

Lumière et couleurs

Examen de janvier 2006

Aucun document autorisé

I. Sténopé : photographie sans objectif.

On peut prendre des photos sans objectif en perçant un trou dans une « boîte à chaussures » au fond de laquelle on place une surface photosensible : ceci s'appelle un sténopé. Les lois de la diffraction permettent de déterminer la taille du optimale du trou à pratiquer dans la boîte pour avoir une image la plus nette possible.

Soit une boîte rectangulaire de profondeur d , percée d'un trou de rayon R au centre d'une de ses petites faces. Une source ponctuelle S est placée « à l'infini » dans l'axe du trou. Elle émet une lumière de longueur d'onde λ .

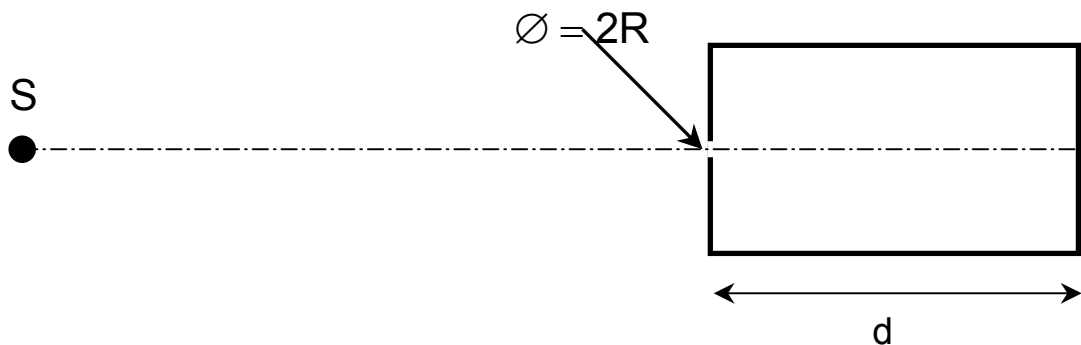
1. Si le phénomène de diffraction n'existait pas, quel serait le rayon r_1 de la tache de lumière au fond de la boîte (sur l'émulsion photosensible), sur la petite face opposée à celle du trou ?
2. En se rappelant que la figure de diffraction à l'infini d'une ouverture circulaire de rayon R éclairée par une lumière de longueur d'onde λ est une tache circulaire (« tache d'Airy ») entourée d'anneaux alternativement noirs et lumineux, l'angle θ correspondant au premier anneau sombre (et qui borde la tache centrale) étant donné par :

$$\sin \theta = \frac{1,22\lambda}{2R},$$

quel est alors le rayon r_2 de la tache de diffraction au fond de la boîte ? (On supposera que l'on peut adopter les conditions de la diffraction à l'infini, et que l'angle θ est petit).

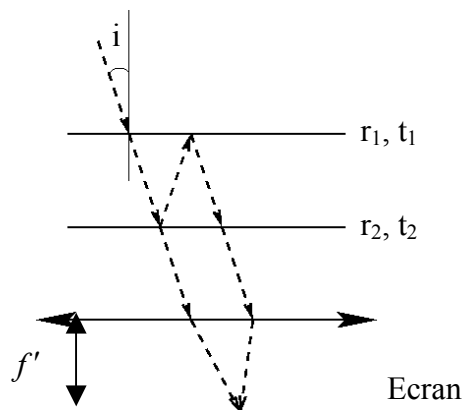
3. Quelle est la valeur de R qui va donner une tache d'Airy de rayon r_2 le plus petit possible ? On pourra répondre à cette question graphiquement où en se rappelant que pour une surface donnée d'un quadrilatère, le carré est le quadrilatère de plus petit périmètre possible.

Calculer numériquement cette valeur de R pour $d = 30 \text{ cm}$ et $\lambda = 0.5\mu\text{m}$.



II. Interféromètre de Fabry-Pérot et réseau de Soret

Un interféromètre de Fabry Pérot (schématisé ci-dessous) placé dans l'air est constitué par une lame d'air à faces parallèles d'indice 1, d'épaisseur e , emprisonnée entre deux lames de verre. Ces lames de verre, d'épaisseur négligeable, possèdent une face (celle en contact avec la lame d'air) traitée optiquement pour accroître son coefficient de réflexion. Pour simplifier, on ne tiendra pas compte des faces externes des lames de verre et on schématisera ces lames par deux plans de coefficient de réflexion en amplitude r_1 et de transmission en amplitude t_1 (respectivement r_2 et t_2) avec r_1 et r_2 peu différents de 1. On éclaire le Fabry Pérot par une source monochromatique de longueur d'onde λ et d'amplitude unité sous diverses incidences i proches de la normale. On étudie le phénomène en transmission dans le plan focal image d'une lentille convergente de distance focale f' .



1. Donner l'expression du déphasage φ entre deux rayons émergents successifs.
2. Calculer l'amplitude des quatre premiers rayons transmis. Que peut-on en conclure quant au calcul de l'amplitude globale ?
3. Calculer l'amplitude globale en un point quelconque M' du plan focal image.
4. Démontrer que l'intensité en ce point peut se mettre sous la forme :

$$I = \frac{I_{\max}}{1 + F \sin^2(\varphi/2)} \quad \text{où l'on définira } I_{\max} \text{ et le coefficient de finesse } F. \text{ (On posera}$$

$$R = \sqrt{r_1 r_2}).$$

5. Pour quelles valeurs de φ a-t-on un maximum d'intensité ? Montrer que les franges brillantes sont des anneaux concentriques. Calculer le rayon ρ_k des anneaux brillants.
6. Exprimer la demi-largeur des anneaux en fonction de F . Calculer F pour $R = 0,95$. Les anneaux brillants sont-ils fins ou épais ?
7. Réseau de Soret : on fait une diapositive de la figure d'interférences précédente agrandie dans un rapport g ; les maxima de la figure d'interférences sont transparents sur la diapositive, le reste étant opaque. On éclaire cette diapositive par un faisceau parallèle de longueur d'onde λ' sous incidence normale (figure ci-dessous).
 - a. On considère deux points A et B appartenant à deux anneaux transparents successifs (de rayon $g\rho_k$ et $g\rho_{k+1}$) de la diapositive ainsi qu'un point P situé sur l'axe de symétrie du système d'anneaux de la diapositive à une distance D de celle-ci. Calculer en P la différence de marche δ entre les rayons issus de A et de B en fonction D, g, ρ_k et ρ_{k+1} .

- b. En supposant que $g\rho_k$ et $g\rho_{k+1} \ll D$, exprimer δ en fonction de $\rho_k^2 - \rho_{k+1}^2$, puis en fonction de g, D, λ, e et f'
- c. Quelles sont les distances D qui correspondent à des maxima d'intensité ?
- d. Calculer l'épaisseur e de la lame sachant que 2 maxima successifs de lumière sont repérés aux positions $D_1=50\text{cm}$ et $D_2=1\text{m}$. A.N. : $\lambda = \lambda' = 0,5 \mu\text{m}$, $f' = 10 \text{ cm}$, $g = \sqrt{2}$.

