

Interaction milieux dilués rayonnement

Examen du 8 avril 2014

Les figures sont rassemblées en fin d'énoncé. On y trouvera également un formulaire.

Le but du problème est d'étudier sommairement une méthode de mesure de fréquences d'ondes électromagnétiques de haute précision due au physicien N. F. Ramsey (Prix Nobel 1989).

A Etude de l'expérience de Rabi

On effectue une expérience de résonance magnétique sur un jet atomique (ou moléculaire). Il s'agit de particules qui ont toutes la même vitesse \vec{v} de direction Oy . Il n'y a aucune collision, aucune interaction entre les atomes. *Il n'y a donc aucun phénomène de relaxation.*

Les atomes ont des moments magnétiques \vec{M} associés au moment cinétique \vec{J} tel que $j = \frac{1}{2}$. On suppose que $\gamma < 0$.

Les atomes traversent un appareil de Stern et Gerlach (SG1). Son rôle est de filtrer spatialement ceux qui sont dans l'état quantique $|+\rangle$ et ceux qui sont dans l'état $|-\rangle$ (suivant la base des états décrivant l'état de la projection du moment cinétique suivant l'axe Oz). SG1 ne laisse passer que les atomes dans l'état $|-\rangle$. Ils pénètrent alors (figure 1) dans un électroaimant où ils subissent le champ magnétique uniforme et constant $\vec{B}_0 = B_0 \vec{u}_z$ et un champ magnétique uniforme oscillant parallèlement à Ox :

$$\vec{B}(t) = 2B_1 \cos(\omega t) \vec{u}_x.$$

Le champ oscillant est appliqué sur la longueur ℓ .

I Traitement classique

- Justifier brièvement pourquoi on peut remplacer le champ oscillant $\vec{B}(t)$ par un champ $\vec{B}_1(t)$ de grandeur constante qui tournerait à la vitesse angulaire ω autour de Oz :

$$\vec{B}_1(t) = B_1 \cos(\omega t) \vec{u}_x + B_1 \sin(\omega t) \vec{u}_y.$$

- On propose d'étudier le mouvement de la grandeur $\langle \vec{M} \rangle$ dans les champs \vec{B}_0 et \vec{B}_1 .
 - Exprimer l'hamiltonien d'interaction des atomes dans l'espace où règne le champ magnétique $\vec{B}_0 + \vec{B}_1$ en fonction des opérateurs J_x , J_y et J_z . On notera $\omega_0 = -\gamma B_0$ et $\omega_1 = -\gamma B_1$. On définit de plus la fréquence de Rabi $\omega_e = \sqrt{(\omega - \omega_0)^2 + \omega_1^2}$.
 - Rappeler le théorème d'Erhenfest.
 - Rappeler les relations de commutations entre les opérateurs J_x , J_y et J_z .
 - Ecrire les équations différentielles satisfaites par les composantes $\langle M_x \rangle$, $\langle M_y \rangle$ et $\langle M_z \rangle$.
- A l'instant $t = 0$, les atomes pénètrent dans $\vec{B}_0 + \vec{B}_1$. On a alors :

$$\langle \vec{M}(0) \rangle = -\frac{\gamma \hbar}{2} \vec{u}_z = \mu_z \vec{u}_z$$

En utilisant le formulaire, calculer $\langle M_z \rangle$ à la sortie du dispositif $\vec{B}_0 + \vec{B}_1$, sachant que les atomes y restent un temps $\tau = \frac{\ell}{v}$.

- Les atomes du jet pénètrent alors dans le second dispositif de Stern et Gerlach (SG2) qui sépare les atomes $|+\rangle$ et $|-\rangle$. On mesure ainsi la proportion P_+ d'atomes dans l'état $|+\rangle$.
 - Exprimer $\langle M_z \rangle$ en fonction de γ , \hbar et des proportions P_+ et P_- d'atomes dans les états $|+\rangle$ et $|-\rangle$.
 - En déduire une expression de P_+ en fonction de ω_0 , ω_e , et τ .
- On suppose ω_1 fixé. Montrer brièvement que P_+ est maximale pour $\omega = \omega_0$ et calculer la valeur correspondante $P_+(\omega = \omega_0)$. Une démonstration graphique suffit, sans calcul de dérivée. Pour quelle valeur de ω_1 cette valeur maximale $P_+(\omega = \omega_0)$ est-elle la plus grande ?

II Etude quantique

L'état de l'atome à un instant t quelconque est décrit par :

$$|\psi(t)\rangle = \alpha(t)e^{-\frac{i\omega t}{2}} |+\rangle + \beta(t)e^{\frac{i\omega t}{2}} |-\rangle$$

1. Ecrire l'équation d'évolution pour un atome dans les champs $\vec{B}_0 + \vec{B}_1$ définis précédemment.
2. En déduire les équations différentielles satisfaites par $\alpha(t)$ et $\beta(t)$.
3. A l'instant $t = 0$, on a $\alpha(0) = 0$ et $\beta(0) = 1$. Calculer à la fin de l'expérience (au temps τ) la probabilité de trouver des atomes dans l'état $|+\rangle$. On utilisera le formulaire. Comparer à A.I.4.b.

B Etude quantique de l'expérience de Ramsey

Le dispositif de Ramsey diffère de celui de Rabi par le fait que le champ \vec{B}_1 est appliqué sur 2 zones de même longueur ℓ , séparées par la distance L (Fig. 2). On a donc 3 zones :

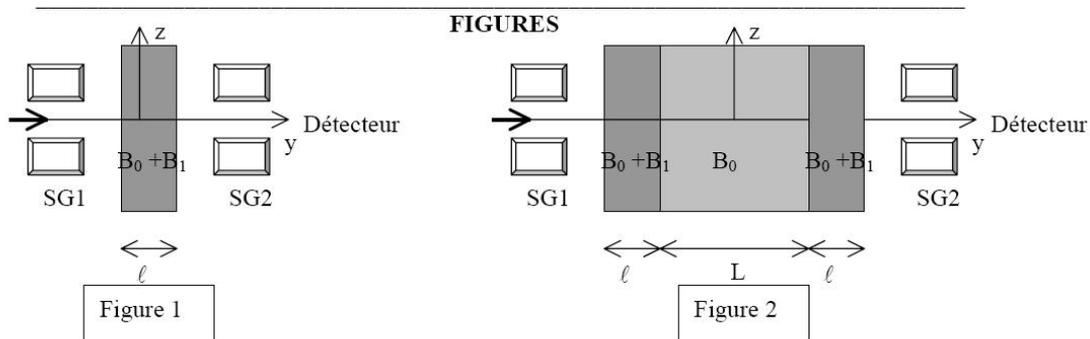
$$0 < y < \ell \quad \text{champs } \vec{B}_0 + \vec{B}_1 \quad \text{(I)}$$

$$\ell < y < \ell + L \quad \text{champs } \vec{B}_0 \quad \text{(II)}$$

$$\ell + L < y < 2\ell + L \quad \text{champs } \vec{B}_0 + \vec{B}_1 \quad \text{(III)}$$

En $y = 0$, les atomes sont dans l'état $|-\rangle$.

1. Ecrire l'équation d'évolution dans chacune des trois zones.
2. En déduire les équations différentielles satisfaites par α et β . On notera que $\omega_1 = 0$ dans la zone (II).
3. Calculer α et β à la sortie de la zone (I). On pose $\omega_1\tau = \omega_1\frac{\ell}{v} = \pi$ dans toute la suite. De plus, on suppose que $|\omega - \omega_1| \ll 1$ de sorte que $\omega_e\tau = \omega_1\tau = \pi$.
4. Calculer α et β à la sortie de la zone (II). On pose $T = \frac{v}{L} \gg \tau$.
5. Calculer α et β à la sortie de la zone (III) (utiliser le formulaire).
6. En déduire la probabilité d'avoir des atomes dans l'état $|+\rangle$. Montrer qu'elle dépend de $\omega - \omega_0$ suivant une forme qui rappelle les franges d'interférences à deux ondes (d'où le nom de *franges de Ramsey*).
7. Calculer l'interfrange en $\omega_0 - \omega$.



C Formulaire

On pose $\langle M_x(0) \rangle = \mu_x$, $\langle M_y(0) \rangle = \mu_y$ et $\langle M_z(0) \rangle = \mu_z$. Alors :

$$\langle M_z(t) \rangle = \frac{\omega_1}{\omega_e} \mu_y \sin(\omega_e t) + \frac{\omega_1^2 \mu_z + \omega_1(\omega - \omega_0) \mu_x}{\omega_e^2} \cos(\omega_e t) + \frac{(\omega - \omega_0)^2}{\omega_e^2} \mu_z - \frac{\omega_1(\omega - \omega_0)}{\omega_e^2} \mu_x.$$

Si $\alpha(t_0) = \alpha_0$ et $\beta(t_0) = \beta_0$ alors

$$\alpha(t) = \alpha_0 \cos \frac{\omega_e(t-t_0)}{2} + i \frac{(\omega - \omega_0)\alpha_0 - \omega_1\beta_0}{\omega_e} \sin \frac{\omega_e(t-t_0)}{2}$$
$$\beta(t) = \beta_0 \cos \frac{\omega_e(t-t_0)}{2} - i \frac{(\omega - \omega_0)\beta_0 + \omega_1\alpha_0}{\omega_e} \sin \frac{\omega_e(t-t_0)}{2}$$

Interaction milieux dilués rayonnement

Examen du 16 avril 2010

A Etude de l'expérience de Rabi
I Traitement classique

1. Le champ oscillant peut être remplacé par la superposition de deux champs tournant autour de l'axe Oz de sens de rotation opposé, c'est-à-dire de vitesse angulaire ω et $-\omega$:

$$\begin{aligned}\vec{B}(t) &= 2B_1 \cos(\omega t) \vec{u}_x \\ &= [B_1 \cos(\omega t) + B_1 \cos(\omega t)] \vec{u}_x \\ &\quad + [B_1 \sin(\omega t) - B_1 \sin(\omega t)] \vec{u}_y \\ &= B_1 \cos(\omega t) \vec{u}_x + B_1 \sin(\omega t) \vec{u}_y \\ &\quad + B_1 \cos(-\omega t) \vec{u}_x + B_1 \sin(-\omega t) \vec{u}_y\end{aligned}$$

2.

(a)

$$\begin{aligned}H &= -\vec{M} \cdot \vec{B} = -\gamma \vec{J} \cdot \vec{B} \\ &= -\gamma B_1 \cos(\omega t) J_x - \gamma B_1 \sin(\omega t) J_y - \gamma B_0 J_z \\ &= \omega_1 \cos(\omega t) J_x + \omega_1 \sin(\omega t) J_y + \omega_0 J_z\end{aligned}$$

(b)

$$\frac{d \langle \vec{M} \rangle}{dt} = \left\langle \frac{\partial \vec{M}}{\partial t} \right\rangle + \frac{1}{i\hbar} \langle [\vec{M}, H] \rangle$$

(c)

$$[J_x, J_y] = i\hbar J_z \qquad [J_y, J_z] = i\hbar J_x \qquad [J_z, J_x] = i\hbar J_y$$

d'où

$$[M_x, J_y] = i\hbar M_z \qquad [M_y, J_z] = i\hbar M_x \qquad [M_z, J_x] = i\hbar M_y$$

- (d) L'opérateur \vec{M} ne dépend pas explicitement du temps. Ainsi : $\left\langle \frac{\partial \vec{M}}{\partial t} \right\rangle = 0$.

$$\begin{aligned}\frac{d \langle M_x \rangle}{dt} &= \left\langle \frac{\partial M_x}{\partial t} \right\rangle + \frac{1}{i\hbar} \langle [M_x, H] \rangle \\ &= \frac{1}{i\hbar} \langle [M_x, \omega_1 \cos(\omega t) J_x + \omega_1 \sin(\omega t) J_y + \omega_0 J_z] \rangle \\ &= \frac{1}{i\hbar} \{ \omega_1 \cos(\omega t) \langle [M_x, J_x] \rangle + \omega_1 \sin(\omega t) \langle [M_x, J_y] \rangle + \omega_0 \langle [M_x, J_z] \rangle \} \\ &= \omega_1 \sin(\omega t) \langle M_z \rangle - \omega_0 \langle M_y \rangle\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{d \langle M_y \rangle}{dt} &= \left\langle \frac{\partial M_y}{\partial t} \right\rangle + \frac{1}{i\hbar} \langle [M_y, H] \rangle \\ &= \frac{1}{i\hbar} \langle [M_y, \omega_1 \cos(\omega t) J_x + \omega_1 \sin(\omega t) J_y + \omega_0 J_z] \rangle \\ &= \frac{1}{i\hbar} \{ \omega_1 \cos(\omega t) \langle [M_y, J_x] \rangle + \omega_1 \sin(\omega t) \langle [M_y, J_y] \rangle + \omega_0 \langle [M_y, J_z] \rangle \} \\ &= -\omega_1 \cos(\omega t) \langle M_z \rangle + \omega_0 \langle M_x \rangle\end{aligned}$$

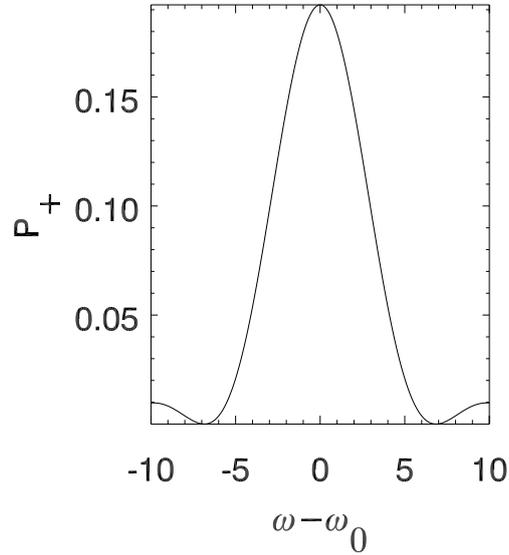


FIGURE 1 – Exemple d'évolution de la probabilité P_+ en fonction de $\omega - \omega_0$.

$$\begin{aligned}
 \frac{d\langle M_z \rangle}{dt} &= \left\langle \frac{\partial M_z}{\partial t} \right\rangle + \frac{1}{i\hbar} \langle [M_z, H] \rangle \\
 &= \frac{1}{i\hbar} \langle [M_z, \omega_1 \cos(\omega t) J_x + \omega_1 \sin(\omega t) J_y + \omega_0 J_z] \rangle \\
 &= \frac{1}{i\hbar} \{ \omega_1 \cos(\omega t) \langle [M_z, J_x] \rangle + \omega_1 \sin(\omega t) \langle [M_z, J_y] \rangle + \omega_0 \langle [M_z, J_z] \rangle \} \\
 &= \boxed{\omega_1 \cos(\omega t) \langle M_y \rangle - \omega_1 \sin(\omega t) \langle M_x \rangle}
 \end{aligned}$$

3. Appliquons le formulaire avec $\mu_x = \mu_y = 0$ et $\mu_z = -\frac{\gamma\hbar}{2}$.

$$\langle M_z(\tau) \rangle = -\frac{\gamma\hbar}{2} \left[\frac{\omega_1^2}{\omega_e^2} \cos(\omega_e \tau) + \frac{(\omega - \omega_0)^2}{\omega_e^2} \right].$$

4. (a) Par définition de la moyenne

$$\langle M_z \rangle = \frac{\gamma\hbar}{2} (P_+ - P_-)$$

- (b) Utilisons de plus que $P_+ + P_- = 1$. En multipliant cette égalité par $\frac{\gamma\hbar}{2}$ et en la sommant à l'égalité précédente, nous obtenons :

$$\langle M_z \rangle + \frac{\gamma\hbar}{2} = \gamma\hbar P_+$$

puis

$$\begin{aligned}
 P_+ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \left[\frac{\omega_1^2}{\omega_e^2} \cos(\omega_e \tau) + \frac{(\omega - \omega_0)^2}{\omega_e^2} \right] \\
 &= \frac{\omega_1^2}{2\omega_e^2} [1 - \cos(\omega_e \tau)] \\
 &= \boxed{\frac{\omega_1^2}{\omega_e^2} \sin^2\left(\frac{\omega_e \tau}{2}\right)}
 \end{aligned}$$

5. Graphiquement, nous pouvons montrer que quelque soit le choix de τ et ω_1 , le maximum de P_+ est toujours atteint pour $\omega = \omega_0$.

Lorsque $\omega = \omega_0$, nous avons $\omega_e = \omega_1$, et donc $P_+ = \sin^2\left(\frac{\omega_1 \tau}{2}\right)$. P_+ est donc maximale pour $\frac{\omega_1 \tau}{2} = \frac{\pi}{2}$

et donc $\boxed{\omega_1 = \frac{\pi}{\tau} = \frac{\pi v}{\ell}}$.

II Etude quantique

1. L'équation d'évolution est l'équation de Schrödinger :

$$\boxed{i\hbar \frac{d|\psi\rangle}{dt} = H|\psi\rangle}$$

2. Nous avons tout d'abord :

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{d|\psi\rangle}{dt} &= i\hbar \left[\frac{d(\alpha(t)e^{-\frac{i\omega t}{2}})}{dt} |+\rangle + \frac{d(\beta(t)e^{\frac{i\omega t}{2}})}{dt} |-\rangle \right] \\ &= i\hbar \left[\left(\frac{d\alpha}{dt} - \frac{i\omega}{2}\alpha \right) e^{-\frac{i\omega t}{2}} |+\rangle + \left(\frac{d\beta}{dt} + \frac{i\omega}{2}\beta \right) e^{\frac{i\omega t}{2}} |-\rangle \right] \end{aligned}$$

et d'autre part :

$$\begin{aligned} H|\psi\rangle &= [\omega_1 \cos(\omega t) J_x + \omega_1 \sin(\omega t) J_y + \omega_0 J_z] |\psi\rangle \\ &= \omega_1 \cos(\omega t) \left[\alpha(t) e^{-\frac{i\omega t}{2}} J_x |+\rangle + \beta(t) e^{\frac{i\omega t}{2}} J_x |-\rangle \right] \\ &\quad + \omega_1 \sin(\omega t) \left[\alpha(t) e^{-\frac{i\omega t}{2}} J_y |+\rangle + \beta(t) e^{\frac{i\omega t}{2}} J_y |-\rangle \right] \\ &\quad + \omega_0 \left[\alpha(t) e^{-\frac{i\omega t}{2}} J_z |+\rangle + \beta(t) e^{\frac{i\omega t}{2}} J_z |-\rangle \right] \\ &= \frac{\hbar}{2} \omega_1 \cos(\omega t) \left[\alpha(t) e^{-\frac{i\omega t}{2}} |-\rangle + \beta(t) e^{\frac{i\omega t}{2}} |+\rangle \right] \\ &\quad + \frac{\hbar}{2} \omega_1 \sin(\omega t) \left[i\alpha(t) e^{-\frac{i\omega t}{2}} |-\rangle - i\beta(t) e^{\frac{i\omega t}{2}} |+\rangle \right] \\ &\quad + \frac{\hbar}{2} \omega_0 \left[\alpha(t) e^{-\frac{i\omega t}{2}} |+\rangle - \beta(t) e^{\frac{i\omega t}{2}} |-\rangle \right] \end{aligned}$$

en utilisant

$$\begin{aligned} J_x |+\rangle &= \frac{\hbar}{2} |-\rangle & J_x |-\rangle &= \frac{\hbar}{2} |+\rangle \\ J_y |+\rangle &= i\frac{\hbar}{2} |-\rangle & J_y |-\rangle &= -i\frac{\hbar}{2} |+\rangle \end{aligned}$$

Regroupons les composantes suivant les kets $|+\rangle$ et $|-\rangle$.

$$\begin{aligned} H|\psi\rangle &= \frac{\hbar}{2} \left[\omega_1 \beta(t) e^{\frac{i\omega t}{2}} (\cos(\omega t) - i \sin(\omega t)) + \omega_0 \alpha(t) e^{-\frac{i\omega t}{2}} \right] |+\rangle \\ &\quad + \frac{\hbar}{2} \left[\omega_1 \alpha(t) e^{-\frac{i\omega t}{2}} (\cos(\omega t) + i \sin(\omega t)) - \omega_0 \beta(t) e^{\frac{i\omega t}{2}} \right] |-\rangle \\ &= \frac{\hbar}{2} \left\{ \left[\omega_1 \beta(t) e^{-\frac{i\omega t}{2}} + \omega_0 \alpha(t) e^{-\frac{i\omega t}{2}} \right] |+\rangle + \left[\omega_1 \alpha(t) e^{\frac{i\omega t}{2}} - \omega_0 \beta(t) e^{\frac{i\omega t}{2}} \right] |-\rangle \right\} \end{aligned}$$

L'équation d'évolution donne alors, en simplifiant respectivement par $\hbar e^{-\frac{i\omega t}{2}}$ et $\hbar e^{\frac{i\omega t}{2}}$

$$\begin{cases} i \frac{d\alpha}{dt} = \frac{\omega_0 - \omega}{2} \alpha(t) + \frac{\omega_1}{2} \beta(t) \\ i \frac{d\beta}{dt} = \frac{\omega_1}{2} \alpha(t) - \frac{\omega_0 - \omega}{2} \beta(t) \end{cases}$$

3. Nous utilisons le formulaire avec $\alpha_0 = 0$, $\beta_0 = 0$, et $t - t_0 = \tau$:

$$\alpha(\tau) = -i \frac{\omega_1}{\omega_e} \sin \frac{\omega_e \tau}{2}$$

puis :

$$\boxed{P_+ = \alpha(\tau) \alpha(\tau)^* = \frac{\omega_1^2}{\omega_e^2} \sin^2 \frac{\omega_e \tau}{2}}$$

Nous retrouvons ainsi le résultat obtenu en I.4.b.

B Etude quantique de l'expérience de Ramsey

1.

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{d|\psi\rangle}{dt} &= [\omega_1 \cos(\omega t) J_x + \omega_1 \sin(\omega t) J_y + \omega_0 J_z] |\psi\rangle && \text{Zone I} \\ i\hbar \frac{d|\psi\rangle}{dt} &= \omega_0 J_z |\psi\rangle && \text{Zone II} \\ i\hbar \frac{d|\psi\rangle}{dt} &= [\omega_1 \cos(\omega t) J_x + \omega_1 \sin(\omega t) J_y + \omega_0 J_z] |\psi\rangle && \text{Zone III} \end{aligned}$$

2. Reprenons le système d'équations obtenu en II.2. Pour la zone II, il suffit de reprendre les équations ci-dessus et d'appliquer que $\omega_1 = 0$. Attention, ne pas y appliquer $\omega = 0$, car nous travaillons dans le référentiel tournant.

$$\begin{aligned} \text{Zone I : } & \begin{cases} i \frac{d\alpha}{dt} = \frac{\omega_0 - \omega}{2} \alpha(t) + \frac{\omega_1}{2} \beta(t) \\ i \frac{d\beta}{dt} = \frac{\omega_1}{2} \alpha(t) - \frac{\omega_0 - \omega}{2} \beta(t) \end{cases} \\ \text{Zone II : } & \begin{cases} i \frac{d\alpha}{dt} = \frac{\omega_0 - \omega}{2} \alpha(t) \\ i \frac{d\beta}{dt} = -\frac{\omega_0 - \omega}{2} \beta(t) \end{cases} \\ \text{Zone III : } & \begin{cases} i \frac{d\alpha}{dt} = \frac{\omega_0 - \omega}{2} \alpha(t) + \frac{\omega_1}{2} \beta(t) \\ i \frac{d\beta}{dt} = \frac{\omega_1}{2} \alpha(t) - \frac{\omega_0 - \omega}{2} \beta(t) \end{cases} \end{aligned}$$

3. Nous utilisons le formulaire. Pour la zone I, les conditions initiales sont $\alpha_0 = 0$ et $\beta_0 = 1$. Ce qui permet d'obtenir :

$$\begin{cases} \alpha(\tau) = -i \frac{\omega_1}{\omega_e} \sin \frac{\omega_e \tau}{2} \\ \beta(\tau) = \cos \frac{\omega_e \tau}{2} - i \frac{\omega - \omega_0}{\omega_e} \sin \frac{\omega_e \tau}{2} \end{cases}$$

En utilisant de plus que $\omega_e \tau = \pi$ nous obtenons :

$$\begin{cases} \alpha(\tau) = -i \frac{\omega_1}{\omega_e} \\ \beta(\tau) = -i \frac{\omega - \omega_0}{\omega_e} \end{cases}$$

4. Nous utilisons le formulaire avec les valeurs $\omega_1 = 0$, $\omega_e = \omega - \omega_0 = \delta\omega$, $\alpha_0 = \alpha(\tau)$ et $\beta_0 = \beta(\tau)$. Nous avons tout d'abord :

$$\begin{cases} \alpha(T + \tau) = \alpha(\tau) \cos \frac{\delta\omega T}{2} - i \alpha(\tau) \sin \frac{\delta\omega T}{2} \\ \beta(T + \tau) = \beta(\tau) \cos \frac{\delta\omega T}{2} + i \beta(\tau) \sin \frac{\delta\omega T}{2} \end{cases}$$

soit

$$\begin{cases} \alpha(T + \tau) = -i \frac{\omega_1}{\omega_e} \left[\cos \frac{\delta\omega T}{2} + i \sin \frac{\delta\omega T}{2} \right] \\ \beta(T + \tau) = -i \frac{\delta\omega}{\omega_e} \left[\cos \frac{\delta\omega T}{2} - i \sin \frac{\delta\omega T}{2} \right] \end{cases}$$

5. Nous utilisons à nouveau le formulaire sans oublier que $\omega_e \tau = \pi$ si bien que :

$$\begin{cases} \alpha(T + 2\tau) = i \frac{\delta\omega \alpha(T + \tau) - \omega_1 \beta(T + \tau)}{\omega_e} \\ \beta(T + 2\tau) = -i \frac{\delta\omega \beta(T + \tau) + \omega_1 \alpha(T + \tau)}{\omega_e} \end{cases}$$

ce qui donne :

$$\begin{cases} \alpha(T + 2\tau) = 2i \frac{\delta\omega \cdot \omega_1}{\omega_e^2} \sin \frac{\delta\omega T}{2} \\ \beta(T + 2\tau) = -\cos \frac{\delta\omega T}{2} + i \frac{\delta\omega^2 - \omega_1^2}{\omega_e^2} \sin \frac{\delta\omega T}{2} \end{cases}$$

Nous pouvons vérifier que la somme des probabilités vaut bien $\alpha\alpha^* + \beta\beta^* = 1$.

6. La probabilité $P(T + 2\tau)$ d'avoir les atomes dans l'état $|+\rangle$ vaut :

$$P(T + 2\tau) = 4 \frac{\omega_1^2 \delta \omega^2}{\omega_e^4} \sin^2 \frac{\delta \omega T}{2}$$

Elle dépend de manière sinusoidale de $\delta\omega$, comme dans le cas d'une interférence à deux ondes.

7. L'interfrange $\Delta\omega$ dépend du temps T passé dans le *noir*, c'est-à-dire dans la zone II où règne uniquement le champ \vec{B}_0 :

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Cette méthode de deux deux passages successifs dans la zone où règne le champ \vec{B}_1 permet de déterminer beaucoup plus précisément la fréquence ω_0 , puisque $\frac{1}{T} \ll \frac{1}{\tau}$, et d'obtenir ainsi des horloges atomiques beaucoup plus précises.