Interaction rayonnement matière - 2010/2011

Devoir à la maison à rendre pour le 11/03/2011

Réalisation d'un interféromètre atomique

Les travaux théoriques de De Broglie (1923) ont montré que les atomes, comme toute particule, peuvent être associés à des ondes de matière. L'idée est donc naturelle d'essayer de réaliser des interféromètres à partir de ces ondes. Les premières expériences dans ce sens utilisaient des réseaux à fentes mais l'arrivée du laser a permis une nouvelle façon de manipuler les atomes à l'aide d'impulsions accordées sur les transitions atomiques. C'est cette technique qu'on se propose d'étudier ici.

A-Cas général

On veut réaliser un interféromètre atomique. Pour ce faire, on dispose d'un jet d'atome que l'on soumet à une onde électromagnétique de la forme

$$\vec{E} = E_0 cos(\omega t - kx)\vec{u_z}$$

On suppose que les atomes sont des atomes à deux niveaux $|g\rangle$ et $|e\rangle$ où $\{|g\rangle, |e\rangle\}$ forme une base de l'espace des états internes de l'atome. L'hamiltonien interne d'un atome est donc donné par

$$H_0 = \hbar\omega_g |g\rangle\langle g| + \hbar\omega_e |e\rangle\langle e|$$

Dans la suite on ne considérera qu'un seul atome en présence du champ.

1. Soit $\vec{D}$ l'opérateur du moment du dipôle électrique. Donner la forme de l'hamiltonien d'interaction entre le champ électromagnétique et l'atome en explicitant tous les termes (on se limitera à l'approximation dipolaire électrique).
2. Soit $|\psi(t)\rangle$ l'état de l'atome en présence du champ. Ecrire l'équation d'évolution de cet état.
3. On décompose $|\psi(t)\rangle$ sur la base des états internes de l'atome $\{|g\rangle, |e\rangle\}$

$$|\psi(t)\rangle = a(t)|g\rangle + b(t)|e\rangle$$

   Donner les équations différentielles satisfaites par $a(t)$ et $b(t)$.
4. On pose le changement de variable suivant

$$a(t) = \alpha(t)e^{-i\omega_g t}$$
$$b(t) = \beta(t)e^{-i\omega_e t}$$

   Ecrire les équations satisfaites par $\alpha(t)$ et $\beta(t)$. On pourra poser $\omega_{eg} = \omega_e - \omega_g$ et $\Delta_{eg} = \omega - \omega_{eg}$.
5. Sachant que la fréquence du laser ω est du même ordre de grandeur que ω_{eg}, remarquer que l'on peut négliger les termes de fréquence élevée (termes qui oscillent très rapidement). En déduire les nouvelles équations pour $\alpha(t)$ et $\beta(t)$ et les résoudre.
6. Si on suppose que les atomes sont initialement dans l'état fondamental $|g\rangle$ Montrer qu'on peut écrire les solutions des équations d'évolution sous la forme

$$a(t) = \Big[cos(\frac{\Omega t}{2}) - i\frac{\Delta_{eg}}{\Omega} sin(\frac{\Omega t}{2})\Big] e^{-i\omega_g t} e^{i\frac{\Delta_{eg} t}{2}}$$
$$b(t) = \frac{i\omega_1}{\Omega} sin(\frac{\Omega t}{2}) e^{-i\omega_e t} e^{-i\frac{\Delta_{eg} t}{2}}$$

   En explicitant Ω et ω_1.
   Pour quelle(s) valeur(s) de ω peut on parler de résonance et pourquoi ?

B-Cas résonant

Dans cette partie, l'onde électromagnétique a une fréquence $\frac{\omega}{2\pi} = \frac{\omega_{eg}}{2\pi}$

1. Réecrire les équations précédentes dans le cas résonant.
2. Déterminer les probabilités (c'est à dire les populations de chaque niveau) de se trouver dans l'état $|g\rangle$ et $|e\rangle$ de chaque état atomique après un temps d'interaction τ avec le laser.
3. Que se passe-t-il si $\Omega\tau = \frac{\pi}{2}$ ("impulsion laser $\frac{\pi}{2}$") ? Et si $\Omega\tau = \pi$ ("impulsion laser π") ?

   Pour réaliser un interféromètre atomique, on sépare d'abord les deux composantes de la fonction d'onde atomique par une impulsion $\pi/2$. Après un temps T d'évolution libre on leur fait subir une impulsion π puis on les laisse de nouveau évoluer librement pendant T. A l'issue de cela on les fait interférer par une nouvelle impulsion $\pi/2$. Une illustration du schéma d'interféromètre est donné dans la figure 1.

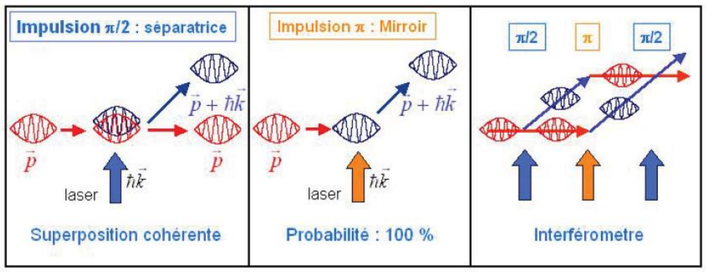

FIGURE 1 – Schéma d'un interféromètre atomique

On rappelle que pour une condition initiale $|\phi(0)\rangle = a_0|g\rangle + b_0|e\rangle$, les solutions des équations d'évolution pour $a(t)$ et $b(t)$ dans le cas résonant sont données par

$$a(t) = \left[a_0 cos(\frac{\Omega t}{2}) - i\frac{\omega_1 b_0}{\Omega} sin(\frac{\Omega t}{2})\right] e^{-i\omega_g t}$$
$$b(t) = \left[b_0 cos(\frac{\Omega t}{2}) + i\frac{\omega_1 a_0}{\Omega} sin(\frac{\Omega t}{2})\right] e^{-i\omega_e t}$$

4. Montrer que la solution de l'équation d'évolution d'un atome dans l'état initial $|\psi(0)\rangle = a_0|g\rangle + b_0|e\rangle$ lorsque le laser est éteint est donnée par

$$a(t) = a_0 e^{-i\omega_g t}$$
$$b(t) = b_0 e^{-i\omega_e t}$$

5. Sachant que pendant l'évolution libre le laser est éteint, donner, sous forme matricielle, l'équation d'évolution d'un atome initialement dans l'état $|g\rangle$ au travers de l'interferomètre de la figure 1.
6. Tracer l'allure des courbes représentant la probabilité de transition entre $|g\rangle$ et $|e\rangle$ en fonction du temps d'interaction avec le laser.
7. Expérimentalement, on obtient des courbes amorties telles que présentées sur la figure 2

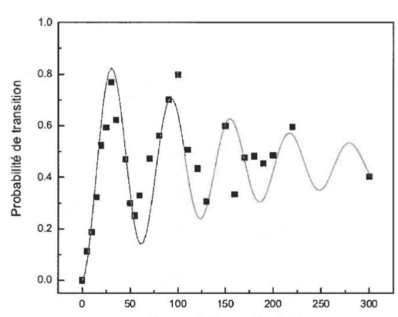

FIGURE 2 – oscillations de Rabi amortie

Pouvez vous expliquer qualitativement cet effet d'amortissement ?