

Ondes et Vibrations

TP4 : Câble coaxial

Février 2019

Raphaël Galicher

Matériel

Câbles co-axiaux

Câbles de télécommunication de résistance interne 50Ohm.

Une bobine de 100m de long.

Un câble court de 0,5m-1m.

Un câble de 10m de long avec un "T" à 0m, 2m, 5m pour mesurer le signal en ces lieux.

Oscilloscope

Oscilloscope à 4 voies

Multimètre

Générateur

Générateur d'impulsions. Les BK Precision 4052 créent des impulsions d'une durée de 16ns au minimum et il faut augmenter la fréquence de répétition des pulses pour pouvoir diminuer leur durée.

Résistances de charge

Nous avons à disposition des court-circuits ($R=0$), des coupe-circuits (R infinie), des bouchons ($R=50\text{Ohm}$) et des résistances inconnues (R variable d'une paillasse à l'autre).

Petit matériel

Deux "T", un "I"

Les mesures sont réalisées avec le montage qui est à la disposition des étudiants (voir le sujet du TP4 de l'année 2017-2018 de OV4).

Le compte-rendu suit les questions du sujet.

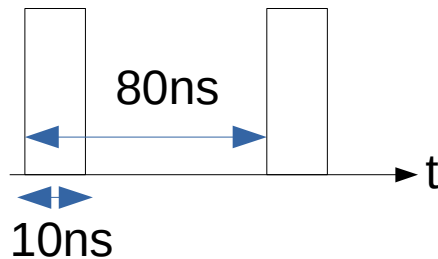
Question 1

$$c = Z_c / \Lambda \Rightarrow \mathbf{c = 2,5 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}}$$

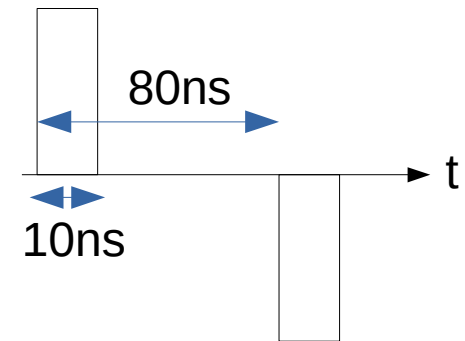
Question 2



$R = 50\Omega$
Pas d'onde réfléchi



$R = 1000\Omega$
Coefficient de réflexion ~ 1



$R = 0\Omega$
Coefficient de réflexion = -1

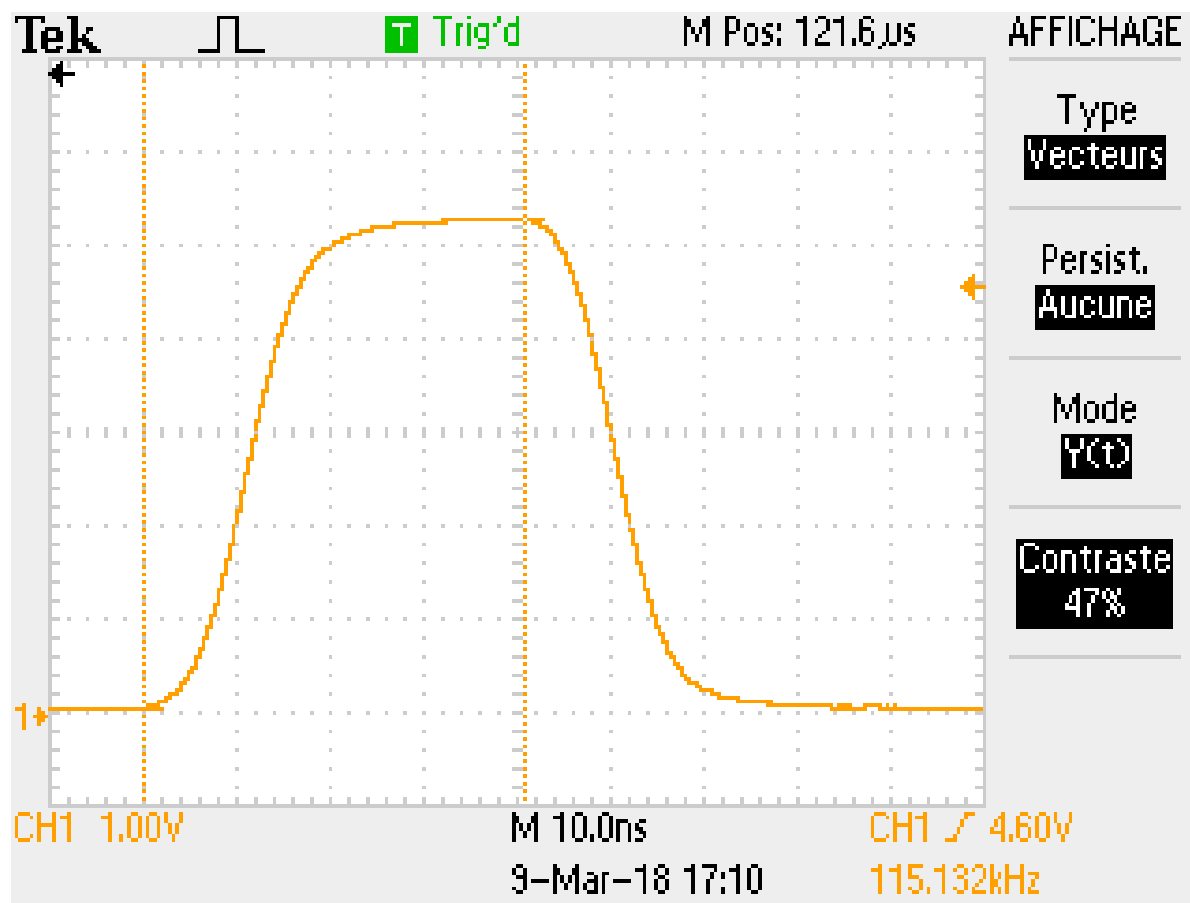
Question 3

Le pulse émis par le générateur a une durée de 40 ± 1 ns (largeur à mi-hauteur).

Le pulse n'est pas exactement carré.

L'amplitude est 5V comme indiqué sur le générateur.

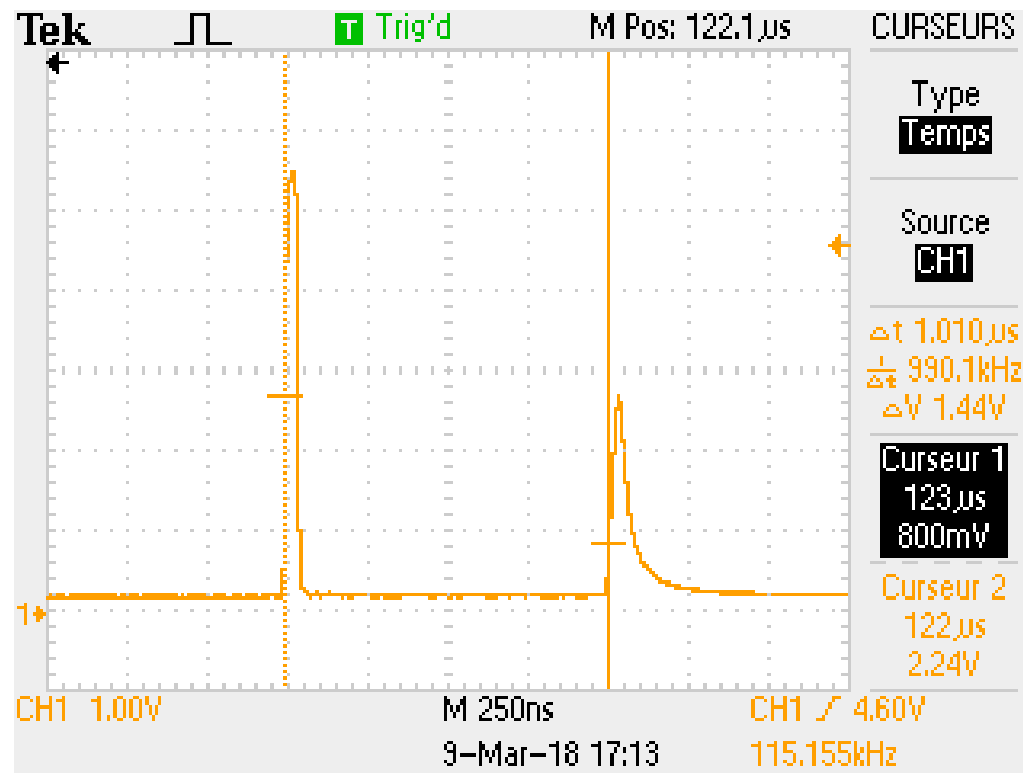
La période de répétition est réglée à ~ 1 ms.



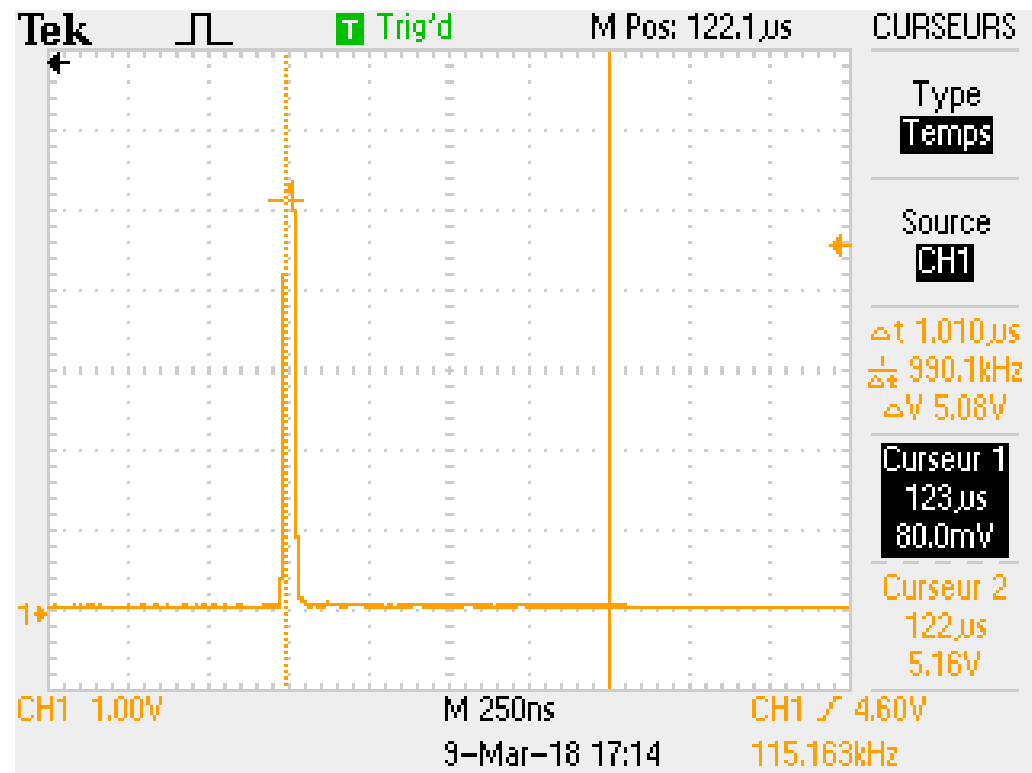
Question 4

Avec une charge infinie, il y a une onde réfléchie. Le coefficient de réflexion vaut 1 mais on remarque qu'il y a diminution de l'amplitude par rapport à l'onde émise par le générateur (atténuation) et déformation du signal (le pulse dure plus longtemps et il est moins carré).

Avec le bouchon ($R = Z_{\text{bouchon}} = 50 \Omega$), l'onde réfléchie a une amplitude nulle. Il y a adaptation d'impédance.



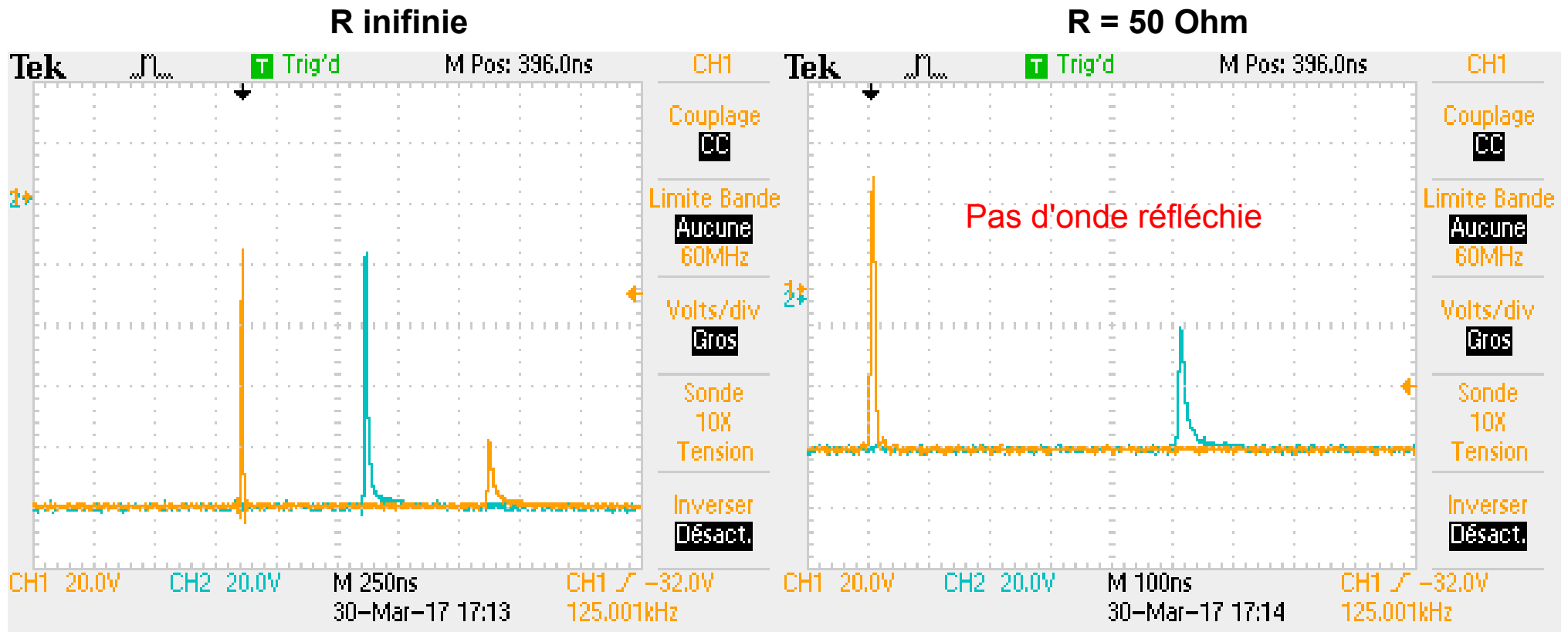
Charge R infinie : coefficient de réflexion = 1



Charge R=50 Ω : coefficient de réflexion = 0

Question 5

On utilise une résistance de charge R infinie (graphe de gauche) ou égale à $50\ \Omega$ (droite).



Rq: échelles de temps différentes.

Question 5 (suite)

Sur la voie 2, il y a superposition de l'onde incidente et de l'onde réfléchie. Avec une résistance R infinie, le coefficient de réflexion en amplitude égal à 1. Avec une résistance de 50Ω , il vaut zéro.

Sur la voie 1, on voit le signal initial à $t = 0s$ et le signal réfléchi à $t = \delta t = 1010ns \pm 10ns$ (avec R infinie). On en déduit la **vitesse de propagation** dans le câble : **$c_1 = (1,98 \pm 0,02) 10^8 m.s^{-1}$**

avec $\Delta c/c = \Delta(\delta t)/\delta t$

Remarque: on suppose que la longueur du câble est 100m (200m aller-retour) sans incertitude car celle-ci n'est pas fournie par le constructeur et elle est compliquée à mesurer en TP.

Question 6

Si $A(x) = A_0 \exp(-x/l_a)$ alors: $l_a = L / \ln(A_1/A_2)$

Avec $L = 50m$, $A_1 = 1V$ et $A_2 = 0,8V$, on trouve: **$l_a = 224 m$**

De plus, la perte en décibel s'écrit $\alpha_{dB} = 20/\log(10)/(l_a/1000)$: **$\alpha_{dB} = 38,8 dB/km$**

Question 7

On mesure l'amplitude en $x=0$ et $x=100m$ avec le bouchon : $A_1 = 88,8 \pm 0,1V$ et $A_2 = 40,0 \pm 0,1V$

On trouve **$l_a = 125,39 \pm 0,43 m$**

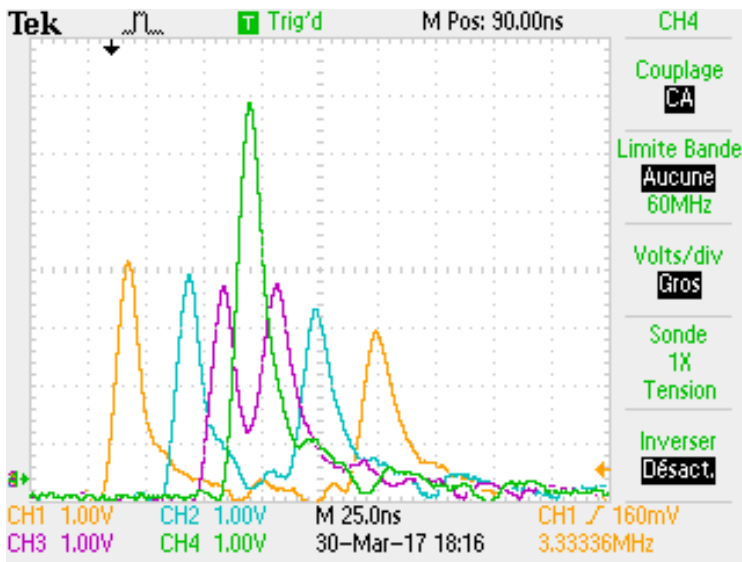
Et **$\alpha_{dB} = 69,27 \pm 0,24 dB/km$**

Remarque : l'erreur sur $\ln(A_1/A_2)$ est : $\sqrt{(\Delta A_1/A_{1,0})^2 + (\Delta A_2/A_{2,0})^2}$ et celle sur l_a est:

$$\Delta l_a = l_a * \sqrt{(\Delta A_1/A_{1,0})^2 + (\Delta A_2/A_{2,0})^2} / \ln(A_{1,0}/A_{2,0})$$

$$\text{Et : } \Delta \alpha_{dB} / \alpha_{dB} = \Delta l_a / l_a$$

Question 8

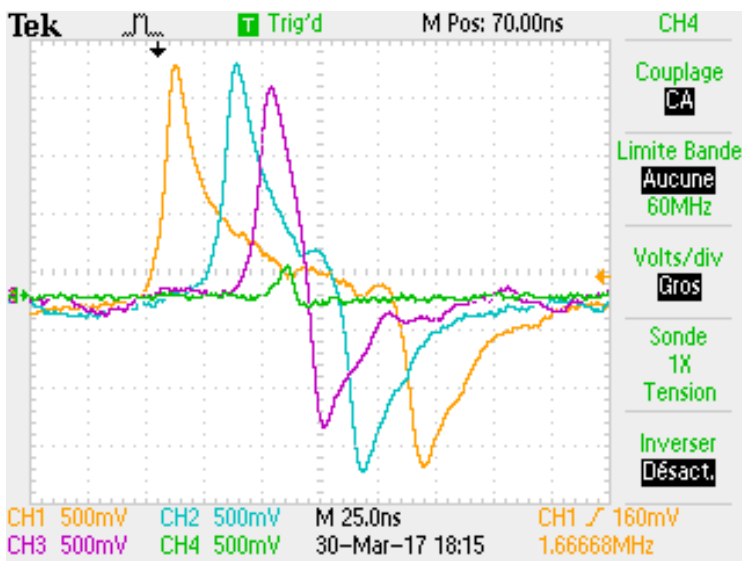
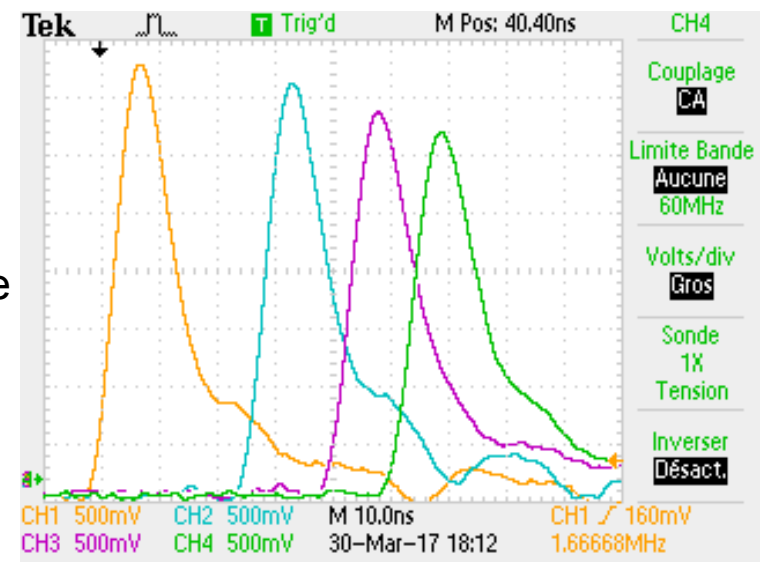


$R = \infty$

Coefficient
de réflexion
égal à 1

$R = 50 \Omega$

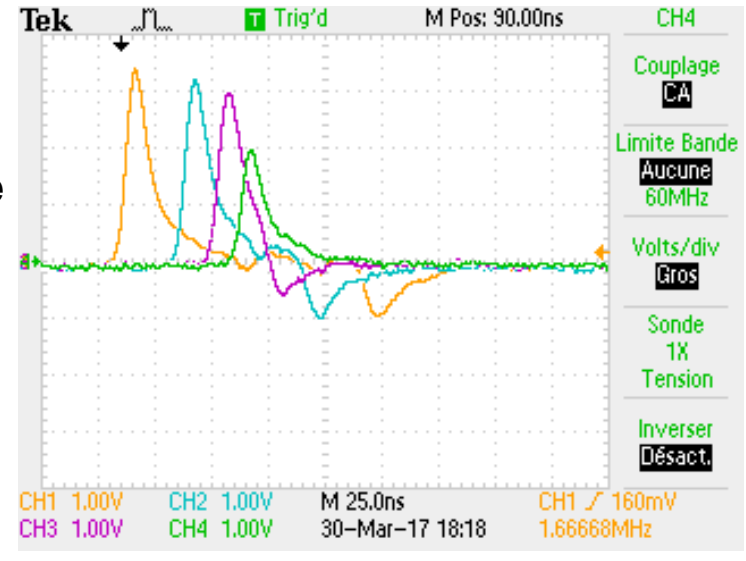
Pas d'onde
réfléchie



$R = 0 \Omega$

Coefficient
de réflexion
égal à -1

R inconnue

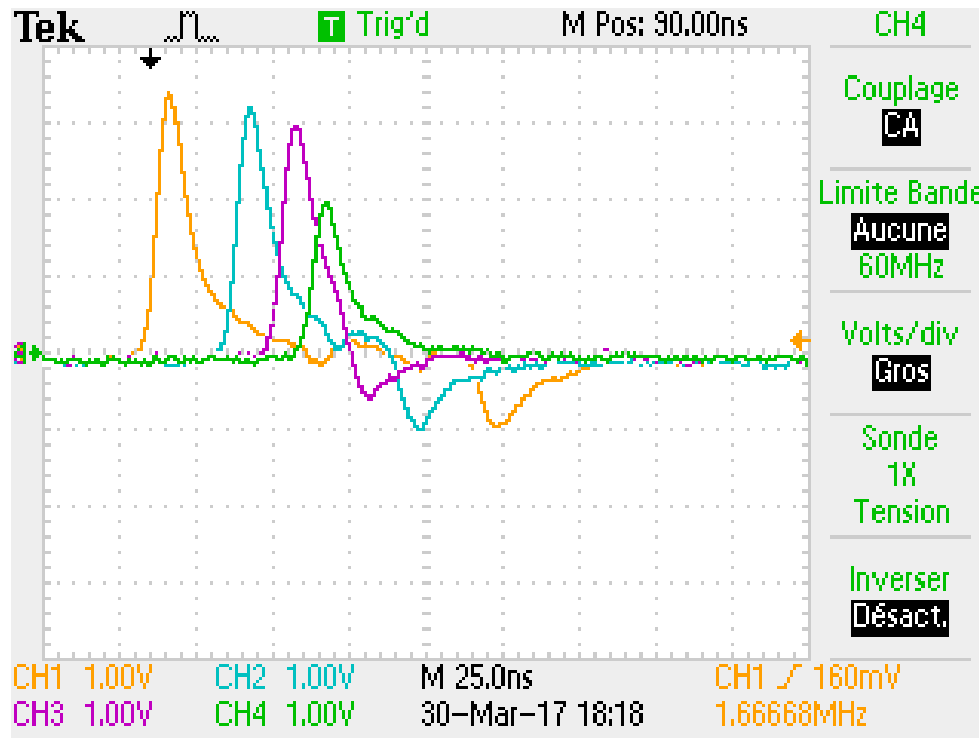


Question 8 (suite)

Avec la résistance inconnue R

En mesurant l'amplitude à 10m et à 5m, on retrouve le coefficient d'atténuation $l_a \sim 125\text{m}$ (cf. question 7).

Remarque: cette vérification ne peut pas se faire en utilisant l'amplitude à 2m du bout de ligne car il y a superposition de l'onde incidente et de l'onde retour.



x(m)	10	5	2	0
A(V)	3,46	3,31	2,96	1,96
dA(V)	0,01	0,01	0,01	0,01

En $x=0$, il y a superposition de l'onde incidente et de l'onde réfléchie. En notant A_{-10} l'amplitude en $x=-10\text{m}$, on trouve que l'amplitude en $x=0$ est:

$$A_0 = A_{-10} \exp(-10/l_a) * (1 + C_{\text{ref}})$$

$$\Rightarrow C_{\text{ref}} = A_0 * \exp(10/l_a) / A_{-10} - 1$$

avec C_{ref} le coefficient de réflexion recherché

Or: $C_{\text{ref}} = (R - Z_c) / (R + Z_c)$ d'où:

$$R = Z_c * (1 + C_{\text{ref}}) / (1 - C_{\text{ref}})$$

$$\text{AN: } C_{\text{ref}} = -0,3863 \pm 0,026$$

$$\text{Et } R = 22,1 \pm 0,1 \Omega$$

Question 9

Il y a un nœud d'intensité car $i(x=0,t) = 0$ pour tout t . Donc : **A=B**

La tension est la grandeur conjuguée à l'intensité. Il y a donc un ventre de tension en $x=0$.

Question 10

$$c_{ph} = 4 \cdot L \cdot f_p / (2p+1) \quad \text{et} \quad \Delta c_{ph} / c_{ph} = \Delta f_p / f_p$$

Question 11

$$f_{0,1} = c_1 / 4L \Rightarrow \mathbf{f_0 = 495,0 \pm 5,0 \text{ kHz}}$$

Questions 12 et 13

n	0	1	2	3	4
fn (kHz)	466,3	1431	2407	3381	4358
dfn (kHz)	0,3	2	1	2	2
An (x=L) (mV)	248,0	428,0	542,0	626,0	690,0
dAn (x=100m) (mV)	4,6	9,2	8,1	8,1	5,8
A(x=0) (mV)	3010	2730	2560	2420	2320
dA(x=0) (mV)	36	36	41	41	31

Question 14

On applique la formule théorique: $c_{ph} = 2 L f_p / (p+1/2)$

p	0	1	2	3	4
$c_{ph} (1e8 \text{ m.s}^{-1})$	1,8652	1,9080	1,9256	1,9320	1,9369
$\Delta c (1e8 \text{ m.s}^{-1})$	0,0012	0,0027	0,0008	0,0011	0,0009

La vitesse de phase varie avec la fréquence étant données les incertitudes de mesure. Il y a dispersion du signal.

Question 15

On applique la formule théorique : $l_a = L / \text{asinh} [|u(L,t)| / |u(0,t)|]$

Puis :

$$\Delta l_a = l_a^2 \text{sqrt}[((\Delta u(L,t) / u(0,t))^2 + (\Delta u(0,t) * u(L,t) / u^2(0,t))^2] / \{ L * \text{sqrt}[1 + u^2(L,t) / u^2(0,t)] \}]$$

où on néglige l'incertitude sur L.

$$\text{Enfin : } \Delta \alpha_{dB} = \alpha_{dB} \Delta l_a / l_a$$

n	0	1	2	3	4
$l_a \text{ (m)}$	1215	640	476	390,8	341,1
$\Delta l_a \text{ (m)}$	27	16	10	8,2	5,2
$\alpha_{dB} \text{ (dB/km)}$	7,15	13,56	18,26	22,23	25,47
$\Delta \alpha_{dB} \text{ (dB/km)}$	0,16	0,34	0,38	0,47	0,39

Les pertes augmentent avec la fréquence.

Annexe: Démonstration de la formule: $|u(L,t)| / |u(0,t)| = \sinh(L/\delta)$

$$u(x,t) = A e^{j\omega t} [e^{-jkx-x/\delta} + e^{jkx+x/\delta}]$$

$$u(x,t) = 2A e^{j\omega t} [\cos(kx) \operatorname{ch}(x/\delta) + j \sin(kx) \operatorname{sh}(x/\delta)]$$

$$\text{Alors : } u(0,t) = 2A e^{j\omega t}$$

$$\text{Et : } u(L,t) = u(0,t) [\cos(kL) \operatorname{ch}(L/\delta) + j \sin(kL) \operatorname{sh}(L/\delta)]$$

Puis, quand $f = f_n = (2n+1) c / (4L)$, on a $kL = \pi/2 + n\pi$ car $k=2\pi f_n/c$

Dans ce cas:

$$\cos(kL) = 0$$

$$\sin(kL) = 1$$

Finalement

$$|u(L,t)| = |u(0,t)| \operatorname{sh}(L/\delta)$$

Annexe: Démonstration de la formule:

$$\Delta l_a = l_a^2 \sqrt{ \left(\frac{\Delta u(L,t)}{u(0,t)} \right)^2 + \left(\frac{\Delta u(0,t) * u(L,t)}{u^2(0,t)} \right)^2 } / \{ L * \sqrt{1 + u^2(L,t) / u^2(0,t)} \}$$

$$\text{On a : } l_a = L / \operatorname{asinh} [|u(L,t)| / |u(0,t)|]$$

$$\text{Et : } d \operatorname{asinh} / dx = 1 / \sqrt{1+x^2}$$

$$d l_a = \{ L / \operatorname{asinh}^2 [|u(L,t)| / |u(0,t)|] \} * \sqrt{ \left(\frac{\Delta u(L,t)}{u(0,t)} \right)^2 + \left(\frac{\Delta u(0,t) * u(L,t)}{u^2(0,t)} \right)^2 } / \{ \sqrt{1 + u^2(L,t) / u^2(0,t)} \}$$

$$d l_a = l_a^2 / L \sqrt{ \left(\frac{\Delta u(L,t)}{u(0,t)} \right)^2 + \left(\frac{\Delta u(0,t) * u(L,t)}{u^2(0,t)} \right)^2 } / \{ \sqrt{1 + u^2(L,t) / u^2(0,t)} \}$$