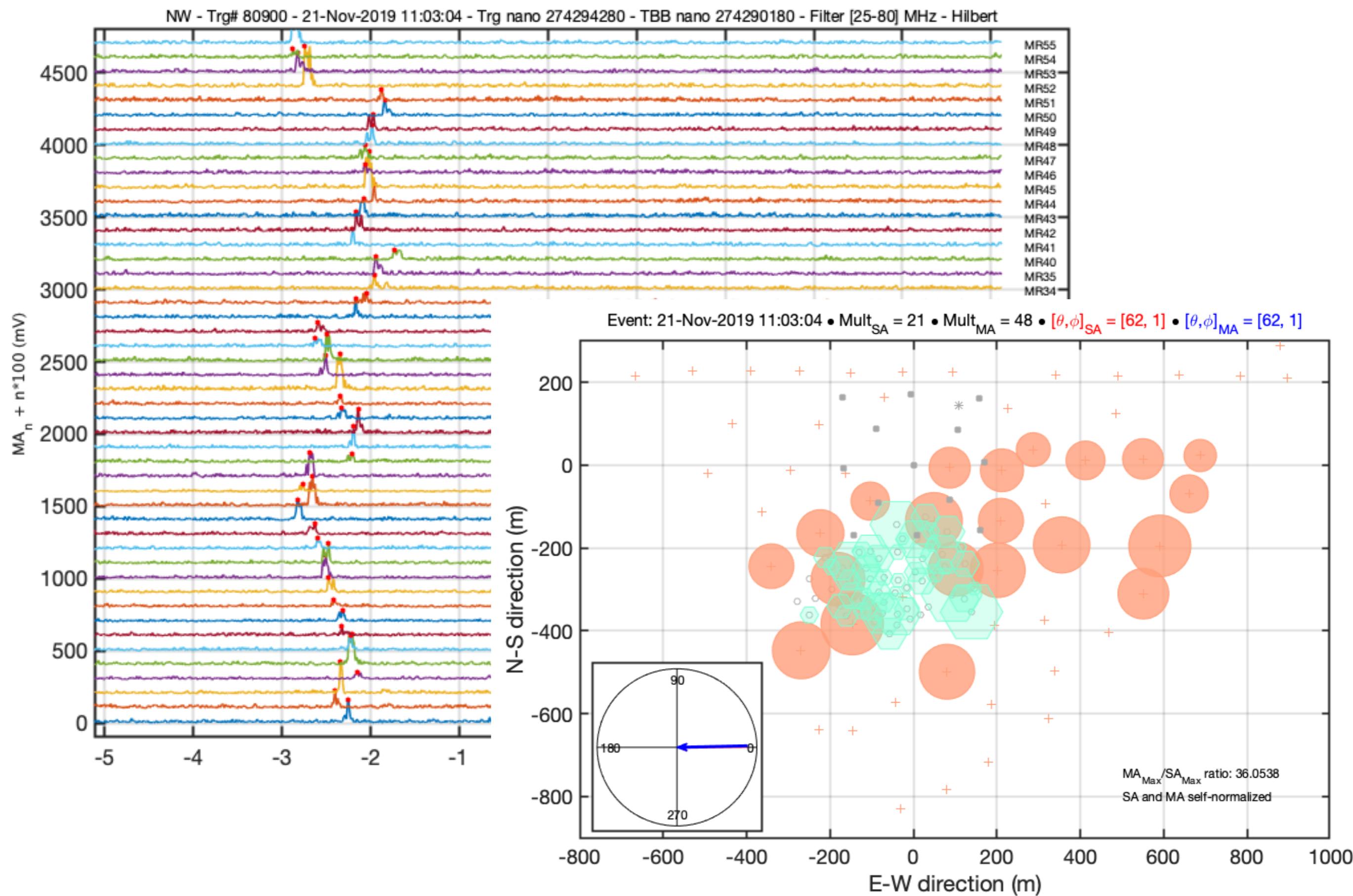
- Première détection de RRLs sur Tau A

Tau A
December 2021
15 h of observations, equivalent integration 930 h.

Sensibilité : 8×10^{-5}
Amplitude raies: 3.3×10^{-4}
(4σ)

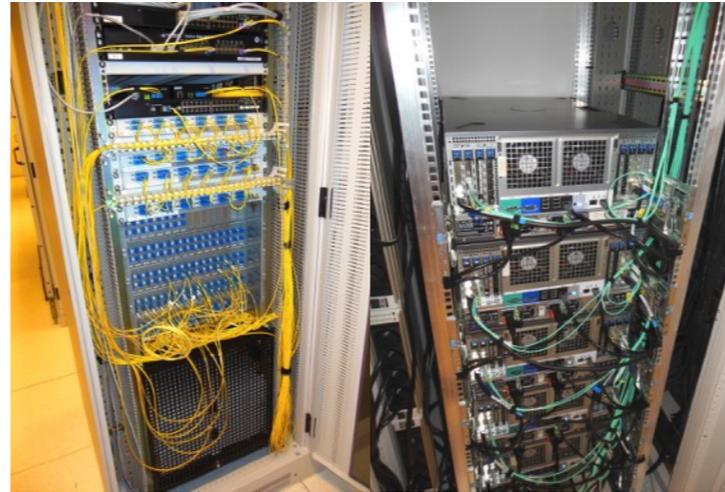


Gerbes de rayons cosmiques avec NenuFAR



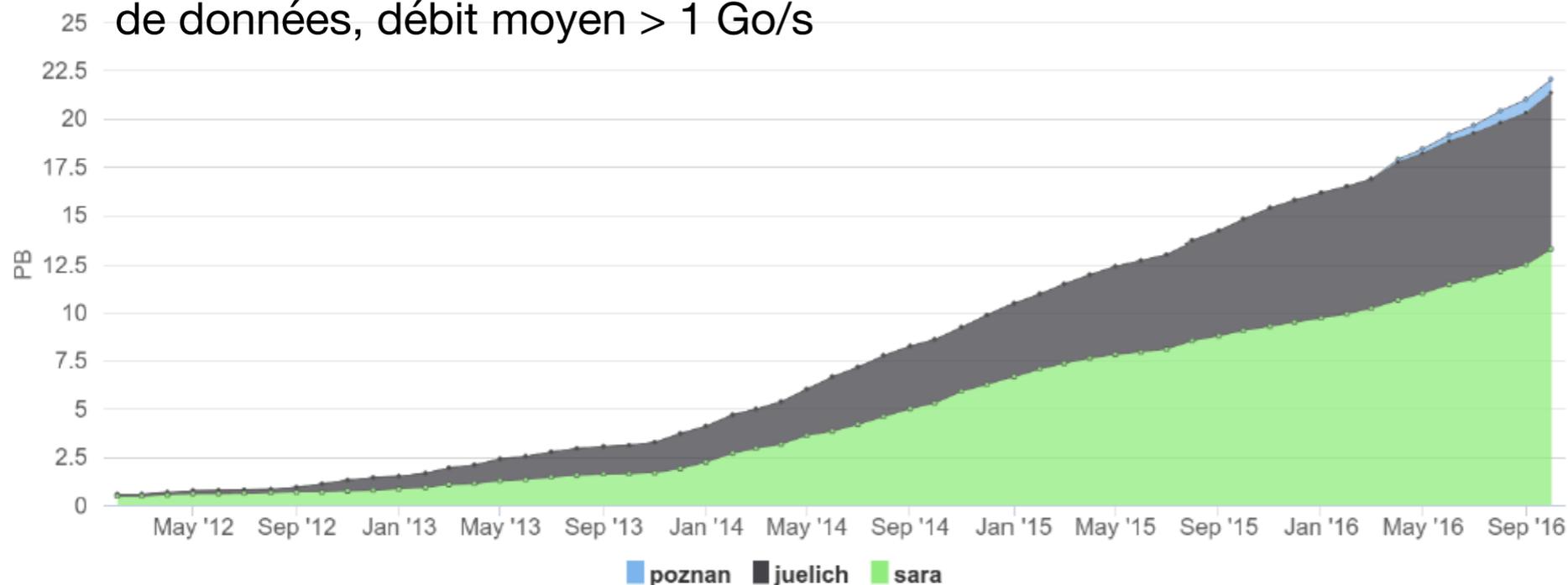
Le coût de la révolution numérique: débit, stockage et traitement des données

- Acquisition temps réel : de Blue Gene à COBALT (grappe de CPU/GPU)



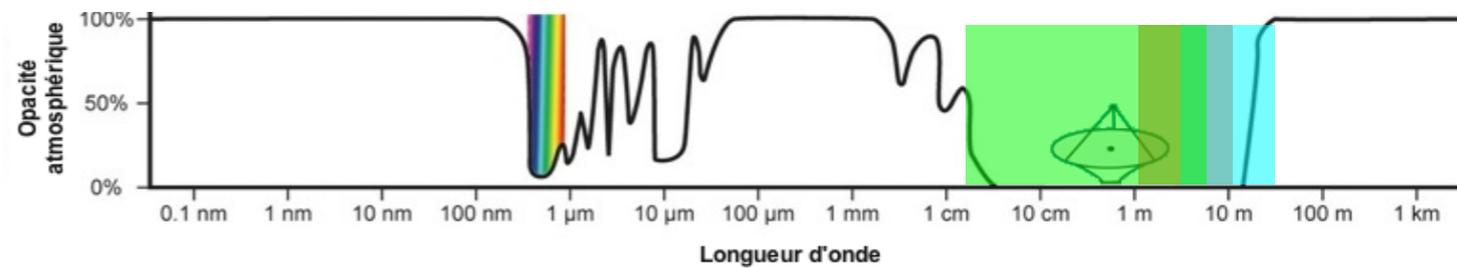
- Post-traitements (grappe de CPU/GPU)

- Stockage long-terme (LOFAR) : >30 Po, 3 sites, 10 Millions de fichiers de données, débit moyen > 1 Go/s



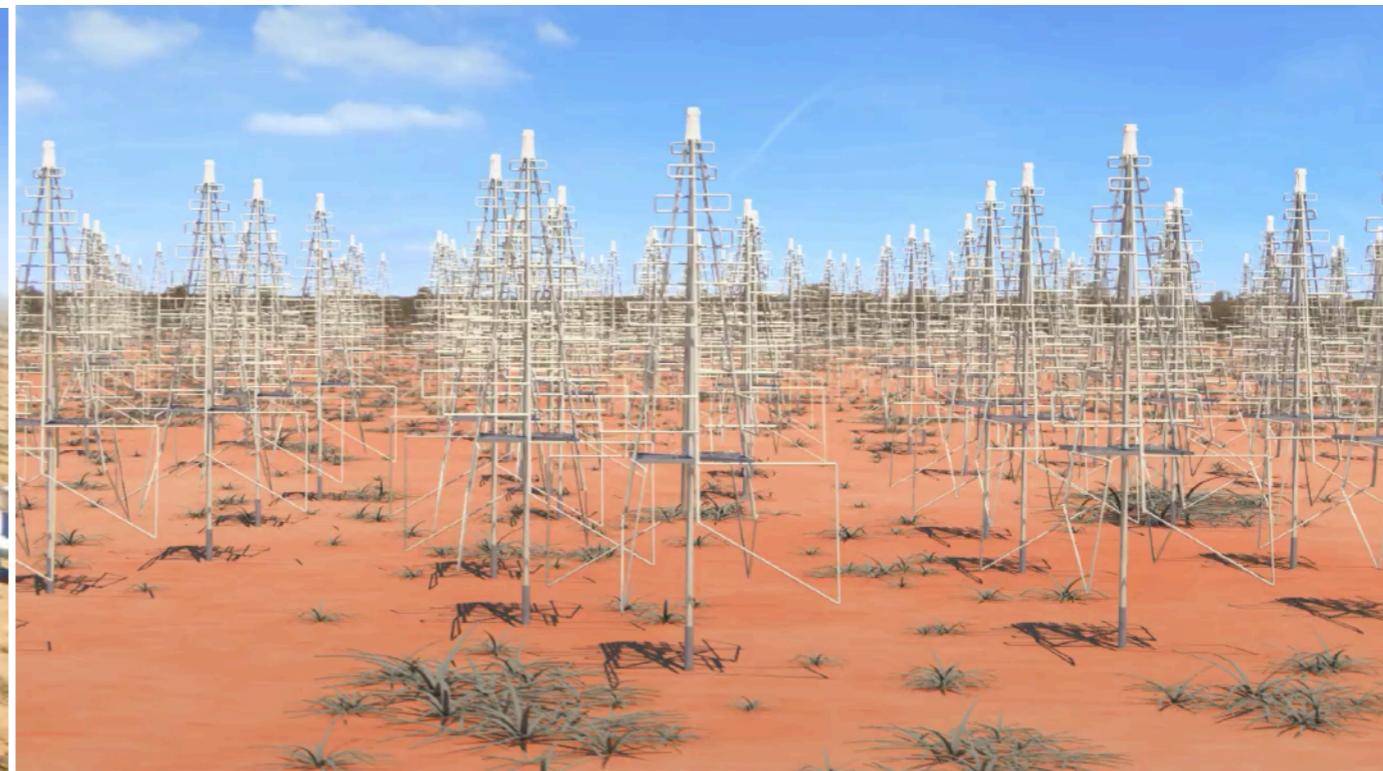
SKA (Square Kilometer Array)

<http://www.skatelescope.org/>



- Australie/Afrique du sud
- Interféromètre de milliers d'antennes
- $f = [50 \text{ MHz}, 25 \text{ GHz}]$
- $\lambda = [6 \text{ m}, 1.2 \text{ cm}]$
- $A_{\text{eff}} = 1 \text{ km}^2$
- résolution $\Rightarrow 0.001'' @ 1.5 \text{ cm} (20 \text{ GHz})$
- champ de vue 1°
- Polarisation complète

Débit de données colossal:
~500 Po / heure ~ 10000 Po / jour
→ stockage des données brutes impossible
→ calibration & imagerie temps réel nécessaires

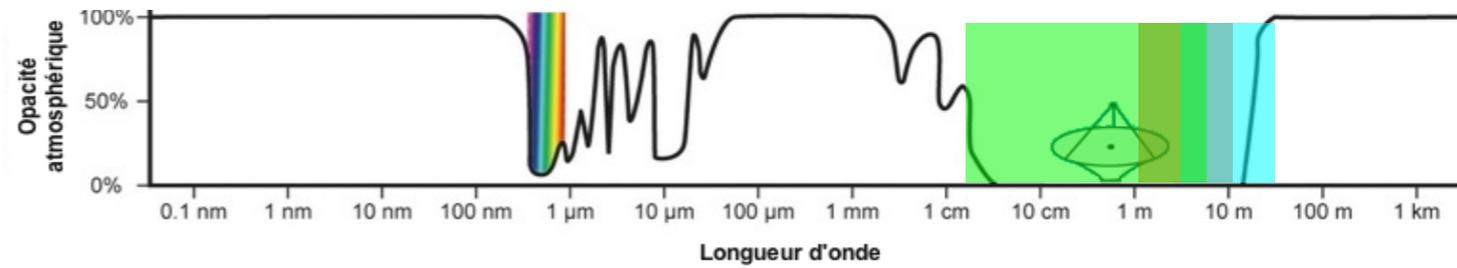


SKA-Mid : 350 MHz - >20 GHz
200 paraboles, Afrique du Sud

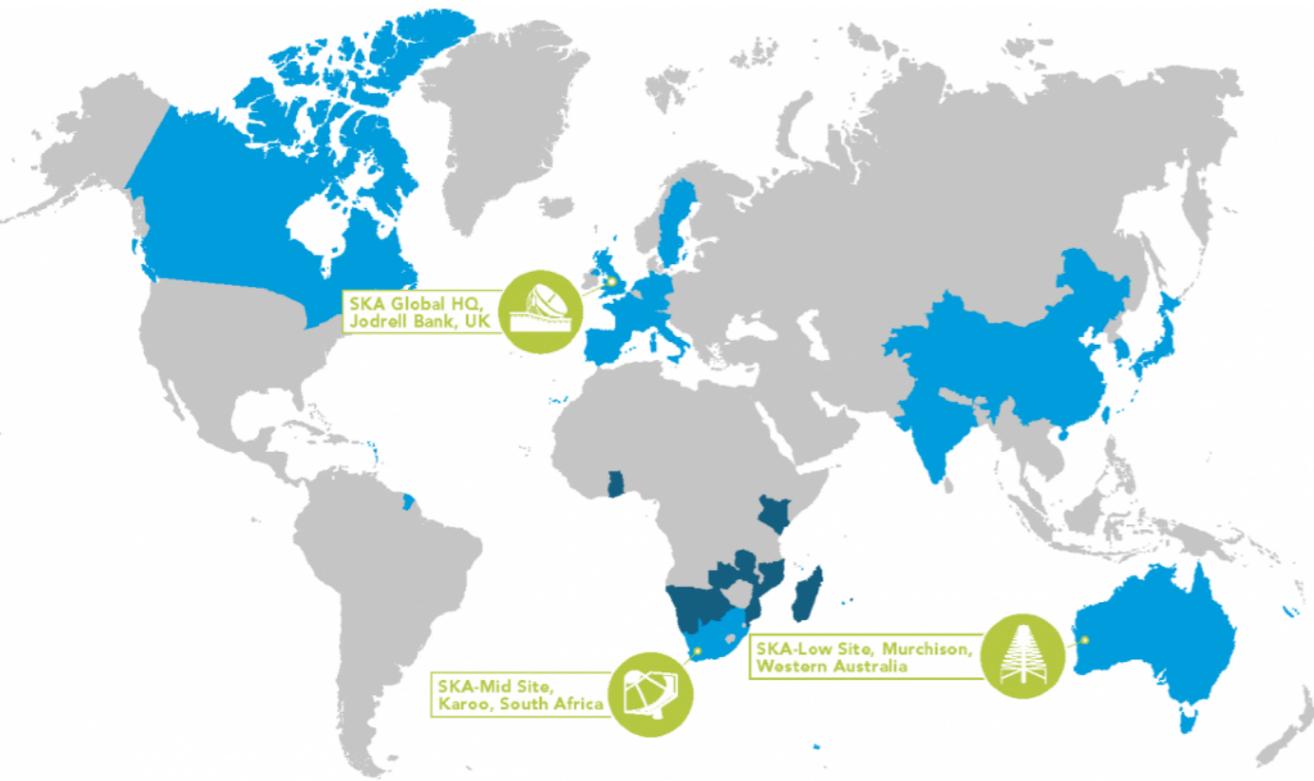
SKA-Low : 50-350 MHz
250000 antennes, Australie

SKA (Square Kilometer Array)

<http://www.skatelescope.org/>



Organisation & Science Working Groups



SKA Partners – includes Members of the SKA Organisation – precursor to the SKAO –, current SKAO Member States*, and SKAO Observers (as of June 2021)



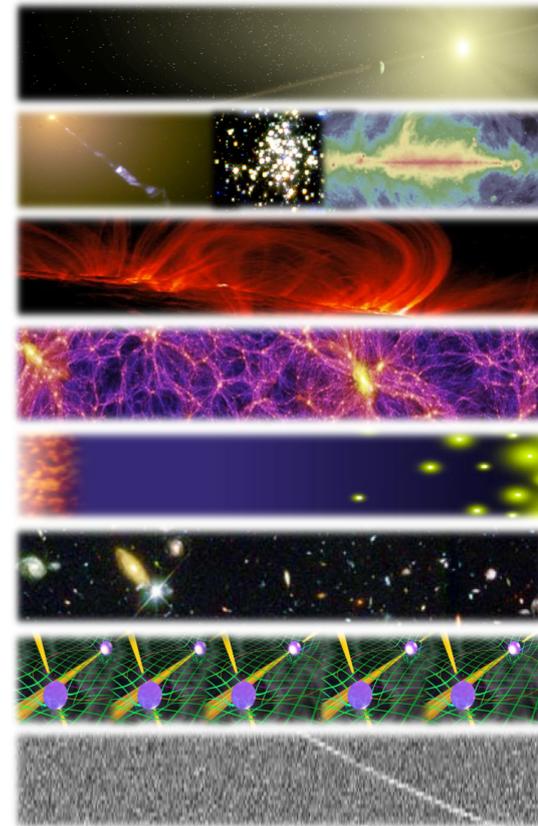
African Partner Countries



The Science Working Groups

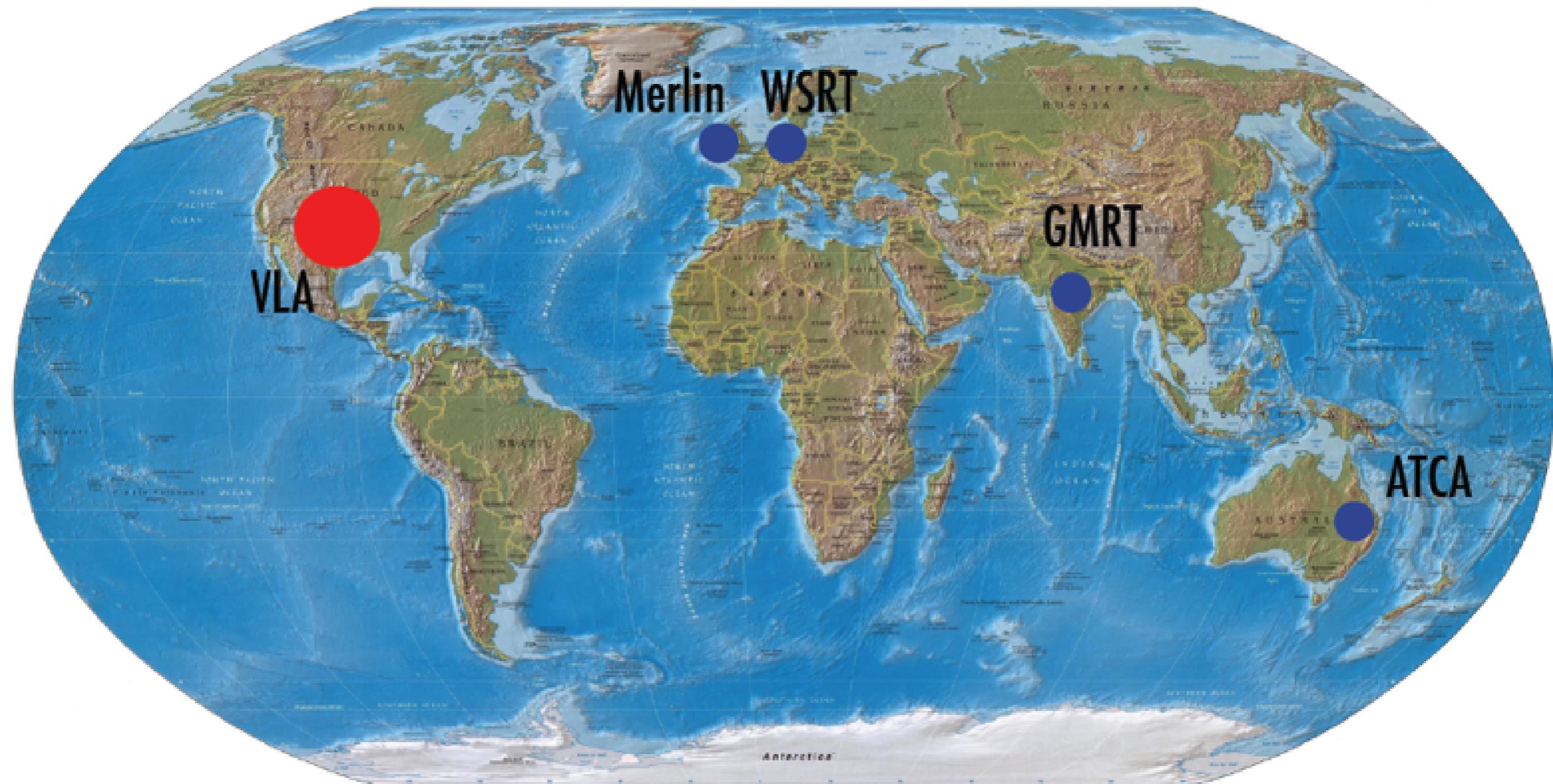


- **Astrobiology (“The Cradle of Life”)**
 - Project Scientist: Tyler Bourke
 - Working Group Chair: Melvin Hoare
- **Galaxy Evolution – Continuum**
 - Project Scientist: Jeff Wagg
 - Working Group Chairs: Nick Seymour & Isabella Prandoni
- **Cosmic Magnetism**
 - Project Scientist: Jimi Green
 - Working Group Chairs: Melanie Johnston-Hollitt & Federica Govoni
- **Cosmology**
 - Project Scientist: Jeff Wagg
 - Working Group Chair: Roy Maartens
- **Epoch of Reionisation & the Cosmic Dawn**
 - Project Scientist: Jeff Wagg
 - Working Group Chair: Leon Koopmans
- **Galaxy Evolution – HI**
 - Project Scientist: Jimi Green
 - Working Group Chairs: Lister Staveley-Smith & Tom Osterloo
- **Pulsars (“Strong field tests of gravity”)**
 - Project Scientist: Jimi Green
 - Working Group Chairs: Ben Stappers & Michael Kramer
- **Transients**
 - Project Scientist: Tyler Bourke
 - Working Group Chair: Rob Fender

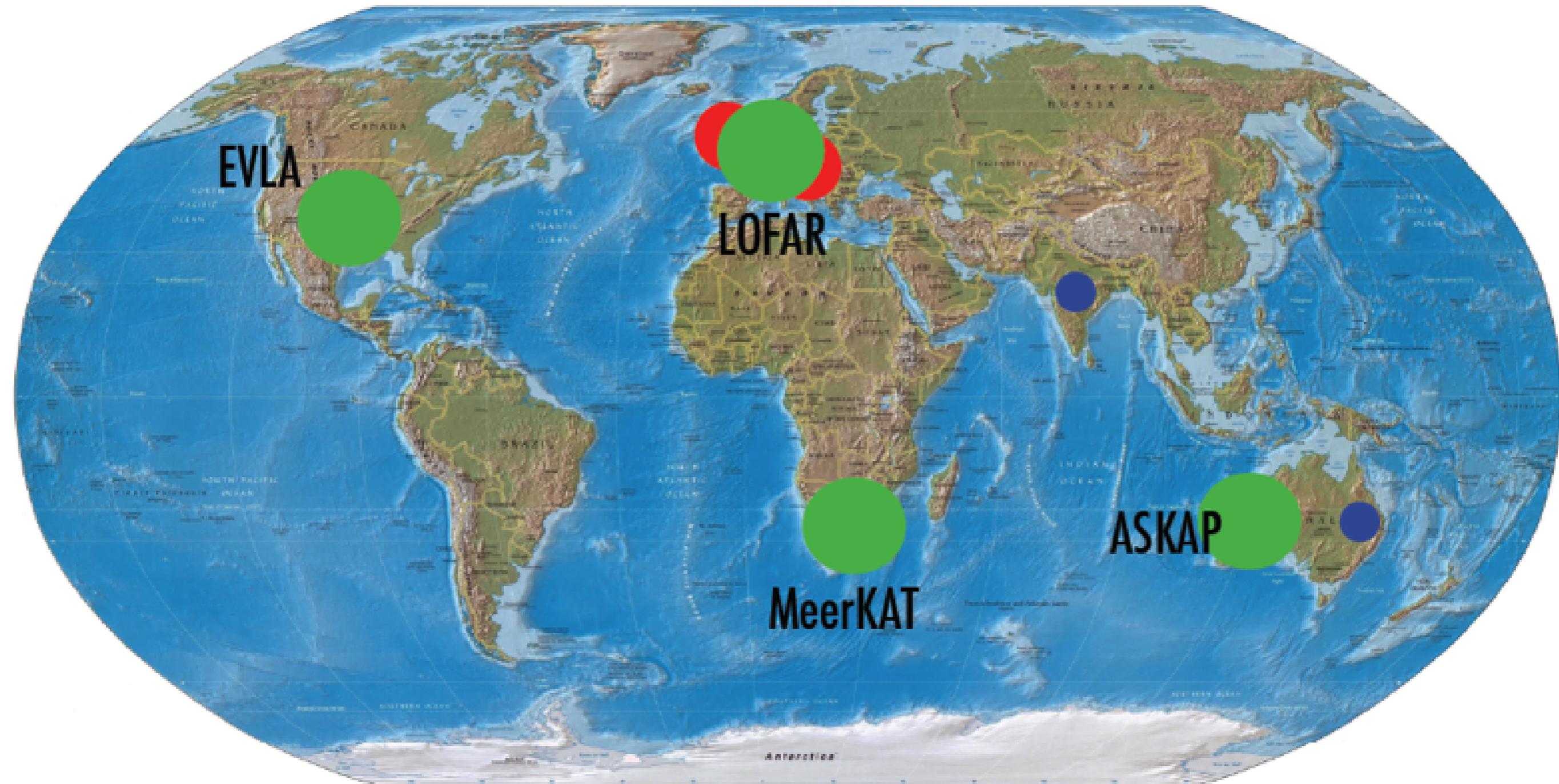


Exploring the Universe with the world's largest radio telescope

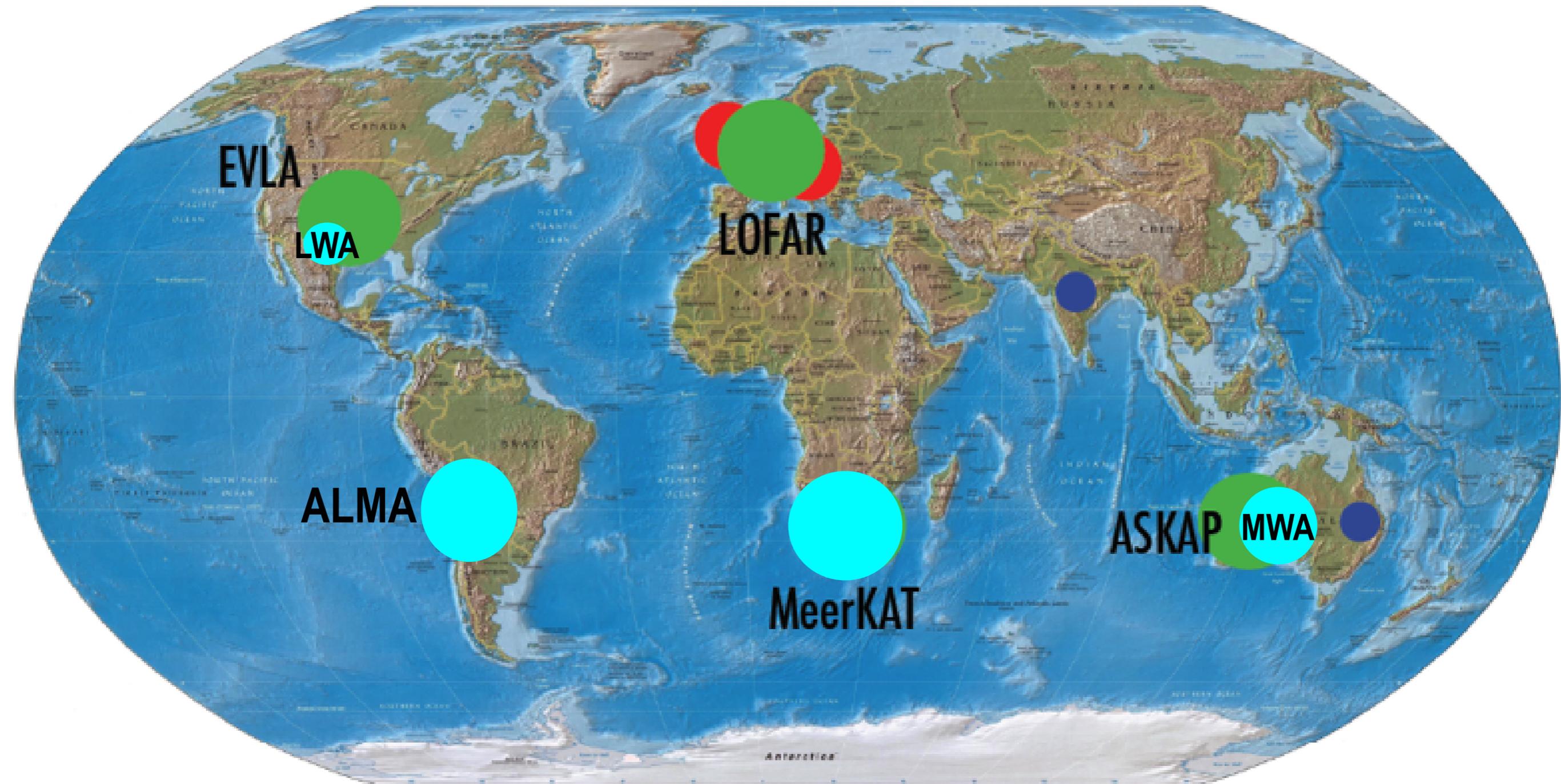
La Radioastronomie en ~2005



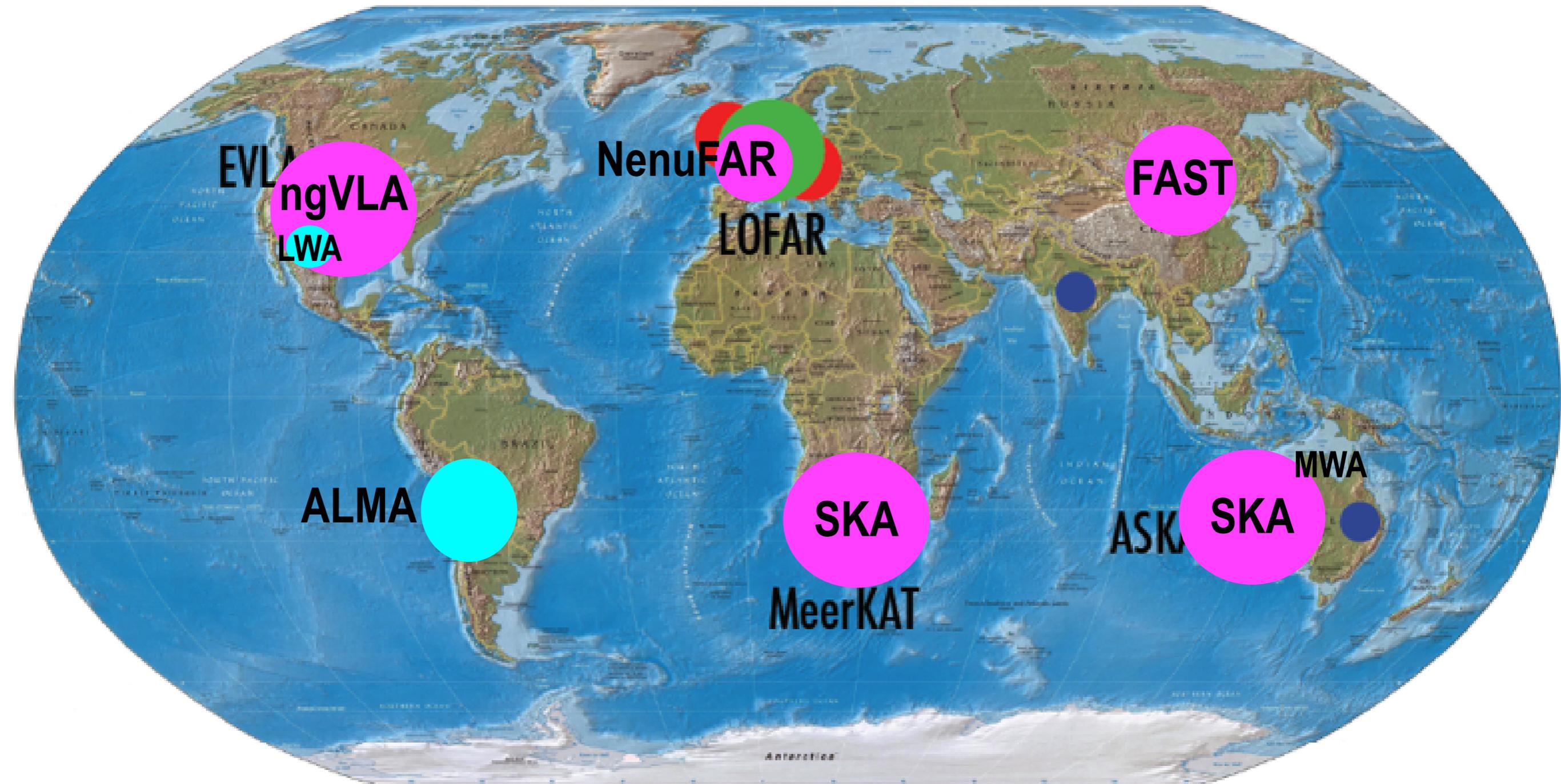
La Radioastronomie en ~2010



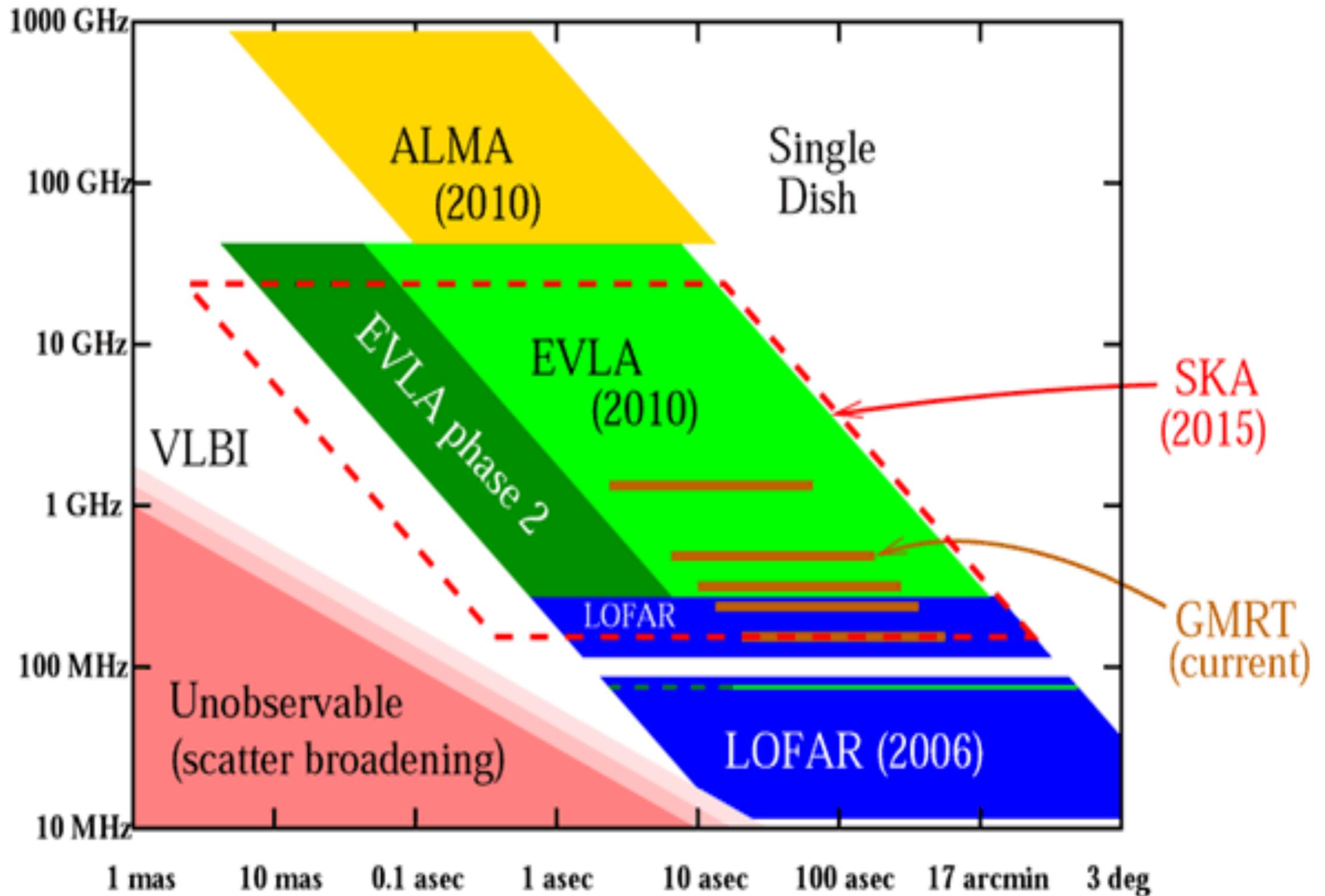
La Radioastronomie en ~2015



La Radioastronomie en 2020+



La fin de l'histoire ?



- Introduction (historique, intérêt, spécificités)
- Onde & Polarisation
- Plasmas & Propagation (coupure, dispersion, effet Faraday, scintillations)
- Détection Cohérente du Signal (théorie de la mesure, température d'antenne, étalonnage, bruit)
- Récepteurs (hétérodyne, température de système, filtrage, gain, RFI mitigation)
- Notions sur les Antennes Radioastronomiques : Antennes uniques
- Interférométrie et Synthèse d'ouverture (réseaux phasés, pointage électronique, imagerie, corrélation, cohérence, VLBI)
- Méthodes d'Observation
- Grands instruments actuels et du Futur
- **Notions de Radioastronomie Spatiale**

- Spatial : accès à $\lambda \leq 0.3 \text{ mm}$ & $\lambda \geq 30 \text{ m}$ (jusqu'à $\sim 10 \text{ km}$ dans le voisinage terrestre)

HF - on s'affranchit de l'absorption atmosphérique terrestre

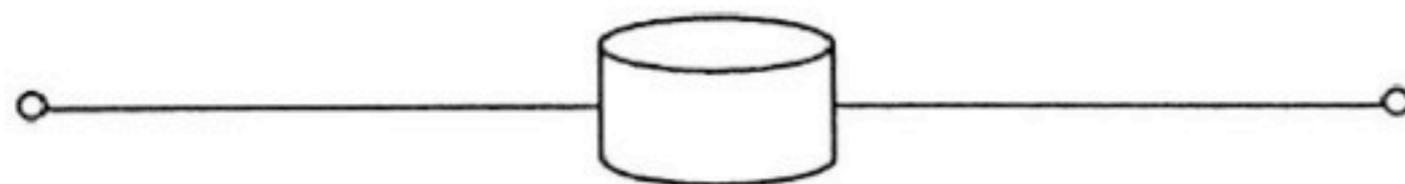
- antennes et récepteurs similaires à ceux au sol

BF - $\nu \leq 10 \text{ MHz}$ (coupure ionosphérique terrestre)

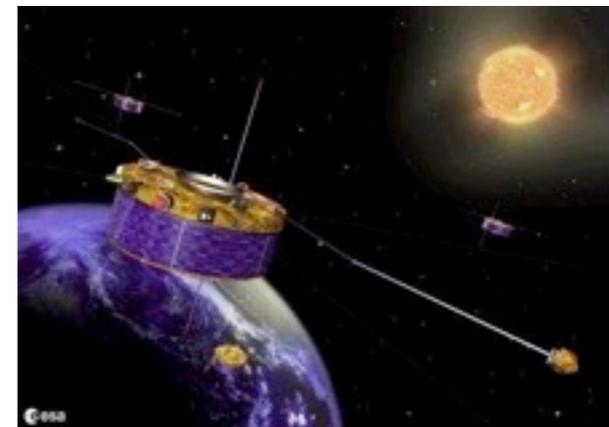
- antennes les plus couramment utilisées : faible encombrement au lancement, déploiement aisé, faible masse

⇒ doubles sphères (DC – ULF) *Cluster, Geotail ...*

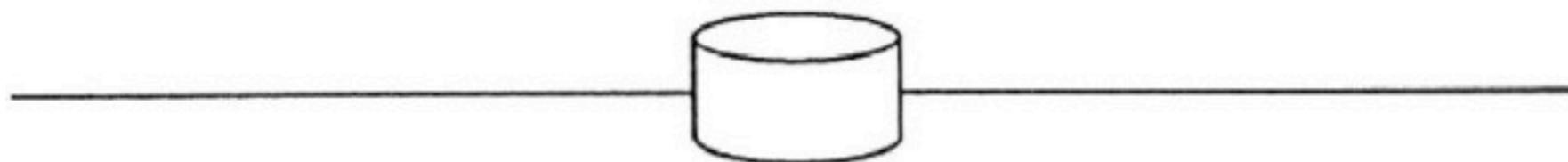
⇒ tubes ou fils (LF) *WIND, Ulysses, Cassini, Stereo, Juno ...*



double-sphere probe



Cassini

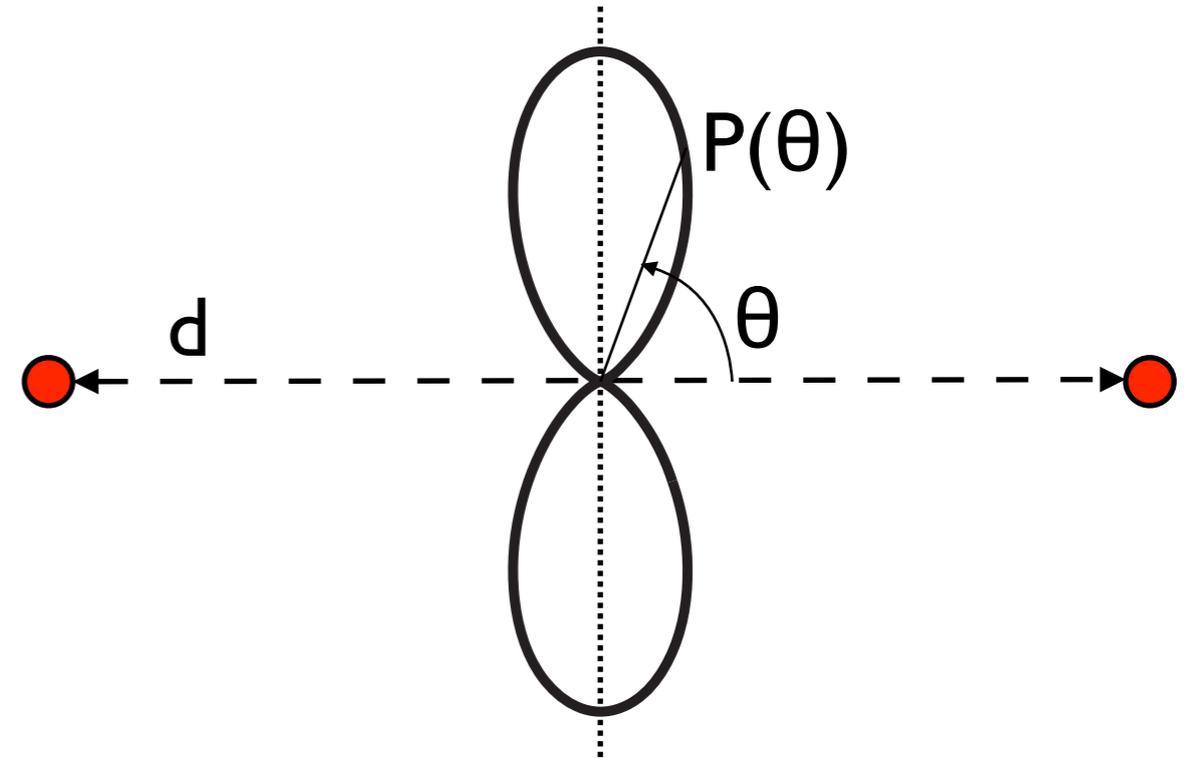
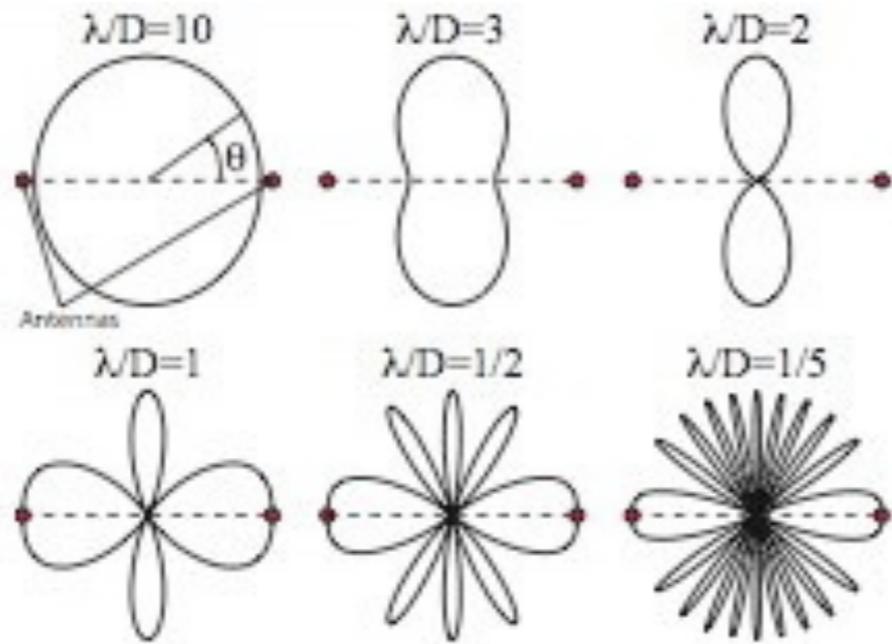


cylindrical antenna

- Antennes doubles sphères

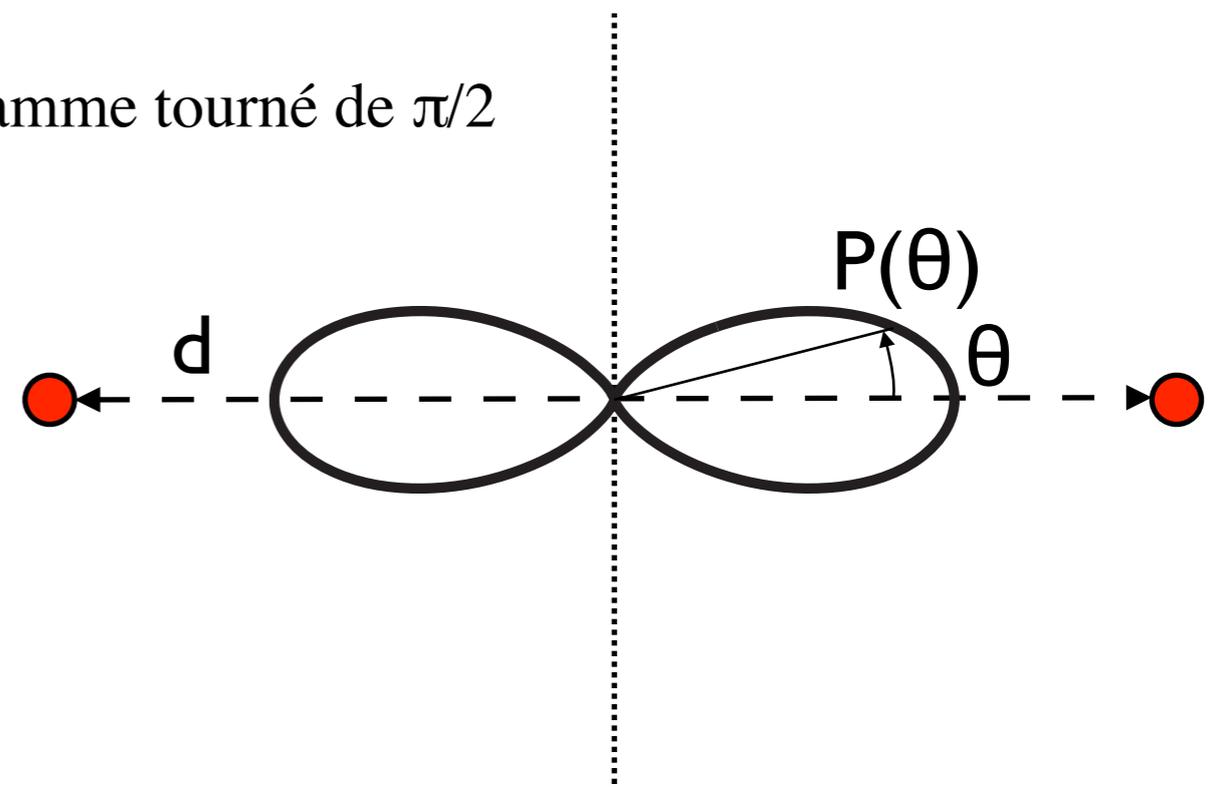
→ Diagramme de rayonnement de 2 sphères en phase \equiv interféromètre à 2 antennes :

$$P(\theta) \propto \sin^2(\pi d \cos\theta / \lambda)$$



Si les sphères sont en opposition de phase \Rightarrow diagramme tourné de $\pi/2$

$$P(\theta) \propto \cos^2(\pi d \cos\theta / \lambda)$$



- Dipôle court : $h \ll \lambda$

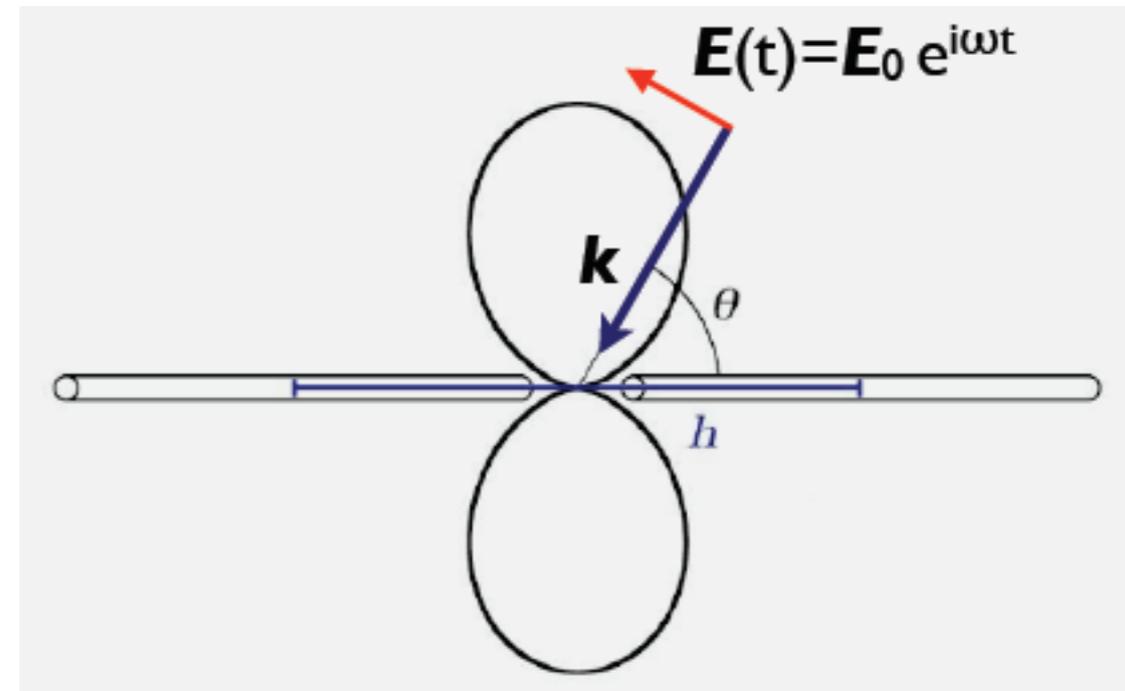
E (transverse) en phase sur l'antenne

\Rightarrow courant j uniforme sur l'antenne

On mesure la différence de potentiel entre les 2 brins :

$$V = \mathbf{h}_{\text{eff}} \cdot \mathbf{E} = h E_0 \sin\theta e^{i\omega t}$$

$$\Rightarrow g(\theta) \propto \langle V \cdot V^* \rangle = C \times \sin^2 \theta$$



Directivité : $1/4\pi \times \int_{4\pi} g(\theta) d\Omega = 1/4\pi \times \int_{4\pi} C \cdot \sin^2\theta \times 2\pi \sin\theta d\theta = 1 \Rightarrow C = 3/2$

Ouverture à 3 dB : $g(\theta) = g_{\text{max}}/2 \Rightarrow \theta = 45^\circ \Rightarrow$ ouverture à 3 dB = 90°

Aire effective (sans perte) : $g_{\text{max}} = C = 3/2 = 4\pi/\Omega = 4\pi A_{\text{eff}}/\lambda^2$
 $\Rightarrow A_{\text{eff}} = 3\lambda^2/8\pi$ [m²], sans rapport avec la surface géométrique,

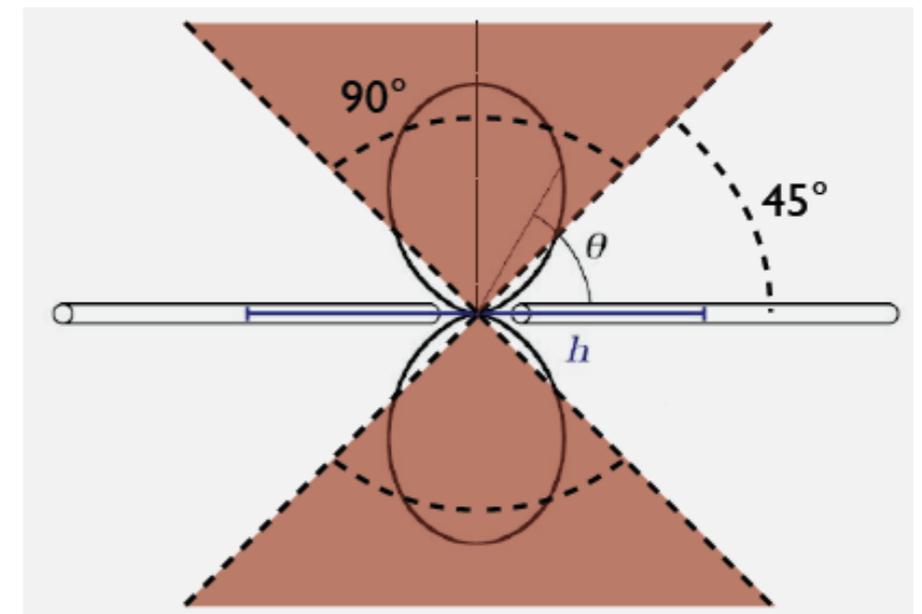
Lobe principal : $\Omega = 8\pi/3$ [sr]

Flux reçu : $S = E^2 / Z_0 b$ [Wm⁻²Hz⁻¹]
 $= V^2 / Z_0 b h^2$

avec b la bande passante de réception

$$= \frac{1}{2} B \Omega = 4\pi/3 B$$

($1/2$ pour la polarisation de l'antenne)



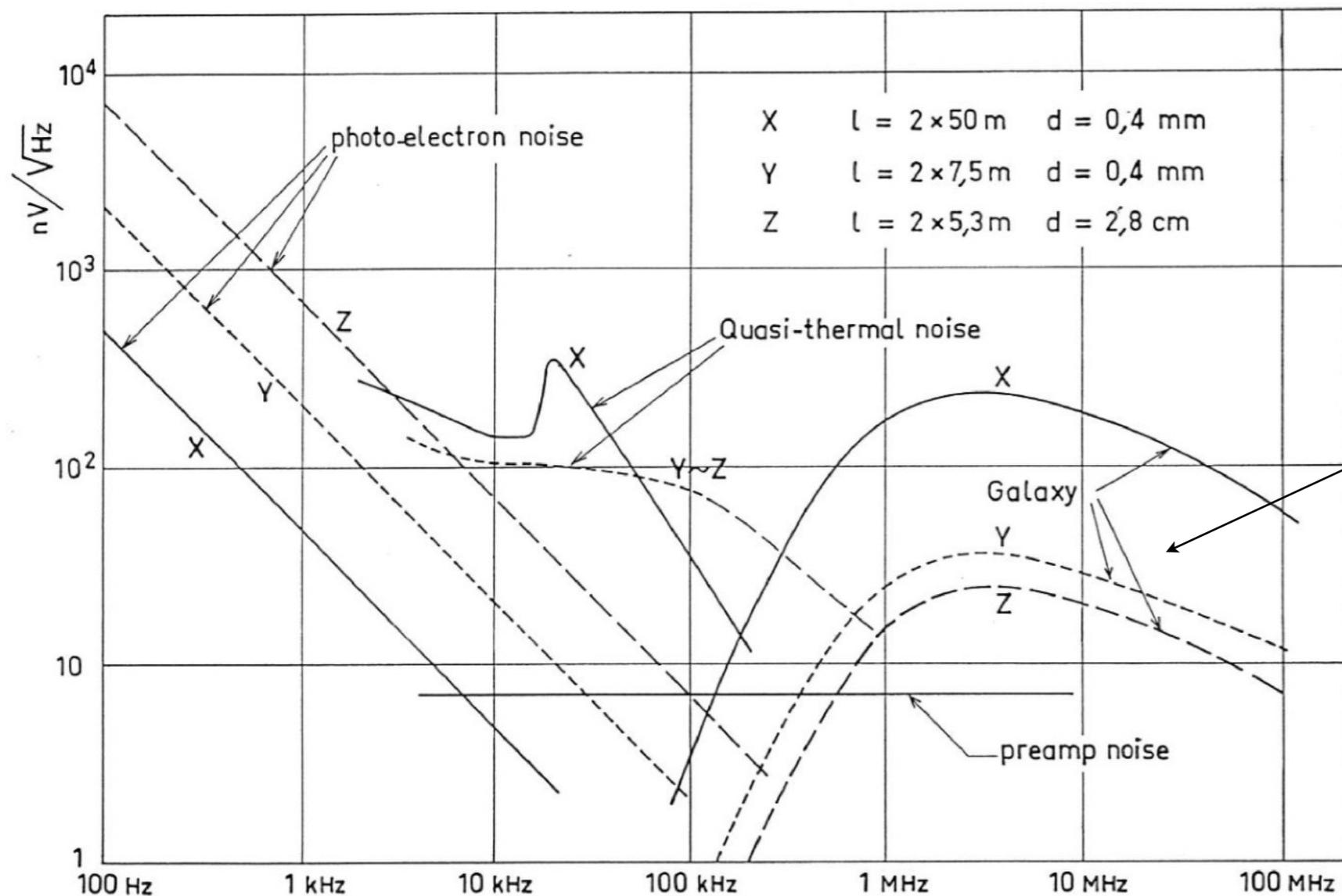
Sensibilité des observations :

$(S_{\min} Z_0 h^2)^{1/2} = V / b^{1/2} [\text{V.Hz}^{-1/2}]$ caractérise la sensibilité des récepteurs radio embarqués

→ actuellement $\sim 5 - 10 \text{ nV/Hz}^{1/2}$ (*LESIA-LIRA*)

⇒ $S_{\min} = 1.5 - 6 \times 10^{-22} \text{ Wm}^{-2}\text{Hz}^{-1}$ avec des antennes de $h = 20 \text{ m}$

Sensibilité limitée à hautes fréquences ($\geq 1 \text{ MHz}$) par le bruit de fond galactique



$$S_g = \left[I_g f^{-0.52} \left(\frac{1 - e^{-\tau}}{\tau} \right) + I_{eg} f^{-0.8} e^{-\tau} \right] \times \Omega \times \eta$$

$$0.5 \text{ MHz} \leq f \leq 20 \text{ MHz}, \quad \Omega = 8\pi/3$$

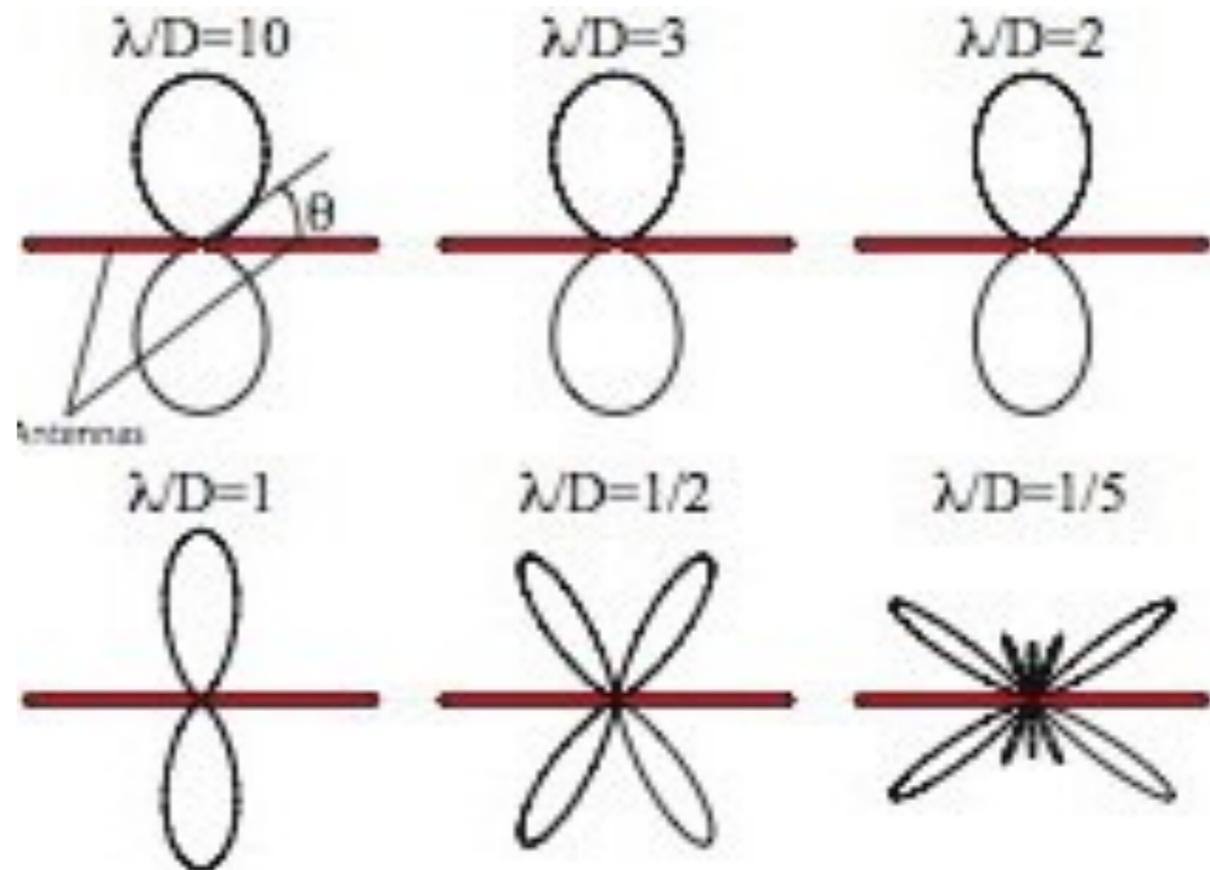
- Dipôle : cas $h \geq \lambda$

Distribution de courant non-uniforme sur l'antenne : $I(z) = I_0 \sin [2\pi/\lambda \times (h - |z|)]$

$E(\theta) = \int_{\text{antenne}} dE(\theta)$ (contributions des dipôles élémentaires)

$\Rightarrow g(\theta) \propto [\cos(2\pi L/\lambda \times \cos\theta) - \cos(2\pi L/\lambda)] / \sin\theta$

\Rightarrow apparition de lobes multiples



- Configuration / implantation des antennes

→ Satellite "stabilisé 3 axes" *Voyager, Galileo, Cassini, Stereo, Juno ...*

Antennes tubulaires $h = 1 - 10 \text{ m}$

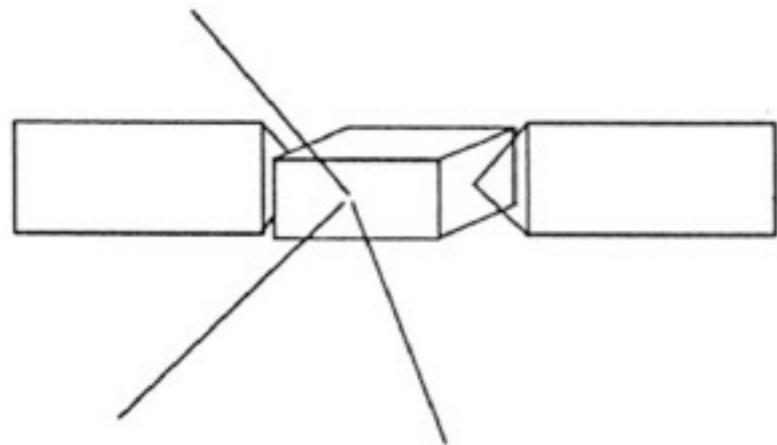
Monopôles fréquemment utilisés (+ satellite \sim plan réflecteur \Rightarrow réponse \approx dipôle)

Résolution angulaire "nulle" ($\lambda/h \gg$)

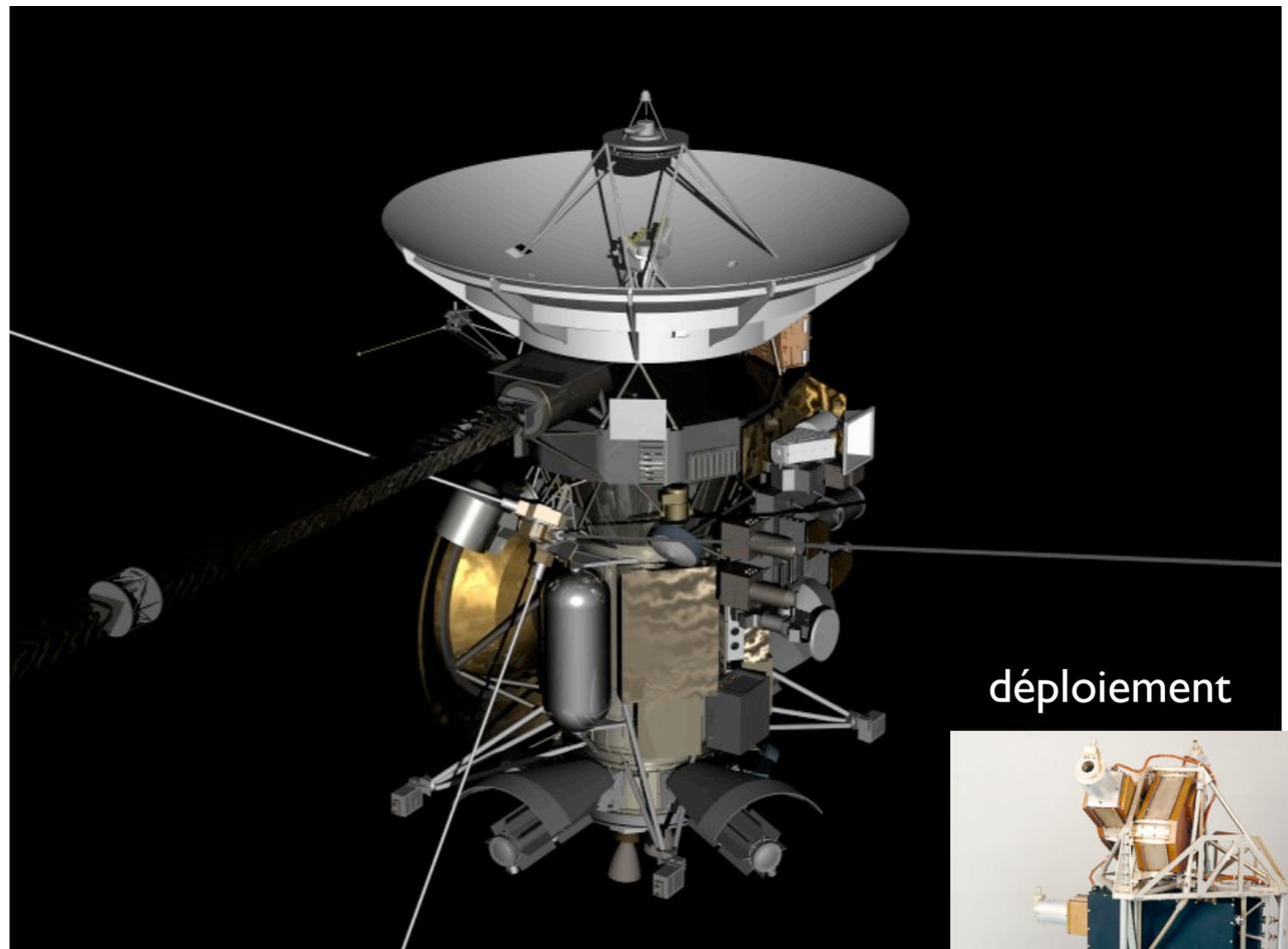
\Rightarrow Utilisation de la technique de « Direction-Finding » (Gonio-Polarimétrie)

= détermination du vecteur \mathbf{k} (+ polarisation de l'onde)

→ restauration d'une résolution angulaire $\sim 1-2^\circ$ (requiert un étalonnage précis)



non-spinning spacecraft configurations

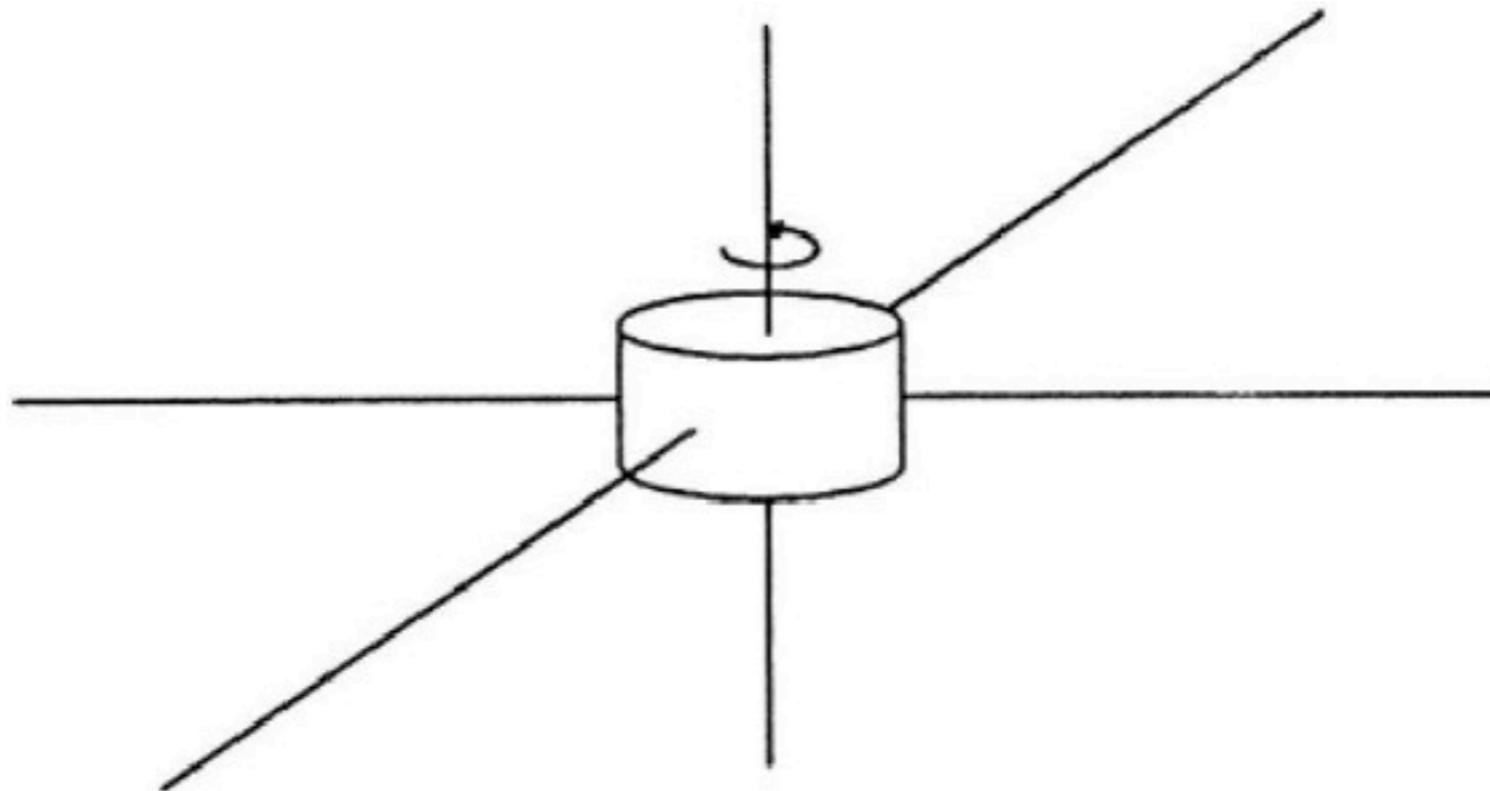


→ Satellite tournant *ISEE, Ulysses, WIND ...*

Antennes filaires $L = 30 - 90$ m (stabilisation centrifuge)

⇒ possibilité de "Direction-Finding" (Gonio-Polarimétrie) à partir des variations de l'amplitude et de la phase du signal reçu sur les antennes tournantes

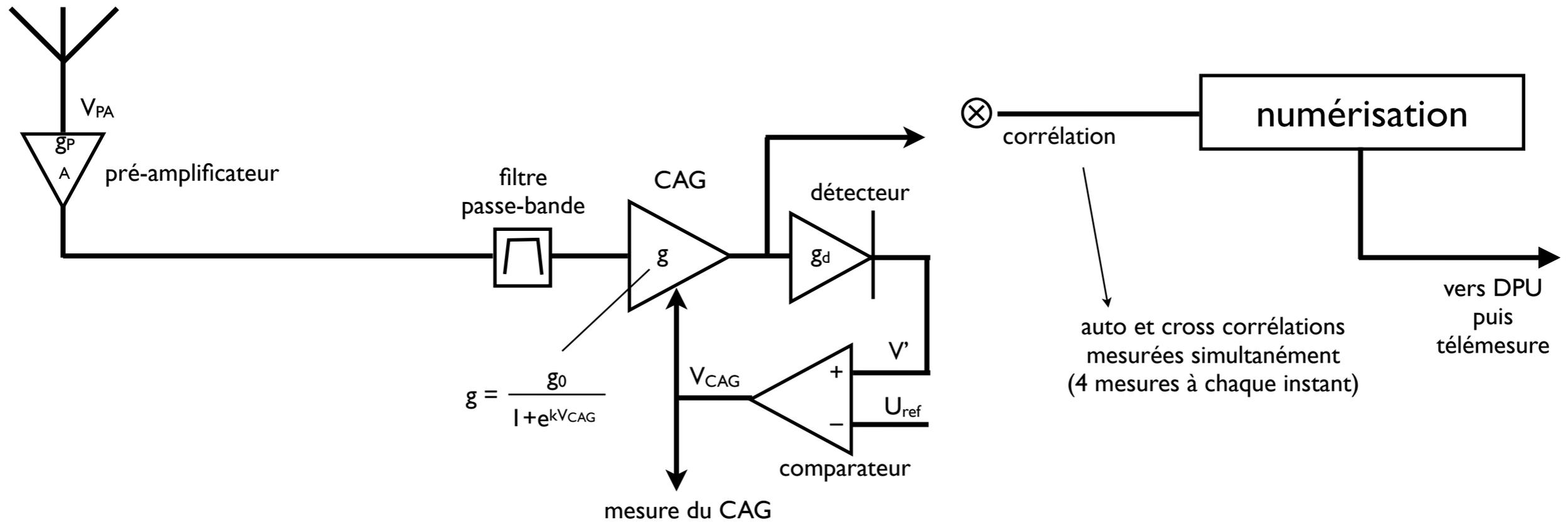
→ restauration d'une résolution angulaire $\sim 1-2^\circ$ (requiert un étalonnage précis)



Spinning spacecraft

• Récepteurs

- en bande de base : forme d'onde + FFT ou ondelettes
- HF : hétérodyne
- grande dynamique des signaux BF \Rightarrow utilisation de CAG + numérisation avec codage log



- Goniopolarimétrie (ou Direction-Finding) :

⇒ Corrélation du signal reçu d'une source ponctuelle sur 2 antennes (dipôles) p,q colocalisées, i.e. de même centre de phase : on mesure la « matrice de cohérence » :

$$\langle V_p {}^t V_q^* \rangle |_{\Delta t} \gg 1/v = \begin{bmatrix} \langle V_p V_p^* \rangle & \langle V_q V_p^* \rangle \\ \langle V_p V_q^* \rangle & \langle V_q V_q^* \rangle \end{bmatrix} = \mathbf{V}_{pq} = \mathbf{H}_{pq} \mathbf{B} {}^t \mathbf{H}_{pq}^*$$

avec $\mathbf{B} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} S+Q & U+iV \\ U-iV & S-Q \end{bmatrix}$ & $\mathbf{H}_{pq} = \begin{bmatrix} h_{p\theta} & h_{p\phi} \\ h_{q\theta} & h_{q\phi} \end{bmatrix}$

$\mathbf{h}_p = [h_{p\theta} , h_{p\phi}]$ décrit l'antenne p dans le repère de l'onde incidente (θ, ϕ) , d'axe $z_w =$ le vecteur d'onde \mathbf{k}

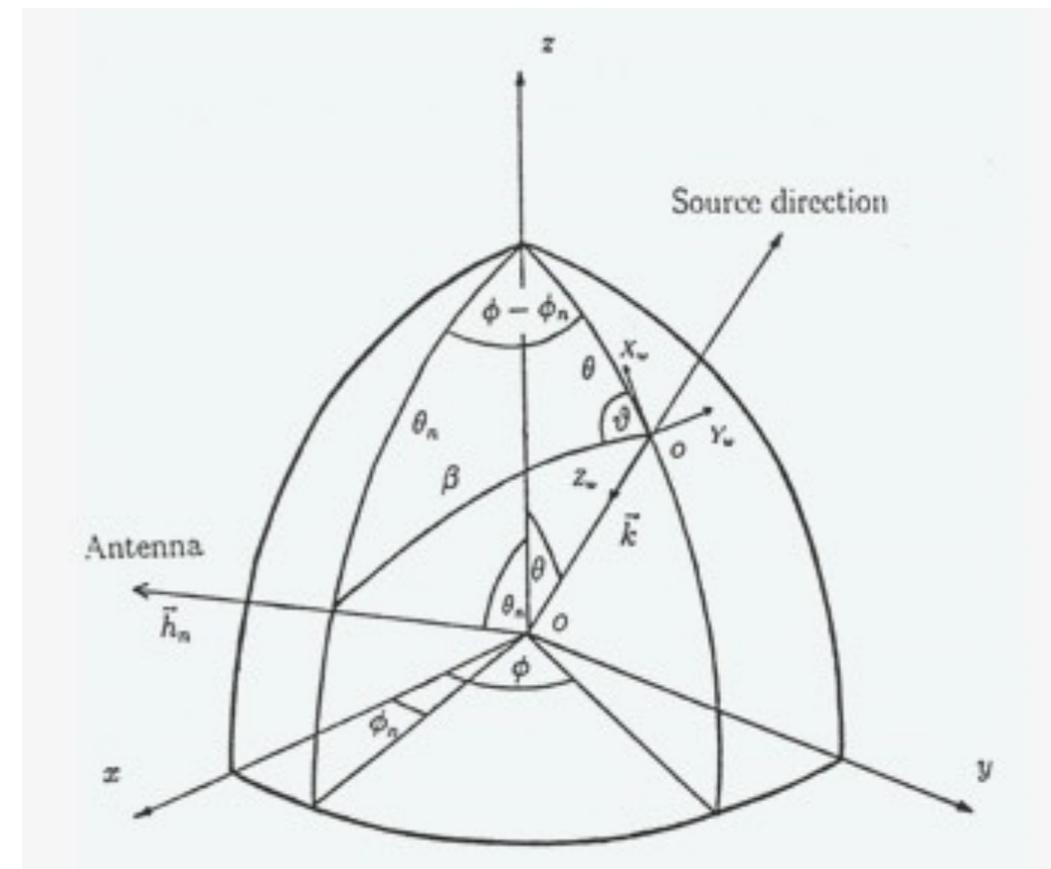
La résolution de cette M.E. vise à déterminer \mathbf{k} & la polarisation de l'onde incidente : S, Q, U, V, θ , ϕ

NB:

- Polarisation et direction d'arrivée sont indissociables
⇒ possibilité d'une précision de 1°-2° sur \mathbf{k}

- On détermine \mathbf{k} pour le point brillant dominant à (t,f) de la mesure

- Possibilité d'inclure une 7^{ème} inconnue = taille de la source σ (non ponctuelle, *Ex: disque uniforme ou gaussien*)



Satellite stabilisé 3 axes : chaque paire d'antennes fournit 4 mesures indépendantes :

$$\langle V_p V_p^* \rangle, \langle V_q V_q^* \rangle, \text{Re}(\langle V_p V_q^* \rangle), \text{Im}(\langle V_p V_q^* \rangle)$$

⇒ besoin de 3 antennes (2 paires) pour obtenir > 6 mesures indépendantes (7 avec 2 paires d'antennes dont 1 commune, e.g. Cassini)

⇒ Gonio-polarimétrie « instantanée »

Avec 2 antennes : Goniomètre (S, V, θ , φ) avec l'hypothèse U & Q connus (le plus souvent =0)
ou Polarimètre (S, Q, U, V) avec l'hypothèse θ & φ connus

Satellite tournant (à ω) : $h_{p\theta}, h_{p\varphi}, h_{q\theta}, h_{q\varphi} = f(\omega, 2\omega)$

⇒ séries de mesures $\langle V_p V_q^* \rangle$ modulées à ω et 2ω ⇒ détermination de S, Q, U, V, θ , φ à partir des composantes de Fourier de $\langle V_p V_q^* \rangle$ à ω et 2ω (minimum = 2 antennes nécessaires)

Etalonnages des antennes

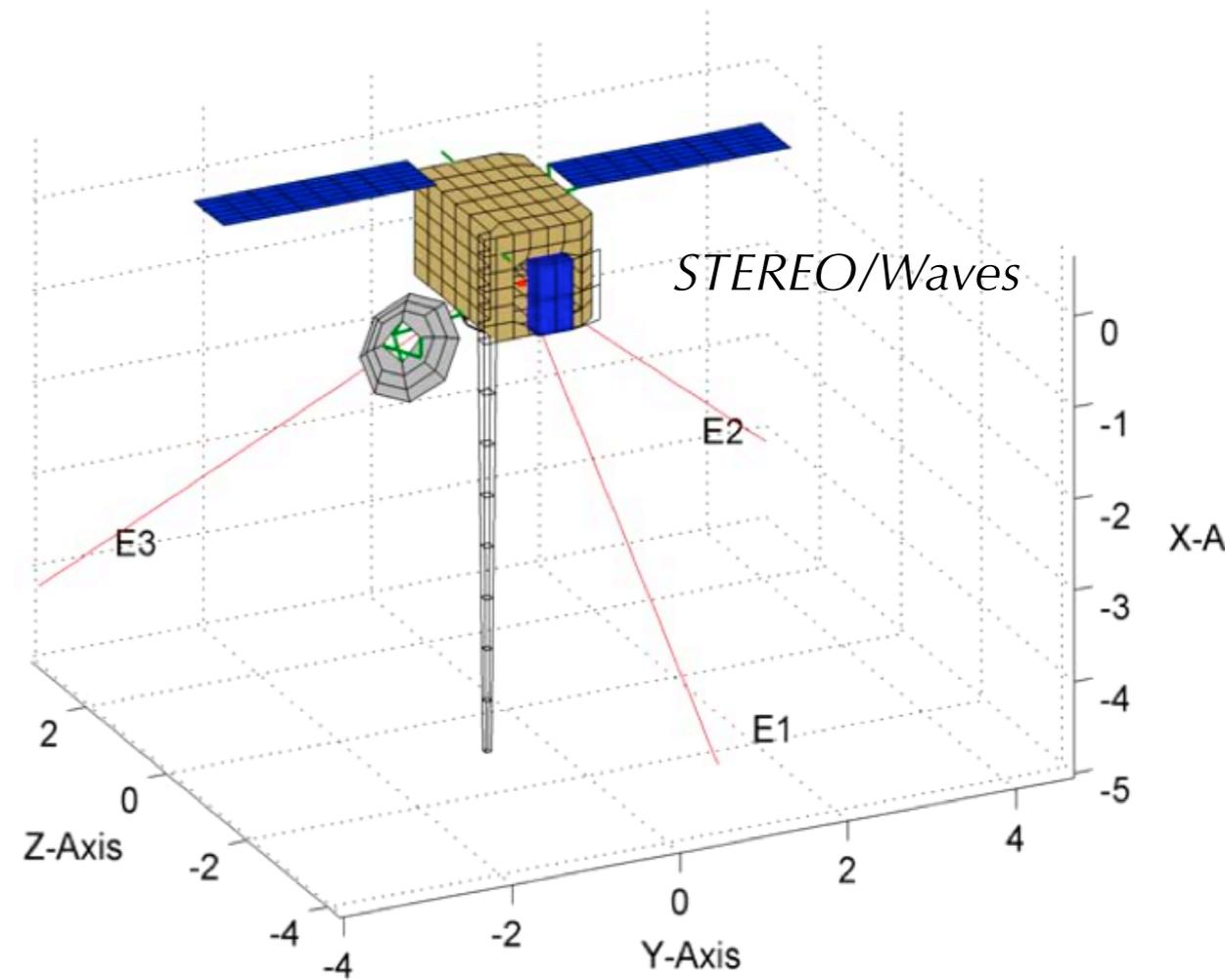
Paramètres

- directions
- longueurs

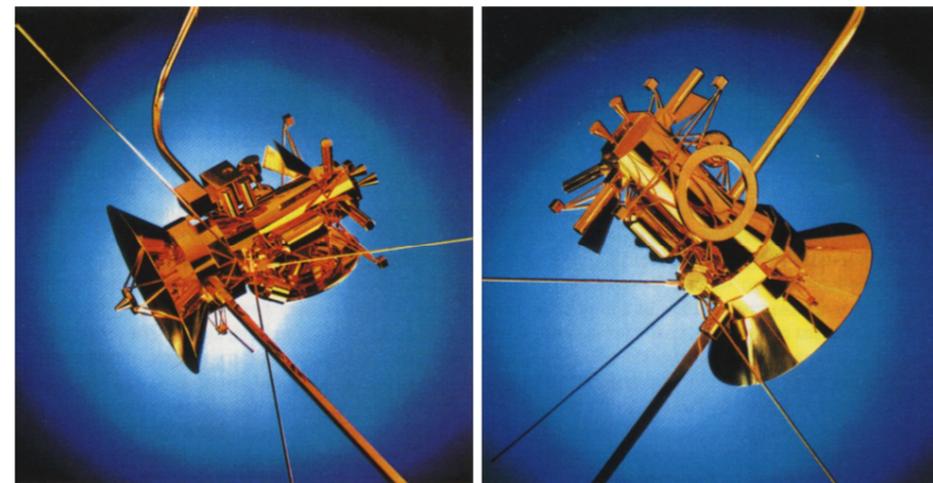
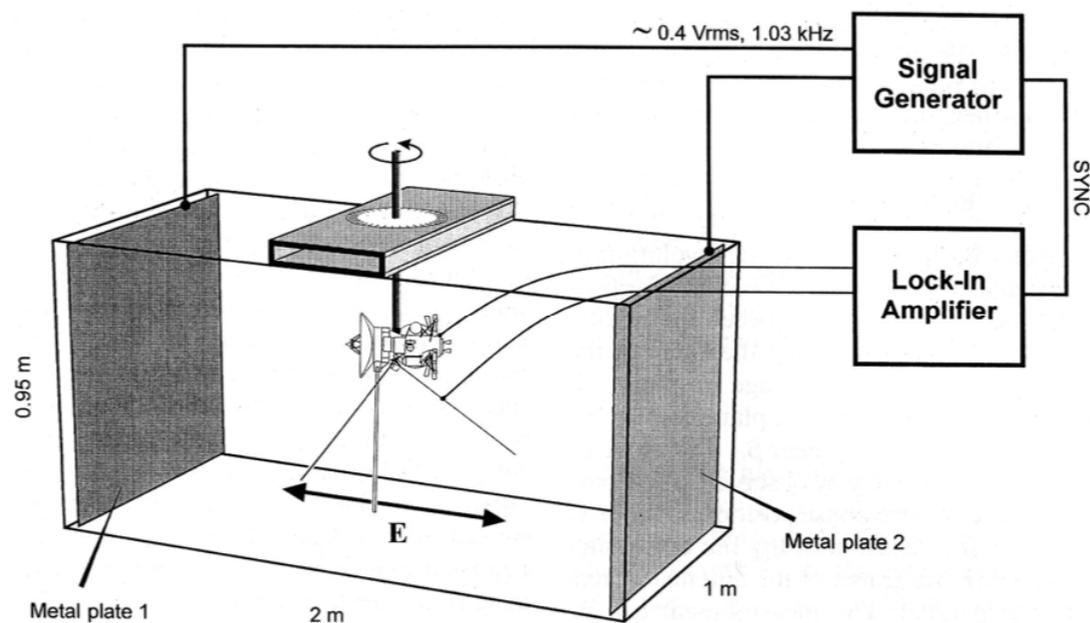
Méthodes

- *Simulations Electromagnétiques.*
- *Rhéométrie.*
- *Mesures en vol (source ponctuelle connue).*

il faut obtenir $\sim 1^\circ$ de précision sur les directions des antennes pour avoir 1° de précision pour la goniopolarimétrie.

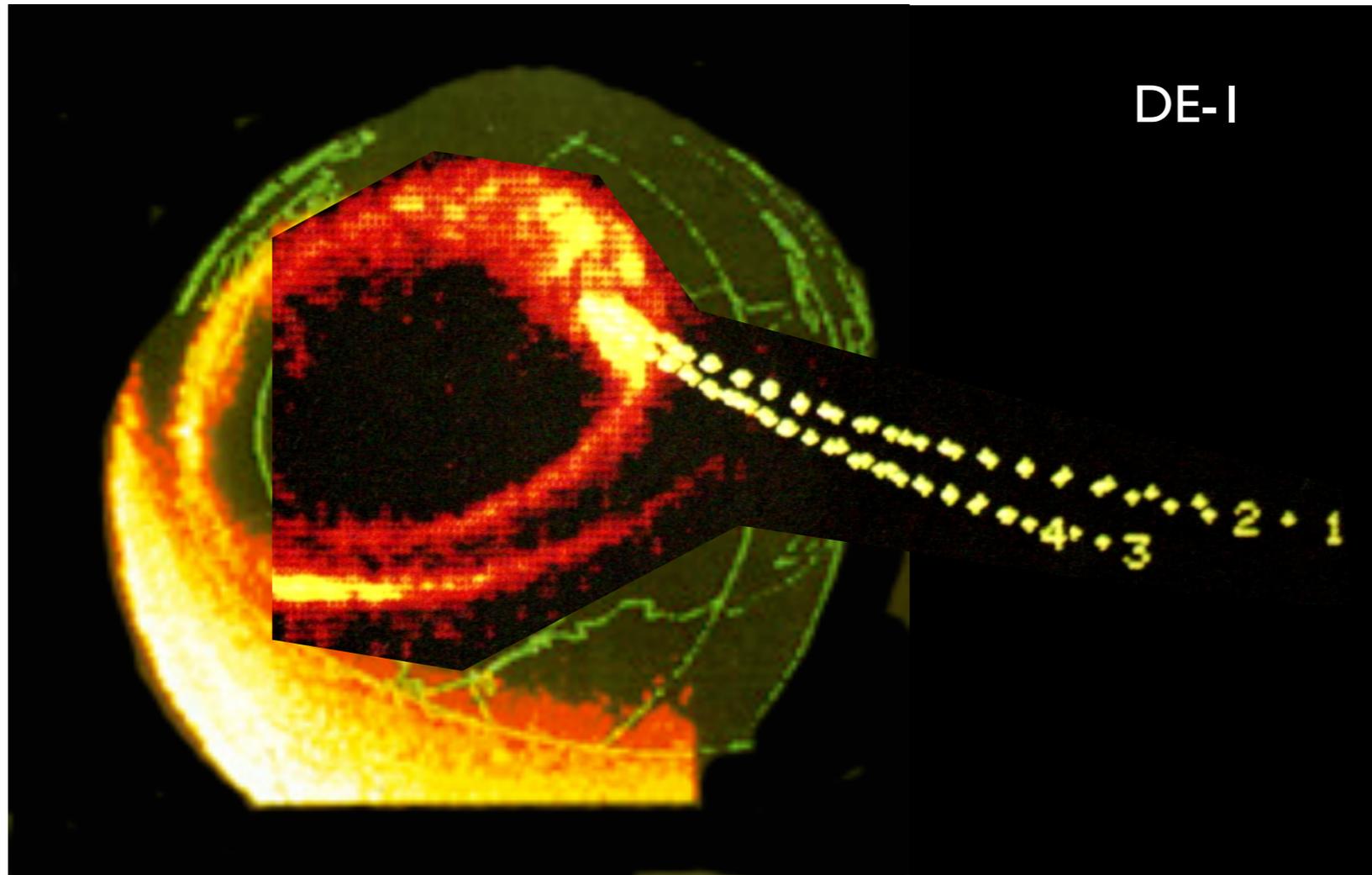


Rhéométrie



Quelques Résultats

Émissions radio aurorales Terrestres (1988)

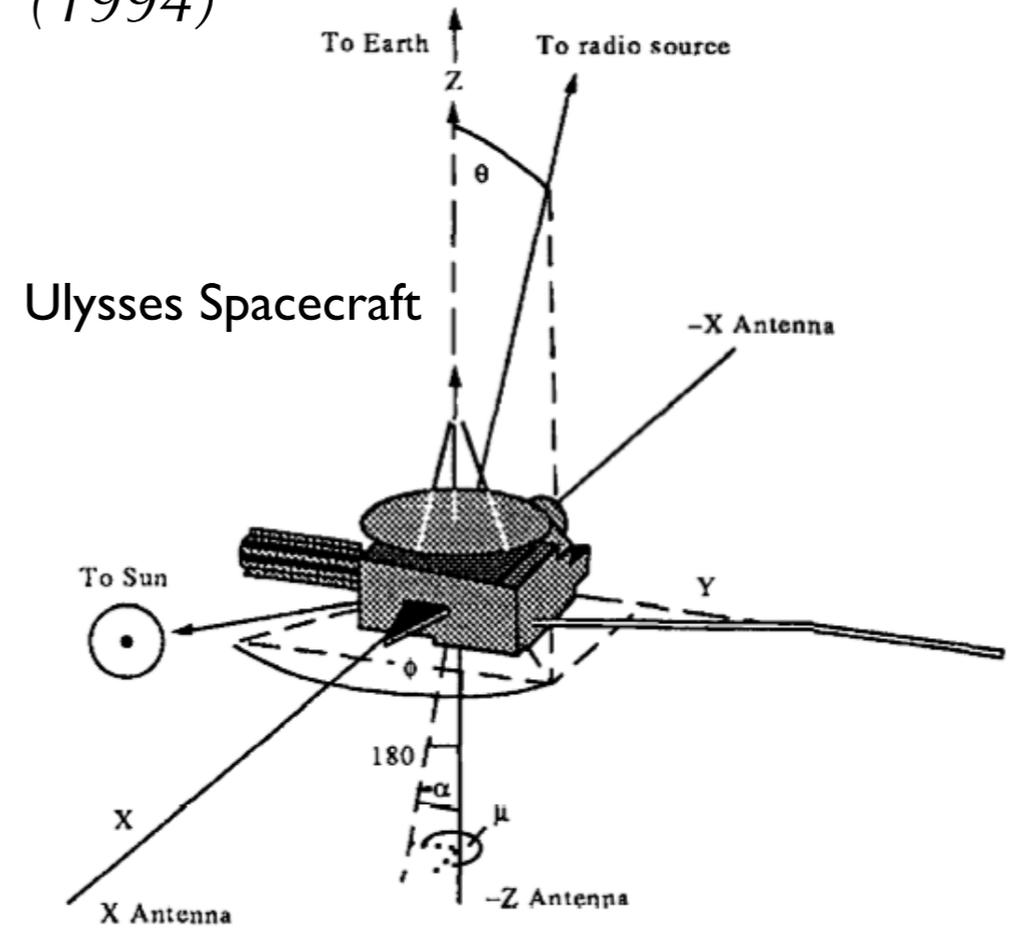
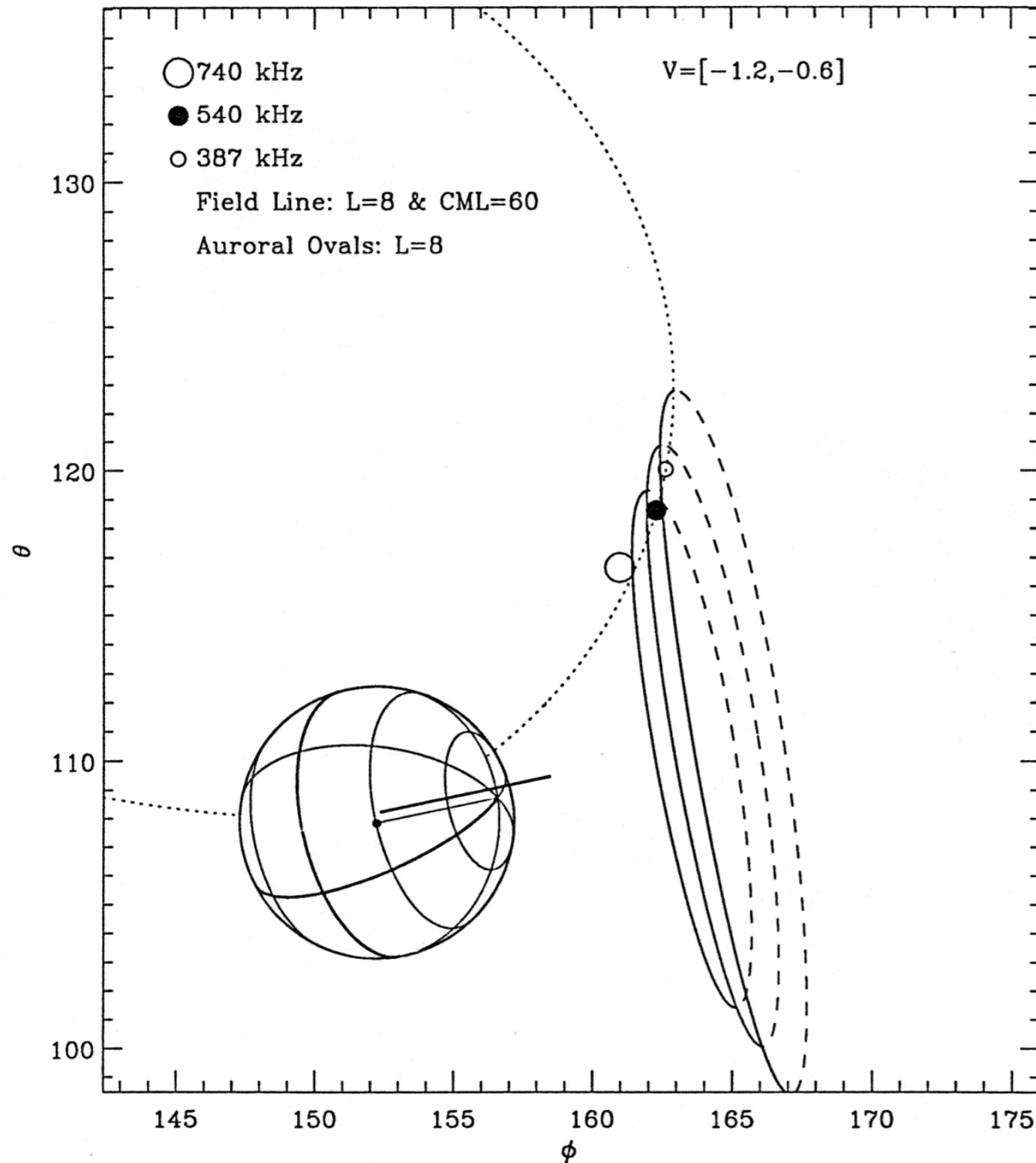


DE-1 (localisation)

*Goniopolarimétrie par démodulation de la rotation du satellite
 k mesuré à la fréquence f , source supposée localisée là où $f_{ce} = f_{observée}$*

Quelques Résultats

Émission hectométrique de Jupiter (1994)



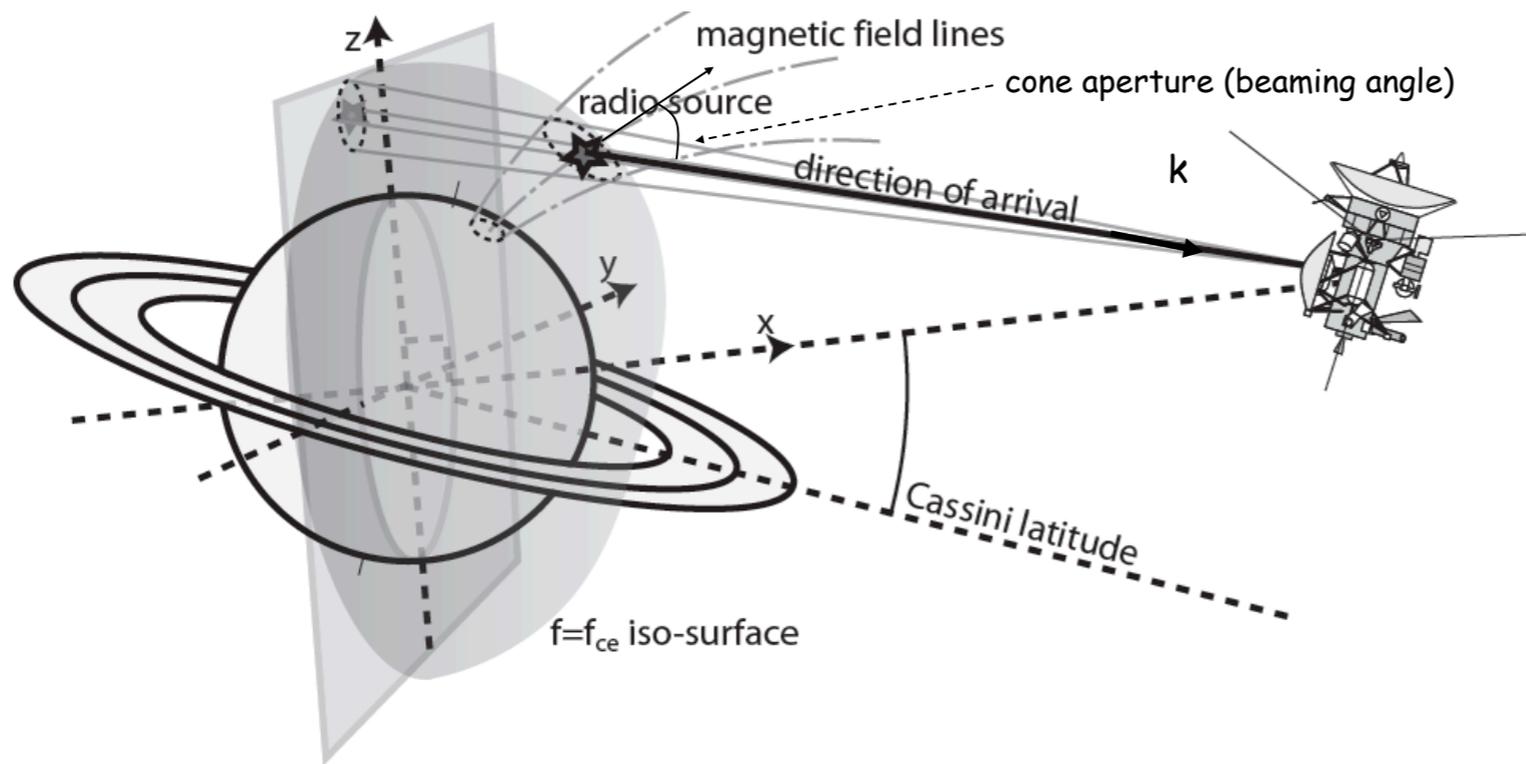
Survole de Jupiter par Ulysses

*GP par démodulation
de la rotation du satellite*

*Résultat :
émission à la fréquence cyclotron
locale*

Quelques Résultats

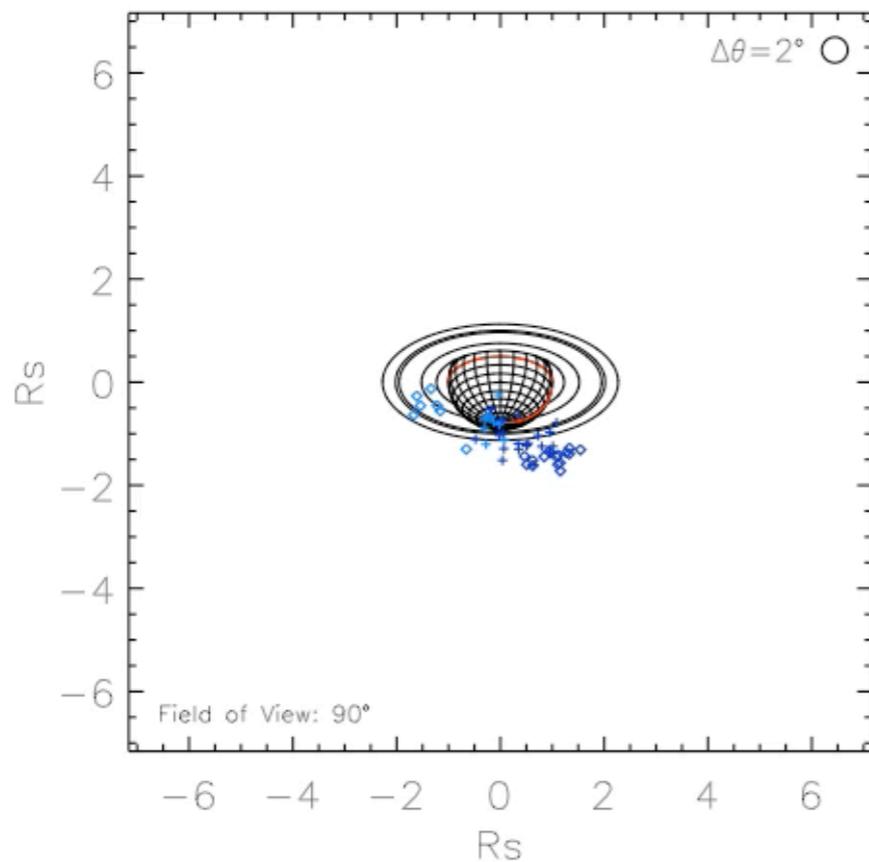
Localisation 3D des sources radio aurorales de Saturne (2009)



*Cassini/RPWS
Gonio-Polarimétrie instantanée*

SKR Source Localization (from Cassini/RPWS/HFR)

Cecconi, Lamy & Zarka © 2008



Ephemeris

2006268-10:00
2006268-10:05

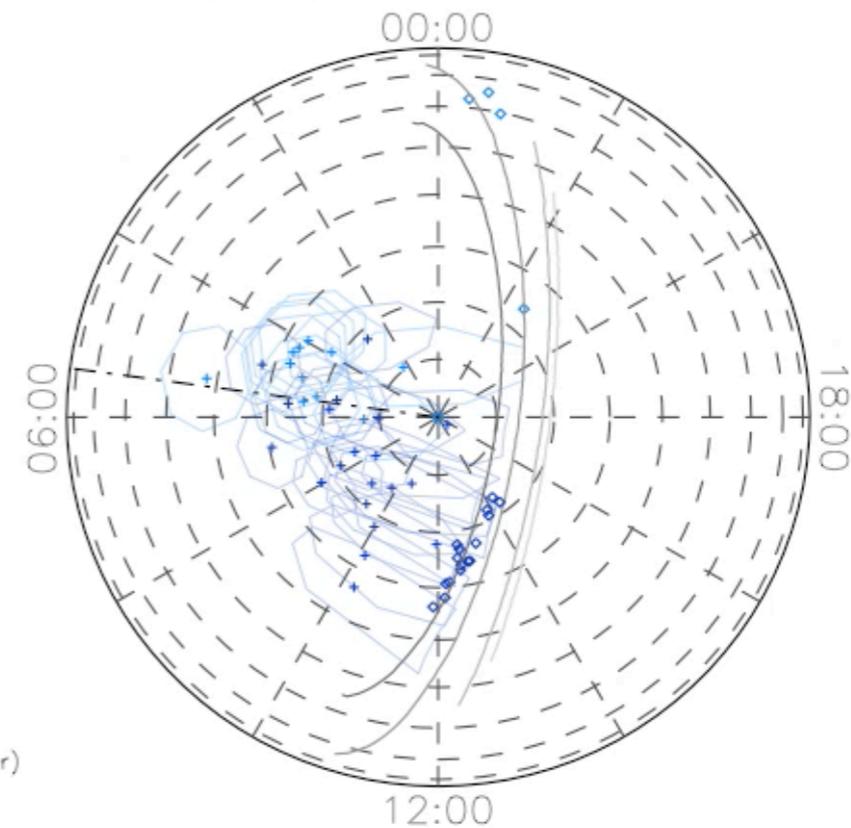
LT = 05:29
Lat = -29.7 deg
Dist = 7.2 Rs

Color Code

	LH	RH
100- 200 kHz	Dark Blue	Dark Red
200- 400 kHz	Blue	Red
400- 800 kHz	Light Blue	Orange
800-1000 kHz	Cyan	Yellow

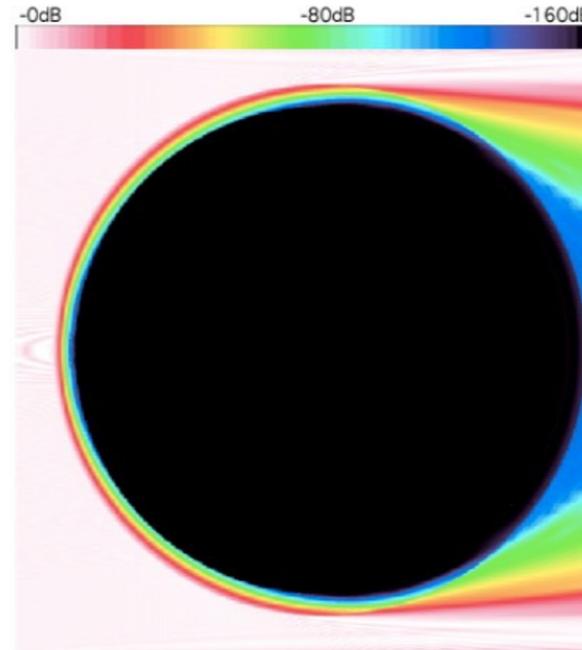
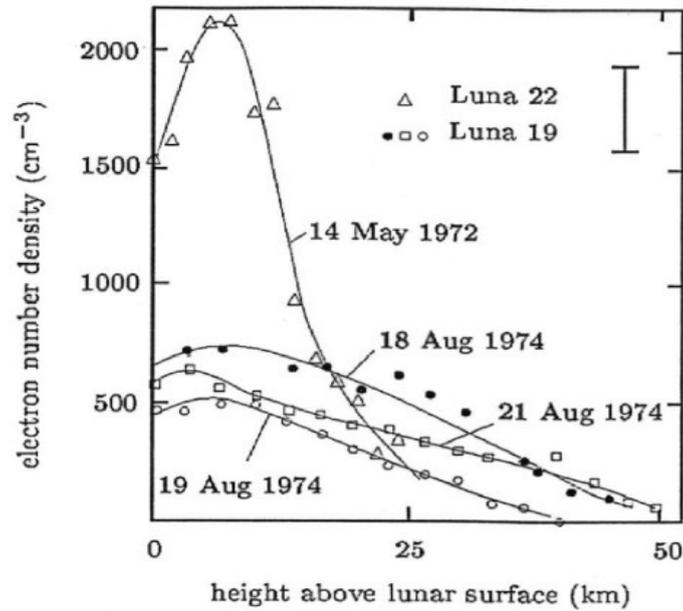
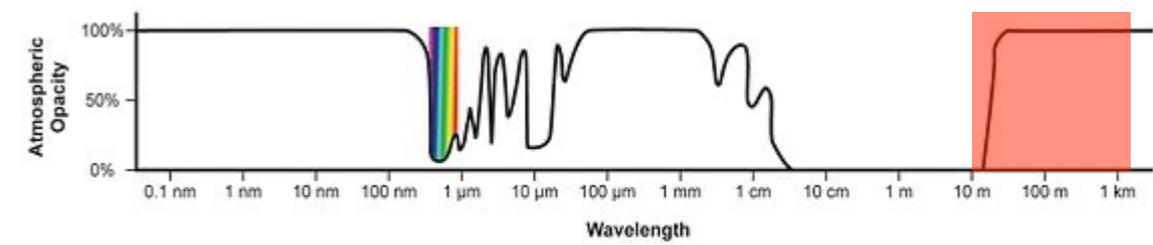
Symbol Code

- ◇ out of iso-fc
- ⊕ within iso-fc (2° error contour)



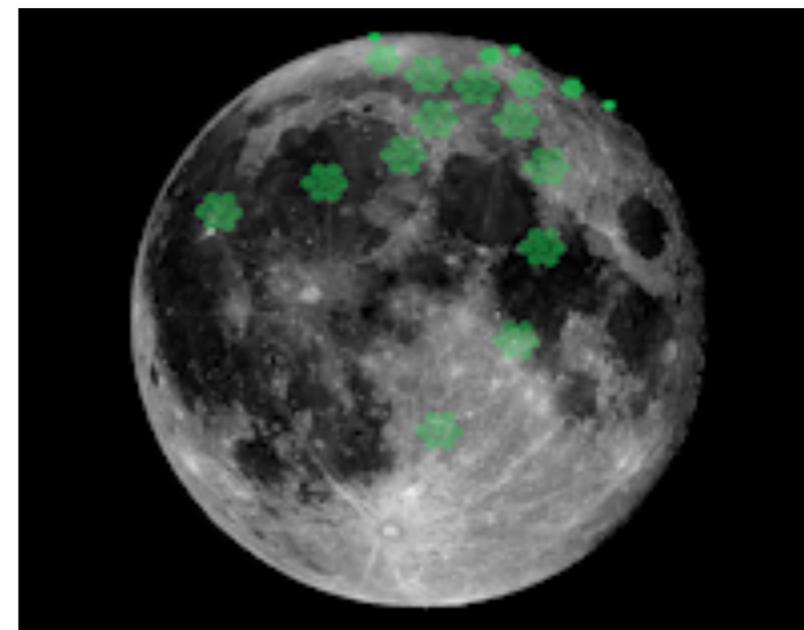
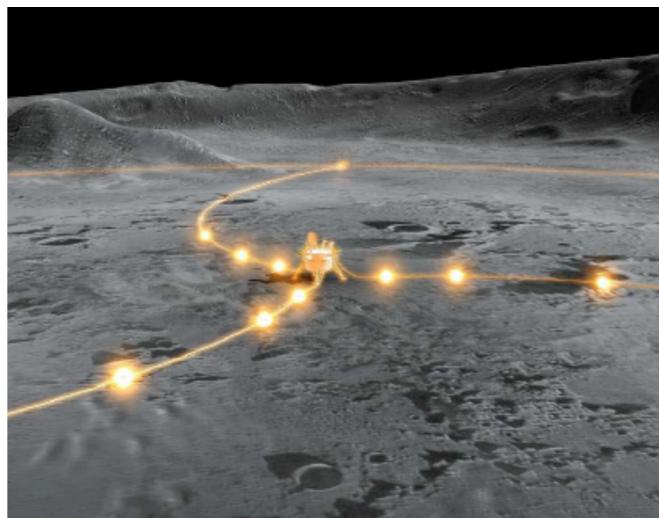
Active Magnetic Field Line Footprints
(SPV magnetic field model with current sheet)

2020+ : LOFAR sur (la face cachée de) la Lune ?

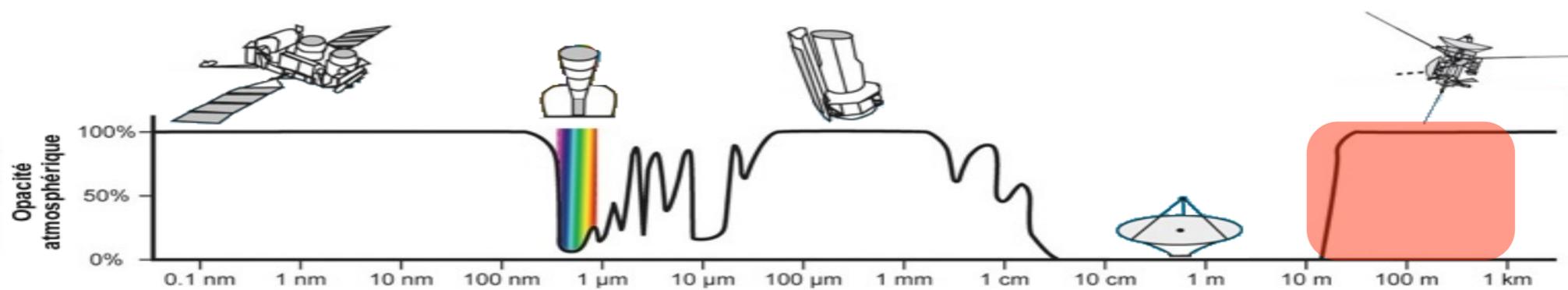


Atténuation d'une onde radio à 60 kHz

- Astrophysique TBF
- Cartographie par interférométrie spatiale : essais de petits satellites ($\geq 8-16$) TBF
 - difficultés = antenne élémentaire omnidirectionnelle, connaissance/contrôle des bases
- Interféromètre TBF lunaire : ionosphère ténue, parasites atténués
 - dipôles installés puis phasage a posteriori ?



Interférométrie radio TBF dans l'espace



A suivre ...