Chapitre 15 MILIEUX AMPLIFICATEURS

Nous rappelons que la lumière visible est caractérisée par des longueur d'onde dans le vide, λ , comprises entre 750 nm et 400 nm environ : $\lambda > 750$ nm est le domaine de l'infra-rouge tandis que $\lambda < 400$ nm correspond à l'ultra violet.

15.1 Introduction

Au chapitre précédent nous avons vu qu'un milieu transparent dopé par des systèmes atomiques convenablement choisis est susceptible d'amplifier la lumière en conservant la cohérence temporelle du faisceau incident. Ces systèmes atomiques possèdent en général de nombreux niveaux d'énergie mais le plus souvent, seuls quelques unes de toutes les transitions possibles sont susceptibles de devenir une transition laser (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation). Les conditions expérimentales, en particulier les fréquences lumineuses mises en oeuvre, limitent les transitions accessibles à une seule transition concernée par le mécanisme d'amplification, entre des niveaux d'énergies précis, \mathcal{E}_a et \mathcal{E}_b . Le modèle précédent est donc très général; il conviendrait cependant de le modifier pour prendre en compte les éventuelles dégénérescences des niveaux.

Considérons une transition du néon utilisée dans les lasers He-Ne dont la longueur d'onde correspondante dans le vide est 630 nm. L'énergie correspondante est $\mathcal{E}_b - \mathcal{E}_a = 2\pi\hbar c_0/\lambda \sim 2 \,\mathrm{eV}$. A la température ordinaire, $T \sim 300 \,\mathrm{K}$, le rapport entre les populations des deux niveaux, à l'équilibre thermodynamique, est $\frac{N_b}{N_a} \sim e^{-(\mathcal{E}_b - \mathcal{E}_a)/(k_B T)} \lesssim 10^{-32}$. Le milieu est donc absorbant ($N_b << N_a$). Pour réaliser l'inversion de population, nécessaire pour qu'il devienne amplificateur, il faut quitter l'équilibre thermodynamique en utilisant un mécanisme de pompage.

Les deux diagrammes ci-dessous représentent les niveaux d'énergie et les transitions dans deux types de milieux que nous étudierons.



15.2 Laser à trois niveaux

15.2.1 Principe du pompage

Le diagramme de la figure 1, concenant les systèmes à trois niveaux, représente les niveaux d'énergie utiles du système atomique amplificateur que nous considérons ici. L'énergie \mathcal{E}_a est l'énergie du niveau fondamental.

Un mécanisme de pompage porte les systèmes atomiques du niveau fondamental dans le troisième niveau d'énergie \mathcal{E}_p supérieure à \mathcal{E}_b (ce niveau est le plus souvent constitué d'une ou plusieurs bandes de niveaux d'énergie voisins). L'énergie nécessaire pour le pompage est fournie, par exemple, par une source de lumière ordinaire (répétition d'éclairs puissants de lampes flash) dont le spectre ne contient pas les fréquences de la transition laser mais les fréquences voisines de ν_p nécessaires pour provoquer la transition

$$u_p = rac{\mathcal{E}_p - \mathcal{E}_a}{2\pi\hbar} >
u_0 = rac{\mathcal{E}_b - \mathcal{E}_a}{2\pi\hbar} = rac{\omega_0}{2\pi\hbar}$$

Dans ces conditions la pompe ne contribue pas au dépeuplement du niveau $|b\rangle$ (par émission stimulée).

De façon spontanée, le système subit alors une transition rapide, $|p\rangle \rightarrow |b\rangle$ qui le conduit vers le niveau supérieur d'énergie \mathcal{E}_b (une transition non radiative par exemple).

C'est ce mécanisme global qui porte les atomes de l'état $|a\rangle$ vers l'état $|b\rangle$ que nous appelons **pompage**. Nous le caractérisons par le nombre de transition $(|a\rangle \rightarrow |b\rangle)$ qui se produisent dans l'unité de volume par unité de temps, R_b (m⁻³ s⁻¹). Posons $R_b = N_a/t_p$ où t_p est un temps caractérisant l'efficacité du pompage. Le mécanisme de pompage est puissant lorsque t_p est petit mais s'il s'exerce sur un niveau peu peuplé (N_a très petit) l'efficacité du pompage est mauvaise (R_b petit). Nous supposons que t_p est une constante qui conserve la même valeur partout dans le milieu amplificateur.

Pendant le temps infininitésimal dt la population N_b s'accroît de $(dN_b)_{pompe}$ sous l'effet du pompage, tandis que N_a décroît

$$(dN_b)_{pompe} = R_b \, dt = N_a \frac{dt}{t_p} = - (dN_a)_{pompe}$$

Les populations des niveaux $|a\rangle$ et $|b\rangle$ évoluent sous l'effet de l'émission spontanée et sous l'effet de l'émission et de l'absorption stimulées (stimulées par la radiation de fréquence ν

et d'intensité I que nous voulons amplifier) :

$$(dN_b)_{spon} = -N_b \frac{dt}{t_{sp}} = -(dN_a)_{spon}$$
$$(dN_b)_{stim} = (N_a - N_b) W dt = -(dN_a)_{stim}$$

Dans la dernière expression, W est la probabilité de transition par unité de temps. Le niveau $|b\rangle$ se peuple sous l'effet des atomes qui passent de l'état $|a\rangle$ à l'état $|b\rangle$. Il en apparaît $dN_{b+} = N_aWdt$ par unité de volume pendant le temps dt. Dans le même temps, le niveau $|b\rangle$ se dépeuple car certains atomes (en nombre $dN_{b-} = N_bWdt$ par unité de volume) passent de l'état $|b\rangle$ dans l'état $|a\rangle$. Le bilan total est $(dN_b)_{stim} = dN_{b+} - dN_{b-} = (N_a - N_b)Wdt$. Ces atomes apparaissent dans le niveau $|b\rangle$, tandis qu'ils disparaissent du niveau $|a\rangle : (dN_b)_{stim} = -(dN_a)_{stim}$.

En additionnant les variations dues aux divers effets considérés pendant le temps $dt,\,\mathrm{il}$ vient

$$\frac{dN_b}{dt} = R_b - \frac{N_b}{t_{sp}} - W\left(N_b - N_a\right) , \quad \frac{dN_a}{dt} = -R_b + \frac{N_b}{t_{sp}} + W\left(N_b - N_a\right)$$
(15.1)

On vérifie la relation

$$N := N_a + N_b = cte$$

En régime permanent $(dN_b/dt = 0)$ on trouve

$$N_b - N_a = \frac{2R_b t_{sp} - N}{1 + 2W t_{sp}} \tag{15.2}$$

En posant $R_b = N_a/t_p = \{N - (N_b - N_a)\}/(2t_p)$, il vient

$$N_b - N_a = N \frac{t_{sp} - t_p}{t_{sp} + t_p} \cdot \frac{1}{1 + 2W \frac{t_p t_{sp}}{t_p + t_{sp}}}$$
(15.3)

L'inversion de population est réalisée pour $N_b > N_a$ soit $R_b t_{sp} > N/2$ ou encore $t_p < t_{sp}$. L'absence de pompage correspond à $R_b = 0$ ou $t_p = \infty$.

15.2.2 Evolution de l'intensité dans le milieu

Une onde d'intensité I progresse dans le milieu suivant l'axeOx. Le gain linéaire est γ

$$\gamma = (N_b - N_a) \frac{c^2 \pi^2}{\omega_0^2} \frac{1}{t_{sp}} f(\omega) = \frac{1}{I} \frac{dI}{dx}$$

où $c = c_0/n$. Nous remplaçons $N_b - N_a$ par l'expression 15.3 dans laquelle W est remplacé par son expression calculée au chapitre précédent, $W = \frac{c^2 \pi^2}{\hbar \omega_0^3} \frac{1}{t_{sp}} f(\omega) \times I$. Il vient

$$\gamma = \frac{1}{I} \frac{dI}{dx} = \frac{\gamma_0}{1 + I/Is} \text{ avec } \gamma_0 = \frac{c^2 \pi^2}{\omega_0^2} f(\omega) \frac{1}{t_{sp}} \frac{t_{sp} - t_p}{t_{sp} + t_p} N \text{ et}$$
$$\frac{1}{I_s} = \frac{c^2 \pi^2}{\hbar \omega_0^3} f(\omega) \frac{2t_p}{t_p + t_{sp}}$$

Remarquons que I_s est une fonction de la pulsation ω de l'onde qui se propage et que I_s dépend en outre des conditions de pompage (t_p) .

On distingue deux régimes :

$$\begin{split} I << I_s: \quad I \sim I_0 \, e^{\gamma_0 x} & \text{l'amplification est exponentielle} \\ I >> I_s: \quad I \sim \gamma_0 \, I_s \, (x - x_0) & \text{l'amplification est linéaire} \end{split}$$

Nous représentons ci-dessous l'allure du graphe de la fonction $x \mapsto I$ pour $t_p < t_{sp}$ (amplification).



fig. 2

Lorsque l'intensité lumineuse est très élevé, $I >> I_s$, la différence de population des deux niveaux devient très petite (cf. équ. 15.3 : $W \to \infty \Rightarrow N_a - N_b \to 0$). Nous retrouvons la saturation telle que nous l'avons introduite au chapitre précédent. Dans le régime de saturation, le phénomène d'amplification perd de son efficacité, le gain, γ , décroît vers zéro lorsque l'intensité croît.

$$I/I_s \to \infty \ \Rightarrow \ \gamma \sim \frac{\gamma_0 \, I_s}{I} \to 0$$

A la résonance, dans le cas d'une largeur de raie lorentzienne dans un milieu gazeux dilué, on trouve

$$I_s \sim \frac{1}{2} \frac{\hbar \omega_0^3}{\pi c_0^2} \frac{1}{\tau}$$

où $1/\tau = \Delta \omega/2$ est la demi largeur de la raie (à mi hauteur).

 $\label{eq:Remarque} \begin{array}{l} Remarque: \text{Les expressions de } \gamma \mbox{ et } \gamma_0 \mbox{ ci-dessus ont été obtenus en supposant une largeur de raie homogène. Si les atomes se répartissent en plusieurs classes homogènes on peut démontrer (en présence d'une forte hétérogénéïté) que le gain linéaire est une fonction de l'intensité de la forme <math display="inline">\gamma = \frac{\gamma_0}{\sqrt{1+I/I_s}}. \end{array}$

15.2.3 Un exemple : le rubis

Le laser à rubis fut le premier laser à fonctionner en 1960.

Le rubis est constitué par une matrice d'alumine (Al_2O_3) dopé par ions Cr^{3+} . On peut assimiler le laser à rubis à un laser à trois niveaux caractérisé par les valeurs numériques suivantes

$$\mathcal{E}_p - \mathcal{E}_a \simeq 2,6 \,\mathrm{eV}, \, \mathcal{E}_b - \mathcal{E}_a \simeq 1,8 \,\mathrm{eV}, \, N \simeq 2 \,10^{25} \,\mathrm{m}^{-3}, \, t_{sp} \simeq 3 \,10^{-3} \,\mathrm{s}, \, n \simeq 1,8$$

156

Laser à trois niveaux

où N est la densité d'ions Cr^{3+} dans le rubis. On en déduit la fréquence de la transition laser, ν_0 , ainsi que la fréquence ν_p , de la transition $|a\rangle \to |p\rangle$:

$$\nu_0 = \frac{\mathcal{E}_b - \mathcal{E}_a}{2\pi\hbar} \simeq 4\,10^{14}\,\text{Hz}\,, \ \nu_p = \frac{\mathcal{E}_p - \mathcal{E}_a}{2\pi\hbar} \sim 6\,10^{14}\,\text{Hz}$$

 ν_0 est la fréquence de la raie rouge du rubis (en réalité deux raies voisines) de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 693$ nm.

Le pompage est assuré par les éclairs d'une lampe à vapeur de mercure qui engendre dans le milieu amplificateur une intensité lumineuse I_E suffisante pour créer une inversion de population.

Pour estimer les conditions nécessaires à l'inversion de population, nous considérons la situation initiale où le niveau $|b\rangle$ est dépeuplé. Les éclairs ont une durée, $T_E \sim 5 \, 10^{-4} \,\mathrm{s}$, très inférieure à $3 \, 10^{-3} \,\mathrm{s}$: on peut donc "oublier" le dépeuplement du niveau $|b\rangle$ pendant la durée de l'éclair.

Pour que le milieu devienne amplificateur il faut $N_b \ge N/2$. Au seuil d'amplification, la puissance utile par unité de volume est donc

$$P_u \simeq \frac{N}{2} \left(\mathcal{E}_p - \mathcal{E}_a \right) \times \frac{1}{T_E} = \frac{\pi \hbar \nu_p}{T_E} N$$

Le coefficient d'absorption, α , peut être estimé à $100 \text{ m}^{-1} = 1 \text{ cm}^{-1}$ dans la bande de fréquences utile, $\nu \sim \nu_p$. Cela signifie qu'en traversant un milieu d'épaisseur dx, un faisceau lumineux de section S, fournit au milieu une puissance $I_E S \alpha dx$. La puissance absorbée par unité de volume est donc $P_{abs} = \alpha I_E$. Cette puissance permet de "monter" des atomes du niveau $|a\rangle$ au niveau $|p\rangle$ (c'est la cause principale d'absorption pour $\nu \sim \nu_p$) nous supposons donc $\alpha I_E = P_u$. Après un temps très bref, de l'ordre de $5 \times 10^{-8} \text{ s} \ll T_E$, les atomes se retrouvent dans l'état $|b\rangle$. Admettons que tous s'y retrouvent (l'efficacité du processus décrit est alors voisine de l'unité). L'énergie utile par unité de volume est alors

$$E_u = P_u T_E = \alpha T_E I_E = N \pi \hbar \nu_p \sim 4 \, 10^6 \, \mathrm{J \, m^{-3}} = 4 \, \mathrm{J \, cm^{-3}}$$

En supposant que pendant la durée de l'éclair l'intensité lumineuse reste constante on obtient l'ordre de grandeur

$$I_E = \frac{E_u}{\alpha T_E} \sim 8 \,\mathrm{kW} \,\mathrm{cm}^{-2}$$

L'énergie électrique nécessaire pour alimenter la lampe est très supérieure à cette valeur.

• Pour une lampe à vapeur de mercure on peut admettre que 10% de l'énergie émise appartient à la bande de fréquence utile (cette proportion dépend du spectre d'émission et varie avec le type de lampe).

• On peut admettre en outre que seulement 30% de la lumière tombe effectivement sur le rubis (cette proportion dépend de la géométrie du système mis en oeuvre).

• Enfin la conversion de l'énergie électrique (qui alimente la lampe) en énergie lumineuse s'effectue avec un rendement que l'on peut estimer à 50%.

Le rendement lumineux est $\eta_L \simeq 0, 1 \times 0, 3 = 3\%$, le rendement total est donc $\eta \simeq 0, 1 \times 0, 3 \times 0, 5 = 1, 5\%$. On obtient donc l'énergie électrique nécessaire, E_L , par unité de volume du milieu amplificateur

$$E_L = \frac{E_u}{\eta} \sim 300 \,\mathrm{J}\,\mathrm{cm}^{-3}$$

La condition $E_L > 300 \,\mathrm{J \, cm^{-3}}$ est une condition nécessaire seulement et le calcul grossier qui a été effectué ne saurait donner que des ordres de grandeur.

On peut estimer les puissances nécessaires dans un fonctionnement continu. Le niveau $|b\rangle$ se dépeuple en un temps de l'ordre de $t_{sp} \simeq 3\,10^{-3}$ s. Il faut alors le repeupler, c'est à dire dépenser 300 J/cm^3 à intervalles réguliers de $3\,10^{-3}$ s. La puissance électrique totale à fournir est donc $P_L \sim 300/3\,10^{-3} = 100 \text{ kW cm}^{-3}$. Ce résultat peut être obtenu directement. En effet, dans un fonctionnement continu le seuil d'amplification correspond à $N_a = N_b = N/2$ (ou encore $t_p = t_{sp}$). On obtient donc $R_b = N/2t_{sp} \sim 3\,10^{-21} \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$. La puissance moyenne utile par unité de volume du milieu amplificateur est $2\pi\hbar\nu_p R_b$; la puissance moyenne électrique consommée par la lampe est alors

$$P_L = \frac{2\pi\hbar\nu_p R_b}{\eta} = \frac{N\pi\hbar\nu_p}{\eta t_{sp}} \sim 100 \,\mathrm{kW \, cm^{-3}}$$
(15.4)

Cette énergie est considérable. Elle est perdue, pour l'essentielle, sous forme de chaleur dont l'évacuation est une source de nuisances. Cependant, les lasers à quatre niveaux que nous allons étudier maintenant permettent de réaliser l'inversion de population sans mettre en jeu des énergies aussi élevées.

15.3 Laser à quatre niveaux

Nous avons représenté sur la figure 1, les niveaux d'énergie des systèmes atomiques amplificateurs à quatre niveaux, ainsi que les transitions possibles.

Un laser à quatre niveaux fonctionne suivant le même principe qu'un laser à trois niveaux, la seule modification est l'introduction du niveau fondamental d'énergie $\mathcal{E}_0 < \mathcal{E}_a$. Le niveau $|a\rangle$ se dépeuple alors spontanément, ce qui contribue à la création d'une inversion de population.

Les constantes de temps correspondant aux désexcitations spontanées du niveau d'énérgie \mathcal{E}_j vers le niveau d'énergie \mathcal{E}_k sont notés t_{jk} . Les trois constantes de temps t_{b0} , $t_{a0}, t_{ba} := t_{sp}$ jouent donc un rôle dans la cinétique des populations.

15.3.1 Équation de la cinétique des populations

Les densités d'atomes dans les divers niveaux sont notés N_b , N_a et N_0 . Les nombres de transitions par unités de volume, pendant le temps dt, du niveau $|0\rangle$ vers les niveaux $|a\rangle$ et $|b\rangle$ sont notés $R_a dt$ et $R_b dt$. Ces transitions sont dues principalement au pompage. L'objectif étant de réaliser une inversion de population, on réalise généralement la condition $R_a \ll R_b$. Des transitions $|a\rangle \rightarrow |p\rangle$ et $|b\rangle \rightarrow |p\rangle$ peuvent également être engendrées par le mécanisme de pompage mais elles peuvent généralement être négligées pour deux raisons : le mécanisme de pompage est conçu de façon à les minimiser et en outre les populations, N_a et N_b , sur lesquelles ces mécanismes s'exercent sont peu nombreuses ($N_a \ll N_b \ll N_0$).

Comme dans l'étude du laser à 3 niveaux, nous pourrions poser $R_a = N_0/t_{pa}$ et $R_b = N_0/t_{pb}$ où t_{pa} et t_{pb} sont des temps caractéristiques du mécanisme de pompage que l'on peut considérer comme constants. Cependant, les relations $N_a \ll N$ et $N_b \ll N$ ainsi que $N_a + N_b + N_0 = N$ permettent de poser $R_a \simeq N/t_{pa}$, $R_b \simeq N/t_{pb}$. Le nombre d'atomes dans les niveaux d'énergie \mathcal{E}_p est très petit car ces niveaux se dépeuplent très rapidement si bien que N est pratiquement constant (c'est le nombre de systèmes atomiques par unité de volume). On peut donc considérer que R_a et R_b sont des constantes et il n'est pas nécessaire d'introduire ici les temps t_{pa} et t_{pb} . Les équations de la cinétique sont

$$\begin{aligned} \frac{dN_b}{dt} &= R_b - \frac{N_b}{t_{sp}} - \frac{N_b}{t_{b0}} - (N_b - N_a) W \\ \frac{dN_a}{dt} &= R_a + \frac{N_b}{t_{sp}} - \frac{N_a}{t_{a0}} + (N_b - N_a) W \\ \frac{dN_0}{dt} &= -R_b - R_a + \frac{N_b}{t_{b0}} + \frac{N_a}{t_{a0}} \end{aligned}$$

On vérifie aisément la relation déjà mentionnée

$$N := N_a + N_b + N_0 = cte$$

L'objectif étant d'assurer l'inversion des populations, nous considérons seulement les systèmes qui satisfont $R_a << R_b$. Nous supposons en outre $t_{b0} >> t_{sp}$. En régime permanent $\left(\frac{dN_b}{dt} = 0 = \frac{dN_a}{dt} = \frac{dN_0}{dt}\right)$, il vient

$$N_b - N_a = R_b \frac{t_{sp} - t_{a0}}{1 + W t_{sp}} , \quad N_b + N_a = R_b \frac{t_{a0} + t_{sp} + 2W t_{sp} t_{a0}}{1 + W t_{sp}}$$
(15.5)

La relation $W = \frac{\pi^2 c^2}{\hbar \omega_0^3} \frac{1}{t_{sp}} f(\omega) I$ conduit à l'expression

$$N_b - N_a = R_b \frac{t_{sp} - t_{a0}}{1 + I/I_s} \quad \text{avec} \quad \frac{1}{I_s} = \frac{\pi^2 c^2}{\hbar \omega_0^3} f(\omega)$$
(15.6)

L'inversion de population est réalisée pour $t_{sp} > t_{a0}$. Une comparaison avec le laser à trois niveaux montre l'intérêt du système étudié ici. L'inversion de population dans un laser à trois niveaux est obtenue lorsque le pompage est assez puissant $(R_b > N/2t_{sp}$ ou encore $t_p < t_{sp}$) tandis que dans le système à quatre niveaux étudié ici, l'inversion est obtenue si le niveau inférieur se dépeuple assez rapidement $(t_{a0} < t_{sp})$.

De même que pour le laser à trois niveaux, on démontre les relations

$$\frac{1}{I}\frac{dI}{dx} = \frac{\gamma_0}{1 + I/I_s} \text{ avec } \gamma_0 = \frac{\pi^2 c^2}{\omega_0^2} \frac{1}{t_{sp}} f(\omega) R_b \left(t_{sp} - t_{a0}\right)$$

15.3.2 Exemples

1- Lasers au néodyme. Le ion Nd^{3+} dans une matrice de verre ou de Yag $(Y^3Al^5O^{12} : "yttrium aluminium garnet", "garnet" = "grenat" en Anglais) peut être assimilé à un laser à quatre niveaux. Le milieu amplificateur peut se présenter sous forme de barreaux ou de plaques.$

La densité des ions est de l'ordre de 10^{23} m^{-3} dans le verre. Le niveau supérieur utilisé pour le pompage est en fait une bande d'énergie comprise entre 1,6 eV et 3 eV au dessus du fondamental. Les niveaux $|a\rangle$ et $|b\rangle$ sont situés environ 0,26 eV et 1,4 eV au dessus du fondamental, leur position précise dépendant de l'environnement des ions Nd³⁺. Ainsi la longueur d'onde dans le vide de la raie laser est-elle 1064 nm pour le yag, tandis qu'elle est comprise entre 1050 nm et 1065 nm pour les verres.

Les atomes sont portés dans le niveau supérieur par des éclairs de lampe flash avec un très mauvais rendement, ou par le rayonnement de diodes lasers. Une désexcitation non radiative conduit alors le système dans l'état $|b\rangle$.

La largeur de la courbe de gain dépend de la température et de la matrice (yag ou verres de diverses constitutions). A 300 K, on peut poser $\Delta \nu = 2\pi \Delta \omega \sim 2 \, 10^{11} \, \text{Hz}$ pour le yag et $10^{13} \, \text{Hz}$ pour les verres.

La constante de temps, t_{sp} , dépend également de l'environnement des ions Nd³⁺. Elle est de l'ordre de $3 \, 10^{-4}$ s à $6 \, 10^{-4}$ s pour les verres et de l'ordre de 5, $5 \, 10^{-4}$ s pour le yag. De même, la constante de temps du niveau supérieur (t_b , tel que $1/t_b = 1/t_{sp} + 1/t_{b0}$) dépend de la constitution de la matrice et de la concentration en néodyme. Elle reste de l'ordre de $1/t_{sp}$.

Ces ordres de grandeur permettent d'estimer l'intensité de saturation :

$$I_s \sim \frac{\hbar\omega_0^3}{\pi^2 c^2} \Delta \omega = 8\pi \frac{2\pi\hbar n^2}{c_0^2} \nu_0^3 \Delta \nu \sim 180 \,\mathrm{W \, cm^{-2}}$$

avec $n \sim 1, 5$ pour le yag.

2- Laser hélium-néon. Le laser hélium-néon (He-Ne) est un laser à gaz. Dans une ampoule, on scelle un mélange des ces deux gaz sous une faible pression, 1 Torr pour l'hélium et 0, 1 Torr pour le néon (1Torr = 1 mm de mercure $\simeq 136$ Pa).

Les niveaux d'énergie utiles sont représentés sur la figure 3.



Une décharge électrique produit des électrons qui excitent l'hélium. Ces atomes se désexcitent vers deux niveaux d'énergie où, en l'absence de collisions, ils stationneraient "longtemps" ($5 \, 10^{-6}$ s pour le niveau supérieur, 10^{-4} s pour le niveau inférieur). Dans les collisions, les atomes d'hélium transfèrent leur énergie interne au néon dans deux états de même énergie interne. L'ensemble de ces processus constitue le mécanisme de pompage du néon.

Trois raies lasers peuvent être utilisées (voir figure 1).

La raie $\lambda = 633$ nm est obtenue entre le niveau $|b\rangle$ et le niveau $|a\rangle$ avec, dans ce cas, $t_{0a} \sim 10^{-8}$ s $< t_{sp} \sim 10^{-7}$ s. La condition nécessaire pour réaliser un milieu amplificateur est donc réalisée. Il en va de même pour les autres raies mentionnées.

15.4 Conclusion

Il existe de nombreux autres milieux amplificateurs et bien des systèmes et des astuces de pompage. Citons le laser à ammoniac (qui est un maser), le laser à CO_2 où les modes de vibration de la molécule sont utilisés, le laser à argon aux multiples raies, les lasers chimiques, les diodes lasers, les lasers à colorants, etc.

Les applications des lasers sont multiples (métrologie, télémétrie, transfert d'informations, analyse moléculaire des gaz, soudure, gravure, médecine, etc.). Le choix du

Conclusion

milieu amplificateur dépend des propriétés recherchées : longueur d'onde, puissance, qualités du faisceau lumineux, etc.

Milieux amplificateurs

Chapitre 16 LES OSCILLATEURS OPTIQUES

16.1 Introduction

Pour éviter de mettre en oeuvre des barreaux amplificateurs de très grande longueur, on contraint la lumière à effectuer des allers et retours dans le même milieu amplificateur. Pour ce faire on piège la lumière dans une cavité optique de Fabry et Perot (voir par exemple la figure 1).

En un aller et retour, la lumière est amplifiée; la cavité présente cependant des pertes (absorption, diffusion, lumière extraite, etc.).



Au début, si l'amplification est supérieure aux pertes, l'énergie lumineuse s'élève dans la cavité. Le milieu se sature (le gain diminue), les pertes augmentent et un régime permanent s'instaure, dans lequel la puissance perdue est égale à la puissance produite par amplification. On dispose alors d'une source optique. Le dispositif constitue un **oscillateur optique** que l'on appelle un "**laser**".

[[Lorsque le milieu amplificateur n'enregistre aucune inversion de population notable (à l'équilibre thermodynamique par exemple) la cavité est appelée "cavité passive". Dans le cas contraire, c'est une "cavité active".]]

16.2 Diffraction de la lumière

La cavité doit être stable; cela signifie que l'énergie lumineuse doit rester piégée dans la cavité, même si les miroirs terminaux subissent de petits déplacements. De façon plus générale, toute modification infinitésimale doit s'atténuer spontanément dans une cavité stable. On vérifie aisément qu'une cavité dont les miroirs terminaux sont des miroirs plans n'est pas une cavité stable. Dans les cavités utilisées, l'un des deux miroirs au moins est sphérique. Le modèle d'une cavité formé de deux miroirs rigoureusement plans et parallèles suffit cependant à l'étude des principes et des ordres de grandeurs. Nous utiliserons donc ce modèle par la suite.

Le rayonnement piégé dans une cavité se décompose en modes. Dans les lasers les modes utilisés (ceux qui contiennent l'énergie lumineuse) construisent un faisceau lumineux présentant le plus souvent les caractéristiques suivantes. Le faisceau présente la symétrie de révolution par rapport à l'axe optique du système. Dans une section droite, l'intensité, I, est une fonction de la distance au centre, r, et de la position, x, de la section choisie le long de l'axe

$$I\sim \frac{2}{\pi}\frac{P}{w^2}\,e^{-2r^2/w^2}$$

où P est la puissance lumineuse tandis que w est une fonction de x dont la valeur minimale w_0 se situe "au col" ("waist" en Anglais, "waist" = "taille"). On peut considérer que w(x) représente le rayon de la tache lumineuse dans le plan d'abscisse x. En choisissant l'origine des x au col, l'angle de diffraction peut être estimé à w/x lorsque x est assez grand (voir fig. 2). De façon plus précise, on montre que le faisceau est quasiment cylindrique (w = cte) lorsque $|x| \leq \pi w_0^2/\lambda$ où λ est la longueur d'onde de la lumière, tandis que $w \simeq \frac{\lambda}{\pi w_0} x$ pour $x >> \pi w_0^2/\lambda$.





La divergence du faisceau provoque un étalement de la tache. La puissance lumineuse étant conservée, l'intensité diminue donc avec la distance au laser.

Pour les opérations de télémétrie Terre-Lune on utilise un laser yag dont la fréquence est doublée. La longueur d'onde de la lumière est donc $\lambda = 530$ nm. Pour diminuer la diffraction, on élargit le faisceau au moyen d'un système optique convenable. L'angle de diffraction reste cependant de l'ordre de 5 10^{-6} rad. Sur la Lune, à la distance $D \simeq 380\,000$ km du laser, la tache de diffraction est un cercle dont le rayon est de l'ordre de 380 $000 \times 5\,10^{-6} \simeq 2$ km.

Le laser utilisé émet périodiquement (avec la fréquence 10 Hz) des impulsions très brèves (140 ps) afin que leur émission puisse être datée avec précision. Les photons émis se répartissent sur la tache de rayon 2 km et illuminent un réflecteur dont la surface n'excède pas 1 m². La proportion de photons réfléchis est donc inférieure à $\frac{1}{\pi (2 \, 10^3)^2} = 8 \, 10^{-8}$

dans le cas ou le réflecteur est normal à la ligne de tir. La réflexion s'accompagne d'une nouvelle diffraction car on peut considérer que la lumière réfléchie traverse un diaphragme aux dimensions du réflecteur lunaire $(d \sim 1 \text{ m})^*$. L'angle de diffraction est alors de l'ordre de λ/d . La tache sur Terre présente donc une surface de l'ordre de $\pi \left(\frac{\lambda}{d} \times D\right)^2 \sim 10^5 \text{ m}^2$. Les photons sont collectés sur Terre par un téléscope de diamètre 1, 5 m. La proportion de photons collectés après un aller et retour est donc de l'ordre de $8 10^{-8} \times \pi \times (1, 5/2)^2 / 10^5 \sim$ 10^{-12} . Les impulsions émises présentent une énergie de 150 10^{-3} J. L'énergie d'un photon est $h_P c_0/\lambda \simeq 4 10^{-19}$ J. Le nombre de photons émis est donc $\frac{150 10^{-3}}{4 10^{-19}} \simeq 4 10^{17}$ environ, le nombre de photons reçus en retour n'excède donc pas $4 10^5$. Cette estimation est très supérieure à la réalité car la diffraction a été sous estimée, les pertes de photons par diffusion et absorption par l'atmospère n'ont pas été considérées, etc; il n'est pas rare de ne recueillir qu'un écho tous les 10 tirs.

La durée du trajet est très bien connue (à 10 ps près) mais l'incertitude qui règne sur la durée de traversée de l'atmosphère ne permet pas de déterminer la distance Terre-Lune à mieux que 1 cm près environ.

16.3 Le modèle plan-plan

16.3.1 Généralités

Nous considérons une cavité de Fabry et Perot formée de deux miroirs plans parallèles. Soit L la distance entre les deux miroirs et ℓ la longueur parcourue par la lumière dans le milieu matériel d'indice n. Sauf mention contraire, nous supposons que l'indice n est réel. La longueur optique de la cavité est $L_{opt} = L + (n-1)\ell$.



Nous considérons des ondes lumineuses monochromatiques planes que nous décrivons comme des ondes scalaires, sous forme complexe. Cette description est acceptable dans divers cas : lorsque la lumière n'est pas polarisée ou lorsque le champ électrique de l'onde, \vec{E} , conserve une polarisation constante ($\vec{E} = E(t, \vec{r}) \cdot \vec{u}$ où \vec{u} est un vecteur unitaire donné). Dans ce dernier cas, le champ lumineux, Ψ , est choisi proportionnel à E. Dans tous les cas, on normalise Ψ de telle sorte que la densité d'énergie lumineuse soit égale à $|\Psi|^2/c$ où c est la célérité de la lumière dans le milieu considéré. L'intensité, I, est alors $|\Psi|^2$.

^{*}Plusieurs réflecteurs, de surface de l'ordre de $0,5 \text{ m}^2$ à 1 m^2 , ont été déposés sur la Lune. Ils sont constitués de coins de cube dont la propriété est de réfléchir la lumière dans la direction incidente quelle qu'elle soit (c'est le principe des cataphotes dont sont munis les automobiles par exemple).

Dans ces conditions, un champ lumineux progressif est décrit par la fonction

$$\Psi = \Psi_0 e^{-i(\omega t - nkx)} \tag{16.1}$$

où n est l'indice du milieu, ω la pulsation avec $k = \omega/c_0$. L'intensité lumineuse est alors

$$I = \Psi \Psi^{\dagger} = |\Psi|^2$$

Il est commode de représenter Ψ dans le plan complexe par un vecteur de norme $|\Psi|$ qui tourne avec la vitesse angulaire ω .

Une onde incidente ψ_i , tombe sur le miroir d'entrée M_1 ; l'onde réfléchie sur le miroir M_1 est ϕ . La cavité est parcourue en sens inverses par deux ondes Ψ et Φ , tandis que le miroir de sortie, M_2 , laisse échapper l'onde ψ . On néglige la réflexion des ondes Ψ et Φ sur les dioptres qui limitent le milieu matériel au sein de la cavité.

Sur les miroirs, les champs lumineux, Ψ et Φ , dépendent du temps. Le temps de propagation d'un miroir à l'autre est L_{opt}/c_0 ; il vient

$$\Psi_{M_2}(t) = \Psi_{M_1} \left(t - L_{opt}/c_0 \right) , \quad \Phi_{M_2}(t) = \Phi_{M_1} \left(t + L_{opt}/c_0 \right)$$
(16.2)

En considérant des ondes de pulsation ω (du type de celles décrites par la relation 16.1), ces relations s'écrivent

$$\Psi_{M_2}(t) = \Psi_{M_1}(t) \cdot e^{ikL_{opt}}, \quad \Phi_{M_2}(t) = \Phi_{M_1}(t) \cdot e^{-ikL_{opt}}$$
(16.3)

Soient r_1, r_2, t_1 et t_2 les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude de chacun des deux miroirs. On obtient

$$\Psi_{M_1}(t) = t_1 \psi_i(t) + r_1 \Phi_{M_1}(t) , \quad \Phi_{M_2}(t) = r_2 \Psi_{M_2}(t)$$

$$\psi_{M_2}(t) = t_2 \Psi_{M_2}(t) , \quad \phi_{M_1}(t) = r_1 \psi_i(t) + t_1 \Phi_{M_1}(t)$$
(16.4)

Les relations 16.3 donnent

$$\psi_{M_{2}}\left(t\right) = \frac{t_{1}t_{2}e^{ikL_{opt}}}{1 - r_{1}r_{2}e^{2ikL_{opt}}} \cdot \psi_{i}\left(t\right)$$

Nous définissons le coefficient de transmission du Fabry-Perot en énergie, \mathcal{T} :

$$\mathcal{T} = \frac{\text{puissance transmise}}{\text{puissance incidente}} = \left|\frac{\psi_{M_2}}{\psi_i}\right|^2 = \frac{\left|t_1 t_2 e^{ikL_{opt}}\right|^2}{1 + \rho^2 - 2\rho\cos\theta}$$

Nous avons défini ρ et θ par la relation

$$\rho e^{i\theta} := r_1 r_2 e^{2ikL_{opt}}$$
 où ρ est réel et positif

Remarquons que dans le cas de la cavité de la figure 1 où le miroir M_1 est complètement réfléchissant, il vient $t_1 = 0$ et $\rho = |r_2 e^{2ikL_{opt}}|$.

16.3.2 La cavité passive

L'indice *n* étant réel, il en va de même de kL_{opt} . On en déduit $|\psi_{M_2}(t)| = |\psi_{M_1}(t)|$ et $|\Phi_{M_2}(t)| = |\Phi_{M_1}(t)|$; le modèle considéré est un modèle sans pertes dans la cavité (pas de diffusion par le milieu d'indice *n*); les seules pertes proviennent de la transmission vers l'extérieur par les miroirs M_1 et M_2 .

166

Posons

$$r_1 = |r_1| e^{i\alpha_1}$$
 et $r_2 = |r_2| e^{i\alpha_2}$

où α_1 et α_2 sont réels. Nous pouvons alors exprimer θ sous la forme

$$\theta = \frac{4\pi L_{opt} \nu}{c_0} + \alpha \text{ avec } \alpha = \alpha_1 + \alpha_2$$

où ν est la fréquence lumineuse. Nous représentons ci-dessous la fonction d'Airy, $\theta \mapsto \mathcal{T}/\mathcal{T}_0$ où \mathcal{T}_0 est la valeur maximale de \mathcal{T} :

$$\frac{\mathcal{T}}{\mathcal{T}_0} = \frac{\left(1 - \rho_P\right)^2}{1 + \rho_P^2 - 2\rho_P \cos\theta} \text{ avec } \rho_P = |r_1 r_2|$$

L'indice "P" utilisé dans le terme ρ_P rappelle que nous considérons ici la cavité passive.



Les maxima de la fonction d'Airy sont obtenus pour les valeurs ν_N de la fréquence telles que $\theta = 2N\pi$ (où N est entier). Les valeurs de résonance ν_N sont séparées de $\delta\nu = \frac{c_0}{2L_{opt}}$

Au voisinage d'une valeur de résonance la courbe présente une largeur à mi hau-
teur
$$\Delta \nu_P$$
. Lorsque ρ_P est voisin de l'unité, c'est à dire lorsque les pertes sont faibles, il
vient $\Delta \nu_P \simeq \frac{c_0 (1 - \rho_P)}{2\pi L_{opt}}$

On définit la **finesse** de la cavité passive, F:

finesse =
$$F := \frac{\delta \nu}{\Delta \nu_P} \simeq \frac{\pi}{1 - \rho_P} >> 1$$

Les fréquences de résonance, ν_N , sont celles qui assurent une transmission maximale de la lumière. On vérifie en outre que ce sont celles pour lesquelles l'énergie stockée dans la cavité est maximale.

Soit \mathcal{E} l'énergie stockée dans la cavité à l'instant t et $\delta \mathcal{E}$ la perte d'énergie pendant le temps $1/\omega$ où $\omega = 2\pi\nu$ est la pulsation de la lumière. On caractérise la capacité de la cavité passive à conserver l'énergie stockée au moyen du **facteur de qualité** Q:

$$Q := \frac{\mathcal{E}}{\delta \mathcal{E}} >> 1$$

(16.6)

Pour déterminer les pertes, nous supposons que ψ_i s'annule brusquement. Les équations 16.2 et 16.4 impliquent

$$\begin{split} \Psi_{M_2}(t) &= \Psi_{M_1} \left(t - L_{opt}/c_0 \right) , \ \Phi_{M_2}(t) = \Phi_{M_1} \left(t + L_{opt}/c_0 \right) \\ \Psi_{M_1}(t) &= r_1 \Phi_{M_1}(t) , \ \Phi_{M_2}(t) = r_2 \Psi_{M_2}(t) \end{split}$$

On en déduit les relations

$$\Psi_{M_1}(t) = r_1 r_2 \Psi_{M_1} \left(t - 2L_{opt}/c_0 \right) , \quad \Phi_{M_1}(t) = r_1 r_2 \Phi_{M_1} \left(t - 2L_{opt}/c_0 \right)$$
(16.5)

Lorsque les pertes sont faibles et que la cavité se vide lentement de la lumière qu'elle contient, on peut considérer que le régime est quasi-stationnaire. Dans ces conditions, l'énergie contenu dans un cylindre de section S est $\mathcal{E} = \left(|\Phi_{M_1}|^2 + |\Psi_{M_1}|^2 \right) SL_{opt}/c_0$. Les relations 16.5 fournissent la loi de variation de l'énergie en fonction du temps

$$\mathcal{E}(t) = |r_1 r_2|^2 \mathcal{E}(t - 2L_{opt}/c_0) = \rho_P^2 \mathcal{E}(t - 2L_{opt}/c_0)$$

Pendant le temps $2L_{opt}/c_0$ l'énergie diminue donc de

$$\mathcal{E}\left(t - 2L_{opt}/c_0\right) - \mathcal{E}\left(t\right) = \left(1 - \rho_P^2\right) \mathcal{E}\left(t - 2L_{opt}/c_0\right) \simeq \left(1 - \rho_P^2\right) \mathcal{E}\left(t\right)$$

Pendant le temps $1/\omega$, les pertes sont $\delta \mathcal{E} = \frac{1}{\omega} \times \frac{c_0}{2L_{opt}} \times (1-\rho_P^2) \mathcal{E}$. Avec $(1-\rho_P) << 1$ il vient $(1-\rho_P^2) = (1+\rho_P)(1-\rho_P) \simeq 2(1-\rho_P)$. On en déduit $\delta \mathcal{E} \simeq \frac{1}{r} \frac{c_0}{r} (1-\rho_P) \mathcal{E}$, soit

$$Q \simeq \frac{\omega L_{opt}}{c_0 (1 - \rho_P)} = \frac{\nu}{\Delta \nu_p} \Big], \quad \boxed{\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 e^{-\omega t/Q} = \mathcal{E}_0 e^{-t/t_c}} \text{ avec } \boxed{t_c = \frac{Q}{\omega} = \frac{L_o}{c_0 (1 - \rho_P)}}$$

On peut exprimer également Q en fonction de F:

$$Q = F \times 2\frac{L_{opt}}{\lambda}$$

où $\lambda = c_0/\nu = 2\pi c_0/\omega$ est la longueur d'onde de la lumière dans le vide.

Pour fixer les idées donnons quelques ordres de grandeurs.

Avec les meilleurs miroirs que l'on sache faire en ce tout début du $21^{\grave{e}me}$ siècle, les pertes n'excèdent pas quelques ppm (parties par million). Un coefficient de réflexion, |r|, aussi élevé (tel que $1 - |r|^2 \sim 10^{-6}$) reste cependant exceptionnel, aussi considérons nous les valeurs numériques suivantes

$$\begin{array}{rcl} r_1 &=& r_2 = r = 0,9999 \implies \rho_P \simeq 0,9998 \\ \lambda &=& 500\, {\rm nm} \implies \nu = 6\,10^{14}\, {\rm Hz} \ {\rm et} \ \omega = 3,8\,10^{15}\, {\rm s}^{-1} \\ L_{opt} &=& 0,5\, {\rm m} = 50\, {\rm cm} \end{array}$$

On obtient

$$\begin{split} \delta\nu &= \frac{c_0}{2\,L_{opt}} = 3\,10^8\,\text{Hz} \\ Q &\simeq \frac{L_{opt}\,\omega}{c_0\,(1-\rho_P)} = 3\,10^{10} \ , \ \ F = \frac{\pi}{1-\rho_P} \simeq 16000 \\ \Delta\nu_P &= \nu/Q \simeq 2\,10^4\,\text{Hz et} \ \ t_c = \frac{Q}{\omega} = \frac{L_{opt}}{c_0\,(1-\rho_P)} = 8\,10^{-6}\,\text{s} \end{split}$$

168

Le modèle plan-plan

En négligeant les pertes autres que la transmission de lumière vers l'extérieur par les miroirs, il vient

$$|t_1|^2 = |t_2|^2 = 1 - |r|^2 = 1 - \rho_P \implies \mathcal{T} = \frac{|t_1 t_2|^2}{(1 - \rho_P)^2} = 1$$
 à la résonance

Remarques : 1- En l'absence de pertes, la conservation de l'énergie lumineuse s'écrit $|r|^2 + |t|^2 = 1$ où r et t sont les coefficients de réflexion et de transmission du système considéré (miroir isolé ou Fabry-Perot). Cependant, au sein des milieux transparents la lumière est absorbée et diffusée; la diffusion intervient également sur chaque dioptre traversé. De façon très générale, c'est la relation $|r|^2 + |t|^2 < 1$ qui est satisfaite.

2- Les fréquences de résonance ne sont généralement pas stables. Les dérives thermiques, les vibrations mécaniques provoquent des variations de la longueur optique de la cavité. Les variations de fréquence correspondantes restent cependant très inférieures aux fréquences des ondes électromagnétiques.

16.3.3 La cavité active

Nous supposons maintenant que le milieu matériel est amplificateur. Il est donc caractérisé par un indice complexe. Les résultats précédents restent formellement les mêmes mais il convient d'effectuer les substitutions suivantes

$$\begin{array}{lll} n & \rightarrow & n^{c} = n + n' + in'' \text{ soit } e^{ikL_{opt}} \rightarrow e^{\gamma\ell/2} e^{ikL_{O}} \text{ avec} \\ \hline L_{O} = L + (n + n' - 1)\ell \ , \ \gamma/2 = -kn'' \\ r_{1}r_{2}e^{2ikL_{opt}} & \rightarrow & r_{1}r_{2} e^{\gamma\ell} e^{2ikL_{O}} = \rho \, e^{i\theta} \Longrightarrow \rho = \left| r_{1}r_{2} \, e^{\gamma\ell} \right| = \rho_{P} \, e^{\gamma\ell} \\ \left| r_{1}r_{2} \, e^{\gamma\ell} \right| & = & \boxed{\rho = \rho_{P} \, e^{\gamma\ell}} \ , \ \theta = \frac{4\pi L_{O} \, \nu}{c_{0}} + \alpha \end{array}$$

 L_O est la longueur optique de la cavité active tandis que γ est le gain linéaire défini ci-dessus en 13.7.

Les fréquences de résonance sont un peu modifiées. Elles passent de la valeur $(\nu_P)_N$ pour la cavité passive, à la valeur ν_N :

$$\nu_N = (\nu_P)_N \times \frac{L_{opt}}{L_O} \Rightarrow (\nu_P)_N - \nu_N = -n' \frac{\ell}{L_{opt}} \nu_N$$

La modification est très faible car $L_O - L_{opt} = n'\ell$ est généralement très inférieur à L_{opt} parce que n' est généralement très inférieur à l'unité (cf. la section 13.9); elle n'est cependant pas toujours négligeable.

Les relations 16.3 sont modifiées ainsi

$$\begin{split} \Psi_{M_2}(t) &= e^{\gamma \ell/2} \Psi_{M_1}(t) e^{ikL_O} , \ \Phi_{M_2}(t) = e^{-\gamma \ell/2} \Phi_{M_1}(t) e^{-ikL_O} \Rightarrow \\ \Psi_{M_2}(t) &= e^{\gamma \ell/2} \Psi_{M_1}(t - L_O/c_0) , \ \Phi_{M_1}(t) = e^{\gamma \ell/2} \Phi_{M_2}(t - L_O/c_0) \end{split}$$

Les pertes dans la cavité se calculent alors comme précédemment, en utilisant les conditions de réflexion. On obtient

$$\delta \mathcal{E} \simeq \frac{c_0}{2\omega L_O} \left(1 - \rho^2 \right) \, \mathcal{E}$$

où $\delta \mathcal{E}$ est l'énergie per due pendant le temps $1/\omega$ par la cavité lorsqu'elle contient l'énergie \mathcal{E} . Le système devient une source de lumière pour $\rho > 1$, c'est à dire $\rho_P e^{\gamma \ell} > 1$.

Le seuil de production de lumière est atteint lorsque $\gamma \geq \gamma_S$, avec $\rho_P e^{\gamma_S \ell} = 1$. La valeur γ_S du gain est celle pour laquelle l'amplification compense les pertes si bien que $\delta \mathcal{E} = 0$. La valeur γ_S est donc la valeur du gain en régime permanent. Les pertes étant faibles nous supposons $\rho_P \simeq 1$ soit $\ln \rho_P \simeq \rho_P - 1$. On en déduit

$$\gamma_S = -\frac{1}{\ell} \ln \rho_P \simeq \frac{1}{\ell} \left(1-\rho_P\right)$$

L'inversion de population correspondante se déduit de l'expression 13.11

$$\gamma_{S} = (N_{b} - N_{a})_{Seuil} \frac{c_{0}^{2}}{8\pi\nu_{0}^{2}} \cdot \frac{1}{n^{2}} \cdot \frac{1}{t_{sp}} \cdot g(\nu)$$

De la relation 16.6 nous déduisons

$$\gamma_S = \frac{1}{\ell} \frac{L_O}{c_0 t_c} \Rightarrow \left[(N_b - N_a)_{Seuil} \sim \frac{8\pi \nu_0^2 n^3}{c_0^3} \frac{t_{sp}}{t_c} \frac{L_O}{n\ell} \Delta \nu \right]$$
(16.7)

avec

$$t_c = \frac{L_O}{c_0 (1 - \rho_P)} \simeq \frac{L_{opt}}{c_0 (1 - \rho_P)} = \frac{Q}{\omega}$$
 (16.8)

. Nous avons supposé $|\nu - \nu_0| \lesssim \Delta \nu/2$ et nous avons posé $g(\nu) \sim 1/\Delta \nu$ (rappelons que $\Delta \nu$ est la largeur de la courbe de gain). Le rapport $\frac{n\ell}{L_O}$ est le coefficient de remplissage de la cavité. Il est égal à l'unité lorsque le milieu amplificateur rempli toute la cavité.

16.4 Le Laser

16.4.1 Généralités

La cavité précédente est autooscillante dès que l'on réalise la condition

$$N_b - N_a > (N_b - N_a)_{Seuil} \,.$$

Si cette condition est satisfaite, l'oscillateur peut démarrer de lui-même, un "bruit" suffit. La cavité est alors devenue un laser. Le mécanisme est semblable au mécanisme qui conduit à l'effet Larsen dans un circuit formé d'un micro, d'un amplificateur et d'un haut-parleur.

L'énergie dans la cavité croît, les pertes aussi et un régime permanent s'établit lorsque l'amplification compense exactement les pertes. L'inversion de population est alors $(N_b - N_a)_{Seuil}$ donné ci-dessus.

L'énergie se répartit généralement sur l'ensemble des modes dont la fréquence, ν , est située dans la largeur de la courbe de gain du milieu amplificateur :

$$|\nu - \nu_0| \lesssim \Delta \nu/2.$$

Nous représentons ci-dessous l'allure du spectre issu de l'oscillateur optique dans le cas d'un élargissement dû à l'agitation thermique. En abscisse nous portons la fréquence et l'intensité spectrale en ordonnée $(J(\nu) d\nu$ est l'intensité lumineuse dans la bande de fréquence $[\nu, \nu + d\nu]$).



Diverses méthodes existent pour sélectionner un seul mode (laser monomode) afin d'obtenir une source aussi monochomatique que possible. Cependant, dans certaines applications, ce sont des impulsions que l'on souhaite produire. Pour les construire, il est alors nécessaire de superposer de nombreux modes de fréquences différentes dont les différences de phases sont bien définies.

Considérons une cavité monomode. En régime permanent, les pertes étant exactement compensées, le facteur de qualité effectif est infini. Dans ces conditions, on peut penser que la largeur ultime des raies est $\Delta \nu = \nu/Q_{effectif} = 0$. En réalité il n'en est rien si l'on considère l'émission spontanée.



fig. 6

Dans la cavité, le champ lumineux en un point est représenté, dans le plan complexe (fig. 6), par le vecteur \overrightarrow{A} tel que $\overrightarrow{A} = |\psi| e^{-i\omega t}$. L'émission d'un photon par émission spontanée peut se décrire comme l'addition du vecteur $\delta \overrightarrow{A}$ au vecteur \overrightarrow{A} . La différence de phase $\delta \phi$, entre $\delta \overrightarrow{A}$ et \overrightarrow{A} est aléatoire (l'émission d'un photon par désexcitation stimulée se traduirait par l'addition d'un vecteur en phase avec \overrightarrow{A}). La phase du champ lumineux n'est cependant pas modifiée de façon notable car $\|\delta \overrightarrow{A}\| << \|\overrightarrow{A}\|$. Considérons le champ lumineux à deux instants, t_1 et t_2 . Si $t_2 - t_1$ est assez petit, le nombre de photons émis de façon spontanée est assez petit et la différence de phase $\Delta \varphi$ entre ces deux instants est pratiquement $\omega (t_2 - t_1)$. Ceci se produit pour $t_2 - t_1 \lesssim T_c$. Par contre, pour $t_2 - t_1 >> T_c$, la différence de phase $\Delta \varphi$ est égale à $\omega (t_2 - t_1) + \delta \varphi$ où $\delta \varphi$ est un terme aléatoire résultant de l'addition d'un très grand nombre de petits vecteurs $\delta \overrightarrow{A}$, dont la phase de chacun d'eux est aléatoire. La valeur de $\delta \varphi$, négligeable pour $t_2 - t_1 \lesssim T_c$, est comprise entre 0 et π pour $t_2 - t_1 >> T_c$; elle n'est donc pas nécessairement négligeable. Le temps T_c est appelé "temps d'autocorrélation". La largeur théorique, ultime, des raies est $\Delta \nu \sim 1/T_c$. On démontre la relation $\Delta \nu = \Delta \nu_P / N_{\phi}$ où $\Delta \nu_P$ est la largeur de raie de la cavité passive tandis que N_{ϕ} est le nombre de photons dans le mode considéré.

Dans la réalité, T_c est le plus souvent très inférieur à sa valeur théorique; on réalise cependant des lasers où le temps de corrélation est de l'ordre de la milliseconde (à comparer à $T_c < 10^{-9}$ s, souvent réalisé avec la lumière naturelle). Avec une telle source, on pourra produire des interférences avec des différences de marche, d, de plusieurs kilomètres tout en satisfaisant la condition nécessaire $d \ll c_0 T_c$.

Un autre aspect de la cohérence est la cohérence spatiale. Considérons une surface d'onde représentée sur la figure 2. Dans le cas idéal, la différence de phase entre deux points de cette surface est toujours nulle. L'onde présente alors la cohérence spatiale. En réalité, ce n'est jamais rigoureusement le cas. En effet, si le milieu amplificateur est hétérogène, on peut considérer que plusieurs ondes sont amplifiées par les divers éléments de volume homogènes du milieu. Ces ondes sont plus ou moins indépendantes, ce qui est une source de décohérence spatiale.

L'une des conséquences importantes de la cohérence spatiale est la faible diffraction du faisceau et la directivité qui en découle.

16.4.2 Ordres de grandeurs

1- Considérons la raie $\lambda = 633 \,\mathrm{nm}$ du laser **He-Ne** déjà étudié au paragraphe 15.3.2. Le laser est un laser à quatre niveaux caractérisé par les ordres de grandeur suivants :

$$\begin{split} \nu_0 &= c_0/\lambda = 4,7\,10^{14}\,\text{Hz} \;, \;\; t_{sp} \sim 10^{-7}\,\text{s} \;, \;\; T\simeq 300\,\text{K} \\ L_O &= \ell = 10\,\text{cm} \;, \;\; n\simeq 1 \;, \;\; \rho_P\simeq 0,98 \end{split}$$

La largeur de la courbe de gain est dominée par l'agitation thermique (cf. section 13.9) : $\Delta \nu \simeq \nu_0 \sqrt{\frac{2k_B T}{mc_0^2}}$ où k_B est la constante de Boltzmann et m la masse du néon

 $(m = 20 \times 1, 67 \, 10^{-27} \, \text{kg});$ ainsi $\Delta \nu \simeq 8 \, 10^8 \, \text{Hz}.$

Les relations 16.7 donnent les valeurs

$$t_c \simeq 1,7 \, 10^{-8} \,\mathrm{s} \,, \ (N_b - N_a)_{Seuil} \sim 10^{15} \,\mathrm{m}^{-3}$$

A la pression 0,1 Torr, en utilisant la loi des gaz parfaits, on trouve $N \sim 3 \, 10^{21} \, \mathrm{m}^{-3}$, ce qui implique $N >> (N_b - N_a)_{Seuil}$. Cette dernière relation est généralement satisfaite dans les lasers à quatre niveaux.

2- Considérons un second exemple, la raie $\lambda = 1060$ nm du **néodyme** dans une matrice de verre.

On donne les ordres de grandeurs suivants :

$$\begin{aligned} \nu_0 &= c_0 / \lambda = 2,8 \, 10^{14} \, \text{Hz} \,, \ t_{sp} \sim 3 \, 10^{-4} \, \text{s} \,, \ T \simeq 300 \, \text{K} \\ \ell &= 20 \, \text{cm} \,, \ n \simeq 1,5 \,, \ L_O = n\ell = 30 \, \text{cm} \,, \ \rho_P \simeq 0,98 \end{aligned}$$

A cette température, la largeur de la courbe de gain est de l'ordre de $\Delta\nu=6\,10^{12}\,{\rm Hz}.$ Nous obtenons

$$t_c \simeq 5 \, 10^{-8} \,\mathrm{s} \,, \ (N_b - N_a)_{Seuil} \sim 10^{22} \,\mathrm{m}^{-3}$$

Ce laser est un laser à quatre niveaux. En utilisant la relation 15.5, en régime permanent il vient

$$N_b - N_a = \frac{R_b \left(t_{sp} - t_{a0} \right)}{1 + W \, t_{sp}}$$

Le Laser

avec $W = \frac{\pi^2 c_0^3}{\hbar \omega_0^3} \cdot \frac{1}{n^3} \cdot \frac{1}{t_{sp}} \cdot f(\omega) \times u$ (cf. l'expression 13.13). Ici les deux ondes Φ et Ψ contribuent à la densité d'énergie : $u = (I_{\Phi} + I_{\Psi})/c$ avec $c = c_0/n$. Dans les conditions considérées (faibles pertes) il vient $I_{\Phi} \simeq I_{\Psi}$. On appelle I cette valeur commune : u = 2I/c. En utilisant la relation 15.6 on obtient alors l'expression de I_s :

$$N_b - N_a = \frac{R_b \left(t_{sp} - t_{a0} \right)}{1 + 2I/I_s} \text{ avec } \frac{1}{I_s} = \frac{\pi^2 c^2}{\hbar \omega_0^3} f\left(\omega \right) \Rightarrow I_s \sim 5 \, 10^7 \, \mathrm{W \, m^{-2}}$$

Supposons, pour simplifier, que le miroir M_1 de la figure 2 soit parfaitement réfléchissant. Dans ces conditions il vient $|r_1| = 1$ et $\rho_P = |r_2|^2 = 0,98$. On en déduit $I \simeq I_{\Psi} = I_{\psi} / (1 - |r_2|^2) = 50 I_{\psi}$ où I_{ψ} est l'intensité du faisceau émis. Nous voulons que le laser soit monomode et dispose de la puissance

 $100 \,\mathrm{mW} = 0,1 \,\mathrm{W}$. En admettant que la section du faisceau soit de l'ordre de $8 \,\mathrm{mm}^2$, l'intensité qui circule entre les deux miroirs est

$$I = 50 \times \frac{0,1}{8 \, 10^{-6}} = 6,25 \, 10^5 \, \mathrm{W \, m^{-2}} << I_s$$

En régime permanent, il vient $N_b - N_a = (N_b - N_a)_{Seuil}$. Nous utilisons les relations $t_{a0} \ll t_{sp}$ et $I \ll I_s$, ainsi que l'expression 16.7 :

$$(N_b - N_a)_{Seuil} \sim \frac{8\pi\nu_0^2 n^3}{c_0^3} \frac{t_{sp}}{t_c} \frac{L_O}{n\ell} \Delta\nu \sim 10^{22} \,\mathrm{m}^{-3} \simeq R_b t_{sp}$$

Avec $t_{sp} \sim 3 \, 10^{-4} \, \text{s}$ on obtient $R_b \sim 3 \, 10^{25} \, \text{m}^{-3} \, \text{s}^{-1}$.

La puissance minimale nécessaire pour assurer ce niveau de pompage est $P_S = 2\pi\hbar\nu_0 R_b \times V$ où V est le volume du milieu amplificateur ($V \simeq 8 \,\mathrm{mm}^2 \times 20 \,\mathrm{cm}$):

$$\frac{P_S}{V} \sim \frac{16\pi^2 \hbar \nu_0^3 n^3}{c_0^3} \frac{1}{t_c} \frac{L_O}{n\ell} \,\Delta\nu = \frac{2\pi \hbar \,\nu_0}{t_{sp}} \,(N_b - N_a)_{Seuil} \sim 6 \,\mathrm{W \, cm^{-3}}$$

En réalité la puissance à mettre en oeuvre est très supérieure.

Il faut pomper les atomes d'hélium du niveau fondamental (dont l'énergie est inférieur à \mathcal{E}_a) vers un niveau d'énergie \mathcal{E}_p , supérieur à \mathcal{E}_b . Supposons que l'énergie à mettre en jeu soit $2 \times 2\pi \hbar \nu_0$ par atome. On en déduit $P_1 = 2P_S$. Due à la transparence du milieu, seulement 10% de la lumière est absorbée $(P_2 = P_1/0, 1)$. Les photons absorbés ne donnent pas tous lieu à une transition atomique vers le niveau $|b\rangle$. Admettons une efficacité de 40% ($P_3 = P_2/0, 4$). Une faible proportion de la lumière de la pompe (10%) présente une fréquence dans la bande utile $(P_4 = P_3/0, 1)$. Enfin, le rendement de la conversion de l'énergie électrique en énergie lumineuse peut être estimée à 50% ($P_{el} = P_4/0, 5$). La puissance électrique par unité de volume, \overline{P}_{el} , à fournir peut être estimée :

$$\overline{P}_{el} \sim 6 \times 2 \times \frac{1}{0, 1 \times 0, 4 \times 0, 1 \times 0, 5} = 6 \,\mathrm{kW \, cm^{-3}}$$

La valeur 6 kW cm^{-3}, obtenue ici, est à comparer avec la valeur $P_L \sim 100 \, \rm kW \, cm^{-3}$ obtenue pour le laser à rubis (cf. l'expression 15.4). Avec $V \simeq 1,6\,\mathrm{cm}^3$, on obtient la puissance électrique : $P_{el} \simeq 10 \,\mathrm{kW}$.

Comparons le laser précédent avec un laser semblable dont la matrice du milieu amplificateur est le yag. Plus précisément nous considérons les valeurs suivantes

$$\begin{split} \nu_0 &= c_0/\lambda = 2,8\,10^{14}\,\text{Hz} \;, \;\; t_{sp}\sim 5,5\,10^{-4}\,\text{s} \;, \;\; T\simeq 300\,\text{K} \\ \ell &= 20\,\text{cm} \;, \;\; n\simeq 1,5 \;, \;\; L_O = n\ell = 30\,\text{cm} \;, \;\; \rho_P\simeq 0,98 \end{split}$$

 t_{sp} n'intervenant pas dans le calcul de P_S/V et les différentes grandeur étant les mêmes, la seule différence importante entre les deux lasers est la largeur $\Delta \nu$. Celle-ci passe de la valeur $6 \, 10^{12}$ Hz à la valeur $2 \, 10^{11}$ Hz qui est 30 fois plus petite. Il vient

$$(N_b - N_a)_{Seuil} = 10^{22} \,\mathrm{m}^{-3}/30 \Rightarrow \frac{P_S}{V} \sim \frac{6 \,\mathrm{W \, cm^{-3}}}{30} \,\mathrm{et} \,\overline{P}_{el} = \frac{6 \,\mathrm{kW \, cm^{-3}}}{30}$$

On appréciera l'importance de la matrice les lasers à solides.

16.4.3 Quelques applications

1- Les lasers monomodes stabilisés en fréquence sont utilisés dans les applications qui nécessitent une grande finesse de raie et une bonne cohérence (spatiale et temporelle) : holographie, analyse spectrale, métrologie, refroidissement optique, etc.

L'une des applications en est le gyrolaser. Dans ce type de laser, deux faisceau lumineux de même longueur d'onde λ , parcourent en sens inverses un même périmètre (un triangle par exemple).

Supposons pour simplifier que les rayons lumineux parcourent la circonférence d'un cercle de rayon R, immobile par rapport à un repère galiléen.

Il se forme une figure d'interférences dont l'interfrange est $a = \lambda/2$.



Lorsque le système est animé d'un mouvement de rotation autour de l'axe du cercle, les franges d'interférences restent fixes tandis que l'observateur tourne par rapport au repère galiléen. Appelons Ω la vitesse de rotation par rapport au repère galiléen.

L'observateur voit défiler une succession de franges brillantes et sombres. La fréquence de battement, ν_B , est $R\Omega/a$:

$$\nu_B = \frac{2 R \Omega}{\lambda}$$

Entre les instants t_1 et t_2 l'angle de rotation mesuré est θ

$$\theta = \int_{t_1}^{t_2} \Omega \, dt = n \frac{\lambda}{2R} \quad \text{avec} \quad n = \int_{t_1}^{t_2} \nu_B \, dt$$

n est le nombre de franges que l'observateur voit défiler entre t_1 et t_2 . L'incertitude de lecture est une fraction d'interfrange, correspondant à l'incertitude $\delta \theta < \frac{\lambda}{2R}$

Le Laser

Pour $\lambda = 500$ nm et R = 10 cm, on trouve $\delta\theta < 5 \, 10^{-6}$ rad.

L'intérêt des petites longueurs d'onde apparaît à l'évidence[†].

Bien que subissant à chaque tour une amplification destinée à les reproduire à l'identique, les ondes lumineuses ont des temps de cohérence finis et leur fréquence connaît des dérives thermiques et mécaniques. En outre, les deux ondes ne sont pas complètement indépendantes. Un couplage (faible mais génant) existe entre les deux ondes si bien que seules les vitesses de rotation $\Omega > \Omega_0$ peuvent être mesurées. Il est cependant possible de s'affranchir de ce couplage par divers dispositifs.

Les gyroscopes optiques sont d'un usage courant et concurrencent dans bien des cas les centrales à inertie traditionnelles. Les gyroscopes optiques les plus performants sont, aujourd'hui, limités par le bruit de photons[‡].

2- Dans certaines applications, la qualité du faisceau lumineux n'est pas d'une importance primordiale. C'est le cas de la soudure par exemple. La longueur d'onde de la radiation doit être choisie de telle sorte qu'elle soit absorbée par les deux éléments à souder (afin d'en élever la température jusqu'à la fusion). On utilise, par exemple, des lasers à CO_2 dont la longueur d'onde est $10, 6 \mu$ m. Une puissance de quelques kiloWatts est focalisée sur le point de soudure où se forme une tache lumineuse dont le diamètre est inférieur à 1 mm. Ces propriétés permettent une meilleure précision que la soudure traditionnelle dans de nombreux cas.

3- Pour certaines applications on souhaite produire des impulsions très brèves. Dans les recherches sur la fusion thermonucléaire controlée, par exemple, on concentre en un temps très court, sur une petite bille de verre qui contient le mélange explosif, l'énergie de plusieurs impulsions très puissantes.

Pour construire une impulsion courte contenant une grande énergie on peut opérer ainsi.

1. Dans un premier temps on pratique un pompage intense avec un facteur de qualité dégradé ($t_c = t_{1c}$ est petit). L'inversion de population atteint la valeur du seuil $(N_b - N_a)_{S1}$ donné par la relation 16.7.

L'inversion de population du seuil est inversement proportionnelle à t_c . La valeur de t_c étant petite, $(N_b - N_a)_{S1}$ atteint une valeur élevée.

On restaure la valeur du facteur de qualité $(t_c = t_{2c} >> t_{1c})$; alors commence la seconde phase du processus.

2. L'inversion de population en régime permanent est

$$(N_b - N_a)_{S2} = \frac{t_{c1}}{t_{c2}} (N_b - N_a)_{S1} << (N_b - N_a)_{S1}.$$

Ainsi, au début de la seconde phase, l'inversion de population est $(N_b - N_a)_{S1}$, très supérieur à celle du seuil $(N_b - N_a)_{S2}$ (qui correspond au fonctionnement en régime permanent). Il s'en suit une amplification de la lumière si intense que, non seulement elle compense les pertes mais qu'en outre elle produit une élévation de l'énergie dans la cavité. Dans le même temps, l'inversion de population diminue et avec elle l'intensité de l'amplification.

3. Lorsque l'énergie a atteint un maximum, on ouvre la cavité (t_c prend la valeur t_{3c} , de nouveau très petite); une impulsion dont l'énergie peut dépasser plusieurs dizaines de joules s'échappe alors. La cavité se vide en un temps de l'ordre de t_{3c} .

 $^{^{\}dagger}$ De très bons résultats ont également été obtenus avec des ondes de matière, à atomes froids.

[‡]Les photons arrivent de façon aléatoire (suivant une loi de Poisson en lumière cohérente) et des fluctuations naturelles de l'intensité sont inévitables. Ces fluctuations (interprétées comme un signal) constituent un bruit fondamental appelé "bruit de photons".

On remarque que t_c est supérieur à L_O/c_0 (cf. 16.8). Il est cependant possible de produire des impulsions de durée inférieures à L_O/c_0 . On dispose par exemple d'une fenêtre qui s'ouvre et se ferme pour laisser passer la lumière dans la cavité pendant un temps très bref, $\delta t \ll 2L_O/c_0$. Cette fenêtre s'ouvre périodiquement à intervalles de temps réguliers, $2L_O/c_0$, correspondant à un aller et retour de la lumière dans la cavité. Si on ne dispose que d'une seule fenêtre, deux impulsions peuvent se construire. Il est possible d'éliminer l'une d'entre elles au moyen d'une seconde fenêtre. Ainsi, une seule impulsion très brève, de durée δt , circule dans la cavité. L'efficacité de l'amplification, liée à l'inversion de population, ne se disperse donc pas pour amplifier plusieurs impulsions parasites. Une seule impulsion très brève est amplifiée. Plusieurs procédés sont disponibles pour réaliser les fenêtres nécessaires (voir la bibliographie).

Sans entrer dans les détail indiquons que l'on réalise des puissances moyennes de l'ordre de 1000 GW (= 10^{12} W = 1 Térawatt) avec des impulsions de quelques joules pendant quelques picosecondes.

Les lasers à impulsions ne nécessitent pas toujours les performances extrêmes que nous venons de mentionner. Le laser-Lune décrit précédemment (section 16.2) est un laser à impulsions périodiques de fréquence 10 Hz dont la puissance moyenne n'excède pas 1 GW pendant la durée d'une impulsion. En augmenter les performances ne modifierait pas les résultats car la principale source d'incertitudes ne provient pas des mesures mais de l'atmosphère.

Ce sont souvent des lasers à impulsions (de fréquence 10 Hz) qui sont également utilisés pour la soudure. Là encore il n'est pas nécessaire d'obtenir des performances extrêmes.