

Licence de Physique Appliquée aux Sciences de la Vie et de la Planète

LP 343 Lumière et couleurs 1

Epreuve du 28 septembre 2007

Durée : 2 heures

Aucun document autorisé

I. Structure de l'onde plane monochromatique plane dans le vide

On considère une onde électromagnétique se propageant dans le vide, et dont le champ électrique est de la forme:

$$\vec{E} = E_0 \exp[i(\omega t - kx)] \vec{u}_z$$

où E_0 est une constante.

1. Expliquer pourquoi cette onde est une onde plane, transverse, monochromatique.
2. Donner l'expression de son vecteur d'onde $\vec{k}$.
3. Montrer qu'elle vérifie l'équation de Maxwell-Gauss.
4. Exprimer k en fonction de ω . Justifier cette relation.
5. Donner l'expression du champ magnétique associé $\vec{B}$. Justifier votre résultat.
6. Calculer la densité volumique d'énergie associée à cette onde, ainsi que sa valeur moyenne temporelle.
7. Calculer le vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ associé à cette onde ainsi que sa moyenne temporelle $\langle \vec{\Pi} \rangle$.
8. Application numérique: on considère un laser hélium néon de puissance 2 mW à 632,8 nm. On suppose qu'il émet un faisceau cylindrique de rayon 0,5 mm. Calculer la valeur moyenne du vecteur de Poynting, la valeur moyenne de la densité volumique d'énergie, ainsi que les amplitudes des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ associés.

II. Onde électromagnétique dans un métal

On considère un métal parfait qui remplit tout le demi-espace $z > 0$. La densité volumique de charges ρ est nulle dans le métal. La densité volumique de courant $\mathbf{j}$ est liée au champ électrique $\mathbf{E}$ par la loi d'Ohm $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$, où σ est la conductivité.

1. Ecrire les équations de Maxwell dans le métal.
2. On considère dans la suite une onde électromagnétique plane, harmonique de pulsation ω et de vecteur d'onde $\mathbf{k} = k \mathbf{u}_z$. Son champ électrique s'écrit en notation complexe $\mathbf{E}(z > 0, t) = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \mathbf{u}_x$.
 - a) Réécrire les équations de Maxwell.

b) On se place dans un domaine de fréquences tel que $\frac{\epsilon_0 \omega}{\sigma} \ll 1$. Simplifier les équations de Maxwell.

c) Montrer que la relation de dispersion de l'onde dans le métal s'écrit

$$k = \sqrt{\frac{\mu_0 \sigma \omega}{2}} (1 - i).$$

d) Ecrire l'expression réelle du champ $\mathbf{E}$.

3. Montrer que l'onde est amortie sur une distance caractéristique $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma \omega}}$.

4. Montrer que le champ magnétique a pour expression réelle

$$\mathbf{B} = \frac{\sqrt{2}}{\omega \delta} E_0 \mathbf{u}_y \exp\left(-\frac{z}{\delta}\right) \cos\left(\omega t - \frac{z}{\delta} - \frac{\pi}{4}\right).$$

Commenter les différences de structure entre l'onde électromagnétique dans un métal et l'onde électromagnétique dans le vide.

5. Ecrire l'expression du vecteur de Poynting Π dans le métal.

a) Donner l'expression de la distance caractéristique d'amortissement du vecteur de Poynting en fonction de δ

b) Comment l'énergie de l'onde incidente est-elle consommée ?