Chapitre 14
SPECTROSCOPIE : APPLICATIONS

14.1 Introduction

Nous avons vu les mécanismes de formation des raies en présence d'un champ magnétique seul (résonance magnétique avec influence des collisions sur le profil de la raie) ainsi qu'en présence d'une onde électromagnétique. La description de ces phénomènes a permis d'établir le profil de la raie, ce dernier étant décrit par une fonction d'intégrale normalisée appelée "facteur de forme".

Nous allons voir à présent les renseignements que l'on peut obtenir à partir de mesures faites sur les spectres de gaz ou de milieux très dilués. Plusieurs paramètres interviennent pour décrire une raie aussi bien en émission qu'en absorption : sa forme, sa largeur, sa surface. Nous allons donc étudier les liens entre ces paramètres et les caractéristiques physiques du système observé.

14.2 Profils de raies

Dans toute cette section, nous considèrons de la même manière les raies en émission et en absorption.

14.2.1 Largeur naturelle de la raie d'un élément

On peut définir la largeur naturelle de la raie d'un élément comme étant la largeur minimale que puisse présenter la raie en émission ou en absorption de l'élément étudié.

Soit une transition entre les niveaux m et n de la particule de l'élément considéré.

La largeur de raie dE_m est directement reliée au temps de vie t_m du niveau m. En effet, les relations d'incertitudes d'Heisenberg nous donnent :

$$\Delta p_x \bullet \Delta x = \Delta E_m \bullet t_m \geq \hbar$$

Si l'on veut la largeur de raie minimale, il faut considérer le cas de l'égalité : la largeur naturelle de la raie en énergie et en fréquence est inversement proportionnelle au temps de vie du niveau considéré.

En l'absence de rayonnement, seules les transitions spontanées sont possibles et induisent donc un temps de vie pour le niveau m. Soit A_{mn} le coefficient d'Einstein associé à la transition spontanée entre les niveaux m et n :

$$\frac{dN_m}{dt} = -N_m \sum_n A_{mn}$$

$$\Longrightarrow \qquad N_m(t) = N_m(t=0)\exp(-\frac{t}{t_m})$$

$$\text{et} \qquad t_m = \frac{1}{\sum_n A_{mn}}$$

En présence de rayonnement, il faut ajouter le phénomène de désexcitation induite qui contribue à réduire le temps de vie du niveau m (on définit B_{mn} coefficient d'Einstein de transition induite et U flux lumineux reçu) :

$$t_m = \frac{1}{\sum_n A_{mn} + \sum_n B_{mn}\ u\ g(\nu)} \leq \frac{1}{\sum_n A_{mn}}$$

Le temps de vie est plus petit que dans le cas où il n'y a pas de rayonnement, la largeur de raie est donc plus grande.

La largeur naturelle d'une raie est ainsi donnée par les coefficients d'Einstein de désexcitation spontanée. Deux cas, peuvent se présenter :

- A_{mn} a une grande valeur, ce qui signifie que les niveaux ont une durée de vie très courte devant les temps caractéristiques de collision des particules. La largeur de la raie est importante et le phénomène de désexcitation spontanée est observable dans des conditions ordinaires. Ces raies sont appelées : **raies permises**.
- A_{mn} a une faible valeur, ce qui signifie que les niveaux ont une durée de vie très grande devant les temps caractéristiques de collision des particules. La largeur de la raie est faible, mais le phénomène de désexcitation spontanée n'est plus observable dans des conditions de laboratoire (on peut toutefois les observer pour des milieux très dilués où les collisions sont rares, par exemple dans l'espace). Le niveau m devient métastable. Ces raies sont appelées : **raies interdites**. Lorsque l'on écrit ces raies, l'élément est généralement noté entre crochets. Par exemple, [OIII] pour une raie interdite de l'oxygène ionisé deux fois.

14.2.2 Profil de raie Lorentzien

Le profil de raie Lorentzien est issu naturellement de phénomène de résonance (magnétique ou électromagnétique) dans lesquels on tient compte des collisions entre les particules de même espèce.

$$g(\nu) = \frac{\delta}{\pi} \frac{1}{(\nu - \nu_0)^2 + \delta^2}$$

Récapitulons les propriétés de cette fonction :

- Largeur totale à mi-hauteur (Full Width at Half Maximum) :
  FWHM $= \Delta\nu = 2\ \delta$
- Maximum à $\nu = \nu_0$: $\quad g(\nu_0) = \dfrac{1}{\pi\delta}$
- Aire : $\quad \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\delta}{\pi} \frac{1}{(\nu - \nu_0)^2 + \delta^2}\ d\nu = 1$

Le coefficient d'absorption associé à ce profil s'écrit :

$$\kappa_\nu = B_{nm}\ \ (N_m - N_n)\ \ u\ g(\nu)$$

où u est la densité d'énergie électromagnétique reçue et N_m et N_n les nombres de particules dans les niveaux m et n.

En remplaçant $g(\nu)$ par son expression, on retrouve un résultat de même forme qu'en théorie classique pour l'émission d'un oscillateur harmonique avec un amortissement γ :

$$\kappa_{\nu classique} = N \ \frac{\pi e^2}{mc} \frac{\gamma}{4\pi^2} \frac{1}{(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{\gamma}{4\pi}\right)^2}$$

On remarquera que : $\delta = \dfrac{\gamma}{4\pi}$

Par extension, certains auteurs définissent la force d'oscillateur, f_{nm}, coefficient sans dimension pour avoir une expression analogue avec les résultats quantiques :

$$\kappa_\nu = (N_m - N_n) \ \frac{\pi e^2}{mc} \ f_{nm} \ \frac{\delta}{\pi} \frac{1}{(\nu - \nu_0)^2 + \delta^2}$$

$$\Longrightarrow \qquad B_{nm} \ \ u = \frac{\pi e^2}{mc} \ f_{nm}$$

Il est possible de trouver des tables de force d'oscillateur pour chaque raie dans la littérature.

Par exemple, pour les raies de Balmer de l'hydrogène (voir figure ci-après) : $f(H_\alpha) = 0,641$ et $f(H_\beta) = 0,119$. De façon plus générale, pour les raies de l'hydrogène :

$$E_n = \frac{-13,6 \ eV}{n^2}$$

$$f_{nm} = \frac{2^6}{3\sqrt{3}\pi} \frac{1}{g_n} \frac{1}{\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)} \frac{1}{m^3} \frac{1}{n^3} \ g$$

où g est appelé facteur de Gaunt et est de l'ordre de l'unité et $g_n = 2 \ n^2$ est l'ordre de dégénérescence du niveau n d'énergie E_n.

Collisions entre particules d'espèces différentes Les phénomènes de collisions avec des particules d'espèces différentes présentes dans le milieu dilué donne, comme dans le cas précédent, un profil de raie Lorentzien qui élargit la raie. Cet élargissement est définit par le temps caractéristique de collision avec les particules T , on a alors :

$$\delta = \frac{1}{T}$$

L'élargissement d'une raie d'une particule cible par des particules perturbatrices va être donné par le temps de libre parcours moyen des particules :

$$\frac{1}{T} = N_{pert} \ \pi r_0^2 \ V_{rel}$$

où N_{pert} est la densité de particules perturbatrices, r_0 le rayon des particules cibles, V_{rel} la vitesse relative caractéristique entre les particules cibles et les particules perturbatrices.

Dans le cas où le milieu est à l'équilibre thermodynamique à une température θ, la loi de Boltzmann s'applique :

$$V_{rel} = \left(\frac{8k\theta}{\pi M_p} \left(\frac{1}{A_{pert}} + \frac{1}{A_{cible}} \right) \right)^{\frac{1}{2}}$$

avec k constante de Boltzmann, M_p masse du proton et A_X nombre atomique de la particule X.

Exemple : pour des atomes de calcium dans un nuage d'hydrogène proche d'une étoile :

$r_0 = 5 \cdot 10^{-10} m$; $A_{Ca} = 40$; $\theta = 5700K$

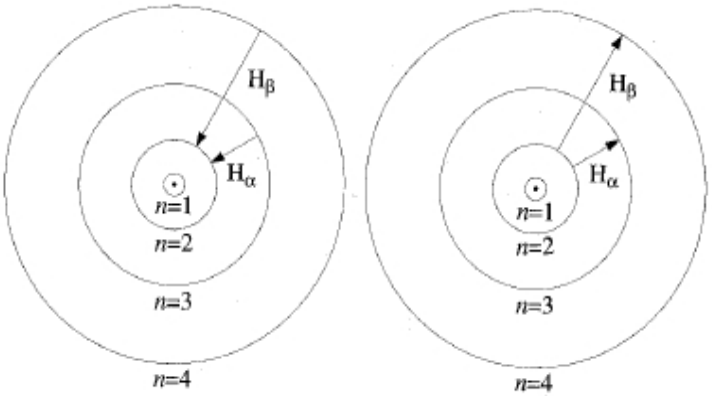


FIG. 4.1 – Raies de Balmer en émission (à gauche) et en absorption (à droite).

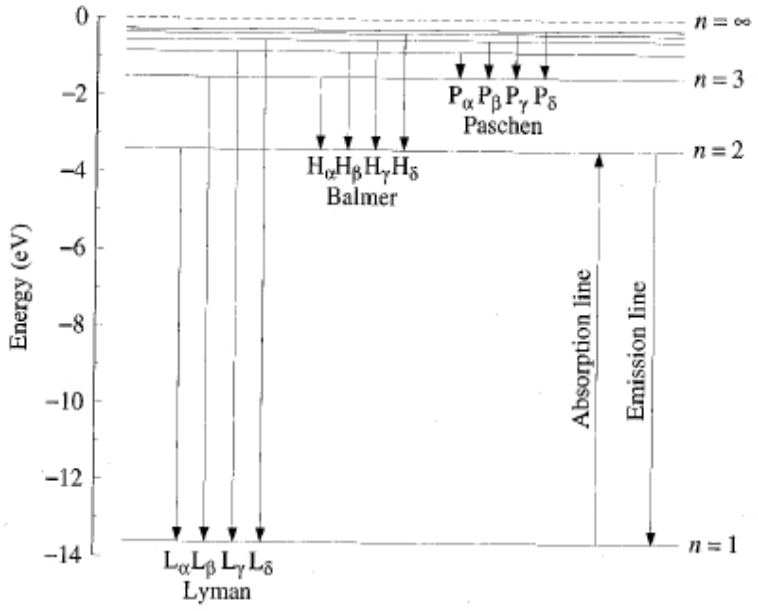


FIG. 4.2 – Séries de Balmer (optique), Lyman (UV) et Paschen (IR).

On obtient :
$V_{rel} \approx 10^4 m \cdot s^{-1}$
Si l'on ajoute que la densité typique des atomes d'hydrogène est de :
$N_{pert} = 10^{23} m^{-3}$
On a alors :
$\frac{1}{T} \approx 10^9 s^{-1}$

14.2.3 Profil de raie Doppler

Effet Doppler

Jusqu'à présent, on a considéré que les particules étaient au repos. On recherche, à présent, l'effet d'élargissement d'une raie par le mouvement d'une particule.

On suppose que la particule possède une vitesse V_z , orientée positivement quand elle se dirige vers l'observateur.

Du fait de l'effet Doppler, pour des vitesses non-relativistes, si l'observateur émet une onde à la fréquence ν_{obs}, la particule reçoit dans son référentiel une onde à la fréquence $\nu'_{obs} = \nu_{obs}(1 - \frac{V_z}{c})$.

Comme le calcul est un développement au premier ordre, on a la réciproque : si la particule émet une onde à la fréquence ν'_{part} dans son référentiel, l'observateur voit une onde à la fréquence $\nu_{part} = \nu'_{part}(1 + \frac{V_z}{c})$.

Profil Doppler thermique

L'énergie d'excitation thermique du gaz induit une distribution de vitesse des particules, la loi de Maxwell. Cette loi donne la distribution des particules libres sur les niveaux non quantifiés. Le nombre de particules par unité de volume à la température θ dont la projection de la vitesse sur l'axe de visée z est comprise entre V_z et $V_z + dV_z$ s'écrit :

$$dN_z = N \left(\frac{M}{2\pi k\theta}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{M\ V_z^2}{2k\theta}\right) dV_z$$

où N est la densité de particules (nombre de particules par unité de volume) et M leur masse.

On peut aussi donner la distribution en énergie :

$$dN = N \left(\frac{1}{\pi k\theta}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{E}{2k\theta}\right)\ 2\pi\ E^{\frac{1}{2}}\ dE$$

Revenons à l'effet Doppler. Chaque particule a une vitesse donnée à laquelle correspond un décalage Doppler donné. La distribution des particules en fonction de la fréquence d'onde qu'elle reçoit est donc :

$$\frac{dN_z}{dV_z}\frac{dV_z}{d\nu} = N\frac{c}{\nu_0}\left(\frac{M}{2\pi k\theta}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{M\ c^2(\nu-\nu_0)^2}{2k\theta\ \nu_0}\right)$$

où ν_0 est la fréquence de l'onde observée.

Si l'effet Doppler est la seule source d'élargissement de la raie (ou, du moins, l'effet dominant), le profil de la raie est la somme de la contribution de chaque particule, ce qui donne une gaussienne pour le facteur de forme :

$$g(\nu) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\Delta\nu_D} \exp\left(-\left(\frac{\nu-\nu_0}{\Delta\nu_D}\right)^2\right)$$

avec $\Delta\nu_D$ appelée la largeur Doppler :

$$\Delta\nu_D = \frac{\nu_0}{c}\left(\frac{2k\theta}{M}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Pour un gaz à une température de 10^4 K, l'ordre de grandeur de la largeur Doppler est :

$\Delta\nu_D \approx 10^{10} s^{-1}$

Dans certains cas, l'élargissement peut donc être plus important que celui dû aux collisions.

Regardons les caractéristiques d'une gaussienne.

– Largeur totale à mi-hauteur :

$FWHM = 2\ \Delta\nu_D\ (\ln 2)^{\frac{1}{2}}$

– à $\nu = \nu_0$: $\quad g(\nu_0) = \dfrac{1}{\sqrt{\pi}\Delta\nu_D}$

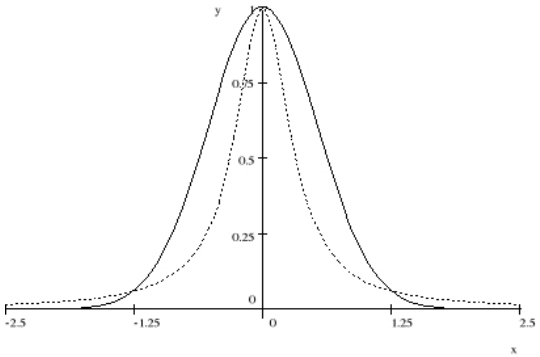
– Aire : $\quad \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}\Delta\nu_D} \exp\left(-\left(\frac{\nu-\nu_0}{\Delta\nu_D}\right)^2\right)\ d\nu = 1$

Exemples : à 10^4 K

$FWHM(H_\beta\ \lambda = 4861\ \mathring{A}) = 0,35\ \mathring{A}$

$FWHM([OIII]\ \lambda = 5007\ \mathring{A}) = 0,087\ \mathring{A}$

Sur la figure ci-dessous, on a superposé une gaussienne (trait plein) et une Lorentzienne (pointillés) de même maximum. La gaussienne est plus large dans la partie centrale, par contre ses ailes sont nettement moins importantes que celles de la Lorentzienne.



Turbulence

D'autres mouvements peuvent se superposer à la distribution de vitesse due à l'excitation thermique. S'il s'agit d'un mouvement d'ensemble, le centre de la raie est globalement déplacé par effet Doppler. Si, par contre, il s'agit d'une distribution de vitesse supplémentaire, la raie subit un élargissement gaussien en conséquence. Par exemple, si le milieu dilué a des mouvements aléatoires de turbulence en son sein, la largeur Doppler devient (composition de profils gaussiens) :

$$\Delta\nu_D = \frac{\nu_0}{c}\left(\frac{2k\theta}{M} + V_{turb}^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

où V_{turb} est la vitesse caratéristique de la turbulence.

Dans les nuages interstellaires, V_{turb} est de l'ordre de plusieurs kilomètres par seconde, ce qui signifie que l'effet de la turbulence est prépondérante pour les éléments les plus lourds.

14.2.4 Composition des profils

En général, pour un milieu dilué, il faut considérer tous les différents effets décrits précédemment : collisions entre particules de même espèce, d'espèces différentes, effet Doppler thermique, turbulence, etc.

Le profil d'une raie est donc la composition des profils induits par chacun de ces phénomènes. On obtient ainsi un facteur de forme qui est la convolution d'une gaussienne et d'une Lorentzienne :

$$g(\nu) = \frac{\delta}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\left(\frac{M}{2\pi k\theta}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{M\ V_z^2}{2k\theta}\right)}{(\nu - \nu_0 - \nu_0\frac{V_z}{c})^2 + \delta^2} dV_z$$

C'est le **profil de Voigt**. Un changement de variable ramène à une fonction mathématique connue, $H(a,u)$, dont les valeurs sont données dans la littérature :

$$y = \frac{V_z}{c}\frac{\nu_0}{\Delta\nu_D} \quad ; \quad u = \frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_D} \quad ; \quad a = \frac{\delta}{\Delta\nu_D}$$
$$g(\nu) = \frac{a}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp\left(-y^2\right)}{(u-y)^2 + a^2} dy = H(a,u)$$

- Pour une raie interdite : $a << 1$, car la largeur de raie par collision est très faible dans les milieux très dilués. L'effet Doppler est donc prédominant et la raie peut être considérée comme gaussienne.
- Pour une raie permise : $a \approx 10^{-3}$, la raie est de forme gaussienne au coeur (effet Doppler) et l'effet Lorentzien des collisions apparaît dans les ailes de la raie.

14.2.5 Effet instrumental

Nous n'en avons pas parlé jusqu'à présent, mais il est évident que le profil d'une raie observée dépend aussi directement des capacités de l'instrument à l'enregistrer. On modélise généralement l'effet instrumental par un profil gaussien qu'il convient de convoluer avec le profil instrinsèque de la raie. Si l'effet de l'instrument est négligeable ou faible, on dit que la raie est **résolue**. Sinon, la largeur de raie observée $\Delta\lambda_{obs}$ dépend de la largeur intrinsèque de la raie $\Delta\lambda_{raie}$ et de la largeur instrumentale $\Delta\lambda_{instr}$:

$$\Delta\lambda_{obs} = \sqrt{\Delta\lambda_{raie}^2 + \Delta\lambda_{instr}^2}$$

La figure ci-dessous est un exemple de différentes raies observées non-résolues pour lesquelles on ne voit donc pas l'élargissement Doppler.

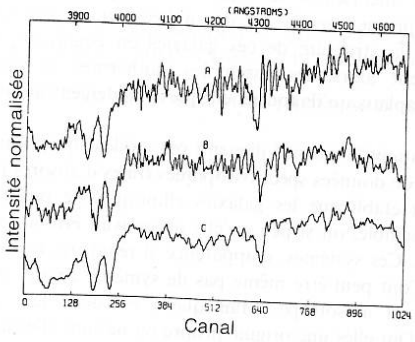


Figure 1. Exemples de spectres optiques en absorption, traçant le composant stellaire, montrant clairement la difficulté de détermination de la cinématique des galaxies elliptiques. A : spectre de l'étoile de comparaison HR 5709 (type spectral KO III). B : spectre de la galaxie elliptique Messier 87 (au centre de l'amas Virgo), à 70″ W du centre. *C* : spectre de M87, à 4″ E du centre. La largeur des raies est de 200 km/s environ pour *B* et 300 km/s pour *C* (d'après Sargent *et al.*, 1978).

14.3 Largeur équivalente d'une raie

Dans cette section, nous n'allons considérer que des raies en absorption.

Densité de colonne

Quelle que soit la forme de la raie, qu'elle soit résolue ou non, son aire est proportionnelle au nombre de particules qui ont contribué à faire l'absorption.

Supposons que l'on observe un nuage de gaz au travers duquel passe une onde électromagnétique originaire d'un objet en arrière plan (une étoile quelconque ou le Soleil, par exemple). On suppose de plus que le nuage est homogène et que les particules ont une densité N.

L'aire de la raie est ainsi proportionnelle au nombre de particules rencontrées par un rayon lumineux donné le long de l'axe de visée Oz.

On définit ainsi la **densité de colonne** $\mathcal{N}$ comme étant l'intégrale de la densité des particules le long de la ligne de visée :

$$\mathcal{N} = \int N \, dz$$

La densité de colonne est l'information que l'on peut directement déduire des observations spectroscopiques. Si l'on veut remonter à la densité du nuage étudier, il faut ajouter des hypothèses sur la géométrie du nuage (sphéricité, ...) qui peuvent parfois être justifiées par d'autres observations du nuage.

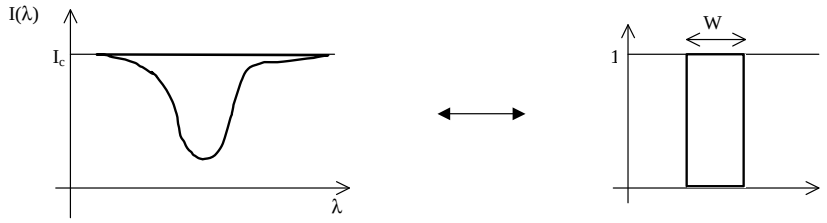
Largeur équivalente d'une raie

La largeur équivalente d'une raie est, par définition :

$$W = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{I_c - I(\lambda)}{I_c} \, d\lambda$$

où I_c est l'intensité du continuum du spectre considéré et $I(\lambda)$ la courbe d'intensité décrite par la raie.

Cela revient à calculer la surface de la raie en normalisant le continu (c'est-à-dire le flux lumineux émis par l'objet source). On l'appelle "largeur équivalente" car cette quantité est équivalente à la largeur d'une raie en forme de créneau absorbant complètement un continu unitaire.



Dans un milieu optiquement mince, c'est-à-dire que la densité du milieu est suffisamment faible pour que les photons de la source soient au plus absorbé par une particule, la largeur équivalente de la raie est proportionnelle à la densité de colonne des particules.

$$W \propto \mathcal{N}$$

Le coefficient de proportionalité se calcule dépend des caractéristiques de la raie : de son profil , de sa longueur d'onde, de la force d'oscillateur, etc.

En général, le coeur Doppler de la raie est dominant, on peut alors calculer numériquement ce coefficient :

$$\mathcal{N} = 1,13 \cdot 10^{20} \frac{W}{\lambda^2 f_{nm}}$$

où $\mathcal{N}$ est en cm^{-2}, W et λ sont exprimés en Angström.

Dans le cas où le milieu est plus dense (optiquement épais), le calcul est un peu plus complexe et aboutit à différentes formules suivant les cas. En particulier, pour un milieu très épais, la largeur équivalente est proportionnelle au carré de la densité de colonne.

14.4 Distribution des particules sur différents niveaux et états d'ionisation

Lorsqu'on observe une raie résolue ou que l'on mesure la largeur équivalente d'une raie en absorption, il est donc possible de déduire la densité de particules d'une espèce particulière impliquées dans la transition observée. Cependant, ce rensignement ne suffit pas pour savoir la quantité globale des particules de cette espèce dans le nuage considéré. En effet, certaines particules de même espèce peuvent être à des états d'excitation différents et émettre d'autres transitions à d'autres longueurs d'onde ; voire, cette espèce peut coexister dans différents états d'ionisation. L'objet de cette section est de donner les lois qui régissent la répartition des particules entre les différents états d'excitation et d'ionisation en fonction des caractéristiques physiques du milieu dilué où elles se trouvent.

14.4.1 Loi de Boltzmann

Cette loi donne la distribution des particules sur des niveaux d'énergie quantifié d'une espèce donnée à l'équilibre thermodynamique.

Soient deux niveaux d'énergie E_m et E_n ($E_m > E_n$). La probabilité P_m à la température θ qu'une particule soit dans l'état m plutôt que l'état n est donnée par :

$$\frac{P_m}{p_n} = \frac{g_m}{g_n} \exp\left(-\frac{E_m - E_n}{k\theta}\right) = \frac{g_m}{g_n} \exp\left(-\frac{h\nu_{nm}}{k\theta}\right)$$

où ν_{nm} est la fréquence de la transition n-m, g_n et g_m sont les poids statistiques des niveaux n et m ou encore l'ordre de dégénérescence de ces niveaux.

Dans les milieux dilués, comme le nombre d'atomes est toujours très grand, les populations des niveaux sont essentiellement celles données par la probabilité d'occupation. Cela nous donne la relation de Boltzmann :

$$\frac{N_m}{N_n} = \frac{g_m}{g_n} \exp\left(-\frac{E_m - E_n}{k\theta}\right)$$

Exemple : pour un gaz d'hydrogène, le niveau fondamental N_1 est aussi peuplé que le niveau N_2 pour une température d'environ 85 000 K. (Pour faire ce calcul, il suffit de prendre les formules de l'hydrogène données un peu plus tôt dans le cours et de remarquer que la constante de Boltzmann $k = 8,6 \cdot 10^{-5} eV \cdot K^{-1}$). La valeur très élévée de cette température indique que, si un milieu dilué émet la transition associée à ces états de l'hydrogène, alors il est probable que la température soit suffisamment élevée pour induire l'ionisation d'autres éléments présents dans le nuage. Il y a donc présence d'une certaine densité d'électrons dans le milieu qui vont pouvoir ioniser l'hydrogène. Il est donc nécessaire de connaître les lois concernant l'ionisation d'une espèce.

14.4.2 Loi de Saha

A l'équilibre thermodynamique, elle donne la distribution des particules d'une même espèce dans différents états d'ionisation :

$$\frac{N_1^{i+1}}{N_1^i} N_e = 2\ \frac{g_1^{i+1}}{g_1^i}\ \left(\frac{2\pi m_e k\theta}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{\chi_i}{k\theta}\right)$$

où N_1^i est la densité des ions sur le niveau fondamental de l'état i fois ionisé, N_e est la densité électronique, χ_i est le potentiel d'ionisation de l'ion dans l'état i fois ionisé et m_e est la masse de l'électron. Ce résultat est obtenu en tenant compte de l'équilibre entre ionisation et recombinaison.

Si l'on veut connaître le nombre total de particules dans un certain état d'ionisation (excité ou non), il faut combiner cette relation à la loi de Boltzmann. On introduit alors la fonction de partition :

$$Z^i(\theta) = \sum_{m=1}^{\infty} g_m^i \exp\left(-\frac{E_m - E_1}{k\theta}\right)$$

Cette fonction de partition correspond à la somme pondérée des différentes façons "d'arranger" les électrons. L'équation de Saha devient alors :

$$\frac{N^{i+1}}{N^i} N_e = 2\ \frac{Z^{i+1}}{Z^i}\ \left(\frac{2\pi m_e k\theta}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{\chi_i}{k\theta}\right)$$

14.4.3 Application : l'hydrogène

Reprenons l'exemple des deux premiers niveaux d'excitation de l'hydrogène. La loi de Boltzmann nous donne :

$$\frac{N_2}{N_1} = 4 \exp\left(-\frac{13,6 - 3,4}{k\theta}\right)$$

avec la constante de Boltzmann $k = 8,6 \cdot 10^{-5} eV \cdot K^{-1}$.

On s'attendrait donc à ce qu'une raie de la série de Balmer soit d'autant plus intense au fur et à mesure que la température augmente ainsi que nous le montre la figure ci-dessous.

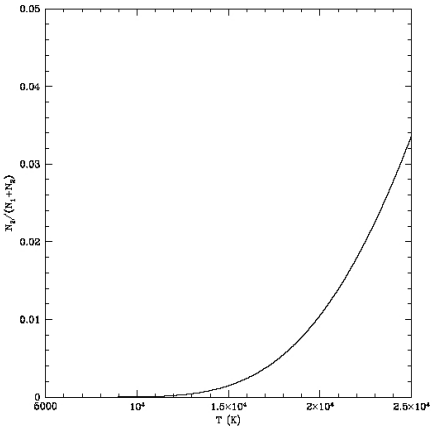


FIG. 4.3 – Quantité $N_2/(N_1 + N_2)$ pour l'atome d'hydrogène (à partir de la loi de Boltzmann).

Mais, ainsi que nous l'avons vu, il faut aussi tenir compte de l'état d'ionisation. Prenons une atmosphère stellaire typique avec une pression électronique $P_e = N_e k\theta =$ 20 Pa (dans la littérature habituelle en cgs, cela donne souvent 200 dyne.cm^{-2}) avec une température stellaire inférieure à 25 000 K.

Fonctions de partition :

$Z_{II} = 1$ (un proton seul, pas de dégénérescence)

$Z_I \approx g_I = 2$ (car $\exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{k\theta}\right) \ll 1$)

La loi de Saha nous donne alors :

$$\frac{N_{II}}{N_I} = \frac{k\theta}{P_e} \left(\frac{2\pi m_e k\theta}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{13,6}{k\theta}\right)$$

Puisque $N_{total} = N_I + N_{II}$, on peut calculer N_{II}/N_{total} et vérifier que l'ionisation de l'hydrogène se produit dans un intervalle de températures très faible autour de 10 000 K (figure ci-dessous).

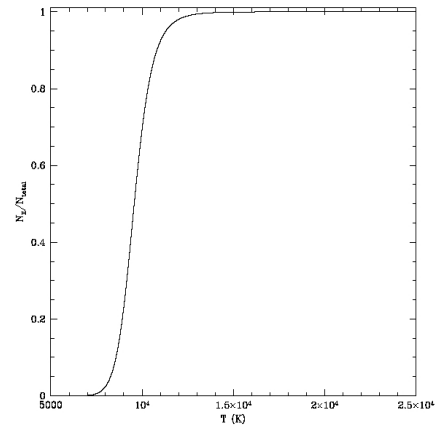


FIG. 4.4 – Quantité N_{II}/N_{total} pour l'atome d'hydrogène (à partir de la loi de Saha).

En combinant les deux résultats et en remarquant que $N_1 + N_2 \approx N_I$, nous obtenons :

$$\frac{N_2}{N_{total}} = \frac{\frac{N_2}{N_1}}{1 + \frac{N_2}{N_1}} \times \frac{1}{1 + \frac{N_{II}}{N_I}}$$

La diminution rapide de la population N_2 au-delà de 10 000 K est liée à l'ionisation rapide de l'hydrogène (figure ci-dessous).

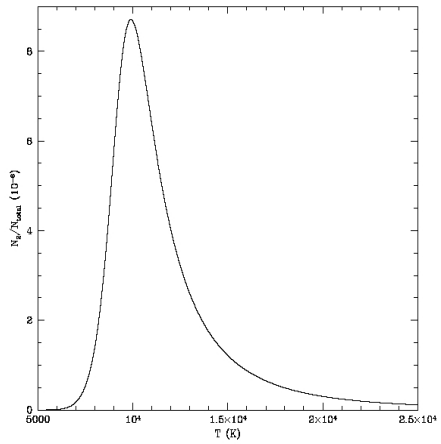


FIG. 4.5 – Quantité N_2/N_{total} pour l'atome d'hydrogène.

Ce type d'étude peut se faire pour d'autres éléments chimiques. Le résultat est alors identique, comme le montre la figure ci-dessous. On constate que les différents états des éléments chimiques se manifestent dans des gammes de températures spécifiques.

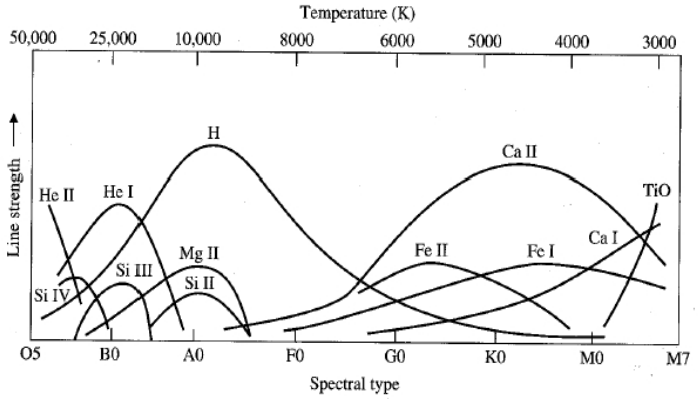


FIG. 4.6 – Forces des raies en fonction de la température des plasmas.

Les poids statistiques, potentiels d'ionisation, énergies d'excitation et fonctions de partition des espèces courantes sont tabulées à partir d'expériences en laboratoire ou de simulations. Il est ainsi possible de déduire la distribution des particules d'une espèce donnée en fonction des conditions physiques du milieu étudié. Réciproquement, l'observation de plusieurs raies de même espèce et/ou de différentes espèces permettent de poser plusieurs équations dont les inconnues sont les caractéristiques du milieu observé : température, densité électronique, abondance des différentes espèces, ...

14.5 Equilibre thermodynamique

Chacune des lois étudiées dans le cours nous permet de définir une température :
- Température d'excitation (Boltzmann)
- Température d'ionisation (Saha)
- Température cinétique (Maxwell)
- Température de couleur (corps noir)

Un nuage de gaz est à l'equilibre thermodynamique si ces 4 températures ont la même valeur (c'est-à-dire que toutes les particules considérées sont à la même température). Cela ne pourra pas être toujours le cas, comme, par exemple, dans le cas d'une étoile puisqu'elle rayonne en permanence. Cependant, si le libre parcours moyen des particules et des photons est petit devant l'échelle de variation des températures, il est possible de ne considérer qu'une seule température dans les calculs. Cette hypothèse est appelée : E quilibre Thermodynamique Local (ETL). Cette hypothèse est valide, notamment, dans le cas des objets optiquement épais.