Université Pierre et Marie Curie
Master 1ère année

Précession de Larmor (point de vue quantique)

1- Un faisceau de neutrons pénètre selon la direction Oy dans un premier appareil de Stern-Gerlach SG1 possédant un gradient de champ magnétique dans la direction Oz $\left(\dfrac{\partial B_z}{\partial z} < 0\right)$.

On sélectionne le faisceau sortant constitué de neutrons dans l'état de spin $|+\rangle$. Le faisceau sortant se dirige alors dans un second Stern-Gerlach SG2 possédant un gradient de champ magnétique dans la direction O'z$'$ $\left(\dfrac{\partial B_{z'}}{\partial z'} < 0\right)$. Cette direction O'z' fait un angle θ avec l'axe Oz et est définie par le vecteur unitaire $\overrightarrow{u}(\theta,\Phi)$. L'appareil SG2 réalise donc une mesure de l'observable $S_u = \overrightarrow{S}.\overrightarrow{u}$.

1.a- Donner la matrice de S_u. Montrer que les vecteurs propres $|\Omega_+\rangle$ et $|\Omega_-\rangle$ de S_u peuvent s'écrire de la forme :

$$|\Omega_+\rangle = \cos\frac{\theta}{2}\, e^{-i\frac{\Phi}{2}}\,|+\rangle + \sin\frac{\theta}{2}\, e^{i\frac{\Phi}{2}}\,|-\rangle$$

$$|\Omega_-\rangle = \sin\frac{\theta}{2}\, e^{-i\frac{\Phi}{2}}\,|+\rangle - \cos\frac{\theta}{2}\, e^{i\frac{\Phi}{2}}\,|-\rangle$$

1.b- Quelles sont les probabilités qu'une mesure de S_u donne $-\dfrac{\hbar}{2}$ ou $\dfrac{\hbar}{2}$?

1.c- Calculer $\langle S_u\rangle$.

2- On considère maintenant une particule neutre de spin $\overrightarrow{S}$ 1/2 dans un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B}$ orienté selon l'axe Oz. L'hamiltonien d'interaction du moment magnétique avec le champ est:

$$H = -\gamma\, B\, S_z$$

2.a- On pose ω_0 = -γB. Donner les valeurs propres et les vecteurs propres de H.

2.b- On considère, à l'instant t = 0, l'état:

$$|\Psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|+\rangle + |-\rangle\right)$$

2.b.i- Quelle est la probabilité qu'une mesure de S_x, à l'instant t = 0, donne $\dfrac{\hbar}{2}$?

2.b.ii- Donner $|\Psi(t)\rangle$.

2.c- On considère une direction Ox' dans le plan xOy, définie par le vecteur unitaire $\overrightarrow{u}(\theta = \dfrac{\pi}{2},\Phi)$. On ajoute le fait que le vecteur $\overrightarrow{u}$ tourne autour de l'axe Oz selon la loi: $\Phi = \omega_0$t (précession de Larmor). Comparer $|\Psi(t)\rangle$ et $|\Omega_+\rangle$. Conclusion.