

## TD N°7 & 8 : Diffraction et réseaux

### I. Diffraction à l'infini par une fente (a,b) et apodisation.

1. Rappeler, en précisant la signification des symboles utilisés, quelle est l'expression de l'intensité diffractée à l'infini (ou dans le plan focal d'une lentille de collection) dans une direction  $(\alpha, \beta)$  par une ouverture rectangulaire (a,b) éclairée par une onde plane monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$  en incidence normale. Comment est modifiée l'expression précédente si l'onde plane incidente arrive sur l'ouverture en suivant une direction  $(\alpha_0, \beta_0)$  ?
2. Dans quelles directions peut-on observer des maxima d'intensité ? Des minima nuls ?
3. On veut calculer les intensités des maxima secondaires pour les comparer à l'intensité du maximum principal. Quelle condition doit-on respecter pour se trouver à un maximum secondaire ? Comparer les largeurs des maxima principal et secondaires.  
Quelle est la largeur totale à mi-hauteur, dans chaque direction, du maximum principal ?

On augmente maintenant considérablement la longueur de la fente ( $b \rightarrow \infty$ ) et on place devant celle-ci (dans son plan) un écran dont le facteur de transmission est tel que :

$$\begin{aligned} T(x,y) &= 0 & \text{si} & & |x| &\geq a/2 \\ T(x,y) &= 1 + 2x/a & \text{si} & & -a/2 \leq x \leq 0 \\ T(x,y) &= 1 - 2x/a & \text{si} & & 0 \leq x \leq a/2 \end{aligned}$$

Eclairant le tout comme précédemment, déterminer l'intensité diffractée  $I(\alpha)$  dans la direction repérée par  $\alpha$ . Comparer en particulier le premier maximum secondaire à celui du cas précédent.

### II. Diffraction par deux fentes de Young.

Une onde plane monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$  arrive en incidence normale sur un écran opaque pris comme plan  $xOy$ , percé de deux fentes parallèles identiques de largeur  $a$ . Les fentes sont repérées par les positions de leurs centres  $x = \pm d/2$ .

1. En prenant comme origine des phases celle de l'onde en  $x = 0$ , quelle est l'expression de la phase de l'onde diffractée dans la direction du vecteur unitaire  $(\alpha, 0, \gamma)$  par des points de la fente situés à l'abscisse  $x$  ? Comment s'écrit l'amplitude complexe élémentaire  $dA$  diffractée par une bande de largeur  $dx$  située à l'abscisse  $x$  ?
2. Calculer alors l'amplitude diffractée par l'ensemble des deux fentes dans la direction  $(\alpha, 0, \gamma)$ , puis l'intensité lumineuse dans la même direction.
3. Qu'observe-t-on sur un écran placé dans le plan focal d'une lentille convergente d'axe  $Oz$ , de distance focale  $f$  ? On repérera la distribution de l'intensité lumineuse  $I$  sur l'écran en fonction des coordonnées  $X, Y$  dans ce plan, parallèles à  $Ox$  et  $Oy$  dans le plan des fentes, en se limitant au voisinage de l'axe.
4. Si  $\lambda = 500$  nm,  $f = 60$  cm,  $a = 0,1$  mm et  $d = 1,2$  mm, représenter graphiquement  $I$  en fonction de  $X$ . Combien de franges d'interférences peut-on théoriquement dénombrer à l'intérieur de la tache centrale de diffraction ? Qu'observe-t-on si l'on effectue une translation des fentes dans le plan  $xOy$  ?

### III. Réseau « en échelette ».

1. Rappeler la condition à réaliser pour avoir un maximum principal de diffraction dans une direction faisant un angle  $\theta$  avec la normale au plan moyen d'un réseau par transmission de pas  $a$ , constitué par des fentes infiniment fines, éclairé sous une incidence  $i$ . Etablir la même condition dans le cas d'un réseau **par réflexion**.
2. On considère un réseau utilisé en réflexion dont le profil est constitué de  $N$  « dents de scie » formant des facettes à côtés perpendiculaires, la grande facette d'une dent de scie étant réfléchissante et inclinée d'un

angle  $\psi$  avec le plan moyen du réseau. Les facettes réfléchissantes constituent les éléments diffractants du réseau, elles sont séparées par des facettes perpendiculaires et opaques. Chaque dent de scie a une largeur totale égale à  $a$ . Ce réseau est éclairé par un faisceau de lumière parallèle de longueur d'onde  $\lambda$  dont l'incidence est normale aux grandes facettes. On observe la lumière diffractée dans les directions faisant un angle  $\alpha$  avec la normale aux grandes facettes. Calculer l'amplitude  $A(\alpha)$  diffractée dans la direction  $\alpha$  par l'une des facettes réfléchissantes.

3. Quelle sera l'amplitude diffractée dans la direction  $\alpha$  par l'ensemble des  $N$  fentes du réseau (numérotées de 0 à  $N-1$ ) ? Montrer que l'intensité diffractée est de la forme  $I(\alpha) = I_0 F(\alpha) R(\alpha)$ , où

$$F(\alpha) = \left[ \frac{\sin(\pi a \cos \psi \sin \alpha) / \lambda}{\pi a \cos \psi \sin \alpha / \lambda} \right]^2 \quad (\text{c'est la « fonction fente »})$$

et  $R(\alpha)$  est la « fonction réseau » de  $N$  fentes infiniment fines centrées sur les facettes réfléchissantes.

4. Quelle condition écrire pour que la direction d'observation normale aux plans des facettes ( $\theta = \psi$ ,  $\alpha = 0$ ) corresponde à un maximum principal de diffraction d'ordre donné  $k = k_0$  ? On comparera la valeur de la fonction de diffraction  $F(\alpha)$  pour  $k = k_0$  et pour  $k \neq k_0$  dans l'approximation où  $\alpha$  est petit.

#### IV. Ordres et pouvoir de résolution d'un réseau.

On éclaire un réseau plan par transmission, sous incidence normale, par un faisceau parallèle de lumière blanche (le spectre visible s'étend de  $\lambda_1 = 400$  nm à  $\lambda_2 = 800$  nm). La largeur du réseau est de 4 cm, il comporte  $n = 200$  traits par mm.

1. Quelles sont la position angulaire et l'étendue angulaire des spectres d'ordre 1, 2 et 3. A quelle distance de l'ordre zéro pourra-t-on les observer dans le plan focal d'une lentille de 50 cm de focale ?
2. Pour quelle longueur d'onde dans le spectre d'ordre 2 commence le spectre d'ordre 3 ?
3. Dans quels ordres peut-on séparer, selon le critère de Rayleigh, les deux raies jaunes du « doublet du sodium » de longueurs d'onde 589,0 et 589,6 nm, sachant que la demi-largeur angulaire d'un pic principal est donnée par  $\Delta(\sin \theta) = \lambda / L$  ?
4. Quel doit être le nombre minimal de fentes du réseau pour que cette séparation soit possible dans le premier ordre ?