

Chapitre 6

Lames d'air, coin d'air et Fabry-Pérot

6.1 La lame d'air

Un dioptré, c'est-à-dire la séparation entre deux milieux d'indices n_1 et n_2 différents partage une onde incidente d'amplitude $\underline{a}_i$ en une onde réfléchie $\underline{a}_r$ et une onde transmise $\underline{a}_t$. Il existe une relation entre les différentes amplitudes :

$$\underline{a}_r = r_{1 \rightarrow 2} \underline{a}_i \quad ; \quad \underline{a}_t = t_{1 \rightarrow 2} \underline{a}_i$$

Remarques :

- $r_{1 \rightarrow 2} \neq r_{2 \rightarrow 1}$ et $t_{1 \rightarrow 2} \neq t_{2 \rightarrow 1}$
- $r_{1 \rightarrow 2} > 0$ si $n_1 > n_2$ et $r_{2 \rightarrow 1} < 0$ si $n_1 < n_2$. Dans ce cas la réflexion induit un déphasage de π ou une différence de marche de $\lambda/2$.

Une lame à face parallèle ou une lame d'air est composée de deux surfaces partiellement réfléchissantes, planes et parallèles l'une à l'autre. L'onde primaire va se diviser en deux parties qui suivent des trajectoires différentes puis que l'on recombina pour faire interférer. Ce type d'interféromètre constitue la seconde classe d'interféromètres avec la classe des diviseurs de front d'ondes : les diviseurs d'amplitude.

6.1.1 Source ponctuelle à l'infini

Considérons un rayon lumineux arrivant sur la lame d'air depuis une source ponctuelle monochromatique à l'infini : il donne naissance à un rayon réfléchi sur la première surface réfléchissante et un rayon sur la deuxième surface réfléchissante. Plusieurs autres réflexions internes peuvent se produire.

On suppose dans un premiers temps que les coefficients de réflexion sont faibles et que le coefficient de transmission est proche de 1. On peut donc ne considérer que les interférences entre les deux premiers faisceaux réfléchis. On peut aussi admettre que l'amplitude des deux faisceaux est la même hors différence de phase (les modules de leurs amplitudes sont égaux). Ces deux rayons émergent parallèlement et interfèrent à l'infini. Soit i l'angle du rayon incident avec la normale à la lame. Calculons la différence de marche entre les rayons (1) et (2) en faisant apparaître une surface d'onde pour éliminer les contributions HM_∞ et KM_∞ qui sont égales. Alors :

$$\delta_{M,S} = (SM_\infty)_1 - (SM_\infty)_2 = (IJ) + (JK) - (IH) = IJ + JK - IH$$

Si e désigne l'épaisseur de la lame, on a :

$$e = IJ \cos i = JK \cos i ; IH = IK \sin i ; IK = 2e \tan i$$

Soit :

$$\delta_{M,S} = \frac{2e}{\cos i} - 2e \sin i \tan i = \frac{2e}{\cos i} - \frac{2e \sin^2 i}{\cos i} = \frac{2e(1 - \sin^2 i)}{\cos i}$$

Soit finalement :

$$\delta = 2e \cos i$$

L'intensité dans la figure d'interférence s'écrit alors simplement $I \propto \cos^2 \frac{\pi \delta}{\lambda}$. Suivant l'angle d'incidence de notre source ponctuelle nous aurons donc une interférence constructive ou destructive. C'est pour cette raison que l'on appelle cette figure d'interférence les *franges d'égale inclinaison*. Ces franges sont des cercles centrés sur la normale aux miroirs.

6.1.2 Utilisation d'une source étendue

Lorsque qu'une lame d'air est éclairée par une source étendue monochromatique, l'éclairement est uniforme presque partout dans l'espace (on dit que les franges se brouillent), sauf à l'infini. Les franges ne sont plus nettes que sur une surface, on dit qu'elles sont localisées. Les franges d'une lame d'air, éclairée par une source étendue sont localisées à l'infini.

Pour interpréter qualitativement le brouillage des franges presque partout, il faut se rappeler qu'une source étendue (S) ne peut pas être considérée comme une source cohérente. Par contre nous pouvons découper la source étendue en éléments de surface $d\sigma(P)$ centrés en un point courant P ; chacun de ces éléments se comportent comme une source ponctuelle et donne lieu à un phénomène d'interférences : si $dI_0(P)$ désigne l'éclairement commun aux

deux ondes issues de P et qui interfèrent en M , la contribution de $d\sigma(P)$ à l'éclairement en M vaut :

$$dI_P(M) = 2dI_0(P) \left[1 + \cos \left(2\pi \frac{\delta_{M,P}}{\lambda} \right) \right]$$

Les différents éléments $d\sigma(P)$ constituent des sources ponctuelles incohérentes entre-elles et leurs intensités en M sont additives. Ainsi, l'intensité résultante en M vaut :

$$i(M) = \iint_{(S)} dI(P)$$

D'après l'expression ci-dessus, les franges d'interférences correspondantes au différents points sources P se superposent. Comme la différence de marche $\delta_{M,P}$ dépend en général du point P , les franges brillantes sont décalées. Si le déplacement du point P fait suffisamment varier l'ordre d'interférence en M , on obtient un éclairement uniforme par compensation : certains points P donnent en M une frange brillante, d'autres une frange sombre, et d'autres une frange quelconque. En revanche, sur la surface de localisation, l'ordre d'interférences est peu sensible au changement de point P : en un point M donné, tous les points P donnent des franges de même nature. En particulier toutes les franges brillantes se superposent en certains points et toutes les franges sombres se superposent en d'autres points ; on obtient donc les mêmes franges brillantes qu'avec une source ponctuelle, mais beaucoup plus lumineuses.

6.1.3 Les couleurs de la lame d'air

Le déphasage dépend de la longueur d'onde et de l'épaisseur de la pellicule mince. Une lumière blanche contenant plusieurs longueurs d'onde, subira des interférences constructives à certaines longueurs d'onde et des interférences destructives à d'autres longueurs d'onde. Un observateur regardant la pellicule mince verra des franges de couleurs.

6.2 Le coin d'air

Il existe une catégorie de franges d'interférence, dans laquelle c'est l'épaisseur de la lame qui joue un rôle dominant, plutôt que l'angle d'incidence i . On les appelle des *franges d'égale épaisseur*. On se place sous incidence normale et on éclaire par une source ponctuelle un coin d'air d'angle α . La différence de chemin optique entre les deux rayons peut-être approximée

par :

$$\delta = 2\alpha x$$

Les franges d'interférences sont des segments $x = \text{constante}$, c'est-à-dire des segments parallèles à l'arête du coin d'air. Plus précisément les franges brillantes sont telles que

$$2\alpha x = n\lambda_0 \quad ; \quad x = n \frac{\lambda_0}{2\alpha}$$

Les franges brillantes sont donc équidistantes, et l'interfrange vaut :

$$i = \frac{\lambda_0}{2\alpha}$$

Ainsi, l'interfrange augmente lorsque l'angle α entre les deux miroirs diminue.

6.2.1 Couleurs avec les coins d'air

Le coin d'air est responsable de l'irisation des bulles ou des films de savon. En effet, l'épaisseur d'un film de savon varie verticalement sous l'effet de la gravité. Eclairé en lumière blanche, un élément du film donnera une frange brillante pour une longueur d'onde donnée, et des franges sombres pour les autres couleurs. Au fur et à mesure que l'on se déplace sur le film, que son épaisseur augmente ou diminue, la couleur de la frange brillante change.

Ce même phénomène peut-être observé sur les métaux oxydés, des lames de verre superposées et est utilisé par les papillons pour générer certaines de leurs couleurs!!

6.3 Interférence à onde multiple : Fabry-Pérot

Nous avons jusqu'à présent examiné différentes situations dans lesquelles on fait recombiner deux faisceaux cohérents pour produire des figures d'interférences. Il existe cependant des configurations dans lesquelles on fait interférer un nombre beaucoup plus grand d'ondes mutuellement cohérentes. En fait à chaque fois que les facteurs de réflexion en amplitude, ne sont pas petits, comme c'était le cas précédemment, les ondes réfléchies d'ordre supérieures $\underline{a}_3, \underline{a}_4, \dots$ deviennent significatives.

Un interféromètre de Fabry-Pérot est assimilé à une lame d'épaisseur e comprise entre deux lames réfléchissantes parallèles identiques (L_1) et (L_2). Ces lames sont supposées infiniment fines et sont traitées de telle sorte que

leur coefficient de réflexion r soit élevé; elles sont sans perte; enfin, une réflexion sur une des ces lames s'accompagne d'un déphasage de π de l'onde. L'interféromètre est éclairé sous incidence i par une onde d'amplitude A_0 émise par une source ponctuelle monochromatique de longueur d'onde λ et on observe l'intensité lumineuse transmise à l'infini, en un point M repéré par son inclinaison i par rapport à la normale aux lames.

6.3.1 Différence de marche entre deux rayons successifs

On a $IJ = IK = \frac{e}{\cos i}$, $IH = IK \sin i$, $IK = 2e \tan i$. Soit

$$\delta = IJ + JK - IH = \frac{2e}{\cos i} - 2e \sin i \tan i = 2e \cos i$$

ou encore $\varphi = \frac{4\pi e \cos i}{\lambda}$

Lors de la réflexion d'une onde sur une des lames, l'amplitude est multipliée par r ; en outre un déphasage de π s'introduit, de telle sorte que l'amplitude complexe de l'onde est multipliée par $r \exp(-i\pi)$. De même lors de la transmission d'une onde par une des lames, l'amplitude complexe est multipliée par t . La conservation de l'énergie impose la relation $r^2 + t^2 = 1$. L'onde d'amplitude $\underline{a}_1$ subit deux transmissions; en adoptant la phase de cette onde comme phase d'origine, il vient $\underline{a}_1 = t^2 A_0$. L'onde $\underline{a}_k$ subit deux réflexions et un aller-retour entre les deux lames en plus des trajets communs avec l'onde d'amplitude $\underline{a}_{k-1}$. Ainsi $\underline{a}_k = r^2 \exp(-i\varphi) \underline{a}_{k-1}$. On en déduit immédiatement l'expression de l'amplitudes successives qui forment une suite géométrique de raison $r^2 \exp(-i\varphi)$:

$$\underline{a}_{k+1} = t^2 r^{2k} \exp(-ik\varphi) A_0$$

Le rapport des éclairagements de deux ondes successives est égal à r^2 , ce qui interdit de se limiter aux deux premières ondes. Les ondes transmises sont cohérentes entre-elles car elles sont issues d'une même source ponctuelle monochromatique, donc leurs amplitudes complexes sont additives. Pour $i = 0$, il y a une infinité d'ondes qui se superposent, ce qui justifie l'expression $\underline{a}(M) = \sum_{k=1}^{+\infty} \underline{a}_k$. En revanche pour $i \neq 0$, les ondes successives sont décalées, et le nombre d'ondes à considérer est limité par la largeur des lames. Si ce nombre est suffisamment élevé, on commet toutefois une erreur négligeable en sommant les amplitudes jusqu'à l'infini : l'erreur commise en ajoutant les termes de $N + 1$ à l'infini est de l'ordre de $\underline{a}_N$, c'est-à-dire en module de l'ordre de $r^{2N} A_0$.

On obtient ainsi :

$$\underline{a}(M) = \frac{(1 - r^2)A_0}{1 - r^2 \exp(-i\varphi)}$$

puis pour l'intensité :

$$\begin{aligned} I(M) &= |\underline{a}(M)|^2 = \frac{(1 - r^2)^2 I_0}{1 + r^4 - 2r^2 \cos \varphi} = \frac{(1 - r^2)^2 I_0}{(1 - r^2)^2 + 4r^2 \sin^2(\varphi/2)} \\ &= \frac{I_0}{1 + F \sin^2(\varphi/2)} \end{aligned}$$

où $F = (\frac{2r}{1-r^2})^2$.

Cette fonction est connue sous le terme de fonction d'Airy. Lorsque $\varphi = 2m\pi$, la fonction d'Airy est égale à l'unité pour toutes les valeurs de F et donc de r . Cet effet de pic est créé par le fait que toutes les ondes $\underline{a}_k$ sont en phase. La fonction d'Airy est minimal pour $\varphi = (2m + 1)\pi$ et vaut alors $\frac{(1-r^2)^2}{(1+r^2)^2}$. Comme la valeur de r^2 est proche de 1, cela implique que le facteur de contraste des franges est proche de 1.

Une autre quantité importante est la largeur à mi-hauteur des franges, qui donne une mesure de la rapidité avec laquelle l'éclairement décroît de chaque côté du maximum. On obtient cette quantité quand :

$$\frac{1}{1 + F \sin^2(\varphi_{1/2}/2)} = \frac{1}{2}$$

Il s'ensuit que :

$$\varphi_{1/2} = 2 \arcsin(1/\sqrt{F})$$

Comme en général F est grand, on obtient la largeur totale à mi-hauteur :

$$\gamma = \frac{4}{\sqrt{F}}$$

On exprime souvent la résolution d'un Fabry-Pérot par sa finesse $\mathcal{F}$, rapport entre la distance séparant deux maxima et la demi-largeur :

$$\mathcal{F} = \pi\sqrt{F}$$

6.3.2 L'interféromètre de Fabry-Pérot

En général, un Fabry-Pérot est éclairé par une source diffuse. Il faut alors regarder les franges à l'infini pour avoir une figure d'interférence.

L'éclairement dépend uniquement de l'angle de la lumière incidente. Pour une source purement monochromatique, nous avons un système de franges circulaires. Comme le déphasage est fonction de λ , si la source est constituée de deux composantes monochromatiques, on obtient deux systèmes d'anneaux superposés. Lorsque les franges individuelles se superposent partiellement, il existe une certaine ambiguïté sur la possibilité de les discerner, c'est-à-dire de décréter qu'elles sont résolues. On utilise généralement le critère de Rayleigh. Ce critère dit que les franges sont résolues si l'éclairement résultant au milieu des franges vaut $8/\pi^2$ fois l'éclairement maximal. On obtient ce critère si le déphasage entre les deux ondes monochromatiques est de

$$\Delta\varphi = \frac{4,2}{\sqrt{F}}$$

On s'intéresse maintenant au pouvoir de résolution c'est à dire au rapport entre la longueur d'onde et la limite en résolution en longueur d'onde :

$$\mathcal{R} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

Avec $m\lambda = \text{constante}$ on obtient :

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{m}{\Delta m} = \frac{2\pi m}{\Delta\phi}$$

où l'on a utilisé que m varie de 1 lorsque $\Delta\phi$ varie de 2π .

Donc finalement

$$\mathcal{R} = \mathcal{F}m$$

Le pouvoir de résolution d'un Fabry-Pérot est de plusieurs milliers.

6.3.3 Le Laser

Un effet laser s'obtient en plaçant un milieu amplificateur entre deux miroirs de coefficients de réflexion extrêmement élevés ($\sim 99\%$). A chaque aller-retour, l'onde électromagnétique gagne en amplitude autour d'une certaine fréquence par émission stimulée du gaz contenu dans l'enceinte. De plus l'onde émise par émission stimulée est cohérente avec l'onde "stimulante". Donc l'onde à l'intérieur de l'enceinte est cohérente. Les multiples réflexions vont engendrer un effet Fabry-Pérot et le spectre fréquentiel de l'onde sera donc le spectre de l'émission stimulée multipliée par la fonction d'Airy de la cavité laser !